Probeklausur: Technische Mechanik II

SS2012, 07.12.2012

Kinematik des Punktes und der Scheibe

TM II
STS/06-12

Name: ________________________ Matr.-Nr.: ______________________________

Studienrichtung: ________________ Punktzahl (Prozent): (%) Note:

Vorab:

- *Nicht erlaubt sind:*
  Handy, Smartphones, Laptops bzw. sonstige portable PC's. Verwendung gilt als Täuschungsversuch.
  Zudem Korrektur-Fluid, und rote Stifte. Bei Verwendung werden die entsprechenden Teile nicht gewertet.

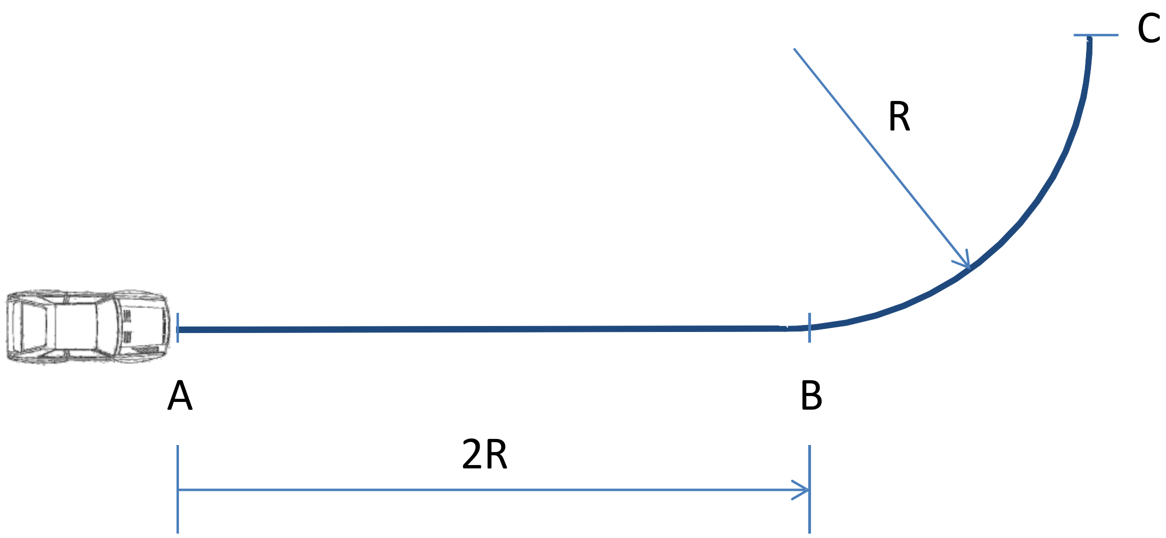
- *Hilfsmittel sind:*
  Stifte, Lineal/Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner, Skripte, Vorlesungsunterlagen.

- *Berechnen Sie stets 3 relevante Ziffern.*

Aufgabe 1

Ein Fahrzeug beschleunigt am Punkt A aus dem Stand mit $a_0 = 1\ m/s^2$ bis zum Punkt B.

a) Welche Geschwindigkeit wird bei B erreicht? (R=400 m)



b) Zu Beginn der Kurvenfahrt (Punkt B) endet der Beschleunigungsvorgang und ein Bremsmanöver wird eingeleitet. In der Kurve ($R=400\ m$) wird dabei so gebremst, dass die Gesamtbeschleunigung immer $a=10\ m/s^2$ ist.

Wie groß ist der Betrag der Tangentialbeschleunigung $a_t(v)$, mit der das Fahrzeug in der Kurve verzögert wird? Wie groß ist ihr Zahlenwert bei Kurveneintritt (Punkt B)

A1 geg: $a_0 = \text{konst.} = 1\,\frac{m}{s^2}$

$v_0 = 0$

$s_0 = 0$

$\Rightarrow$ Ansatz: $a(t) = a_0$

$v(t) = a_0 \cdot t + \cancel{v_0}^{=0}$

$s(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + \underbrace{\cancel{v_0 t}}_{=0} + \underbrace{\cancel{s_0}}_{=0}$

