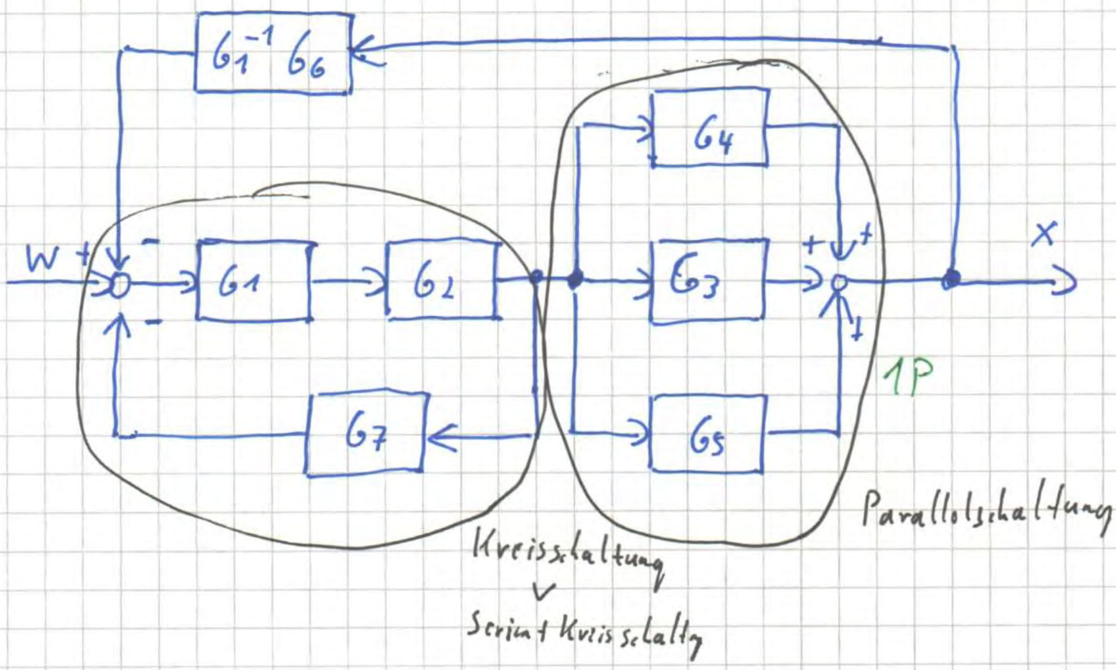
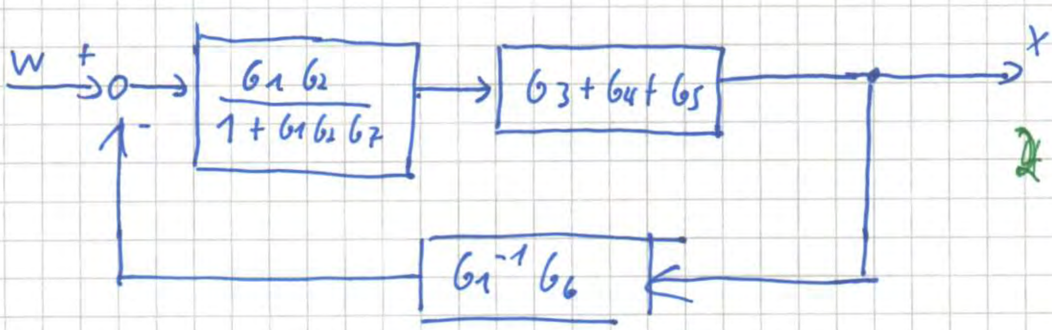
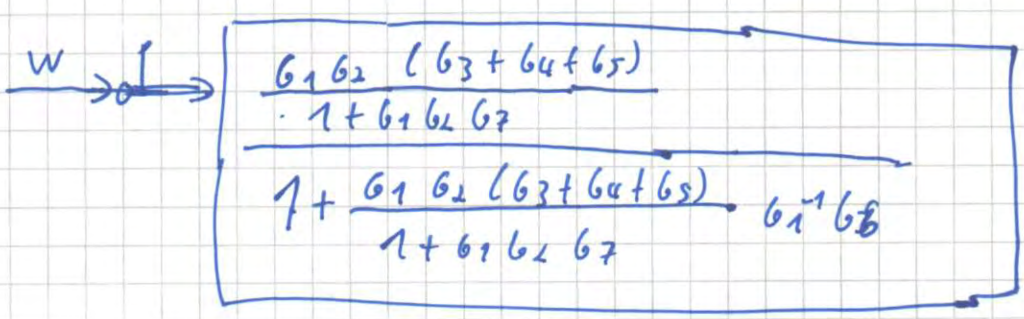
K 1

2P





2P + 2P



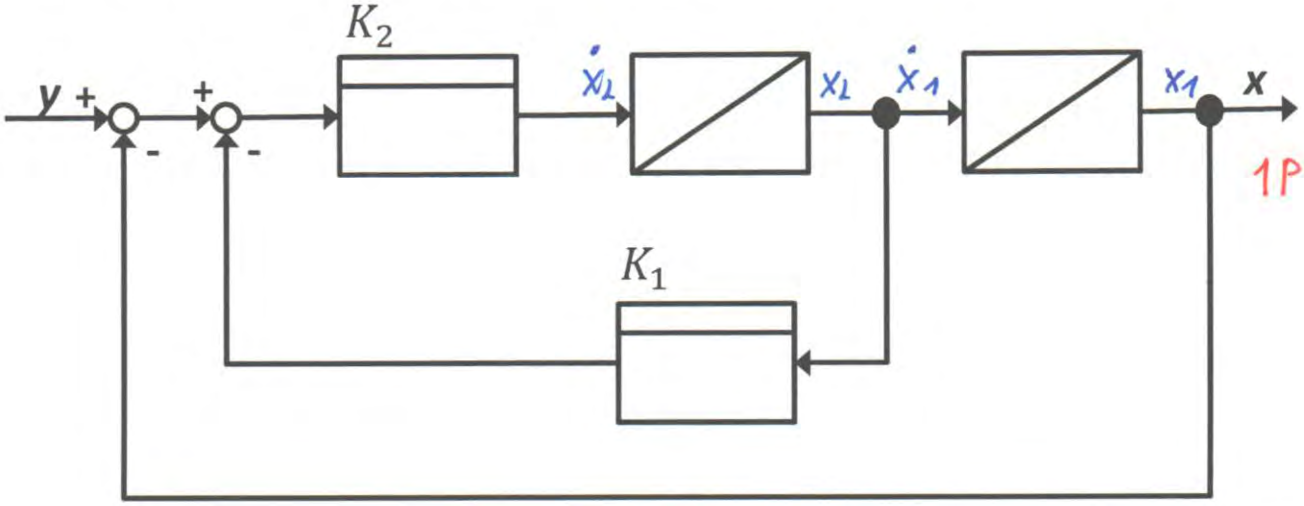
2P

$$\frac{G_1 G_2 (G_3+G_4+G_5)}{1+G_1 G_2 G_7+G_2 G_6 (G_3+G_4+G_5)}$$

1P

Kurzfrage 2 – (10 Punkte) Wirkungsplan

Gegeben ist der folgende Wirkungsplan einer Regelstrecke:



Beschriften Sie zunächst die Ein- und Ausgänge der Integratoren.
Leiten Sie aus dem Wirkungsplan die Differentialgleichung her und bestimmen Sie anschließend die Übertragungsfunktion $G(s)$=X(s)Y(s) (Anfangswerte sind alle gleich Null)
Wie nennt man dieses Übertragungsglied?
Die Konstanten K_1 und K_2 sind echt größer Null. Was lässt sich dann über die Stabilität der Strecke sagen? (Kurze Begründung)

Aus dem Wirkungsplan folgt:

$x = x_1 \qquad \dot{x}_1 = x_2$ und 1P

$\dot{x}_2 = K_2 y - K_2 K_1 x_2 - K_2 x_1$ 2P

Mit $\dot{x}_2 = \ddot{x}_1 = \ddot{x}$, $x_2 = \dot{x}_1 = \dot{x}$ und $x = x_1$ folgt für die DGL der Regelstrecke:

$$\ddot{x} = K_2 y - K_2 K_1 \dot{x} - K_2 x$$ 2P

$$\Rightarrow \ddot{x} + K_2 K_1 \dot{x} + K_2 x = K_2 y$$

$\mathcal{L}$ (AW = 0)

$$s^2 X(s) + K_2 K_1 s X(s) + K_2 X(s) = K_2 Y(s)$$ 2P

$$(s^2 + K_2 K_1 s + K_2) X(s) = K_2 Y(s)$$

1P

$$\Rightarrow G_S(s) = \frac{K_2}{s^2 + K_2 K_1 s + K_2} = \frac{X(s)}{Y(s)}$$

Mit Hilfe des Routh-Kriterium wissen wir:

- Polynom 2ten Grades ⇝ notwendige Bedingungen = hinreichende Bedingungen
- notw. Bdg. alle Koeffizienten vorhanden + gl. Vorzeichen

$\Rightarrow$ $K_1, K_2 > 0$ ⇝ Regelstrecke stabil 2 P

$\sum$ 12 P

$P\text{-}T_2$-Glied 1 P

Kurzfrage 3 – (15 Punkte) Verständnisfragen

Kreuzen Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. **Falsche** Antworten führen zu einem **Punktabzug**.

Aussage	richtig	falsch
Die Antwort der Übertragungsfunktion $G_1(s)$ auf eine bestimmte Eingangsfunktion lautet $y(t) = 5 \cdot (1 - e^{-2t})$. Wie lautet die Antwort des Systems $G_2(s) = s \cdot G_1(s)$ auf die gleiche Eingangsfunktion?		
1. $y(t) = 10 \cdot e^{-2t}$.	X	
2. $y(t) = 10 \cdot e^{2t}$.		X
3. $y(t) = 5 \cdot (1 - e^{-2t})$.		X
Bei welcher oder welchen der gegebenen Übertragungsfunktionen darf der Endwertsatz der Laplace-Transformation zur Berechnung des stationären Verhaltens angewendet werden?		
4. $G(s) = \frac{2}{s^2+2s+5}$	X	
5. $G(s) = \frac{2}{s^2-2s+5}$		X
6. $G(s) = \frac{2}{s+4} e^{-5s}$	X	
Welche Aussagen gelten allgemein für Übertragungsfunktionen?		
7. Wenn sie ausschließlich konjugiert komplexe Pole haben, sind sie instabil.		X
8. Wenn sie ausschließlich Polstellen, gleichgültig ob reell oder konjugiert komplex, mit negativem Realteil haben, sind sie stabil.	X	
9. Wenn sie Nullstellen mit positivem Realteil haben, sind sie instabil.		X
Welche Aussagen über bleibende Regeldifferenzen sind richtig?		
10. Sie treten zum Beispiel bei sprungförmiger Führungsgröße auf, wenn weder die Regelstrecke noch der Regler einen I-Anteil aufweisen.	X	
11. Die Größe einer bleibenden Regelabweichung ist von der Verstärkung des offenen Regelkreises unabhängig.		X
12. Durch einen I-Anteil im Regler lässt sich ein bleibender Regelfehler unabhängig von der Führungsgröße und der Streckenübertragungsfunktion vermeiden.		X
Die Regelung von Strecken mit Totzeiten. . .		
13. ist problematisch, da Totzeiten die Phase im Frequenzgang absenken.	X	
14. ist unproblematisch, da Totzeiten für eine Stabilisierung des geschlossenen Regelkreises sorgen.		X
15. ist aufwändiger, weil sich viele regelungstechnische Methoden, z.B. das Routh-Kriterium oder der Reglerentwurf mit Wurzelortskurve, nicht oder nicht direkt anwenden lassen.	X	

A1

a) Das Totzeitglied ändert nichts am Amplitudengang, denn

$$|e^{-j\omega 2}| = 1$$

Das Totzeitglied senkt die Phase ab und wirkt somit destabilisierend.

3 P

b) $$G_0(j\omega) = \frac{0{,}1\,(1+j\frac{\omega}{20})^2}{(1+j2\omega)^2\,(1+j\frac{\omega}{1000})}\,e^{-j\omega 2}$$

$$|G_0(j\omega)| = \frac{0{,}1\,\left(\sqrt{1+(\frac{\omega}{20})^2}\right)^2}{\left(\sqrt{1+(2\omega)^2}\right)^2\left(\sqrt{1+(\frac{\omega}{1000})^2}\right)} \quad , \quad \left(|e^{-j\omega 2}|=1\right)$$

$$|G_0(j\omega)|_{dB} = 20\log\left(\frac{1}{10}\right) + 40\log\sqrt{1+(\frac{\omega}{20})^2} - 40\log\sqrt{1+(2\omega)^2}$$
$$- 20\log\left(\sqrt{1+(\frac{\omega}{1000})^2}\right)$$

Knickfrequenzen : $\omega_1 = \frac{1}{2}\frac{rad}{sec}$ $\quad \omega_2 = 20\frac{rad}{sec}$ $\quad \omega_3 = 1000\frac{rad}{sec}$

$\omega < \omega_1$: $|G_0(j\omega)|_{dB} \approx -20\,dB$ $\quad$ 0 dB/Dekade

$\omega_1 < \omega < \omega_2$: $|G_0(j\omega)|_{dB} \approx -20\,dB - 40\log(2\omega)$

$\rightsquigarrow$ −40 dB/Dekade

$\omega_2 < \omega < \omega_3$: $|G_0(j\omega)|_{dB} \approx -20\,dB - 40\log(2\omega) + 40\log(\frac{\omega}{20})$

$\rightsquigarrow$ 0 dB/Dekade

$\omega_3 < \omega$: $|G_0(j\omega)|_{dB} \approx -20\,dB - 40\log(2\omega) + 40\log(\frac{\omega}{20})$
$- 20\log(\frac{\omega}{1000})$

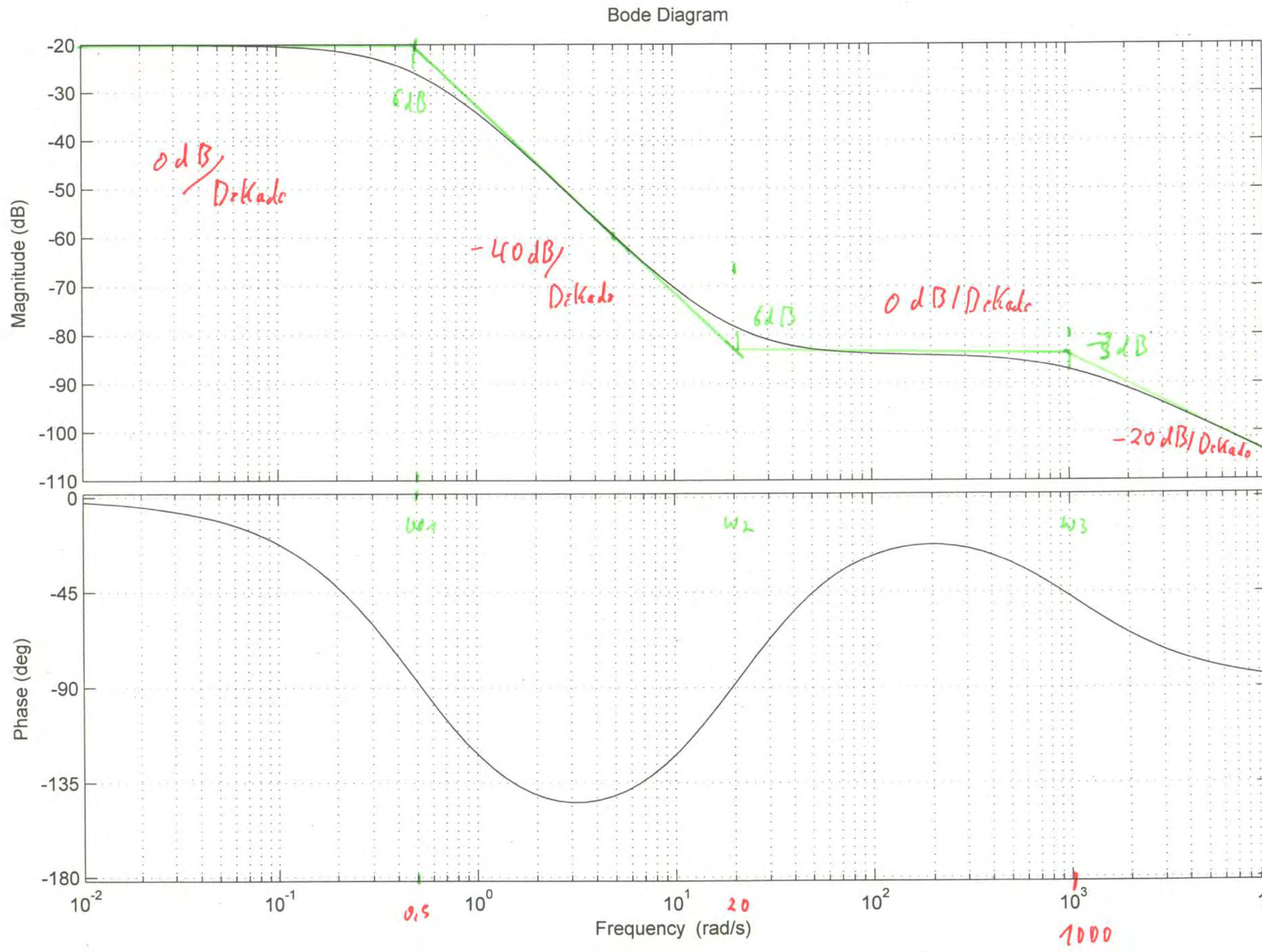
$\rightsquigarrow$ −20 dB/Dekade

An den Knickstellen $\quad \omega_1 \rightsquigarrow -6\,dB$ Abfall

$\omega_2 \rightsquigarrow +6\,dB$ Anstieg

$\omega_3 \rightsquigarrow -3\,dB$ Abfall

9 P



$4 \cdot \frac{1}{2} = 2$

$3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

Σ 5 P

+1 P Knickstellen

A2

a) Bei $G_R(s)$ handelt es sich um einen P-Regler. 1 P

$$G_0(s) = G_R(s)\,G_S(s) = \frac{100}{s(s+20)}$$ 1 P

$$G_W(s) = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)}$$

$$= \frac{\frac{100}{s(s+20)}}{1+\frac{100}{s(s+20)}} = \frac{100}{s^2+20s+100} = \frac{100}{(s+10)^2}$$ 2 P

Stabilität:

$$s_{P1/2} = -10$$

~~Es handelt sich~~ u Der Regelkreis ist stabil, da die beiden Pole in der linken s-Halbebene liegen. 3 P

b) Das Eingangssignal setzt sich aus 2 Einheitssprüngen zusammen:

$$w(t) = \sigma(t) - \sigma(t-1)$$

$$W(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s}e^{-s} = \frac{1}{s}(1-e^{-s})$$ 4 P

$$X(s) = G_W(s)\,W(s) = \underbrace{\frac{100}{s(s+10)^2}}_{X_1(s)} + \underbrace{\frac{100}{s(s+10)^2}\,e^{-s}}_{X_2(s)}$$ 2 P

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

$$\frac{100}{s(s+10)^2} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+10} + \frac{C}{(s+10)^2}$$

$$100 = A(s+10)^2 + B(s+10)s + