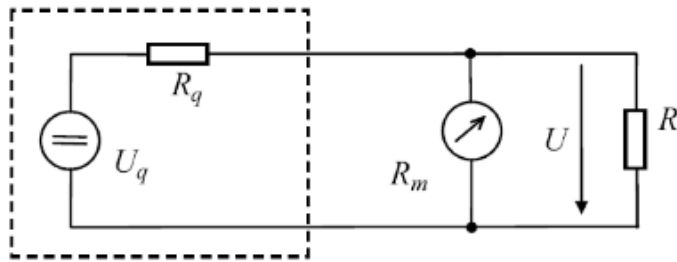


Spannungsmessung

Aufgabe:



Ein Verbraucher mit $R = 100 \, \Omega$ wird an einer realen Spannungsquelle betrieben. Diese lässt sich durch den Innenwiderstand $R_q = 10 \, \Omega$ und die innere, ideale Quelle mit $U_q = 1000 \, V$ beschreiben.

Gemessen wird die am Verbraucher abfallende Spannung U mit einem Spannungsmesser ($R_m = 1000 \, \Omega$).

Wie groß ist die wahre Spannung (U_w), die gemessene Spannung (U), die Messabweichung (e) und die relative Messabweichung (e_{REL}) ?

Gegeben: R , R_q , R_m , U_q

Gesucht: U_w , U , e , e_{REL}

Widerstand Verbraucher R	100	Ohm
Idealer Spannungswert U_q	1000	V
Innenwiderstand R_q	10	Ohm
Widerstand Messgerät R_m	1000	Ohm

Lösungen:

wahre Spannung (U_w):

$$U_w = \frac{R}{R_q + R} \cdot U_q$$

gegebene Werte einsetzen:

wahre Spannung U_w	<u>909,0909</u>	<u>V</u>
----------------------	-----------------	----------

gemessene Spannung (U):

$$U = \frac{R \parallel R_M}{R_q + R \parallel R_M} \cdot U_q \quad \text{mit} \quad R \parallel R_M = \frac{R \cdot R_M}{R + R_M}$$

Zwischenergebnis für $R \parallel R_M$	<u>90,909</u>	<u>Ohm</u>
--	---------------	------------

einsetzen in die Formel für U :

gemessene Spannung U	<u>900,9009</u>	<u>V</u>
------------------------	-----------------	----------

Messabweichung (e):

$$e = U - U_w \quad \text{oder:} \quad e = -U \cdot \frac{R \parallel R_q}{R_M}$$

Messabweichung e	<u>-8,19</u>	<u>V</u>
--------------------	--------------	----------

relative Messabweichung (e_{REL}):

$$e_{rel} = \frac{e}{U_w}$$

Relative Messabweichung e_{rel}	<u>-0,00901</u>	<u>V</u>
-----------------------------------	-----------------	----------

Spannungsmessung (R_q unbekannt)

Aufgabe:

Ein Widerstand $R = 100 \, \Omega$ sei mit einer Spannungsquelle (Innenwiderstand R_q) verbunden.

Mit Hilfe eines Spannungsmessgerätes (Messgerätewiderstand $R_m = 400 \, \Omega$) soll die an R abfallende Spannung U gemessen werden.

Bei einem Messwert von $U = 10 \, V$ ergibt sich die syst. Messabweichung $e = -100 \, mV$.

Zeichnen Sie die Messschaltung inkl. Ersatzschaltbild der Spannungsquelle und Kennzeichnen Sie alle abfallenden Spannungen.

Berechnen Sie den Innenwiderstand R_q der Spannungsquelle.

