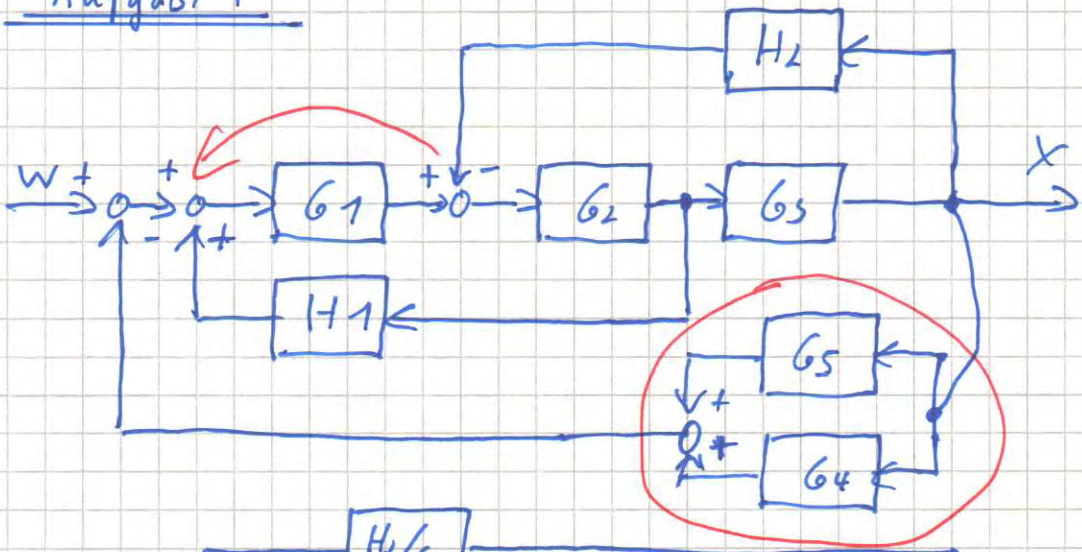
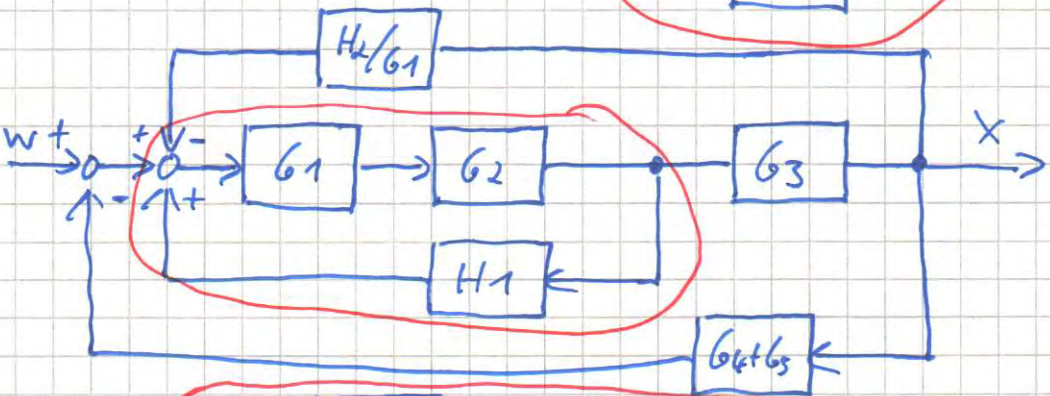
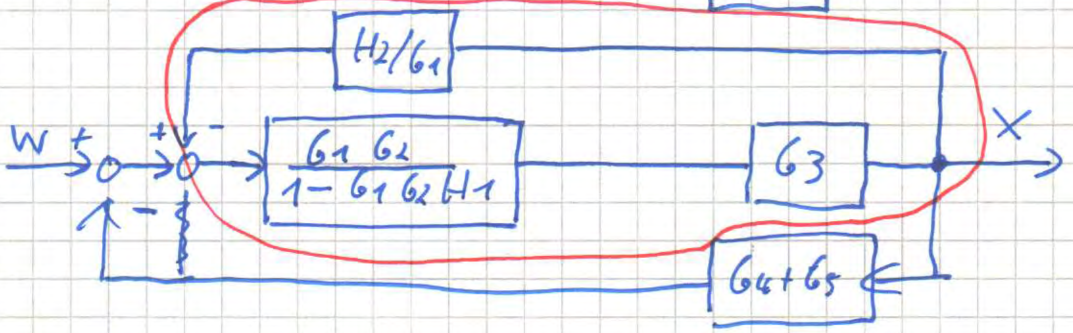
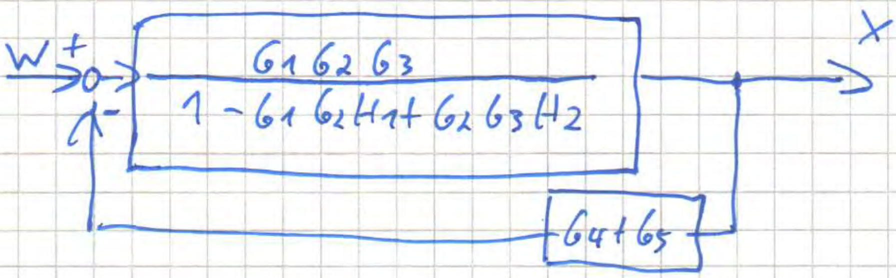
Aufgabe 1







