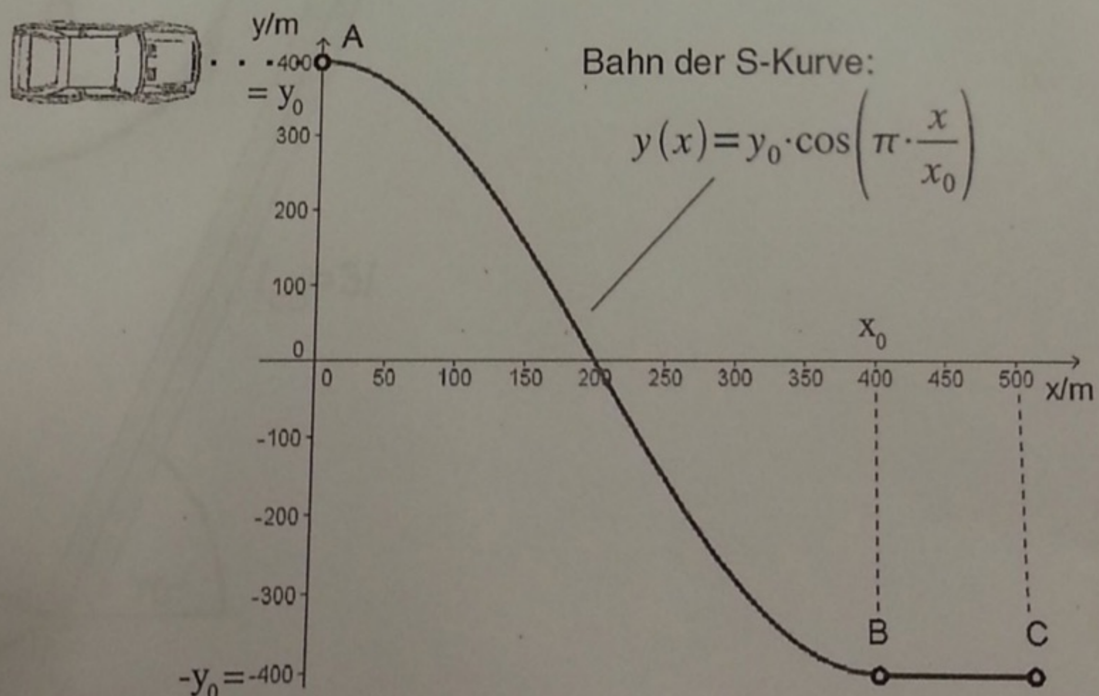
Aufgabe 1 (oder alternativ: Aufgabe 3) [13 Punkte]

Ein Fahrzeug fährt die Strecke $\overline{ABC}$. Beim Punkt A fährt es in eine S-Kurve ein und hält seine konstante Geschwindigkeit $v_0 = 20\frac{m}{s}$ bis B bei. Auf der Strecke $\overline{BC}$ bremst es bis zum Stand bei C.



a) Welche gleichmäßige Verzögerung muss auf der Strecke BC wirken, damit C nach 100 m erreicht wird?

b) Der Betrag der Gesamtbeschleunigung soll maximal $a = 10\ m/s^2$ betragen. Wie groß ist die Tangentialbeschleunigung $a_t(v)$ beim Erreichen des Punktes B?

Gegeben: $x_0 = 400\ m$, $y_0 = 400\ m$

a) $V_b = 20\frac{m}{s}$
$S_{bc} = 100m$
$V_c = 0\frac{m}{s}$

$a(t) = a_b$
$V(t) = a_b t + V_b$
$s(t) = \frac{1}{2} a_b t^2 + V_b t + s_{b_0}$

$\underset{0}{\cancel{V_c}} = a_b t_c + V_b \quad \Rightarrow t_c = -\frac{V_b}{a_b}$

$S_{bc} = \frac{1}{2} a_b t_c^2 + V_b t_c$

$S_{bc} = \frac{1}{2} a_b \left(-\frac{V_b}{a_b}\right)^2 + V_b \left(-\frac{V_b}{a_b}\right)$

$S_{bc} = -\frac{1}{2} \frac{V_b^2}{a_b} - \frac{V_b^2}{a_b}$

$a_b = -\frac{1}{2} \frac{V_b^2}{S_{bc}} - \frac{V_b^2}{S_{bc}}$

$= -\frac{1}{2} \frac{(20\frac{m}{s})^2}{100m} - \frac{(20\frac{m}{s})^2}{100m} = -6\frac{m}{s^2}$

b) $a = 10\frac{m}{s^2}$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$a_t = \sqrt{a^2 - a_n^2}$$

$$a_n = \frac{V^2}{\varrho}$$

$$\varrho = \frac{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}{|y''|}$$

$$y = y_0 \cdot \cos\left(\pi \frac{x}{x_0}\right)$$

$$y' = \frac{-y_0 \cdot \sin\left(\pi \frac{x}{x_0}\right)\pi}{x_0}$$

$$y'' = \frac{-y_0 \cdot \cos\left(\pi \frac{x}{x_0}\right)\pi^2}{x_0^2}$$

$$\varrho = \frac{\left(1+\left(\frac{-y_0 \sin\left(\pi \frac{x}{x_0}\right)\pi}{x_0}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\left|\frac{-y_0 \cdot \cos\left(\pi \frac{x}{x_0}\right)\pi^2}{x_0^2}\right|}$$

