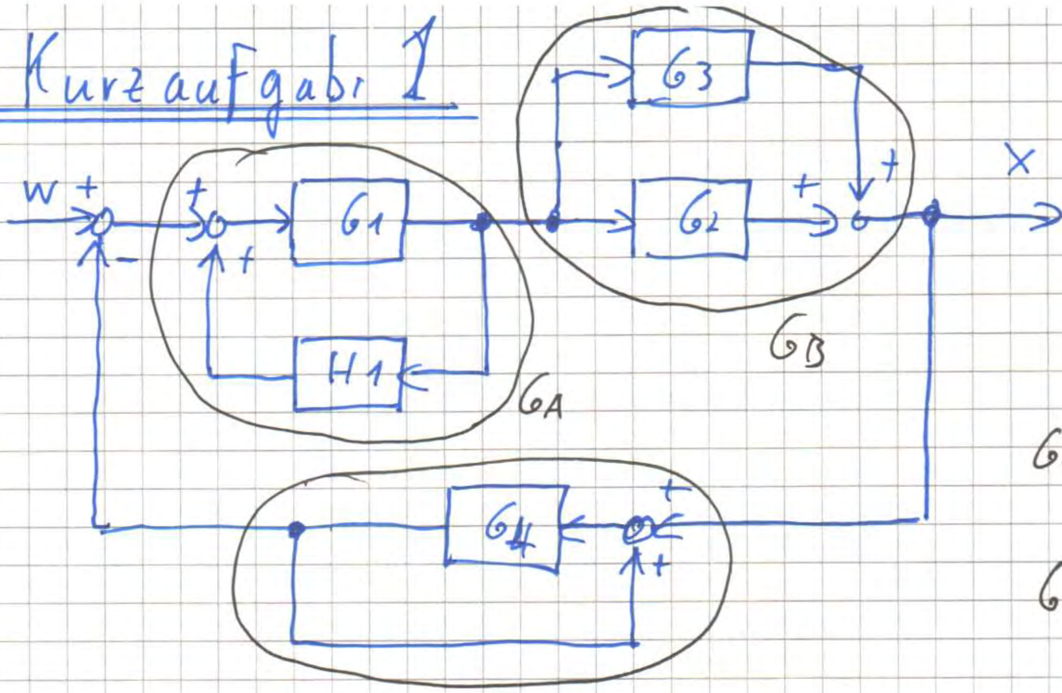
Kurzaufgabe 1

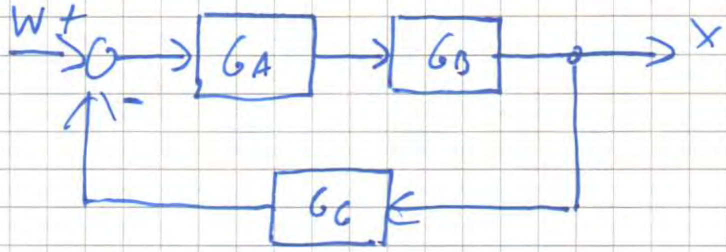


$$G_A = \frac{G_1}{1 - G_1 H_1}$$

$$G_B = G_2 + G_3$$

$$G_C = \frac{G_4}{1 - G_4}$$

6P



$$G(s) = \frac{G_A G_B}{1 + G_A G_B G_C}$$

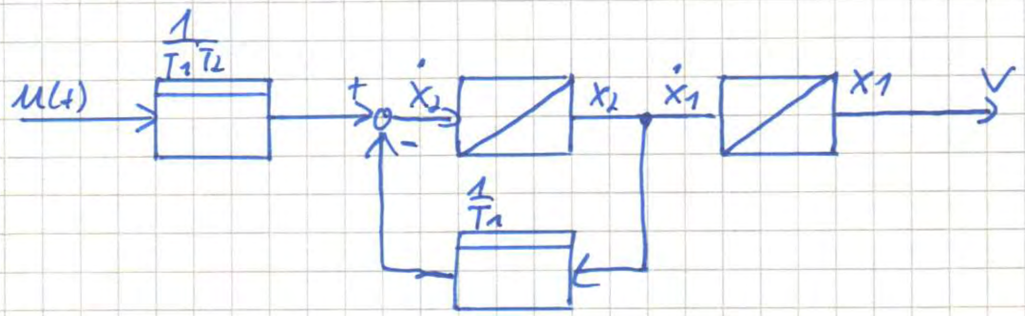
$$= \frac{\frac{G_1}{1 - G_1 H_1}(G_2 + G_3)}{1 + \frac{G_1}{1 - G_1 H_1}(G_2 + G_3)\frac{G_4}{1 - G_4}} \quad \begin{array}{l} \mid \cdot (1 - G_1 H_1)(1 - G_4) \\ \mid \cdot (1 - G_1 H_1)(1 - G_4) \end{array}$$