NR:
$$\frac{\frac{G_1 G_2 G_3}{1 - G_1 G_2 H_1}}{1 + \frac{G_1 G_2 G_3}{1 - G_1 G_2 H_1} \frac{H_2}{G_1}} = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 - G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2}$$

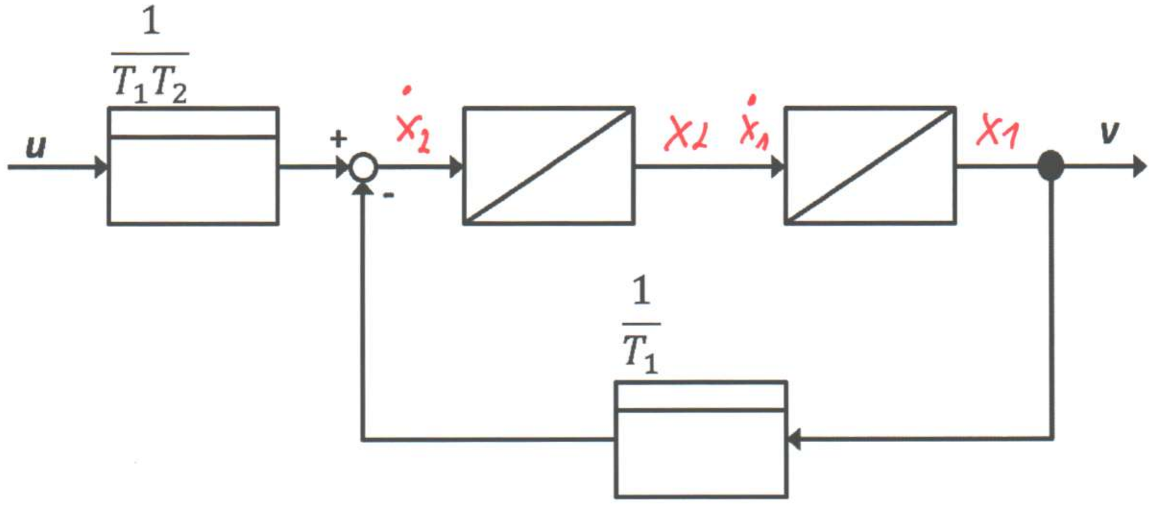


Insgesamt:

$$\frac{\frac{G_1 G_2 G_3}{1 - G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2}}{1 + \frac{G_1 G_2 G_3}{1 - G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2} \cdot (G_4 + G_5)} = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 - G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 (G_4 + G_5)}$$

Kurzfrage 2 – (12 Punkte) Wirkungsplan

Betrachten Sie den nachfolgenden Wirkungsplan. Beschriften Sie zunächst die Ein- und Ausgänge der Integratoren. Leiten Sie aus dem Wirkungsplan die Differentialgleichung her und bestimmen Sie anschließend die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{V(s)}{U(s)}$. Wie nennt man dieses Übertragungsglied?



$v = x_1 \qquad \dot{x}_1 = x_2 \qquad \dot{x}_2 = -\frac{1}{T_1} x_1 + \frac{1}{T_1 T_2} u$

$\ddot{v} = -\frac{1}{T_1} v + \frac{1}{T_1 T_2} u$

$\circ\!\!-\!\!\bullet$

$s^2 V(s) = -\frac{1}{T_1} V(s) + \frac{1}{T_1 T_2} U(s)$

$\left(s^2 + \frac{1}{T_1}\right) V(s) = \frac{1}{T_1 T_2} U(s)$

$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{1}{T_1 T_2} \frac{1}{s^2 + \frac{1}{T_1}} = \frac{1}{T_2} \frac{1}{T_1 s^2 + 1}$

P-T2-Glied

Kurzfrage 3 – (12 Punkte) Verständnisfragen

Kreuzen Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. **Falsche** Antworten führen zu einem **Punktabzug**.

Aussage	richtig	falsch
Wobei handelt es sich um *keine* Regelung?		
1. Automatische Straßenbeleuchtung mit Messung der Helligkeit des Himmels ist keine Regelung.	X	
2. Der Tempomat ist keine Regelung.		X
3. Heizkörper mit Thermostat ist keine Regelung.		X
Wozu dienen die Einstellregeln nach Ziegler-Nichols?		
4. Sie dienen dazu, möglichst schnell (ohne genaue Modellvorstellung der Regelstrecke) anhand von Messdaten einen ersten groben Reglerentwurf durchzuführen.	X	
5. Die Regeln basieren auf langjähriger Erfahrung und führen stets zu hervorragenden Regelergebnissen.		X
6. Der Entwurf ist in der Regel auf lineare, stabile und nichtschwingungsfähige Regelstrecken beschränkt.	X	
Was bedeutet Rückkopplung?		
7. Rückwirkung der Regelgröße auf die Stellgröße.	X	
8. Aufschaltung einer messbaren Führungsgröße auf die Störgröße.		X
9. Durch eine Rückkopplung ist das Ausregeln einer Störgröße möglich.	X	
Wie kann man anhand einer Übertragungsfunktion erkennen, dass das zugehörige System stabil ist?		
10. Alle Nullstellen der Übertragungsfunktion haben einen Realteil der kleiner als Null ist.		X
11. Alle Koeffizienten des Nennerpolynoms haben ein positives Vorzeichen.		X
12. Die Nullstellen des Nennerpolynoms (Pole) haben einen Realteil, der kleiner als Null ist.	X	

Aufgabe 1

$$G_0(s) = \frac{\frac{1}{10}\ (1+10s)}{s\ (1+\frac{1}{3}s)^2\ (1+\frac{1}{200}s)}$$

$$G_0(j\omega) = \frac{\frac{1}{10}\ (1+j\omega 10)}{j\omega\ (1+j\omega\frac{1}{3})^2\ (1+j\frac{\omega}{200})}$$

$$|G_0(j\omega)| = \frac{\frac{1}{10}\ \sqrt{1+(10\omega)^2}}{\omega\left(\sqrt{1+(\frac{\omega}{3})^2}\right)^2\ \sqrt{1+(\frac{\omega}{200})^2}}$$

$$|G_0(j\omega)|_{dB} = 20\ \log\frac{1}{10} + 20\ \log\sqrt{1+(10\omega)^2}$$
$$- 20\ \log\omega - 20\ \log\left(\sqrt{1+(\tfrac{\omega}{3})^2}\right)^2 - 20\ \log\sqrt{1+(\tfrac{\omega}{200})^2}$$

Knickfrequenzen: $\omega_1 = \frac{1}{10}$ $\quad \omega_2 = 3$ $\quad \omega_3 = 200$

5 P

$\omega < \omega_1$: $|G_0(j\omega)|_{dB} \approx 20\ \log\frac{1}{10} - 20\ \log\omega$

$\Rightarrow -20\,dB\,/\,$Dekade $\quad |G_0(j\omega)|_{dB}|_{\omega=\frac{1}{10}} = 0\,dB$

2 P

$\omega_1 < \omega < \omega_2$: $|G_0(j\omega)|_{dB} \approx 20\ \log(\frac{1}{10}) - 20\ \log(\omega) + 20\ \log(10\omega)$

$\Rightarrow 0\,dB\,/$ Dekade

1 P

$\omega_2 < \omega < \omega_3$: $|G_0(j\omega)|_{dB} \approx 20\ \log(\frac{1}{10}) - 20\ \log(\omega) + 20\ \log(10\omega) - 40\ \log(\frac{\omega}{3})$

$\Rightarrow -40\,dB\,/$ Dekade

1 P

$\omega_3 < \omega$: $|G_0(j\omega)|_{dB} \approx 20\ \log(\frac{1}{10}) - 20\ \log(\omega) + 20\ \log(10\omega) - 40\ \log(\frac{\omega}{3}) - 20\ \log(\frac{\omega}{200})$