Zeitpunkt des Eintreffens bei $B \mathrel{\hat{=}} t_B$:

$$s(t_B) = 2R = \frac{1}{2} a_0 t_B^2 \qquad t_B = \sqrt{\frac{4R}{a_0}}$$

Einsetzen in (II)

$$v_B = v(t_B) = a_0 \cdot t_B = a_0 \cdot \sqrt{\frac{4R}{a_0}}$$

$$v_B = 1\,\frac{m}{s^2} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 400m}{1\,\frac{m}{s^2}}}$$

$$v_B = 40\,\frac{m}{s}$$

b) Betrag der Gesamtbeschleunigung

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \quad \Big|\,(\,)^2$$

$$a^2 = a_t^2 + a_n^2 \quad \Big| - a_n^2 \quad \Big| \sqrt{}$$

$$\sqrt{a^2 - a_n^2} = a_t \qquad a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

$$\sqrt{a^2 - \left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2} = a_t \qquad \rho = R$$

im Kreis !!

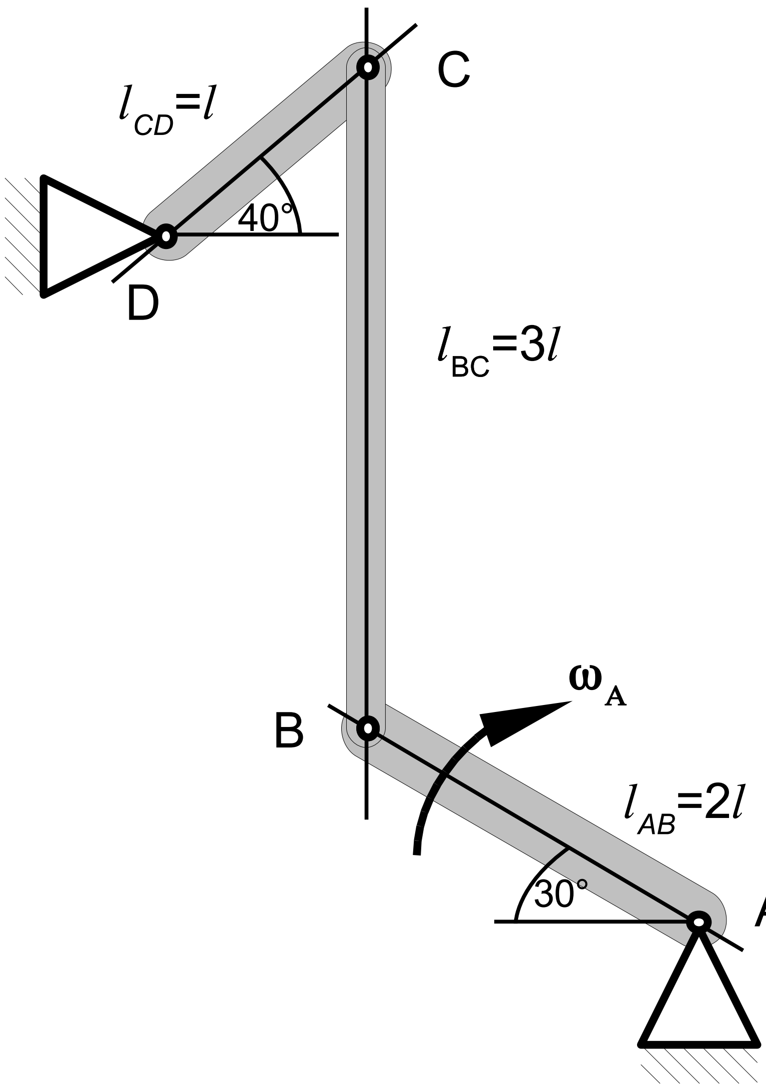
$$\sqrt{\left(10\,\frac{m}{s^2}\right)^2 - \left(\frac{(40m)^2}{400m}\right)^2} = a_t = 9{,}17\,\frac{m}{s^2}$$

Aufgabe 2

Für den dargestellten Kurbeltrieb sind die Geschwindigkeiten v_B und v_C für die aktuelle Lage auf

a) rechnerischem und
b) zeichnerischem Wege zu ermitteln.
c) Die Winkelgeschwindigkeit des mittleren Gelenkstabs BC ist anzugeben.