$$= \frac{x_0^2}{y_0 \pi^2} \qquad | x_0 = y_0$$

$$= \frac{x_0}{\pi^2}$$

$$a_n = \frac{V^2}{\frac{x_0}{\pi^2}}$$

$$= \frac{V^2 \pi^2}{x_0}$$

$$a_t = \sqrt{a^2 - \left(\frac{V^2\pi^2}{x_0}\right)^2}$$

$$= \sqrt{(10\frac{m}{s^2})^2 - \left(\frac{(20\frac{m}{s})^2 \pi^2}{400m}\right)^2}$$

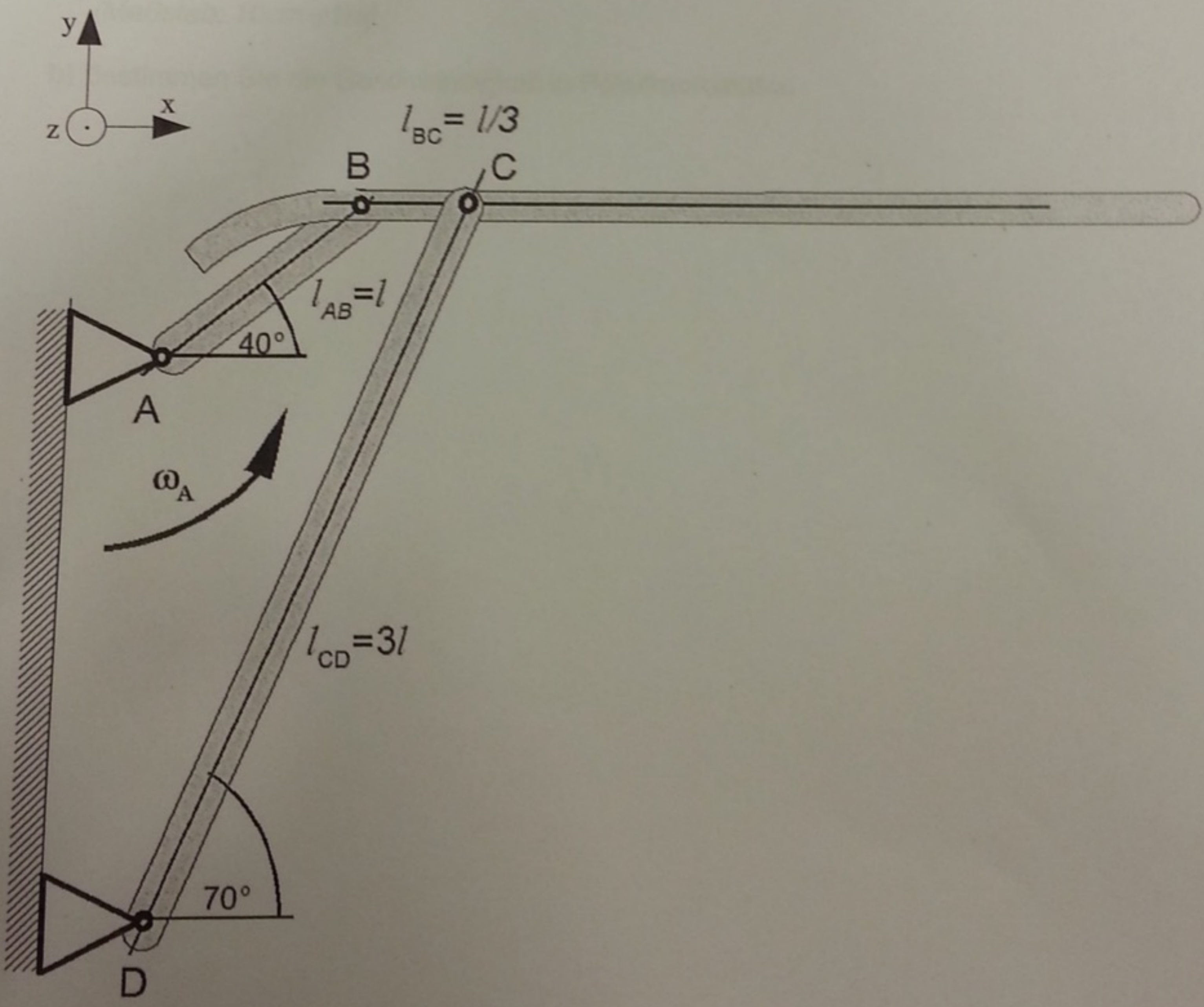
$$= 1{,}61\frac{m}{s^2}$$

Aufgabe 2 [12 Punkte]

Für das motorisch betriebene Vierpunktgelenk der dargestellten Heckklappe sind die Geschwindigkeiten v_B und v_C für die aktuelle Lage auf

a) rechnerischem Wege zu ermitteln.
b) Die Winkelgeschwindigkeit der Heckklappe BC ist anzugeben.