$$= \frac{G_1 (G_2 + G_3)(1 - G_4)}{(1 - G_1 H_1)(1 - G_4) + G_1 (G_2 + G_3) G_4}$$

4P

Σ 10P

Kurzfrage 2



6P

$$s\,X_1(s) = X_2(s) \qquad s\,X_2(s) = -\frac{1}{T_1}X_2(s) + \frac{1}{T_1T_2}U(s)$$

$$V(s) = X_1(s)$$

$$\cancel{V(s)} \quad s^2X_1(s) + \frac{1}{T_1}s\,X_1(s) = \frac{1}{T_1T_2}U(s)$$

3P

$$\left(s^2 + \frac{1}{T_1}s\right)V(s) = \frac{1}{T_1T_2}U(s)$$

$$G(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{1}{T_1T_2}\,\frac{1}{s^2+\frac{1}{T_1}s} = \frac{1}{T_2 s(1+sT_1)}$$

$$T_1T_2s^2 + T_2s = T_2s(T_1s+1)$$

↳ I-T_1-Glied 1 P

$\sum$ 10 P

Kurzfrage 3 – (15 Punkte) Verständnisfragen

Kreuzen Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. **Falsche** Antworten führen zu einem **Punktabzug**.

Aussage	**richtig**	**falsch**
Wie sieht die Übertragungsfunktion eines PI-Reglers aus?		
1. $G_R(s) = K_P + K_I s$.		X
2. $G_R(s) = K_P + K_I \frac{1}{s}$.	X	
3. $G_R(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{sT_n}\right)$.	X	
4. $G_R(s) = K_R \frac{1+sT_n}{sT_n}$.	X	
Welche Aussagen gelten allgemein für Übertragungsfunktionen?		
5. Wenn sie ausschließlich konjugiert komplexe Pole haben, sind sie instabil.		X
6. Wenn Sie ausschließlich, Polstellen, gleichgültig ob reell oder konjugiert komplex, mit negativem Realteil haben, sind sie stabil.	X	
7. Wenn sie Nullstellen mit positivem Realteil haben, sind die instabil.		X
Welche Aussagen über bleibende Regeldifferenzen sind richtig?		
8. Bei Reglern ohne I-Anteil kommt es immer zu bleibenden Regelabweichungen.		X
9. Eine bleibende Regelabweichung kann durch Erhöhen der Regler-Verstärkung reduziert werden (Stabilität vorausgesetzt).	X	
10. Um eine bleibende Regelabweichung bei rampenförmiger Führungs-größe zu vermeiden, muss der offene Regelkreis 2 Integratoren enthalten $\left(\frac{1}{s^2}\right)$.	X	
11. Durch einen I-Anteil im Regler lässt sich ein bleibender Regelfehler unabhängig von der Führungsgröße und der Streckenübertragungs-funktion vermeiden.		X
Welche Aussagen gelten für die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{K_P}{1+2\,d\,T_0\,s+{T_0}^2 s^2}$?		
12. Für $0 < d < 1$ hat die Übertragungsfunktion konjugiert komplexe Pole.	X	
13. Für $d > 1$ ist die Übertragungsfunktion schwingungsfähig.		X
14. Für $d > 0$ ist die Übertragungsfunktion stabil.	X	
15. Für $d = 1$ besitzt die Übertragungsfunktion einen doppelten reellen Pol.	X	

