TM II
LE-Kontrolle 2
1D-Kinematik: Ungleichmäßige Beschleunigung

Prof. Dr. St. Staus
24. Oktober 2012

TM II
LE-Kontrolle 2
1D-Kinematik: Ungleichmäßige Beschleunigung

Prof. Dr. St. Staus
24. Oktober 2012

Ostfalia – Campus Wolfsburg
University of Applied Science
Institut für Fahrzeugbau
Prof. Dr. St. Staus

Aufgabe 1

Hyperbolische Beschleunigung

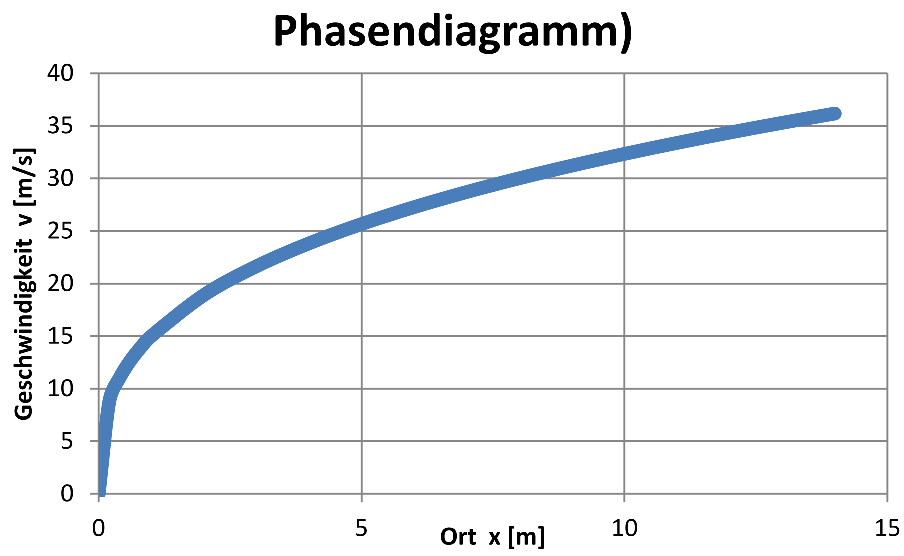
$$\left[\begin{array}{l} a)\ v(t) = \sqrt{2ct} \\ b)\ x(t) = \sqrt{\frac{8}{9}ct^3} \\ c)\ t_1 = 10s \end{array}\right]$$

Ein Punkt wird geradlinig mit *a=a(v)* gemäß

beschleunigt. $$a(v) = \frac{c}{v}$$

a) Wie lauten die Funktionen x(t) und v(t) seiner Bewegung ?
b) Skizzieren Sie ein Phasendiagramm.
c) Wann erreicht er sein 1000 m entferntes Ziel?

Gegeben: $t_0 = 0\ ;\ x_0 = 0\ ;\ v_0 = 0\ ;\ c = 1125\frac{m^2}{s^3}$



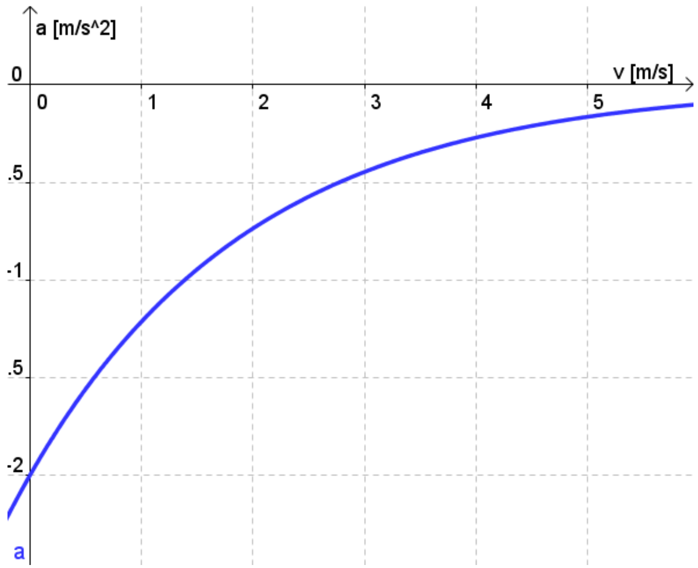
Ostfalia – Campus Wolfsburg
University of Applied Science
Institut für Fahrzeugbau
Prof. Dr. St. Staus

Aufgabe 2

Bremsen mit konstanter Normalkraft

Bei kleinen Geschwindigkeiten kurz vor dem Stillstand nimmt die die Bremswirkung während des Übergangs zur Haftreibung bei gleichbleibender Normalkraft zu.
Vereinfachend wird angenommen, dass hier das folgende Verzögerungsgesetz gilt (vgl. Diagramm)

$$a(v) = -c \cdot \mu \cdot e^{-bv}$$



a) Wie lautet die Funktion v(t) der Bewegung ?
b) Der Bremsvorgang beginnt bei $t_0=0$ mit $v_0=3\ m/s$. Wann steht das Fahrzeug?