Gegeben: R , R_m , e , U

Gesucht: R_q

Widerstand Verbraucher R	100	Ohm
Widerstand Messgerät R_m	400	Ohm
Gemessene Spannung U	10	V
Abweichung e	-100	mV

Lösung:

Innenwiderstand R_q der Spannungsquelle:

$$e = -U \cdot \frac{R \parallel R_q}{R_M} \quad \text{umformen nach } R \parallel R_q \text{ und als Ergebnis berechnen:}$$

$$\Rightarrow R \parallel R_q = \frac{e \cdot R_M}{-U}$$

$R \parallel R_q$	<u>4,00</u>	
-------------------	-------------	--

anschließend

$$R \parallel R_q = \frac{R \cdot R_q}{R + R_q}$$

nach R_q umformen.

$$R \parallel R_q = \frac{R \cdot R_q}{R + R_q} \Rightarrow R \parallel R_q \cdot (R + R_q) = R \cdot R_q$$

$$\Rightarrow (R \parallel R_q) \cdot R + (R \parallel R_q) \cdot R_q = R \cdot R_q$$

$$\Rightarrow (R \parallel R_q) \cdot R + (R \parallel R_q) \cdot R_q - R \cdot R_q = 0$$

$$\Rightarrow (R \parallel R_q) \cdot R - R_q \cdot (R - R \parallel R_q) = 0$$

$$R_q = \frac{(R \parallel R_q)R}{R - (R \parallel R_q)}$$

das berechnete $R \parallel R_q$ als Wert einsetzen

Innenwiderstand R_q	<u>4,166667</u>	<u>Ohm</u>
-----------------------	-----------------	------------

Messbereichserweiterung Spannung (1)

Aufgabe:

Ein Spannungsmessgerät mit dem Innenwiderstand $R_m = 10000 \, \Omega$ und dem Bereichsendwert $U_{max} = 1 \, V$ soll auf einen neuen maximalen Bereichswert von $U = 50 \, V$ erweitert werden.

Zeichnen Sie die zu realisierende Schaltung.

(Erklären Sie das Prinzip der Schaltung kurz.)

Berechnen Sie den notwendigen Vorwiderstand R_v und den neuen Widerstand des Messgerätes $R_{m,neu}$.

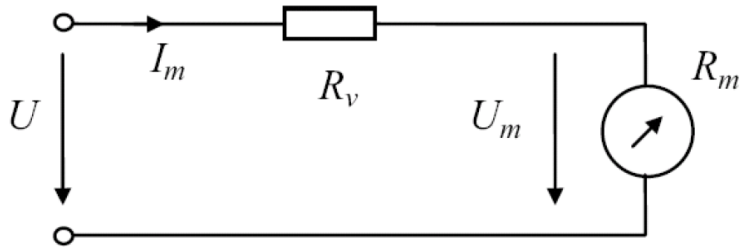
Gegeben: U_{max} , R_m , U

Gesucht: R_v , $R_{m,neu}$

Widerstand Messgerät R_m	10000	Ohm
erlaubter Bereichsendwert U_{max}	1	V
angestrebter neuer Maximalwert U	50	V

Lösungen

realisierte Schaltung und Erklärung



Nutzung eines Vorwiderstand R_v (d.h. Aufbau eines Spannungsteilers).

- Am Vorwiderstand fällt ein Teil der zu messenden Spannung ab, die gesamte Messeinrichtung kann also bei höheren Spannungen betrieben werden

notwendiger Vorwiderstand R_v :

$$R_v = R_M \cdot \frac{U - U_{\max}}{U_{\max}}$$

Werte einsetzen:

Notwendiger Vorwiderstand R_v	<u>490000</u>	<u>Ohm</u>
---------------------------------	---------------	------------

neuer Widerstand des Messgerätes $R_{M,neu}$:

$$R_{M,NEU} = R_v + R_M$$

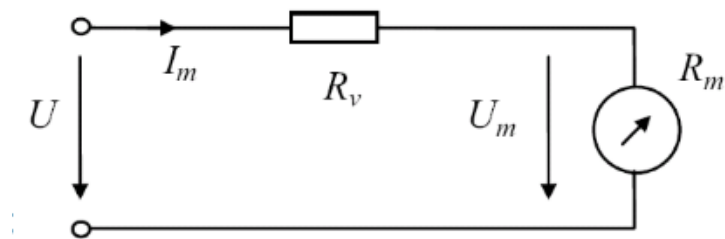
oder:

$$R_{M,NEU} = R_M \cdot \frac{U}{U_{\max}}$$

neuer Widerstand des Messgerätes $R_{M,neu}$	<u>500000</u>	<u>Ohm</u>
--	---------------	------------

Messbereichserweiterung Spannung (2)

Aufgabe:



Der Messbereich eines Spannungsmessgerätes ($R_m = 2000 \Omega$) wird auf $U = 100 \text{ V}$ erweitert.

Der für diesen Zweck verwendete Widerstand hat den Wert $R_v = 4 \text{ M}\Omega$.

Berechnen Sie den erlaubten Bereichsendwert U_{\max} des ungeschalteten Spannungsmessers.

Wie groß ist der Widerstand $R_{m,\text{neu}}$ des Spannungsmessers?

Gegeben: R_v , R_m , U

Gesucht: U_{\max} , $R_{m,\text{neu}}$

Widerstand Messgerät R_m	2000	Ohm
erweiterter Endwert U	100	V
verwendeter Vorwiderstand R_v	4000000	Ohm

Lösungen:

erlaubter Bereichsendwert U_{\max} des unbeschalteten Spannungsmessers:

$$R_V = R_M \cdot \frac{U - U_{\max}}{U_{\max}}$$

umstellen nach U_{\max}

$$\Rightarrow U_{\max} = \frac{U}{1 + \frac{R_V}{R_M}}$$

erlaubter Bereichsendwert U_{\max}	<u>0,049975012</u>	<u>V</u>
--------------------------------------	--------------------	----------

Widerstand $R_{m,neu}$:

$$R_{M,NEU} = R_V + R_M$$

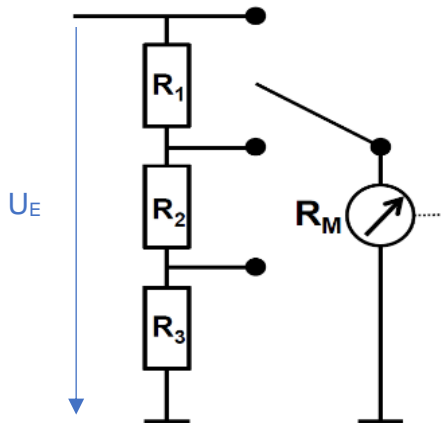
oder:

$$R_{M,NEU} = R_M \cdot \frac{U}{U_{\max}}$$

Widerstand $R_{M,neu}$	<u>4002000</u>	<u>Ohm</u>
------------------------	----------------	------------

Mehrfachumschaltung – Spannung (3 Umschaltpositionen)

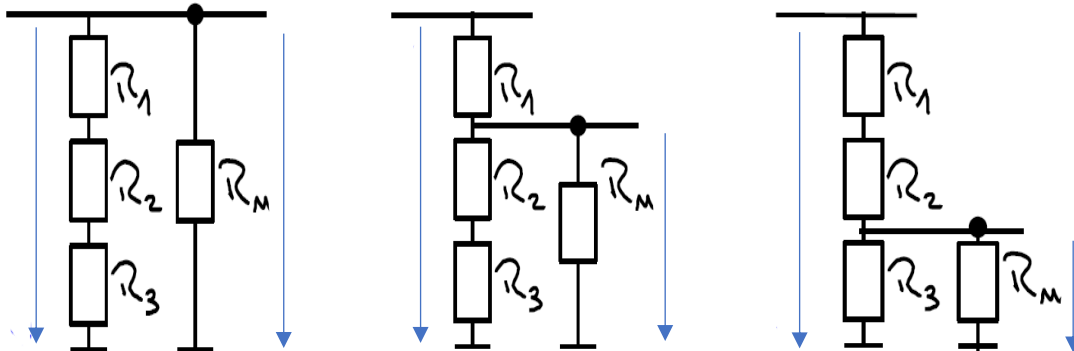
Aufgabe:



Ein Spannungsmessgerät wird in eine Mehrfachschaltung integriert. Gegeben ist eine Mehrfachumschaltung mit drei Widerständen.