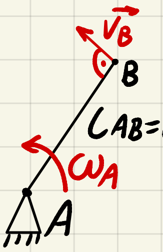
Gegeben: $l = 100\ mm,\ \omega_A = 2\ s^{-1}$



②

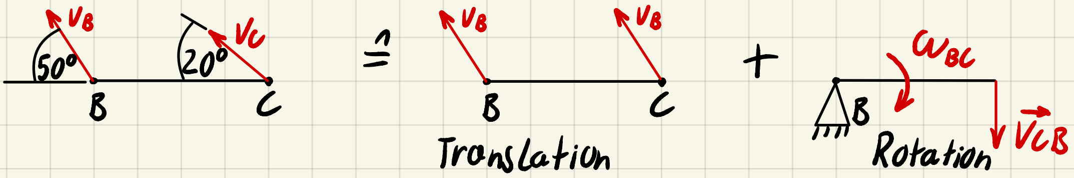
a) $l = 100\,mm \mathrel{\hat{=}} 0{,}1\,m$

$\omega_A = 2\,\frac{1}{s}$

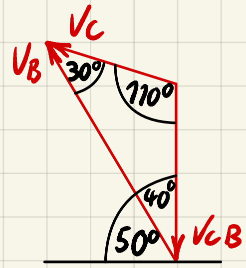


$$\Rightarrow v_B = \omega_A \cdot l_{AB}$$
$$= 2\,\tfrac{1}{s} \cdot 0{,}1\,m$$
$$= 0{,}2\,\tfrac{m}{s}$$

Satz von Euler:



$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB} = \vec{v}_B + \vec{\omega}_{CB} \times \vec{l}_{BC}$$



$$\frac{v_C}{v_B} = \frac{\sin(40°)}{\sin(110°)} \Rightarrow v_C = \frac{\sin(40°)}{\sin(110°)}\,v_B = \frac{\sin(40°)}{\sin(110°)} \cdot 0{,}2\,\frac{m}{s} = 0{,}137\,\frac{m}{s}$$

$$\frac{v_{CB}}{v_B} = \frac{\sin(30°)}{\sin(110°)} \Rightarrow v_{CB} = \frac{\sin(30°)}{\sin(110°)}\,v_B = \frac{\sin(30°)}{\sin(110°)} \cdot 0{,}2\,\frac{m}{s} = 0{,}106\,\frac{m}{s}$$

b) $v_{CB} = \omega_{CB} \cdot l_{BC} \Rightarrow \omega_{CB} = \dfrac{v_{CB}}{l_{BC}} = \dfrac{0{,}106\,\frac{m}{s}}{\frac{1}{3}\,0{,}1\,m} = 3{,}18\,\dfrac{1}{s}$

Aufgabe 3 (oder alternativ: Aufgabe 1) [13 Punkte]

Eine Punktbewegung ist gegeben durch die Parametergleichungen ($b = m/s$, $c = s^{-2}$)

$$r(t) = b \cdot t$$
$$\varphi(t) = c \cdot t^2$$

a) Skizzieren Sie die Bahn des Punktes in Polarkoordinaten durch Positionen zu den Zeiten

t={0.0 s; 0,4 s ; 0.6 s, 1.0 s, 1.2 s)

(Maßstab: 10cm ≙1m)

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit in Polarkoordinaten

---

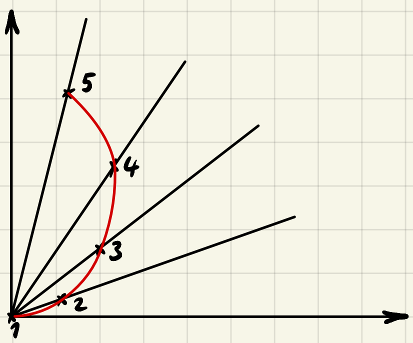
③

a) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} r(t) \\ \varphi(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} bt \\ ct^2 \end{pmatrix}$

$r = bt \Rightarrow t = \frac{r}{b}$

$\varphi = ct^2 \Rightarrow \varphi(r) = c\left(\frac{r}{b}\right)^2$ $\Rightarrow$ (Quadratische Spirale)

i	t	φ[rad]	φ[°]	r
1	0	0	0	0
2	0,4	0,16	22,92	0,4
3	0,6	0,36	34,38	0,6
4	1,0	1	57,30	1,0
5	1,2	1,44	68,75	1,2
6	1,5	2,25	85,94	1,5



b) $r(t) = bt$ $\qquad$ $\varphi(t) = ct^2$

$\dot{r}(t) = b$ $\qquad$ $\dot{\varphi}(t) = 2ct$

$v(t) = \dot{\vec{r}}(t) = \dot{r}\,\vec{e_r} + r\,\dot{\varphi}\,\vec{e_\varphi}$

$$= \begin{pmatrix} b \\ 2bct^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{m}{s} \\ 2\,\frac{m}{s}\,\frac{1}{s^2}\,t^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{m}{s} \\ 2\,\frac{m}{s^3}\,t^2 \end{pmatrix}$$