B1

a) $\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) = u(t)$

$$\text{\textbar}$$

$$y(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\, Y(s)\,,\; y(0) = 0 = \dot{y}(0) \quad \wedge \quad u(t) \overset{(7)}{\underset{\omega=1}{\circ\!\!-\!\!\bullet}} U(s) = 2\,\frac{s}{s^2+1}$$

$$s^2\,Y(s) - s\,y(0) - \dot{y}(0) + s\,Y(s) - y(0) = U(s) = 2\,\frac{s}{s^2+1}$$

$$(s^2 + s)\;Y(s) = 2\,\frac{s}{s^2+1}$$

$$Y(s) = 2\,\frac{s}{s^2+1}\;\frac{1}{s\,(s+1)} = 2\,\frac{1}{(s+1)(s^2+1)}$$ 5 P

$$Y(s) = 2\,\frac{1}{(s+1)(s^2+1)} = \frac{A}{s+1} + \frac{Bs+C}{s^2+1}$$

$$\Rightarrow\; 2 = A\,(s^2+1) + (Bs+C)\,(s+1)$$

$\underline{s \to -1:}$ $\quad 2 = A \cdot 2 \quad\Rightarrow\quad A = 1$

$\underline{s = 0:}$ $\quad 2 = 1 \cdot 1 + C \cdot 1 \quad\Rightarrow\quad C = 1$

$\underline{s = 1:}$ $\quad 2 = 1 \cdot 2 + (B+1)\,2$

$$\Rightarrow\; 0 = 2B + 2 \quad\Rightarrow\quad B = -1$$ 4 P

$$Y(s) = \frac{1}{s+1} - \frac{s}{s^2+1} + \frac{1}{s^2+1}$$

$$\bullet\!\!-\!\!\circ \quad (5),\,(7),\,(8)\ \text{mit}\ \omega = 1$$

$$y(t) = \left(e^{-t} - \cos(t) + \sin(t)\right)\,\sigma(t)$$ 3 P

B1

b)

$$f(t) = \left[2e^{-3t}\cos(4t) - \frac{5}{4}e^{-3t}\sin(4t)\right]\sigma(t)$$

$$(9),(10) \quad \omega = 4,\ a = 3 \quad \rightsquigarrow \quad 4 = \sqrt{b^2 - 9}$$

$$\rightsquigarrow \quad b^2 = 25$$

$$f(t) = e^{-3t}\left[2\cos(4t) - 2\frac{3}{4}\sin(4t) + \frac{1}{4}\sin(4t)\right]\sigma(t)$$

$$= 2e^{-3t}\left[\cos(4t) - \frac{3}{4}\sin(4t)\right]\sigma(t) + \frac{1}{4}e^{-3t}\sin(4t)\sigma(t)$$

$$\circ\!\!-\!\!\bullet \quad (9),(10)$$

$$F(s) = \frac{2s}{s^2+6s+25} + \frac{1}{s^2+6s+25} = \frac{2s+1}{s^2+6s+25}$$

4P

$$2 e^{-3t} \cos(4t)\, \sigma(t) \qquad - \frac{5}{4} e^{-3t} \sin(4t)\, \sigma(t)$$

$\circ\!-\!\bullet$ $\omega = 4$, $a = 3$ $\qquad \omega = 4 \quad a = 3$

$$2 \, \frac{s+3}{(s+3)^2 + 16} \quad - \quad \frac{5}{4} \, \frac{4}{(s+3)^2 + 16} =$$

$$= \frac{2s + 6 - 5}{s^2 + 6s + 9 + 16} = \frac{2s+1}{s^2 + 6s + 25}$$

4 P

B 2

a) (1) Entwicklungspunkt $x_0 = 2$ $\qquad a_i = \frac{1}{\sqrt{i}}$ 1/2

$$R = R_a = \lim_{i \to \infty} \frac{|a_i|}{|a_{i+1}|}$$

$$= \lim_{i \to \infty} \frac{\sqrt{i+1}}{\sqrt{i}} = \lim_{i \to \infty} \sqrt{\frac{i+1}{i}} = \lim_{i \to \infty} \sqrt{1 + \frac{1}{i}} = \underline{\underline{1}}$$ $\frac{3}{2}$

Σ 2P

(2) Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ 1/2

$a_n = \sqrt{n}$

$$R = R_a = \lim_{n \to \infty} \frac{|a_n|}{|a_{n+1}|} = \lim_{n \to \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}} = \lim_{n \to \infty} \sqrt{\frac{n}{n+1}}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{n}}} = 1$$ 3/2

