Ostfalia Hochschule für angewandte Wissenschaften Fakultät für Fahrzeugtechnik Prof. Dr.-Ing. Michael Kolbus	Modulprüfung Signale und Systeme BPO 2011 Wintersemester 2021 Probeklausur
Name: ____________________	Matr. Nr.: ____________________
Vorname: ____________________	Unterschrift: ____________________

Zugelassene Hilfsmittel	handschriftliche Formelsammlung 2 Seiten DIN A4 Eine Seite DIN A4 Systemdarstellungen und Beziehungen Nicht programmierbarer Taschenrechner
Zeit	90 min

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	Summe:
Punkte:	16	10	23	14	16	10	10	99
Ergebnis:								

Bearbeitungshinweise

- Beschriften Sie die Deckblätter mit *Namen*, *Vornamen*, *Matrikel-Nr.* und *Unterschrift*.
- Verwenden Sie nur das *ausgeteilte Papier* für Ihre Rechnungen und Nebenrechnungen. Zusätzliches Papier erhalten Sie von den Aufsichtsführenden. Markieren Sie *deutlich* auf dem Klausurbogen, wenn die Lösung auf einem Zusatzzettel weitergeführt wurde.
  Sie sind dafür verantwortlich, dass Zusatzzettel beim Einsammeln an den Klausurbogen angeheftet werden, um einen Verlust zu verhindern.
- Existiert für eine Teilaufgabe mehr als ein Lösungsvorschlag, so wird diese Teilaufgabe mit 0 Punkten bewertet. Verworfene Lösungsansätze sind durch deutliches Durchstreichen kenntlich zu machen. *Schreiben Sie keine Lösungen in roter Farbe.*
- Ihre Lösung muss Schritt für Schritt nachvollziehbar sein. Geben Sie zu allen Lösungen, wenn möglich auch das zugehörige *Formelergebnis ohne Zahlenwerte* an (Punkte). Die schlichte Angabe des Zahlenergebnisses reicht i. allg. für die volle Punktzahl nicht aus.
- Lösen Sie die Heftklammern nicht.

Kleine Formelsammlung

Wertetabelle Sinus / Kosinus

$\alpha/\,\mathrm{rad}$	$\alpha/\,\mathrm{grad}$	$\sin(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	$\tan(\alpha)$
0	0	$\frac{\sqrt{0}}{2}=0$	$\frac{\sqrt{4}}{2}=1$	0
$\frac{\pi}{6}$	30	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	45	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	60	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$1/\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90	$\frac{\sqrt{4}}{2}=1$	$\frac{\sqrt{0}}{2}=0$	$\to\infty$

Geometrische Reihe

endliche Anzahl Summanden
$$\sum_{n=0}^{N} a^n = \frac{a^{N+1}-1}{a-1}, \qquad a \neq 1$$

unendliche Anzahl Summanden
$$\sum_{n=0}^{\infty} a^n = \frac{1}{1-a}, \qquad |a| < 1$$

Aufgabe 1: Kurzfragen mit Rechnung .... (16 Punkte)

Skizzieren Sie auch den Rechenweg zur Lösung.

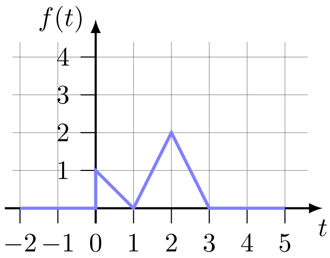
(a) (2 Punkte) Die Phase eines Kosinus-Signals $x(t) = \cos(2\pi f_0 t + \varphi)$ lässt sich in Beziehung setzen zur Zeitverschiebung des ersten Maximums. Bestimmen Sie den Wert für die Phase φ in rad für die Werte $f_0 = 10\,\text{Hz}$ und den Zeitpunkt des ersten Maximums bei $t_m = 0{,}005\,\text{s}$.

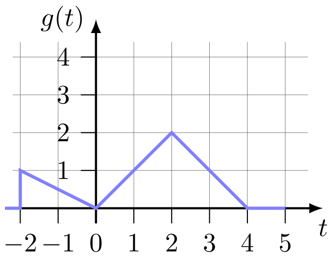
(b) (2 Punkte) Sei $x(t)$ sein Kosinus-Signal der Form $x(t) = \cos(\omega_0 t)$ mit $\omega_0 \neq 0$, dann lässt sich das Signal $y(t) = (x(t))^2$ schreiben als $y(t) = A\,\cos(\omega_0 t + \varphi)$.