Aufgabe 1

a)

$$G_0(s) = \frac{10\,(1+\frac{1}{10}s)^2}{(1+s)^2\,(1+\frac{1}{200}s)^2}$$

$$G_0(j\omega) = \frac{10\,(1+\frac{1}{10}j\omega)^2}{(1+j\omega)^2\,(1+\frac{1}{200}j\omega)^2}$$

$$|G_0(j\omega)| = \frac{10\,\sqrt{1+(\frac{\omega}{10})^2}^{\,2}}{\sqrt{1+\omega^2}^{\,2}\,\sqrt{1+(\frac{\omega}{200})^2}^{\,2}}$$

$$|G_0(j\omega)|_{dB} = 20\log 10 + 40\log\sqrt{1+(\tfrac{\omega}{10})^2} - 40\log\sqrt{1+\omega^2} - 40\log\sqrt{1+(\tfrac{\omega}{200})^2}$$

3 P

Knickfrequenzen: $\omega_1 = 1 \quad \omega_2 = 10 \quad \omega_3 = 200$

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20\,dB - 40\log\sqrt{1+\omega^2} + 40\log\sqrt{1+(\tfrac{\omega}{10})^2} - 40\log\sqrt{1+(\tfrac{\omega}{200})^2}$$

2 P

$\underline{\omega < \omega_1}$: $|G(j\omega)|_{dB} = 20\,dB$

$\underline{\omega_1 < \omega < \omega_2}$: $|G(j\omega)|_{dB} \approx 20\,dB - 40\log(\omega)$

$\Rightarrow -40\,dB\,/\,$Dekade

$\underline{\omega_2 < \omega < \omega_3}$: $|G(j\omega)|_{dB} \approx 20\,dB - 40\log(\omega) + 40\log(\frac{\omega}{10})$

$\Rightarrow 0\,dB\,/\,$Dekade

$\underline{\omega_3 < \omega}$: $|G(j\omega)|_{dB} \approx 20\,dB - 40\log(\omega) + 40\log(\frac{\omega}{10}) - 40\log(\frac{\omega}{200})$

4 P

$\Rightarrow -40\,dB\,/\,$Dekade

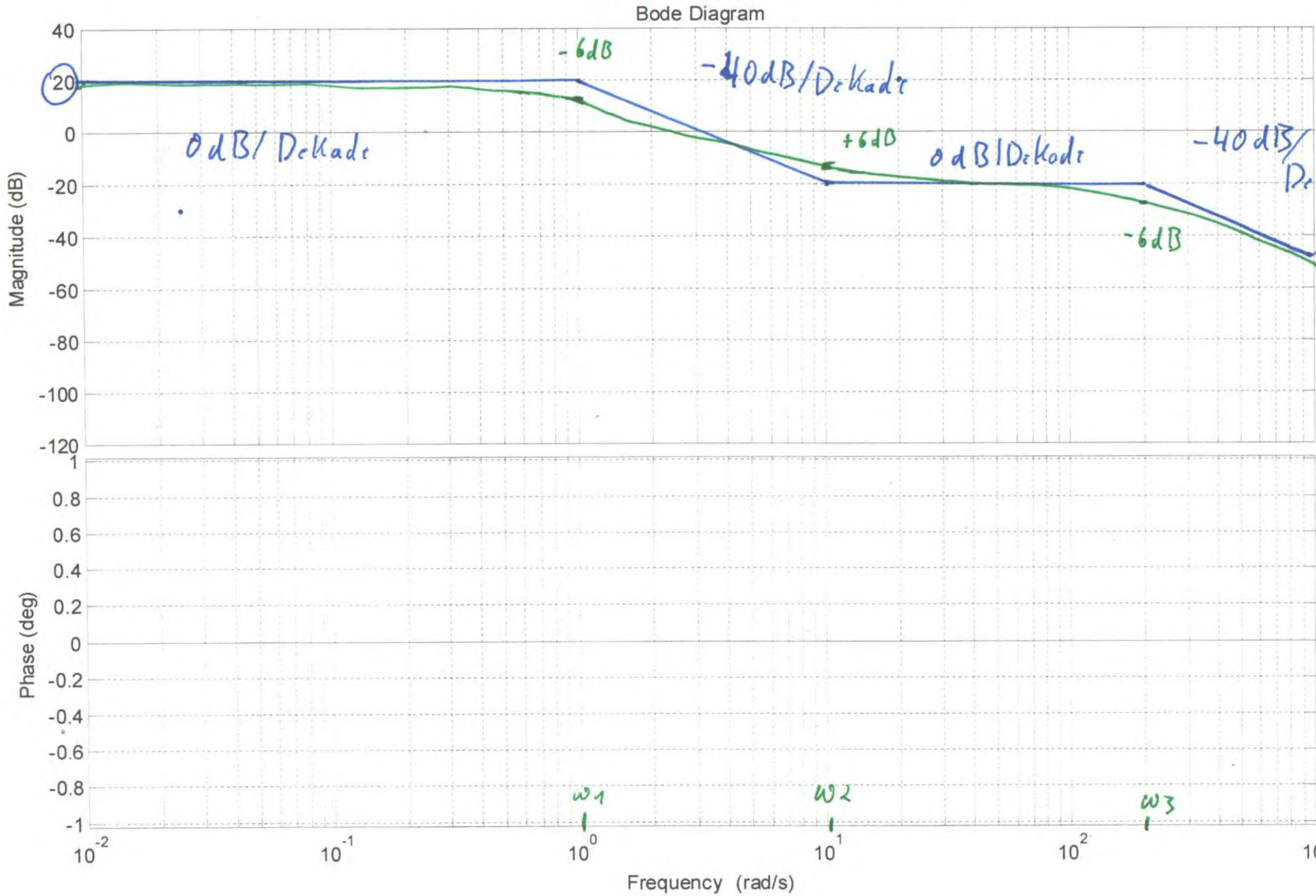
<u>Knickstellen:</u> $\omega_1 \rightsquigarrow -6\,dB$