Gegeben: $b = 0.5\,\frac{s}{m}$; $\mu = 0{,}1$; $c = 20\,\frac{m}{s^2}$

$$\left[\begin{array}{l} a)\ \ v(t) = \frac{1}{b}\ln\left(e^{bv_0} - cb\mu \cdot t\right) \\ b)\ \ t_1 = 3{,}48\,s \end{array}\right]$$

1

a) $t_0 = 0s;\ V_0 = 0\frac{m}{s}$

$$t(V) = t_0 + \int_{V_0}^{V} \frac{d\bar V}{a(\bar V)}$$
$$= \int_0^V \frac{\bar V}{c}\, d\bar V$$
$$= \left[\frac{1}{2c}\bar V^2\right]_0^V$$
$$= \frac{1}{2c}V^2$$
$$\Rightarrow t = \frac{1}{2c}V^2$$
$$V = \sqrt{2ct}$$
$$\Rightarrow V(t) = \sqrt{2Ct}$$

$t_0=0s;\ V_0=0\frac{m}{s},\ x_0=0m$

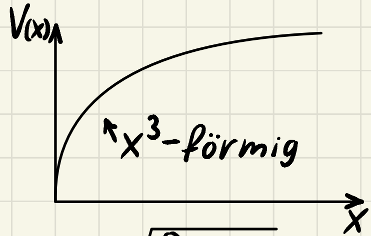
$$X(V) = \int_0^V \frac{\bar V}{a(\bar V)}\, d\bar V$$
$$= \int_0^V \frac{\bar V^2}{c}\, d\bar V$$
$$= \left[\frac{1}{3c}\bar V^3\right]_0^V$$
$$= \frac{1}{3c}V^3$$
$$\Rightarrow X(t) = \frac{1}{3C}\, V^3(t)$$
$$= \frac{1}{3c}\left(\sqrt{2ct}\right)^3$$
$$= \frac{1}{\sqrt{9c^2}}\sqrt{8C^3t^3}$$
$$= \sqrt{\frac{8c^3t^3}{9c^2}}$$
$$= \sqrt{\frac{8}{9}ct^3}$$

oder

$t_0=0s;\ V_0=0\frac{m}{s},\ x_0=0m$

$$X(t) = X_0 + \int_{t_0}^{t} V(\bar t)\, d\bar t$$
$$= \int_0^t \sqrt{2c\bar t}\, d\bar t$$
$$= \sqrt{2c}\int_0^t \sqrt{\bar t}\, d\bar t$$
$$= \sqrt{2c}\left[\frac{2}{3}\bar t^{\frac{3}{2}}\right]_0^t$$
$$= \sqrt{2c}\,\frac{2}{3}\sqrt{t^3}$$
$$= \sqrt{2c}\sqrt{\frac{4}{9}}\sqrt{t^3}$$
$$\Rightarrow X(t) = \sqrt{\frac{8}{9}ct^3}$$

b) $X(V) = \frac{1}{3c}V^3 \Rightarrow V(x) = \sqrt[3]{3Cx}$



c) $X(t) = \sqrt{\frac{8}{9}ct^3}$

$$t(x) = \sqrt[3]{\frac{9x^2}{8c}}$$
$$= \sqrt[3]{\frac{9\cdot(1000m)^2}{8\cdot 1125\frac{m^2}{s^3}}}$$
$$= 10s$$

②

a) $t(v) = t_0 + \int_{v_0}^{v} \frac{d\bar{v}}{a(\bar{v})}$

$= t_0 + \int_{v_0}^{v} \frac{1}{-c\mu e^{-b\bar{v}}} d\bar{v}$

$= t_0 + \frac{1}{-c\mu} \int_{v_0}^{v} e^{b\bar{v}} d\bar{v}$

$= t_0 + \frac{1}{-c\mu} \left[\frac{1}{b} e^{b\bar{v}}\right]_{v_0}^{v}$

$= t_0 - \frac{1}{c\mu b}(e^{bv} - e^{bv_0})$

$\Rightarrow t = -t_0 + \frac{1}{c\mu b}(e^{bv_0} - e^{bv})$

$(t+t_0)c\mu b = e^{bv_0} - e^{bv}$

$e^{bv_0} - (t-t_0)c\mu b = e^{bv}$

$\ln(e^{bv_0} - (t-t_0)c\mu b) = bv$

$\frac{1}{b}\ln(e^{bv_0} - (t-t_0)c\mu b) = v$

$\Rightarrow v(t) = \frac{1}{b}\ln(e^{bv_0} - (t-t_0)c\mu b)$

b) geg: $b = 0{,}5\,\frac{s}{m}$; $\mu = 0{,}1$; $c = 20\,\frac{m}{s^2}$; $v_1 = 0\,\frac{m}{s}$, $t_0 = 0\,s$, $v_0 = 3\,\frac{m}{s}$

$t(v_1) = t_0 + \frac{1}{c\mu b}(e^{bv_0} - e^{bv})$

$t(0) = 0\,\frac{m}{s} + \frac{1}{20\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}5\,\frac{s}{m}}\left(e^{0{,}5\frac{s}{m} \cdot 3\frac{m}{s}} - e^{0{,}5\frac{s}{m} \cdot 0\frac{m}{s}}\right)$

$= \frac{1}{20\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}5\,\frac{s}{m}}\, e^{0{,}5\frac{s}{m} \cdot 3\frac{m}{s}} - 1$

$= 3{,}48\,s$