Berechnen Sie den Gesamtwiderstand der Messschaltung

Ermitteln Sie jeweils den neuen Bereichsendwert U in den drei Schalterpositionen:



Gegeben: U_{\max} , R_m , $R_{1,2,3}$

Gesucht: $R_{m,neu}$, $U_{1,2,3}$

Widerstand Messgerät R_m	2,00E+8	Ohm
Bereichsendwert U_{\max}	1	V
R_1	80000	Ohm
R_2	15000	Ohm
R_3	5000	Ohm

Lösungen:

Gesamtwiderstand der Messschaltung:

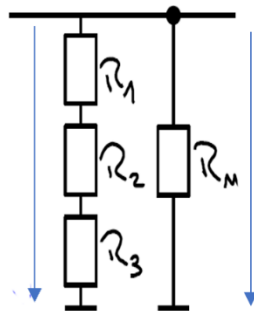
Summe der Teil-Widerstände

$$R_{M,NEU} = \text{const} = R_1 + R_2 + R_3$$

Gesamtwiderstand $R_{M,neu}$	<u>100000</u>	<u>Ohm</u>
------------------------------	---------------	------------

Bereichsendwert U in den drei Schalterpositionen:

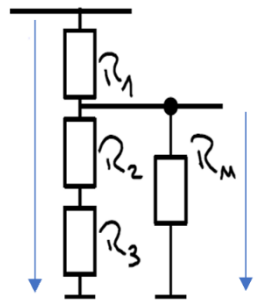
Position Oben:



hier gilt: $U = U_{max}$

U	<u>1</u>	<u>V</u>
---	----------	----------

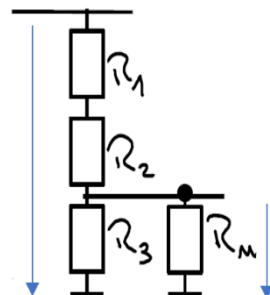
Position Mitte:



$$\frac{U}{U_{MAX}} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_2 + R_3} \Rightarrow U = U_{MAX} \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_2 + R_3}$$

U	<u>5,00</u>	<u>V</u>
---	-------------	----------

Position Unten:



$$\frac{U}{U_{MAX}} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3} \Rightarrow U = U_{MAX} \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3}$$

U	<u>20,00</u>	<u>V</u>
---	--------------	----------

Mehrfachumschaltung – Spannung (2 Umschaltpositionen)

Aufgabe:

Ein Spannungsmessgerät soll durch eine Mehrfachumschaltung so erweitert werden, dass zwei Bereiche mögliche sind.

Zeichnen Sie die Schaltungen (Position 1 und Position 2)

Berechnen Sie den notwendigen Widerstandswerte.

Gegeben: U_1 , U_2 , U_{\max} , $R_{m,\text{neu}}$, R_m

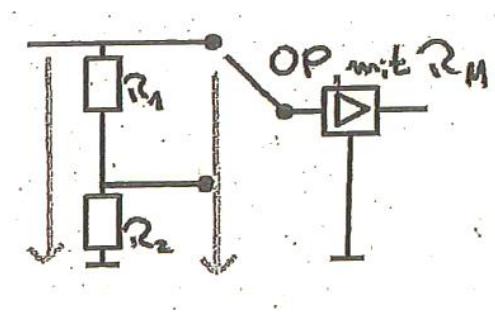
Gesucht: R_1 , R_2

Widerstand Messgerät R_m	3,00E+8	Ohm
Bereichsendwert U_{\max}	0,2	V
(neuer Bereichsendwert) U_1	0,2	V
(neuer Bereichsendwert) U_2	100	V
(neuer Messwiderstand) $R_{m,\text{neu}}$	1,00E+6	Ohm

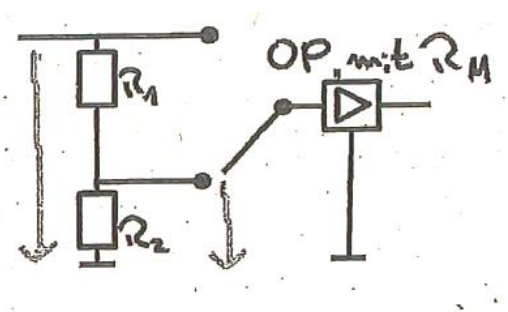
Lösungen:

Schaltungen:

Position1



Position2



notwendige Widerstandswerte

$$\frac{U_{max}}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_{M,neu}}$$

$$\Rightarrow R_2 = R_{M,neu} * \frac{U_{max}}{U}$$

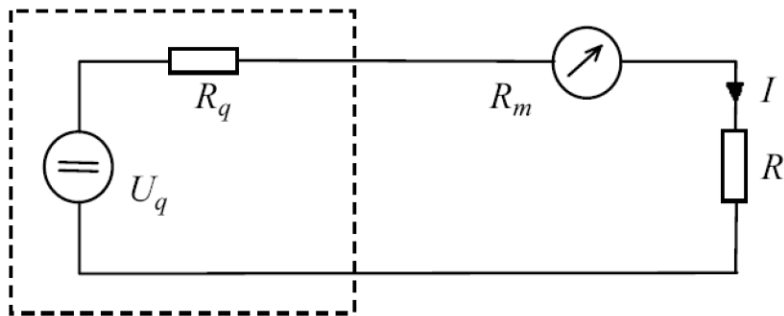
Widerstand R ₂	<u>2000</u>	<u>Ohm</u>
---------------------------	-------------	------------

$$R_1 = R_{M,neu} - R_2$$

Widerstand R ₁	<u>998000</u>	<u>Ohm</u>
---------------------------	---------------	------------

Strommessung (R , R_m unbekannt)

Aufgabe:



Ein Verbraucher wird an einer realen Spannungsquelle betrieben. Diese lässt sich durch den Innenwiderstand $R_q = 2 \, \Omega$ und die innere, ideale Quelle mit $U_q = 10 \, \text{V}$ beschreiben.

Bei einem wahren Strom von $I_w = 0,5 \, \text{A}$ ergibt sich eine Messabweichung von $e = -0,05 \, \text{A}$.

Wie groß ist der Widerstand des Verbrauchers?

In welchem Wertebereich darf R_m liegen, damit der Betrag der Messabweichung e nicht größer als $0,05 \, \text{A}$ wird?

Gegeben: e , I_w , U_q , R_q

Gesucht: R , R_m

wahrer Strom I_w	0,5	A
Messabweichung e	-0,05	A
Innenwiderstand R_q	2	Ohm
Quellspannung U_q	10	V

Lösungen:

Widerstand des Verbrauchers:

$$I_W = \frac{U_q}{R_q + R}$$

nach R umstellen

$$\Rightarrow R_q + R = \frac{U_q}{I_W}$$

$$\Rightarrow R = \frac{U_q}{I_W} - R_q$$

Widerstand R	<u>18</u>	<u>Ohm</u>
--------------	-----------	------------

Wertebereich R_M :

$$e = -I \cdot \frac{R_M}{R_q + R}$$

nach R_M umstellen

$$\Rightarrow R_M = \frac{e * (R_q + R)}{-I}$$

für die Berechnung wird I benötigt:

$$e = I - I_W$$

nach I umstellen:

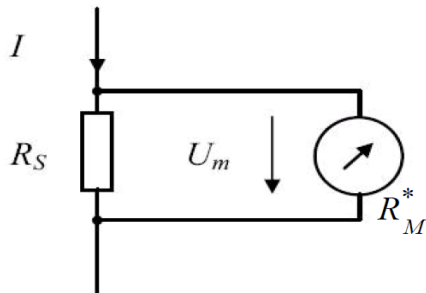
$$\Rightarrow I = e + I_W$$

Zwischenergebnis: I	<u>0,45</u>	<u>A</u>
---------------------	-------------	----------

maximaler Wert von R_M	<u>2,222</u>	<u>Ohm</u>
--------------------------	--------------	------------

Strommessung mit Shunt

Aufgabe:



Eine Strommessung soll über eine Spannungsmessung durchgeführt werden.

Wie wird dies realisiert? (kurze Erklärung)

Wie groß muss der Widerstand R_M der gesamten Messeinrichtung sein?

Wie groß ist Shunt R_S zu wählen? (Was fällt dabei auf?)

Gegeben: I , U , R_M^*

Gesucht: R_M , R_S

zu messender Strom I	10	A
abfallende Spannung U	0,1	V
Messgerät-Widerstand R_M^*	1000	Ohm

Lösungen:

Messung der Stromstärke:

Shunt-Widerstand wird eingesetzt. Der Strom, der durch den Shunt fließt, erzeugt einen proportionalen Spannungsabfall

Widerstand R_M der gesamten Messeinrichtung:

$$I = \frac{U_M}{R_M}$$

umstellen nach R_M

$$\Rightarrow R_M = \frac{U_M}{I}$$

Widerstand R_M	<u>0,01</u>	<u>Ohm</u>
------------------	-------------	------------

Shunt R_S :

$$R_M = R_S \parallel R_M^*$$

ersetzen und nach R_S umstellen

$$\begin{aligned} R_M &= R_S \parallel R_M^* & R_M &= \frac{R_S \cdot R_M^*}{R_S + R_M^*} \\ \Rightarrow R_M \cdot (R_S + R_M^*) &= R_S \cdot R_M^* \\ \Rightarrow R_M R_S + R_M R_M^* &= R_S \cdot R_M^* \\ \Rightarrow R_M R_S - R_S \cdot R_M^* + R_M R_M^* &= 0 \\ \Rightarrow -R_S \cdot (R_M^* - R_M) + R_M R_M^* &= 0 \\ \Rightarrow R_S &= \frac{R_M R_M^*}{(R_M^* - R_M)} \end{aligned}$$

Shunt-Widerstand R_S	<u>0,0100001</u>	<u>Ohm</u>
------------------------	------------------	------------

Auffällig ist, dass der Widerstand quasi gleich ist....

➔ paralleler Widerstand

Messbereichserweiterung – Strom

Aufgabe:

Es soll eine Messbereichserweiterung im Strombereich realisiert werden. Der Messbereich eines Strommessgerätes wird auf einen neuen Endwert erweitert.

Wie wird dies realisiert? Zeichnen Sie den dazugehörigen Schaltplan!

(Hinweis: Verwendung eines Widerstandes R_P)

Wie groß ist der neue Bereichsendwert?

Wie groß ist der Widerstand $R_{m,neu}$ der gesamten Messeinrichtung?

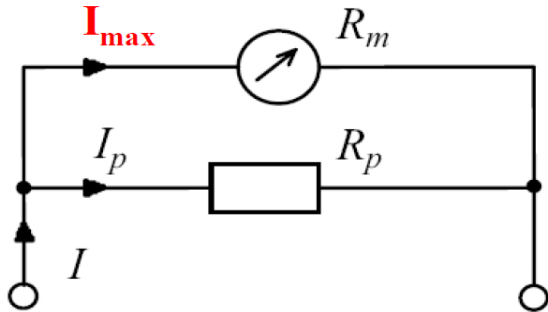
Gegeben: R_m , R_P , I_{max}

Gesucht: I , $R_{m,neu}$

Widerstand Messgerät R_m	10	Ohm
Bereichsendwert I_{max}	0,1	A
verwendeter Widerstand R_P	0,1	Ohm

Lösungen:

Parallelwiderstand:



neuer Bereichsendwert:

$$R_p = R_M \cdot \frac{I_{\max}}{I - I_{\max}}$$

umstellen nach I

$$\Rightarrow I - I_{\max} = R_M \cdot \frac{I_{\max}}{R_p}$$

$$\Rightarrow I = R_M \cdot \frac{I_{\max}}{R_p} + I_{\max}$$

I	10,1	A
---	------	---

Widerstand $R_{M,neu}$:

$$R_{M,NEU} = R_M \cdot \frac{I_{\max}}{I}$$

oder:

$$R_{M,NEU} = R_M \parallel R_p$$

$R_{M,neu}$	0,0990099	Ohm
-------------	-----------	-----