$\omega_2 \rightsquigarrow +6\,dB$

1 P

$\omega_3 \rightsquigarrow -6\,dB$

$\sum$ 10 P



2,5P

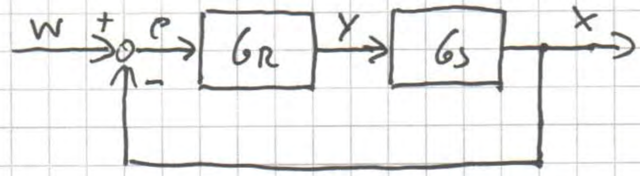
2P

Σ 6P

1,5P

Aufgabe 2

a)



2 P

b)

$$\ddot{x}(t) - 4x(t) = \dot{y}(t) + y(t)$$

$$s^2 X(s) - 4X(s) = s\,Y(s) + Y(s)$$

$$\Rightarrow \quad (s^2-4)\,X(s) = (s+1)\,Y(s)$$

$$G_S(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{s+1}{s^2-4} = \frac{s+1}{(s-2)(s+2)}$$

$s_N = -1 \qquad s_{P1} = 2 \qquad s_{P2} = -2$

3 P

c) Das ist ein P-Regler

$$G_0(s) = \frac{K_R(s+1)}{s^2-4}$$

$$G_w(s) = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)} = \frac{K_R(s+1)}{s^2-4+K_R s+K_R}$$

$$= \frac{K_R(s+1)}{s^2+K_R s+K_R-4}$$

3 P

Polynom 2. Grades : notw. Bdg.en hinreichend :

$\underline{\underline{K_R > 4}} \qquad (K_R > 0)$

1 P

4 P

d)

$$E(s) = \frac{1}{1+G_0(s)} W(s)$$

$$= \frac{s^2-4}{s^2-4+K_R(s+1)} \frac{1}{s}$$

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s\,E(s)$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{s^2-4}{s^2-4+K_R(s+1)} = -\frac{4}{K_R-4} \neq 0$$ 4 P