Gegeben: $l=100\ mm,\ \omega=10\ s^{-1}$



Aufgabe 2)

① Geschwindigkeits-Maßstab: $1\,cm \mathrel{\hat=} 1\,\frac{m}{s}$

② $v_B = 2\ell\,\omega_A = 2\,\frac{m}{s}$

③ Momentanpol:
(Bahnnormalen in B u. C)

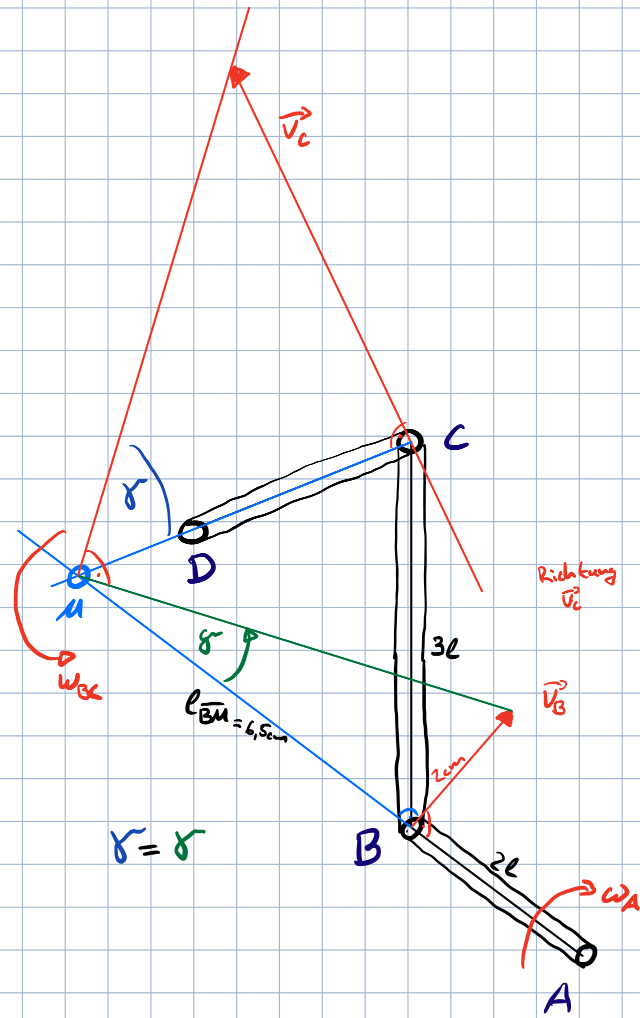
④ Winkel γ zwischen
$\sphericalangle(\overline{MB}, \overline{ME})$
$\gamma = 18°$

⑤ γ von $\overline{MC}$ aus abtragen

⑥ $\vec{v}_C$ aus der Wirklinie ablesen! $\vec{v}_C = 2{,}6\,cm$

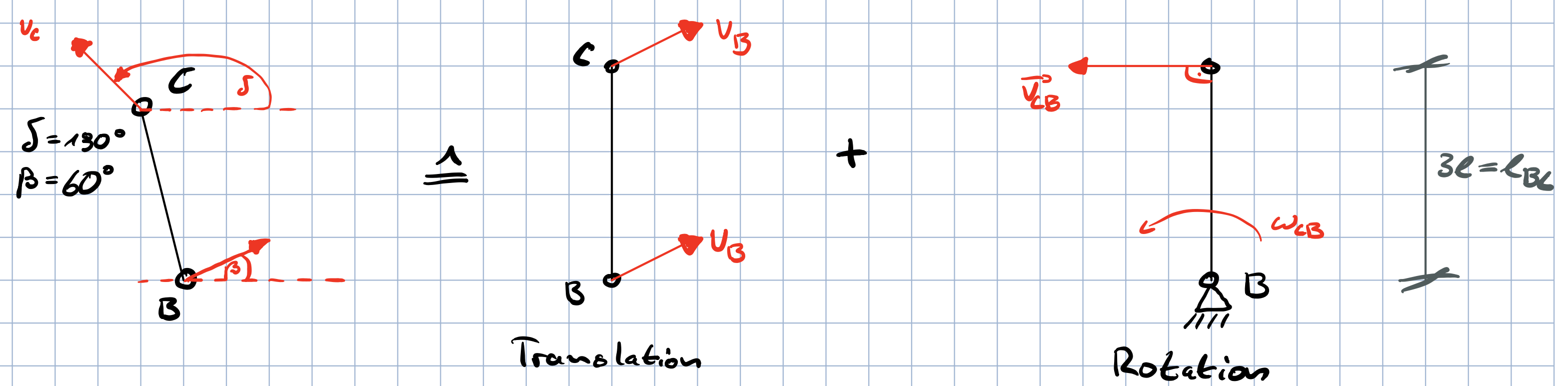
⑦ $\omega_{BC} = \dfrac{v_B}{\ell_{\overline{BM}}}$