$\Rightarrow -60\,dB\,/$ Dekade

1 P

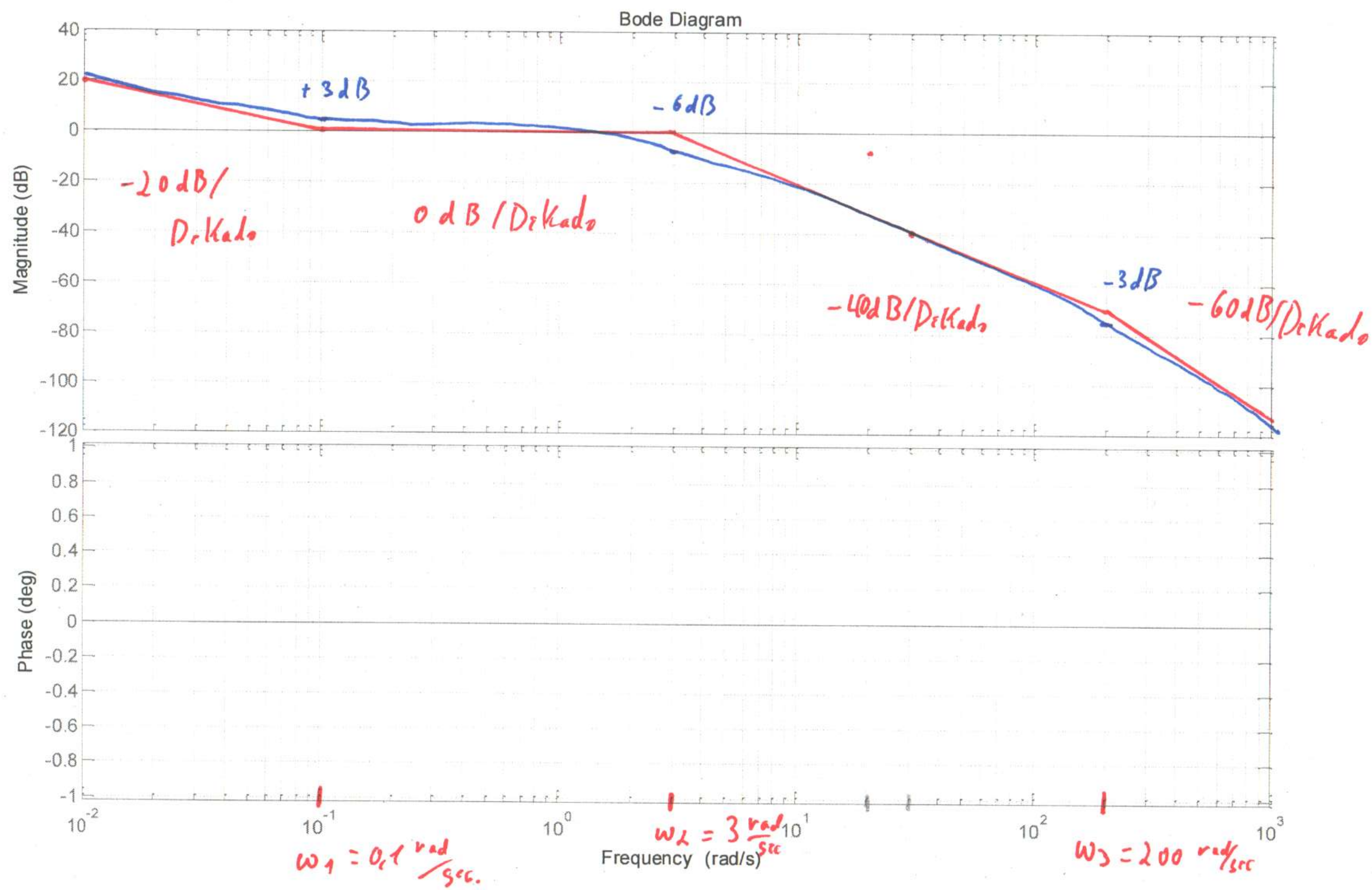
Knickstellen: $\omega_1 \rightsquigarrow +3\,dB$

$\omega_2 \rightsquigarrow -6\,dB$

$\omega_3 \rightsquigarrow -3\,dB$

1 P

Σ 11 P



Bode Diagram
Magnitude (dB)
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
-120
Phase (deg)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency (rad/s)
+3dB
-6dB
-3dB
-20dB/ Dekade
0dB/Dekade
-40dB/Dekade
-60dB/Dekade
$\omega_1 = 0{,}1$ rad/sec.
$\omega_2 = 3$ rad/sec
$\omega_3 = 200$ rad/sec

Aufgabe 2

a)

$$H(s) = G(s)\,\frac{1}{s}$$

$$= \frac{8}{s(s+4)}\,\frac{1}{s} = \frac{8}{s^2(s+4)}$$

$$= \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{s+4}$$

$$\Rightarrow \quad 8 = A\,s(s+4) + B(s+4) + C\,s^2$$ 3 P

$\underline{s \to 0:}$ $\quad 8 = B \cdot 4 \quad \Rightarrow \quad B = 2$

$\underline{s \to -4}$ $\quad 8 = C \cdot 16 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{2}$

$\underline{s = -2}$ $\quad 8 = A(-4) + 2 \cdot 2 + \frac{1}{2}\,4$

$\Rightarrow \quad 8 = -4A + 4 + 2 \quad \Rightarrow \quad -4A = 2 \quad \Rightarrow \quad A = -\frac{1}{2}$

4 P

$$H(s) = -\frac{1}{2}\,\frac{1}{s} + 2\,\frac{1}{s^2} + \frac{1}{2}\,\frac{1}{s+4}$$

$\bullet\!-\!\circ$

$$h(t) = \left(-\frac{1}{2} + 2t + \frac{1}{2}\,e^{-4t}\right)$$ 3 P

b) Der Grenzwertsatz darf nicht angewandt werden, da das System nicht stabil ist ($s_{p1} = 0$) und der Grenzwert somit nicht existiert. 2P

Aufgabe 3

a) (1) Nullstellen von $G_0(s)$: $s_{N1} = -1$

Polstellen von $G_0(s)$: $s_{P1} = 0$

$s_{P2} = -2$

$s_{P3} = -\frac{1}{2}$ für $a = \frac{1}{2}$

$s_{P3} = +1$ für $a = -1$

2,5 P

(2) s. Skizze

(3) $n = 3$ $m = 1$ ⇝ 2 Asymptoten

$\varphi_0 = \frac{1}{2}\,180°$ $\qquad \varphi_1 = \frac{3}{2}\,180° = 270°$

$\sigma_w = \frac{-2{,}5 + 1}{2} = -\frac{3}{4}$ für $a = \frac{1}{2}$

$\sigma_w = \frac{-1+1}{2} = 0$ für $a = -1$

3 P

$\sum 8{,}5 + 5{,}5 = 14\,P$

b) Die Äste der WOK stellen den Verlauf der Pollagen des geschlossenen Kreises in Abhängigkeit der zunehmenden Reglerverstärkung K dar.