○ wahr ○ falsch

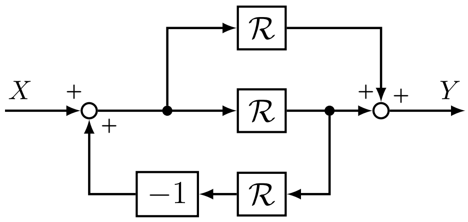
Begründen Sie Ihre Antwort.

(c) (3 Punkte) Gegeben ist eine Funktion $f(t)$. Kann die Funktion $g(t)$ aus der Funktion $f(t)$ durch Skalierung, Zeitdehnung, Spiegelung und Verschiebung erzeugt werden? Falls ja geben Sie für $g(t) = M \cdot f(at+b)$ die Unbekannten a, b, M an.





(d) (4 Punkte) Gegeben ist das folgende Blockschaltbild



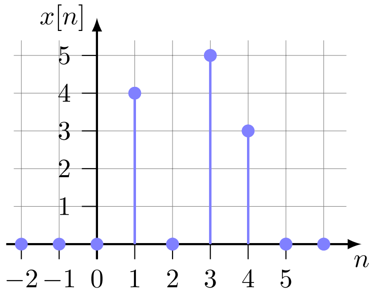
Bestimmen Sie das Systemfunktional des oben darstellten Systems.

(e) (2 Punkte) Ein zeitkontinuierliches System besitzt die Systemfunktion

$$H(s) = \frac{s-1}{s^2+5s+4}.$$

Analysieren Sie, ob das System stabil oder instalbil ist und begründen Sie ihre Anwort.

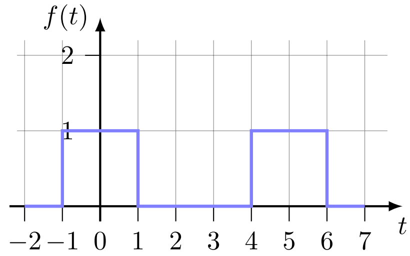
(f) (3 Punkte) Ein zeitdiskretes FIR System besitzt die allgemeine Differenzengleichung $y[n] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k]$. Das System besitzt die folgende Impulsanwort $h[n]$



Wie lauten die Filterkoeffizienten b_k des Filters?

Aufgabe 2: Fourier-Reihe .... (10 Punkte)

Gegeben ist das folgende periodische Signal $f(t)$ mit der Periodendauer $T = 5$.



(a) (8 Punkte) Bestimmen Sie die Fourierkoeffizienten des Signals.

(b) (2 Punkte) Wie lautet der Gleichanteil des Signals?

Aufgabe 3: Zeitdiskretes System: Fibonacci Folge .... (23 Punkte)

Die Fibonacci Folge ist ein einfaches Modell zur Beschreibung von Wachstum einer Population. Jedes Folgeglied ist die Summe seiner beiden Vorgänger. Dies kann als zeitdiskretes System beschrieben werden

$$y[n] = y[n-1] + y[n-2] + x[n]$$

(a) (3 Punkte) Berechnen Sie die Impulsantwort ($x[n] = \delta[n]$) des Systems $h[n]$ für $n = 0, 1, 2, \ldots, 7$.

n	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$y[n]$	0	0								

(b) (4 Punkte) Bestimmen Sie die Systemfunktion des obigen Systems.

(c) (4 Punkte) Zeichnen Sie ein Blockschaltbild des Systems.

(d) (4 Punkte) Bestimmen Sie die Polstellen der Systemfunktion.

(e) (2 Punkte) Ist die Impulsantwort konvergent (=ist das System stabil)? Begründen Sie Ihre Antwort.

(f) (6 Punkte) Bestimmen Sie die Impulsantwort des Systems $y[n]$.

Aufgabe 4: Zeitkontinuierliches System ....(14 Punkte)

Ein kontinuierliches System 2. Ordnung ist durch die folgende Differentialgleichung beschrieben

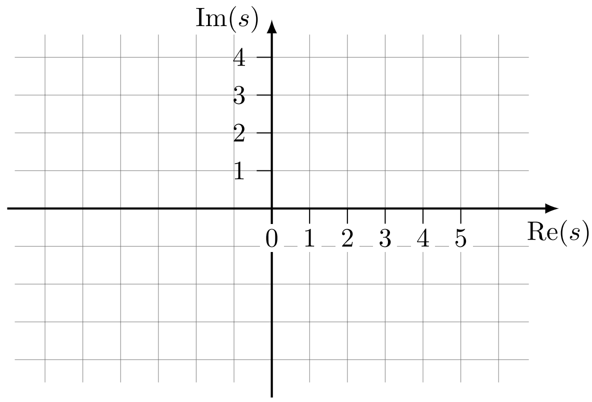
$$\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 8y(t) = x(t).$$

(a) (4 Punkte) Zeichnen Sie ein Blockschaltbild des Systems.

