TM II
LE-Kontrolle 4
Ebene Kinematik: kartesische Koordinaten

Prof. Dr. St. Staus

14. April 2012

Ostfalia – Campus Wolfsburg
University of Applied Science
Institut für Fahrzeugbau
Prof. Dr. St. Staus

Aufgabe (kartesische Koordinaten)

$$a)\quad \vec{v}(t) = v_0\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix} + a_0 \cdot t\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix};$$

$$r(t) = v_0 \cdot t\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix} + a_0 \cdot t^2\begin{pmatrix}1\\0.5\end{pmatrix};$$

$$b)\quad y(x) = \frac{x}{2} - v_0\sqrt{\frac{x}{a_0}}$$

$$c)\quad x = 0.16\ m$$

Ein Punkt bewegt sich in einer Ebene mit der Geschwindigkeit

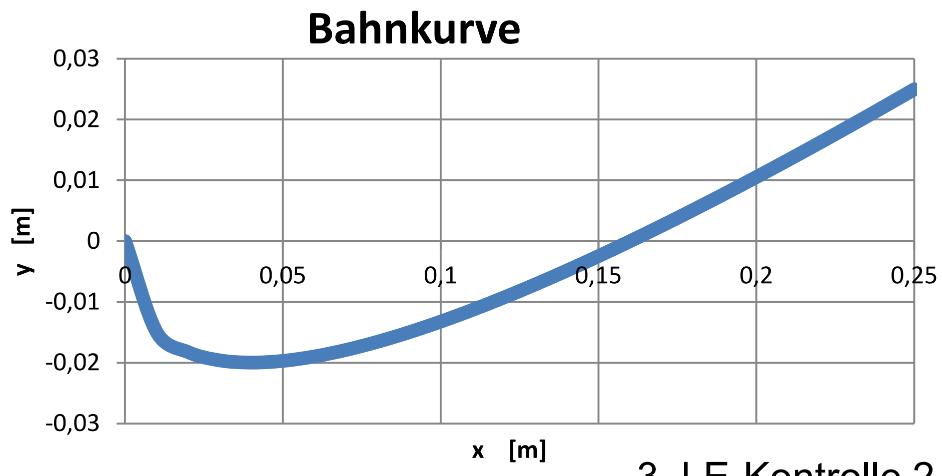
$$\vec{v}_0 = v_0\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$$

und erfährt vom Zeitpunkt $t_0=0$ an die Beschleunigung

$$\vec{a}_0 = a_0\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$$

a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ und die Bahn $\vec{x}(t)$ in kartesischen Koordinaten.
b) Geben Sie die zeitfreie Bahngleichung an.
c) Wie weit hat sich der Punkt in x-Richtung bewegt, wenn er wieder an der gleichen y-Position wie zu Beginn der Betrachtung angekommen ist?

geg.: $v_0=0.2\ ms^{-1}$; $a_0= 1\ ms^{-2}$; $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$



a) $\vec{v}(t) = v_0 \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} + a_0 t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\vec{x}(t) = \int v_0 \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} dt + \int a_0 t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} dt$$

$$= v_0 t \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} + a_0 t^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$$

b) $x(t) = 0\, v_0 t \;+\; a_0 t^2$

$$\Rightarrow x = a_0 t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{x}{a_0}} \quad ①$$

$$y(t) = -v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 \quad ②$$

$$y(x) = -v_0 \sqrt{\frac{x}{a_0}} + \frac{1}{2} a_0 \left(\sqrt{\frac{x}{a_0}}\right)^2 \quad ① \text{ in } ②$$

$$= \frac{x}{2} - v_0 \sqrt{\frac{x}{a_0}}$$

c) geg: $v_0 = 0{,}2 \frac{m}{s}$; $a_0 = 1 \frac{m}{s^2}$; $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow y_1 = 0$

$$y(x) = \frac{x}{2} - v_0 \sqrt{\frac{x}{a_0}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{x}{2} - v_0 \sqrt{\frac{x}{a_0}}$$

$$y^2 = \frac{1}{4} x^2 - v_0^2 \frac{1}{a_0^2} x$$

$$0 = x^2 - \frac{4 v_0^2}{a_0^2} x - 4 y^2$$

$$x(y) = \frac{2 v_0^2}{a_0^2} + \sqrt{\frac{4 v_0^4}{a_0^4} + 4 y^2}$$

$$x(y_0) = \frac{2 (0{,}2 \frac{m}{s})^2}{(1 \frac{m}{s^2})^2} + \sqrt{\frac{4 (0{,}2 \frac{m}{s})^4}{(1 \frac{m}{s^2})^4} + 4 \cdot 0^2} = 0{,}16\, m$$