Σ 2P

(3) Entwicklungspunkt $x_0 = -3$ 1/2

$a_k = k^k$

$$R = R_a = \lim_{k \to \infty} \frac{|a_k|}{|a_{k+1}|} = \lim_{k \to \infty} \frac{k^k}{(k+1)^{k+1}}$$

$$= \lim_{k \to \infty} \frac{k^k}{(k+1)(k+1)^k} = \lim_{k \to \infty} \frac{1}{(k+1)\left(\frac{k+1}{k}\right)^k}$$ 3/2

$$= \lim_{k \to \infty} \frac{1}{(k+1)\left(1 + \frac{1}{k}\right)^k} = 0$$

Σ 2P

B2

b) $f(x) = \sqrt[3]{2x+2} = (2x+2)^{1/3} \qquad x \geq -1$

$x_0 = 3$

$f(3) = (2\cdot 3+2)^{1/3} = 8^{1/3} = \underline{\underline{2}}$ ½ P

$f'(x) = \frac{1}{3}(2x+2)^{-\frac{2}{3}} \cdot 2 = \frac{2}{3}(2x+2)^{-\frac{2}{3}}$ 1 P

$\rightsquigarrow f'(3) = \frac{2}{3} 8^{-\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$ ½ P

$f''(x) = \frac{2}{3}\left(-\frac{2}{3}\right)(2x+2)^{-\frac{5}{3}} \cdot 2 = -\frac{8}{9}\cdot(2x+2)^{-\frac{5}{3}}$ 1 P

$\rightsquigarrow f''(3) = -\frac{8}{9} 8^{-\frac{5}{3}} = -\frac{8}{9}\cdot\frac{1}{32} = -\frac{1}{36}$ ½ P

Taylorpolynom 2ten Grades:

$p_2(x) = 2 + \frac{1}{6}(x-3) - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{36}(x-3)^2$

$= 2 + \frac{1}{6}(x-3) - \frac{1}{72}(x-3)^2$ 1½ P

$\sum$ 5 P

B3

a)

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{t} e^{-jnt} \, dt$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{(1-jn)t} \, dt$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{e^{(1-jn)t}}{1-jn} \right]_0^{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{e^{(1-jn)2\pi} - 1}{1-jn} \quad \frac{1+jn}{1+jn}$$

$$= \frac{e^{2\pi} e^{-jn2\pi} - 1}{2\pi(1+n^2)} (1+jn)$$

$$e^{-jn2\pi} = \underbrace{\cos(n2\pi)}_{1} - j \underbrace{\sin(n2\pi)}_{0}$$

$$= \frac{e^{2\pi} - 1}{2\pi(1+n^2)} (1+jn)$$

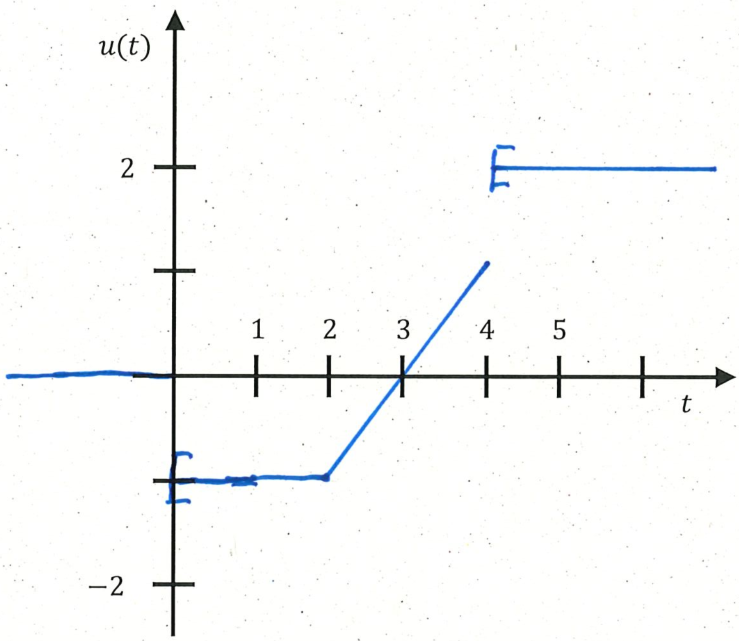
$\rightsquigarrow$ Nr (2) ist korrekt

6P

b) (7 P) Gegeben ist die folgende Funktion:

$$u(t) = -\sigma(t) + (t-2)\sigma(t-2) + (5-t)\sigma(t-4)$$

Teilen Sie die Funktion $u(t)$ zunächst in Zeitbereiche auf und beschreiben Sie diese durch Funktionen, so dass Sie auf die Hilfsfunktion $\sigma(t)$ verzichten können, und zeichnen Sie die Funktion in die nachstehende Abbildung ein.



2 P

Sprungstellen bei $t=0$, $t=2$ und $t=4$: 1 P

(1) $t<0$: $u(t)=0$

(2) $0\le t<2$: $u(t)=-1$

(3) $2\le t<4$: $u(t)=-1+t-2=t-3$

(4) $t\ge 4$: $u(t)=t-3+5-t=2$ 4 P