1 P

c) $a = \frac{1}{2}$: RK stabilisierbar, da Wahl von K möglich, so dass alle ~~Äste~~ Pollagen in linker s-Ebene liegen. ⇝ stabil

$a = -1$: Es verbleiben 2 Äste in rechter s-Halbebene, so dass RK instabil.

2 P

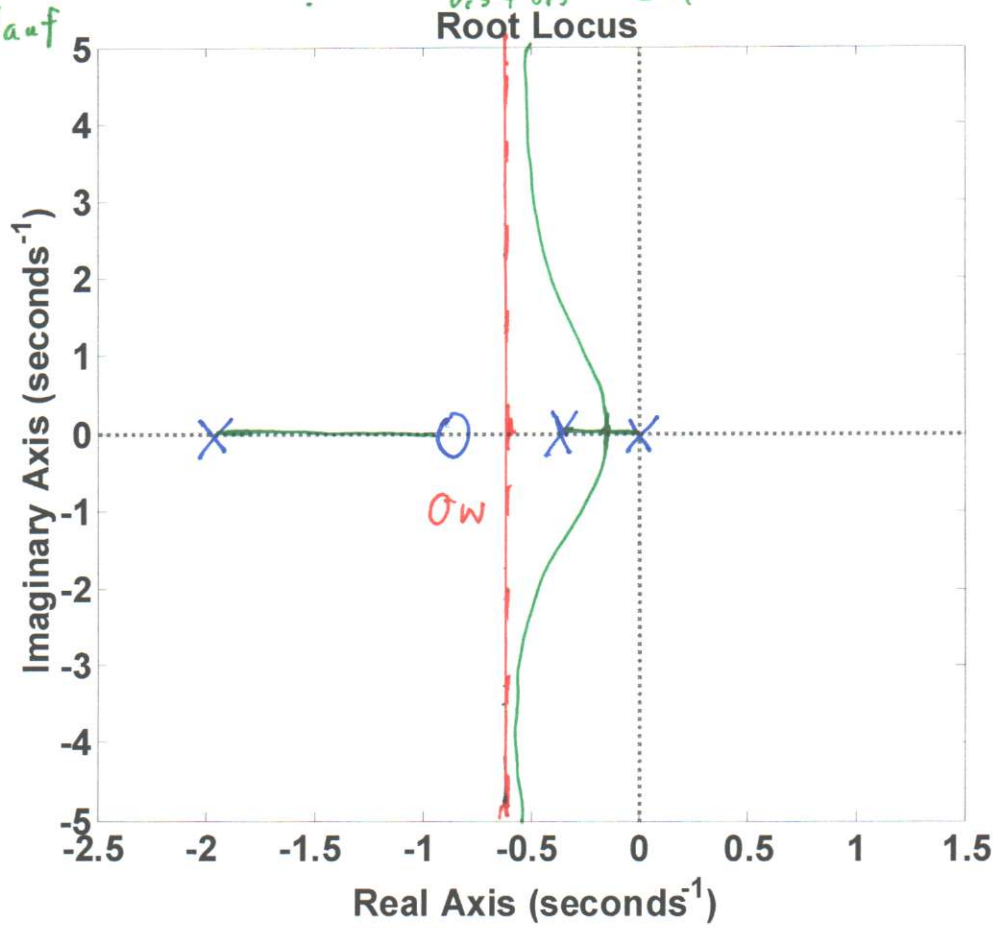
Punkte für Krit. Stellen : 2 + 0,5 = 2,5

Punkte für reelle Achse : 1 + 1 = 2

Punkte für Asymptoten : 1,5 + 1,5 = 3

Verlauf : 0,5 + 0,5 = 1

Σ 8,5

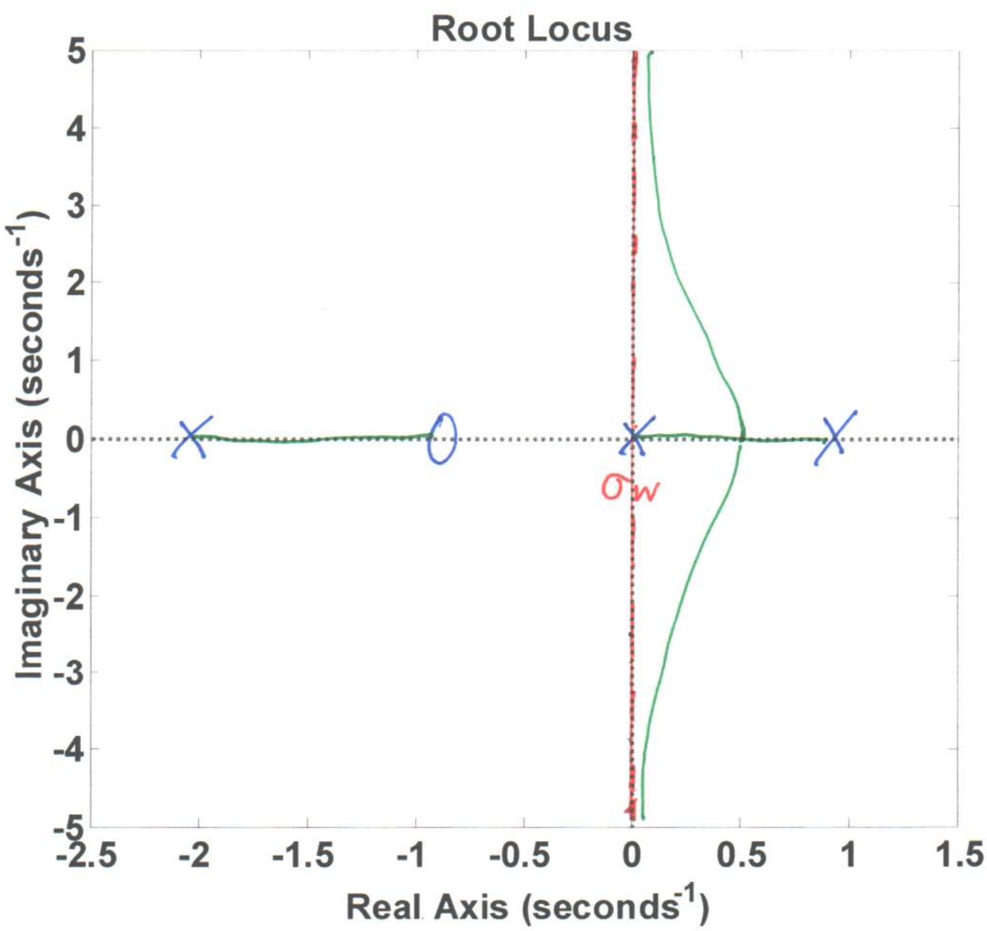


$a = \frac{1}{2}$

2 P

1 P

~~2P~~ 1,5 P



$a = -1$

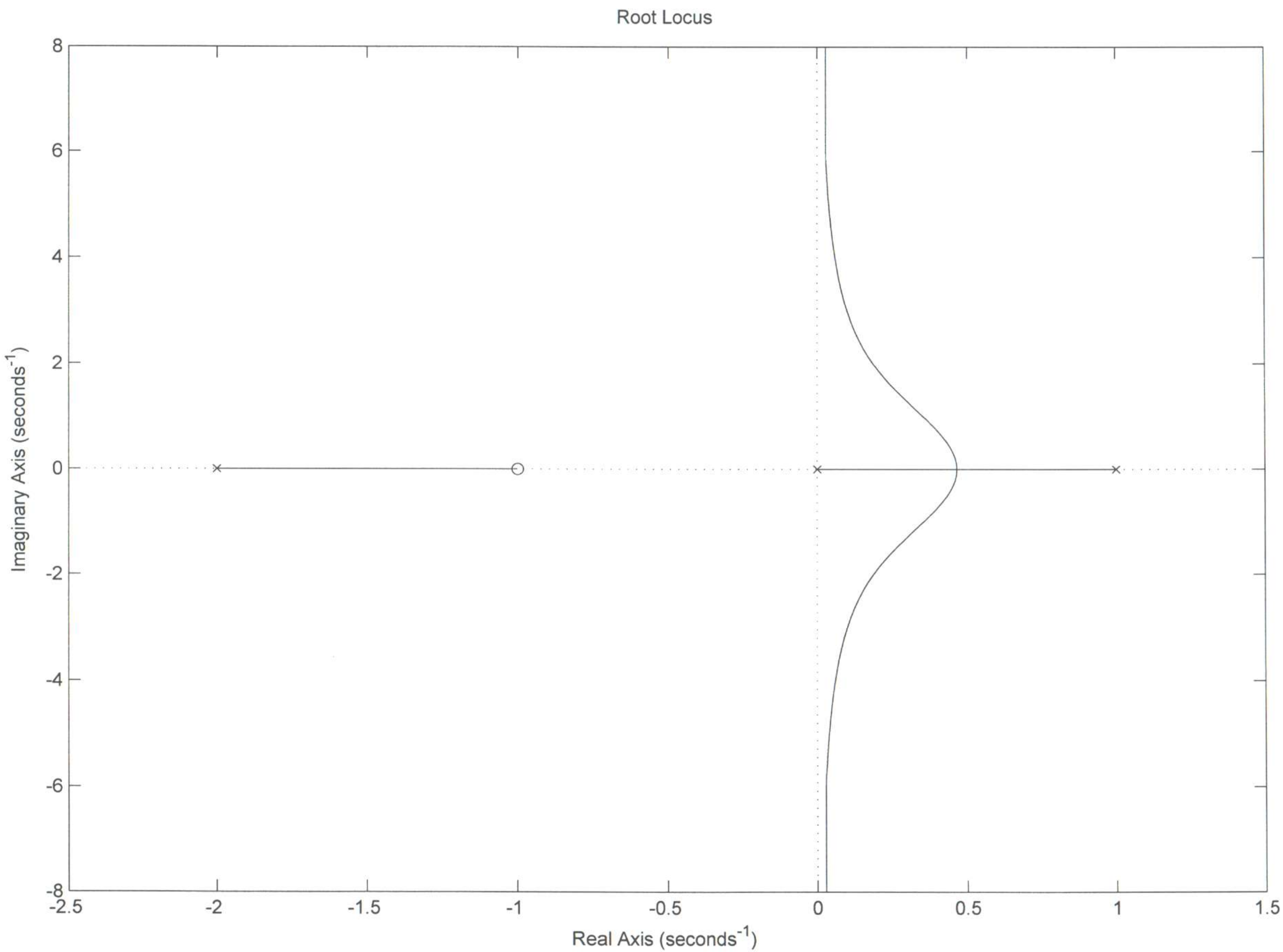
~~1P~~ 0,5 P

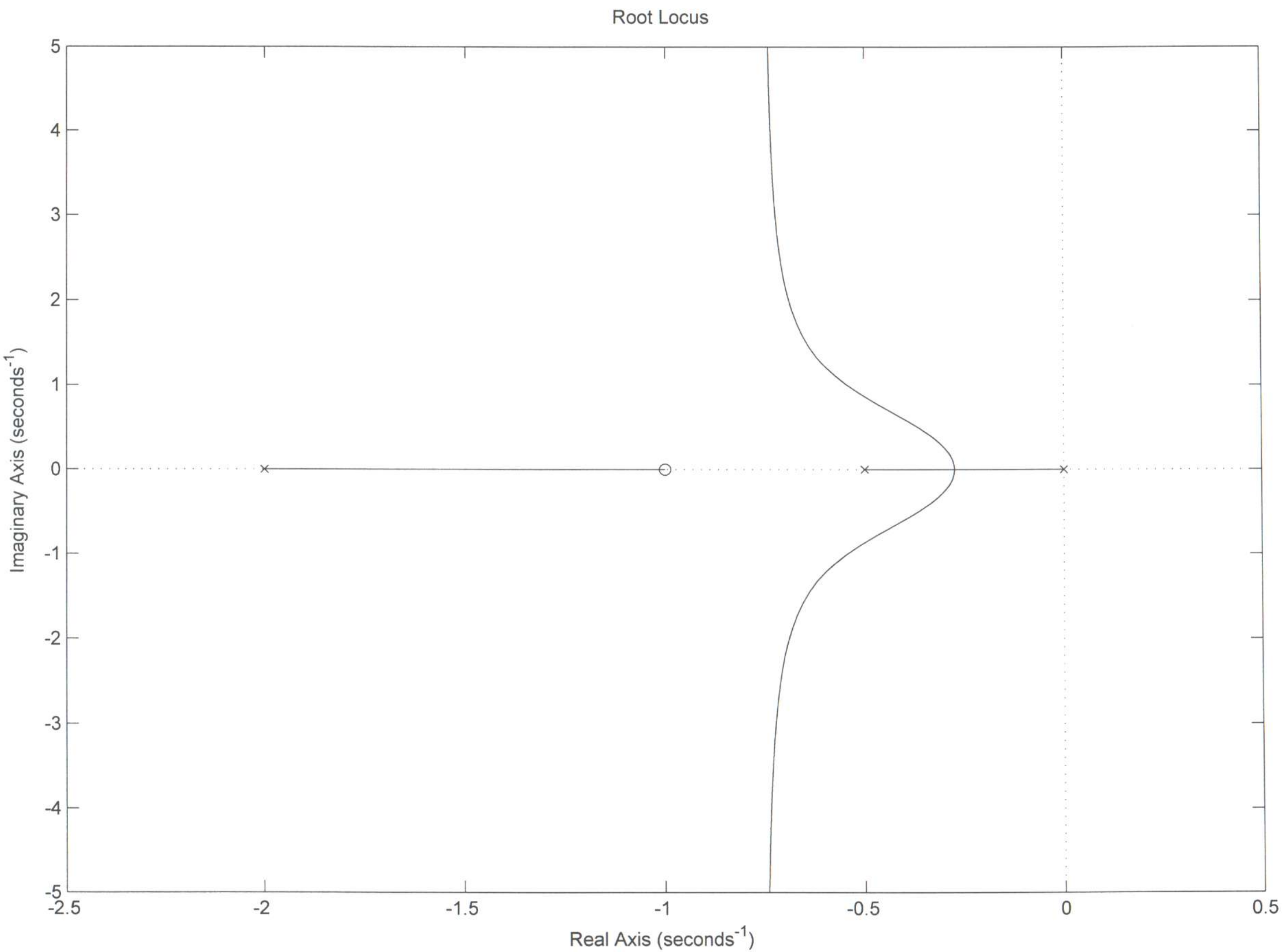
1 P

~~3P~~ 1,5 P

Σ 7,5 P

~~13P~~


Root Locus
Imaginary Axis (seconds^{-1})
Real Axis (seconds^{-1})
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-2.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5


Root Locus
Imaginary Axis (seconds^{-1})
Real Axis (seconds^{-1})
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-2.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5

Aufgabe 4

a) Die Regelstrecke $G_S(s)$ ist instabil ($s_{p_1}=0$, $s_{p_2}=2$). 2P

b) $G_0(s) = G_R(s)\, G_S(s)$

$$= \frac{K_P + K_D s}{s(s+5)(s-2)}$$

$$G_W(s) = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)}$$

$$= \frac{K_P + K_D s}{s(s^2+3s-10) + K_P + K_D s}$$

$$= \frac{K_P + K_D s}{s^3 + 3s^2 + (K_D - 10)s + K_P}$$ 6P

c) notw. Bdg.: alle Koeffizienten des charakt. Polynoms vorhanden + gl. Vorzeichen

$\rightsquigarrow K_P > 0 \wedge K_D > 10$ 2P

Routh-Schema:

1	$K_D - 10$
3	K_P
A	0
K_P	0

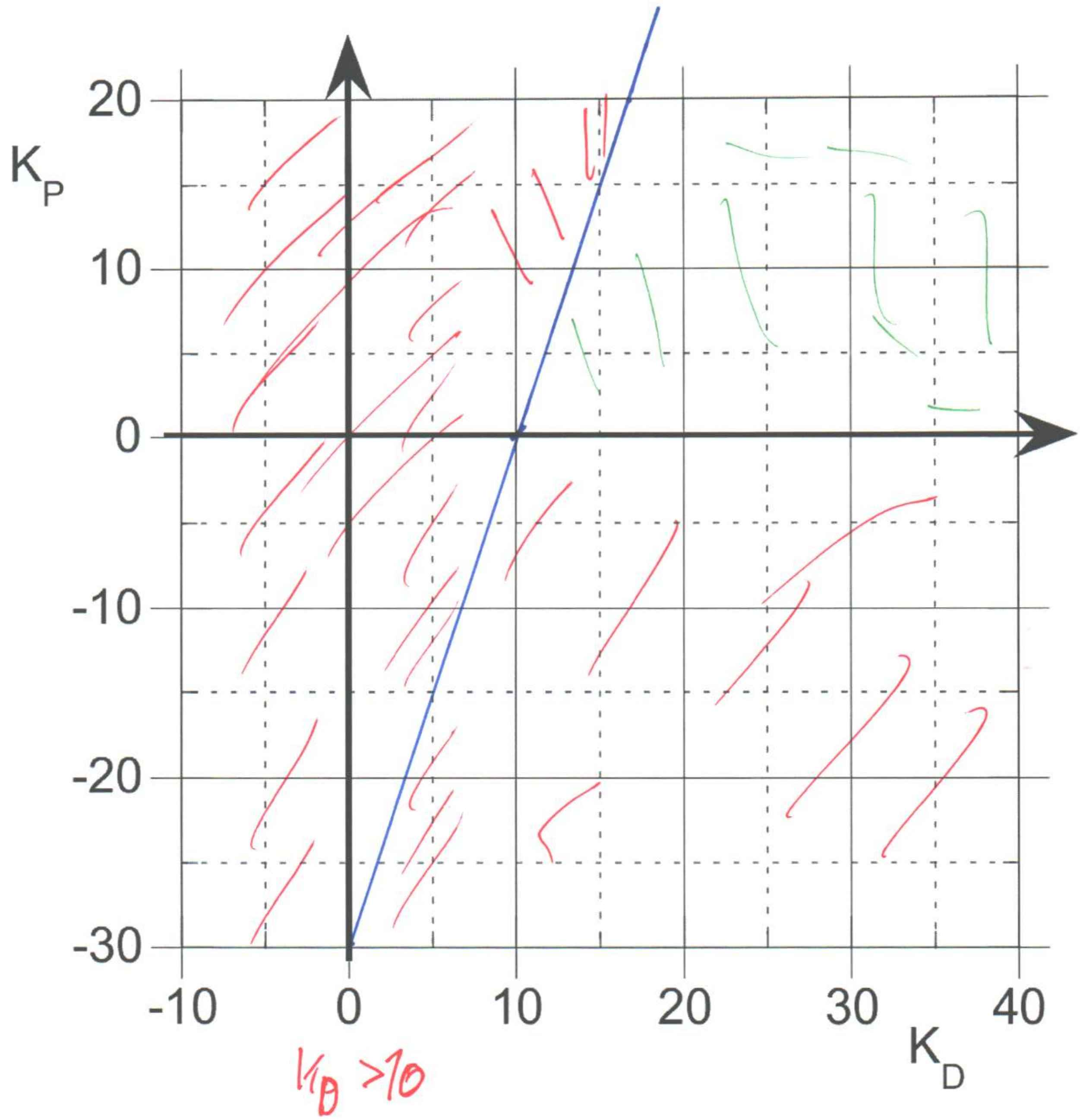
$$A = \frac{3(K_D - 10) - K_P}{3}$$ 3P

↳ hinreichend: alle Koeff. > 0 $\rightsquigarrow K_P > 0$ bereits notw. Bdg.

$\Rightarrow$ verbleibt: $A > 0$ 1P

$\Rightarrow 3K_D - 30 - K_P > 0$

$\Rightarrow K_P < 3K_D - 30$ 2P



20
10
0
-10
-20
-30
K_P
-10
0
10
20
30
40
K_D
1/θ >10