(b) (3 Punkte) Bestimmen Sie das Systemfunktional des Systems

(c) (1 Punkt) Wie viele Integratoren brauchen Sie minimal?

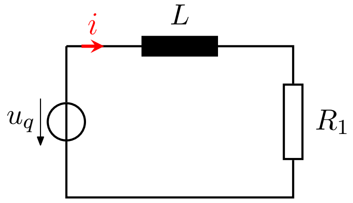
(d) (4 Punkte) Bestimmen Sie die Pole des Systems und stellen Sie diese graphisch da. Verwenden Sie ein Kreuz zur Markierung der Polstellen im Diagramm.



(e) (2 Punkte) Ist die Impulsantwort des Systems konvergent (=ist das System stabil)? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5: Diskretisierung eines Systems .... (16 Punkte)

Gegeben ist der folgende Schaltkreis.



Eingang: $u_q(t)$

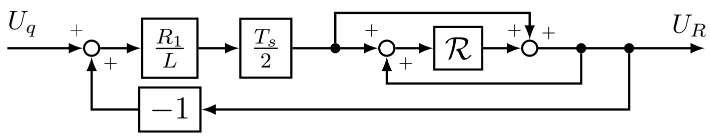
Ausgang: $u_R(t)$

(a) (2 Punkte) Bestimmen Sie die Differentialgleichung des Systems.

$$\text{Hinweis} \qquad u_R(t) = R_1 i_R(t) \qquad u_L = L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_L(t)$$

(b) (4 Punkte) Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte des Systems, die Polstelle der Systemfunktion und die Impulsantwort.

Das System soll nun mit der Abtastzeit T_s diskretisiert werden. Es wird das Trapezverfahren gewählt. Es gilt die Ersetzung $s \to \frac{2}{T_s}\frac{z-1}{z+1}$. Damit ergibt sich das folgende Blockschaltbild



(c) (4 Punkte) Bestimmen Sie die Systemfunktion des diskretisieren Systems in z. Hinweis: Beachten Sie den Verzögerungsoperator $\mathcal{R}$ nicht mit dem Widerstand R_1 zu vermischen.

(d) (2 Punkte) Wie wird bei der Diskretisierung nach Trapezregel die linke s-Halbebene in z-Ebene abgebildet? Ist die Stabilität des nach Trapezregel diskretisierten Systems abhängig von der Abtastzeit?

(e) (4 Punkte) Für welche Abtastzeiten ist der Realteil des zeitdiskreten Pols größer als Null? Was bedeutet ein negativer Realteil?

Aufgabe 6: Frequenzgang eines Systems .... (10 Punkte)

Gegeben ist die folgende Differenzengleichung eines digitalen Filters

$$y[n] = x[n] - x[n-1] + x[n-2].$$

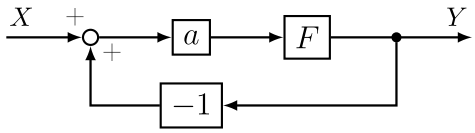
Dieses soll zum Filtern von diskretisierten Signalen verwendet werden. Die kontinuierlichen Signale werden mit einer Abtastfrequenz von $f_s = 900\,\mathrm{Hz}$ in das zeitdiskrete überführt.

(a) (5 Punkte) Das obige System ist ein FIR Filter. Bestimmen Sie die Frequenz eines zeitkontinuierlichen Signals, die blockiert wird.

(b) (5 Punkte) Zusätzlich zur obigen Frequenz soll das Filter nun auch Signale mit der Frequenz von $f_2 = 100\,\mathrm{Hz}$ blockiert werden. Geben Sie an, wie das Filter erweitert werden muss (Systemfunktion).

Aufgabe 7: Unbekannte Funktion im System ....(10 Punkte)

Gegeben ist das folgende Blockschaltbild eines rückgekoppelten Systems. Das Untersystem F besteht selbst nur aus Summationsstellen, Verstärkungen und Verzögerungen.



Das Systemfunktional des System für den Fall $a = 10$ ist bekannt und lautet

$$H|_{a=10} = \left.\frac{Y}{X}\right|_{a=10} = \frac{20\mathcal{R}}{2 + 19\mathcal{R}}$$

Bestimmen Sie aus diesen Informationen das Systemfunktional für den Fall $a = 20$.

$$H|_{a=20} = \left.\frac{Y}{X}\right|_{a=20}$$