TM II
LE-Kontrolle 3
1D-Kinematik: Ungleichmäßige Beschleunigung

Prof. Dr. St. Staus

22. November 2016

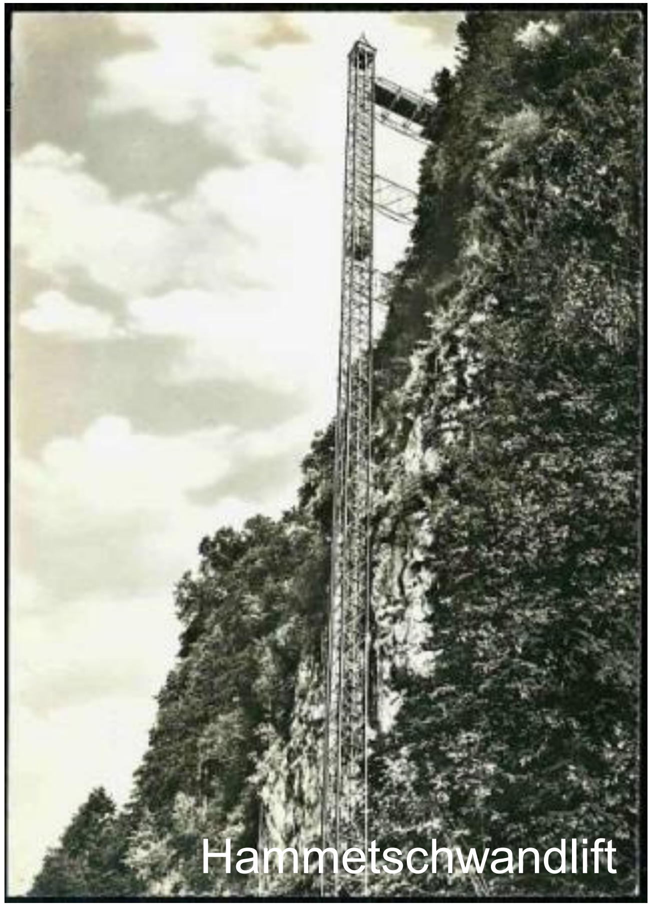
Ostfalia – Campus Wolfsburg
University of Applied Science
Institut für Fahrzeugbau
Prof. Dr. St. Staus

Aufgabe

Eine Bandbremse verzögert einen Aufzug bis zum Stillstand gemäß des Beschleunigungsgesetzes

$$a(t) = a_0\left[1-\left(\frac{t}{t_1}-1\right)^2\right]$$

Der Vorgang beginnt zum Zeitpunkt $t_0=0$.
Wie groß sind der Beschleunigungswert a_0 und Anfangsgeschwindigkeit $v_0=v(t_0)$ des Aufzuges, wenn dafür $t_1= 1\ s$ verstreicht und eine Strecke von $s_1=100\ cm$ zurückgelegt wird?



$$\left[a_0 = \frac{-12}{5}\frac{m}{s^2}\ ;\quad v_0 = \frac{8}{5}\frac{m}{s}\right]$$

①

a) $t_0 = 0s$

$$V(t) = V_0 + \int_{t_0}^{t} a(\bar{t})\, d\bar{t}$$

$$= V_0 + \int_0^t a_0 \left(1 - \left(\frac{\bar{t}}{t_1} - 1\right)^2\right) d\bar{t}$$

$$= V_0 + a_0 \int_0^t 1 - \left(\frac{\bar{t}}{t_1} - 1\right)^2 d\bar{t}$$

$$= V_0 + a_0 \int_0^t 1 - \frac{\bar{t}^2}{t_1^2} + 2\frac{\bar{t}}{t_1} - 1\, d\bar{t}$$

$$= V_0 + a_0 \int_0^t 2\frac{\bar{t}}{t_1} - \frac{\bar{t}^2}{t_1^2}\, d\bar{t}$$

$$= V_0 + a_0 \left[\frac{1}{t_1}\bar{t}^2 - \frac{1}{3t_1^2}\bar{t}^3\right]_0^t$$

$$= V_0 + a_0 \left(\frac{1}{t_1}t^2 - \frac{1}{3t_1^2}t^3\right)$$

$$= V_0 + \frac{a_0}{t_1}t^2 - \frac{a_0}{3t_1^2}t^3$$

$$X(t) = X_0 + \int_{t_0}^{t} V(\bar{t})\, d\bar{t}$$

$$= X_0 + \int_0^t V_0 + \frac{a_0}{t_1}\bar{t}^2 - \frac{a_0}{3t_1^2}\bar{t}^3\, d\bar{t}$$

$$= X_0 + \left[V_0\bar{t} + \frac{a_0}{3t_1}\bar{t}^3 - \frac{a_0}{12t_1^2}\bar{t}^4\right]_0^t$$

$$= X_0 + V_0 t + \frac{a_0}{3t_1}t^3 - \frac{a_0}{12t_1^2}t^4$$

geg: $V(t_1) = 0$; $t_1 = 1s$

$$V(t_1) = V_0 + a_0\left(\frac{1}{t_1}t^2 - \frac{1}{3t_1^2}t^3\right)$$

$$0 = V_0 + a_0\left(t_1 - \frac{1}{3}t_1\right)$$

$$V_0 = a_0\left(\frac{1}{3}t_1 - t_1\right)$$

geg: $x(t_1) = 1m$; $t_1 = 1s$, $x_0 = 0$

$$x(t_1) = x_0 + v_0 t + \frac{a_0}{3t_1} t^3 - \frac{a_0}{12 t_1^2} t^4$$

$$x_1 = v_0 t_1 + \frac{a_0}{3t_1} t_1^3 - \frac{a_0}{12 t_1^2} t_1^4$$

$$= a_0 \left(\frac{1}{3} t_1 - t_1\right) t_1 + a_0 \frac{1}{3} t_1^2 - a_0 \frac{1}{12} t_1^2$$

$$= a_0 \frac{1}{3} t_1^2 - a_0 t_1^2 + a_0 \frac{1}{3} t_1^2 - a_0 \frac{1}{12} t_1^2$$

$$= a_0 \left(\frac{1}{3} t_1^2 - t_1^2 + \frac{1}{3} t_1^2 - \frac{1}{12} t_1^2\right)$$

$$= a_0 \left(-\frac{5}{12}\right) t_1^2$$

$$\Rightarrow a_0 = -\frac{12}{5} \frac{x_1}{t_1^2}$$

$$= -\frac{12}{5} \frac{1m}{(1s)^2}$$

$$= -\frac{12}{5} \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow v_0 = a_0 \left(\frac{1}{3} t_1 - t_1\right)$$

$$= a_0 \left(-\frac{2}{3} t_1\right)$$

$$= -\frac{12}{5} \frac{m}{s^2} \left(-\frac{2}{3}\right) 1s$$

$$= \frac{8}{5} \frac{m}{s}$$