=> bleibende Regeldifferenz => nicht stationär genau

e) PI - Regler

=> I - Anteil im offenen Regelkreis

=> bei Anregung durch einen Sprung stationär genau 2 P

$$G_0(s) = G_R(s)\, G_S(s) = 2\,\frac{s+2}{s}\,\frac{s+1}{(s-2)(s+2)} = 2\,\frac{s+1}{s(s-2)}$$

$$G_w(s) = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)} =$$

$$= \frac{\frac{2s+2}{s(s-2)}}{1+\frac{2s+2}{s(s-2)}} = \frac{2s+2}{s^2-2s+2s+2} = \frac{2s+2}{s^2+2}$$ 3 P

f) Impulsantwort : $W(s) = 1$ 1 P

$$X(s) = \frac{2s+2}{s^2+2} = 2\,\frac{s}{s^2+2} + \sqrt{2}\,\frac{\sqrt{2}}{s^2+2}$$

$\circ\!\!-\!\!\bullet$ 9,10 mit $b=\sqrt{2}$

$$x(t) = 2\cos(\sqrt{2}\,t) + \sqrt{2}\sin(\sqrt{2}\,t)$$ 3 P

Aufgabe 3

a) WOK beginnt in Polen des offenen Kreises
m Äste enden in den Nullstelle des offenen Kreises
n-m Äste enden in ∞
WOK stellt Lage der Pole des geschlossen ~~Regel~~ Kreises in Abhängigkeit der Reglerverstärkung dar. 3 P

b) Zum Skizzieren wird die Übertragungsfunktion des offenen Kreises $G_0(s) = G_R(s)\, G_S(s)$ benötigt:

$$G_0(s) = K_R \frac{1 + T_n s}{T_n s\,(1+s)}$$ 1 P

Nullstellen: $s_N = -\frac{1}{T_n}$

Polstellen: $s_{P_1} = 0 \qquad s_{P_2} = -1$ 2 P 3 P

d) Stabilität: <u>Alle</u> Pole des geschlossenen Regelkreises in der linken s-Halbebene:

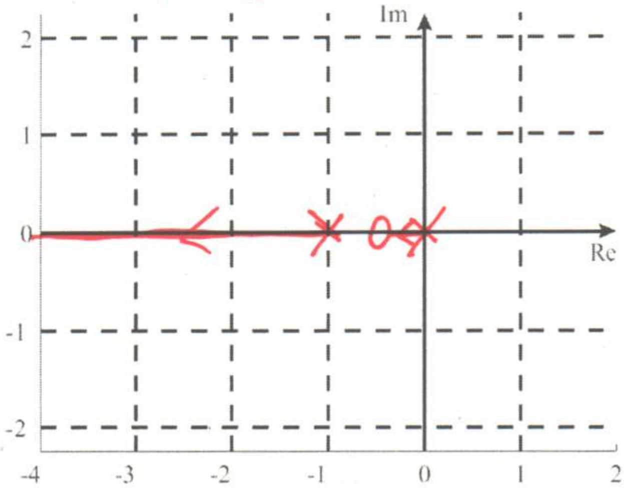
A) Für $K > 0$ stabil
B) Für $K > 0$ stabil
c) Für $K > 0$ stabil
D) Für alle $K > 0$ instabil 3 P

e) System genau dann schwingungsfähig, wenn Pole des geschlossenen Regelkreises einen Imaginärteil besitzen:

A) Nicht schwingungsfähig
B) " "
c) Schwingungsfähig
D) Nicht schwingungsfähig 3 P

Fall: A

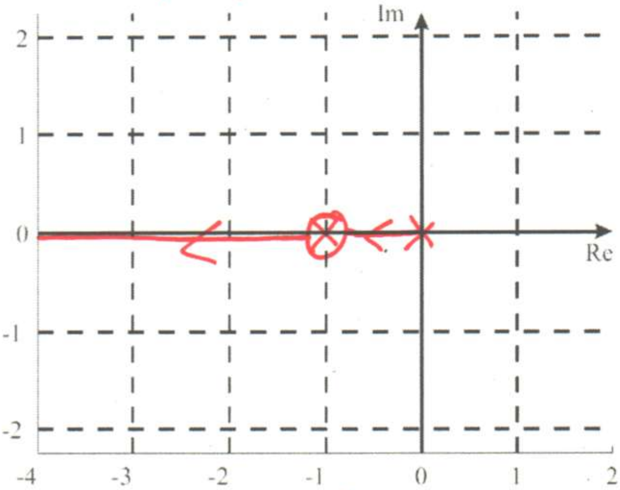
$s_N = -\frac{1}{2}$



3 P

Fall: B

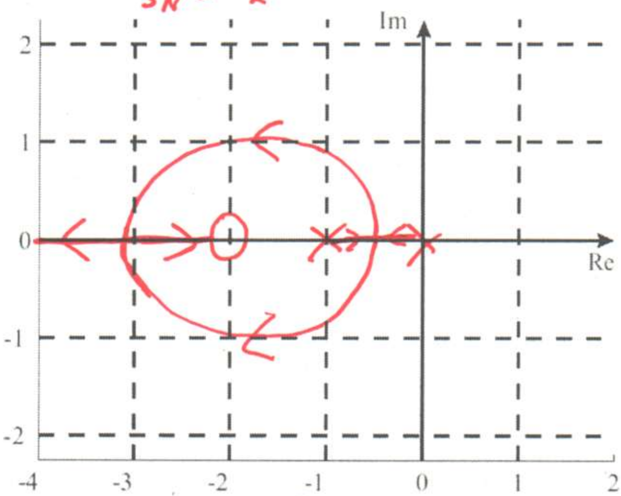
$s_N = -1$



3 P

Fall: C

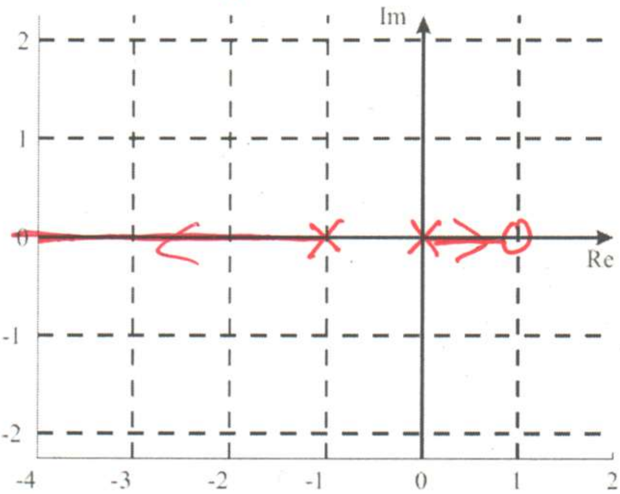
$s_N = -2$



3 P

Fall: D

$s_N = 1$



3 P

Aufgabe 4

$$G_0(s) = \frac{K_R(1+T_V s)(s-\frac{1}{2})}{(s-1)(s-2)}$$

charakt. Gl.: $1+G_0(s)=0$

$$\Rightarrow s^2-3s+2+K_R T_V s^2+(K_R-\tfrac{1}{2}K_R T_V)\cdot s - \tfrac{1}{2}K_R = 0$$

$$\underbrace{(1+K_R T_V)}_{a_2} s^2 + \underbrace{(K_R-\tfrac{1}{2}K_R T_V-3)}_{a_1} s + \underbrace{2-\tfrac{1}{2}K_R}_{a_0} = 0$$

4P

Polynom 2. Grades: notw. Bdg. = hinr. Bdg. 1P

$\Rightarrow$ hinreichend $a_2>0$ $a_1>0$ $a_0>0$

$a_2>0$: ✓ immer erfüllt, da $K_R>0$ und $T_V>0$ 1P

$a_0>0$: $2-\frac{1}{2}K_R>0 \Rightarrow \boxed{4>K_R>0}$ 1P

$a_1>0$: $K_R-\frac{1}{2}K_R T_V-3>0$ 4P

$\Rightarrow K_R(1-\frac{1}{2}T_V)>3$

$\Rightarrow \boxed{0<T_V<2}$ sonst $K_R<0$

$\Rightarrow \boxed{K_R > \frac{3}{(1-\frac{1}{2}T_V)}}$

$$\boxed{0<T_V<2 \qquad 4>K_R>\frac{3}{1-\frac{1}{2}T_V}}$$