$\omega_{BC} = 2\,\frac{m}{s} \cdot \dfrac{1}{0{,}065\,m} = \underline{\underline{30{,}8\,\frac{1}{s}}}$



b) rechnerisch

1. Satz von Euler, Skizze:



bzw. als Gleichung

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB} = \vec{v}_B + \vec{\omega}_{CB} \times \vec{l}_{BC}$$

$$v_C \cdot \begin{pmatrix} \cos\delta \\ \sin\delta \\ 0 \end{pmatrix} = 2l\omega_A \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{CB} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 3l \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$v_C \cdot \begin{pmatrix} \cos\delta \\ \sin\delta \\ 0 \end{pmatrix} = 2l\omega_A \cdot \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \\ 0 \end{pmatrix} + 3l\omega_{CB} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Aus Zeile 2. :

$$v_C \cdot \sin(\delta) = 2l\omega_A \cdot \sin\beta + 0 \rightsquigarrow v_C = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} \cdot 2l\omega_A$$

$$= 0{,}2\,m \cdot \frac{10}{s} \cdot \frac{\sin(60°)}{\sin(130°)}$$

$$v_C = 2{,}26\,\frac{m}{s}$$

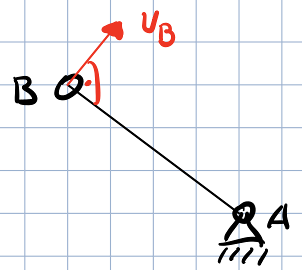
Aus 1. Zeile:

$$v_C \cdot \cos(\delta) = 2l\omega_A \cdot \cos(\beta) - 3l \cdot \omega_{CB}$$

$$\omega_{CB} = \frac{1}{3l}\left(2l \cdot \omega_A \cdot \cos(\beta) - v_C \cdot \cos(\delta)\right) = \ldots = 8{,}18\,\frac{1}{s}$$

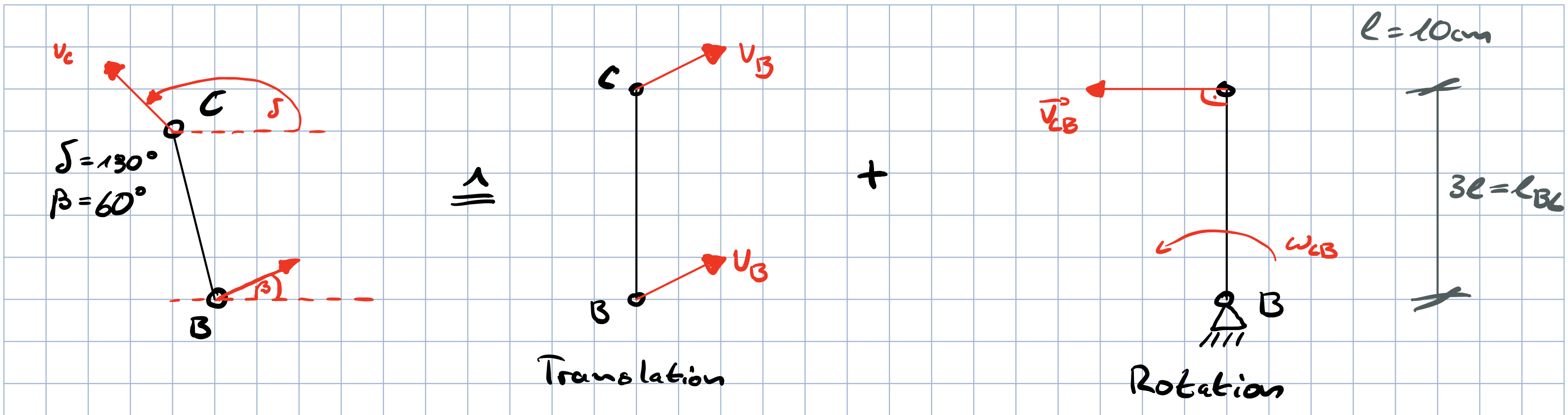
Alternativer Rechenweg

a)



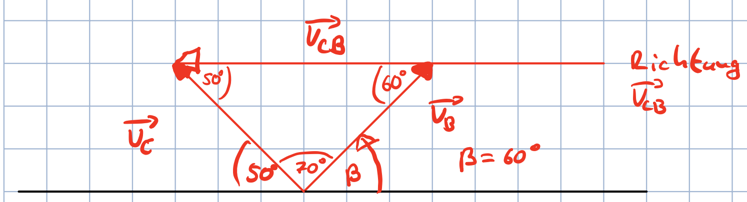
$$v_B = \omega_A \cdot r_{AB} = 2l\omega_A = \frac{10}{s} \cdot 0{,}2\,m = 2\,\frac{m}{s}$$

b) 1. Satz von Euler:



$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}$$

Geschwindigkeitsplan



Anwendung Sinussatz

$$\frac{v_C}{v_B} = \frac{\sin(60°)}{\sin(50°)} \Rightarrow v_C = v_B \frac{\sin(60°)}{\sin(50°)}$$

$$\underline{\underline{v_C = 2{,}26 \tfrac{m}{s}}}$$

$$\frac{v_{CB}}{v_B} = \frac{\sin(70°)}{\sin(50°)} \rightsquigarrow v_{CB} = v_B \frac{\sin(70°)}{\sin(50°)} = 2{,}46 \tfrac{m}{s}$$

$$v_{CB} = \omega_{CB} \cdot \ell_{BC} \Rightarrow \omega_{CB} = \frac{v_{CB}}{\ell_{BC}} = \frac{2{,}46 \frac{m}{s}}{0{,}3m} = \underline{\underline{8{,}2 \tfrac{1}{s}}}$$

Aufgabe 3

Eine Punktbewegung ist gegeben durch die Parametergleichungen ($b=\frac{cm}{s^2}$, $c=s^{-1}$)

$$r(t)=b\cdot t^2$$
$$\varphi(t)=c\cdot t$$

a) Skizzieren Sie die Bahn des Punktes in Polarkoordinaten durch Positionen zu den Zeiten

t={0.0 s; 0,4 s ; 0.6 s, 1.0 s, 1.2 s, 1.5 s)

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit und Beschleunigung in Polarkoordinaten

a) Zeitfreie Bahn

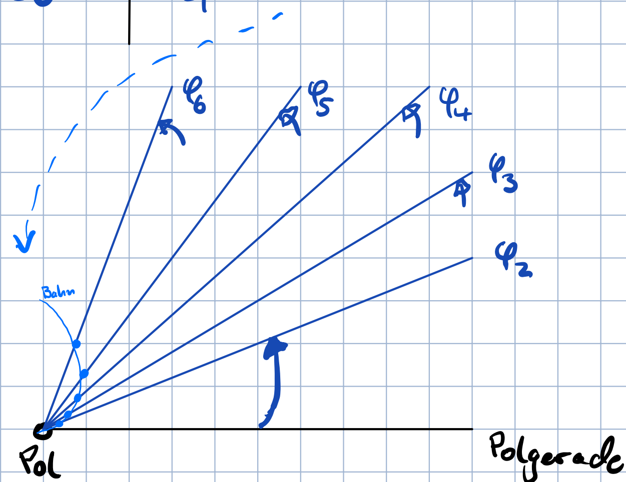
$$r(t) = b \cdot t^2, \quad \varphi(t) = c \cdot t \;\rightsquigarrow\; t = \frac{\varphi}{c} \text{ in } r(t) = b\left(\frac{\varphi}{c}\right)^2 = \underline{\underline{\frac{b}{c^2} \cdot \varphi^2}}$$

Zeitfreie Bahn

b) Tabelle

i	t	φ [rad]	φ [grad]	r [cm]
1	0	0	0	0
2	0,4	0,4	23	0,16
3	0,6	0,6	34	0,36
4	1,0	1,0	57	1,00
5	1,2	1,2	69	1,44
6	1,5	1,5	86	2,25

Bahn:



c) $$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} \dot{r} \\ r\dot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2bt \\ bct^2 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 2\,\frac{t}{s^2} \\ 1\,\frac{t^2}{s^3} \end{pmatrix} \text{cm}}}$$

Ableitungen

$\dot{r} = 2bt$

$\dot{\varphi} = c$

$\ddot{\varphi} = 0$

$\ddot{r} = 2b$

$$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 \\ 2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2b - c^2bt^2 \\ 2 \cdot 2btc + 0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 2\,\frac{1}{s^2} - \frac{t^2}{s^4} \\ 4\,\frac{t}{s^3} \end{pmatrix} \text{cm}}}$$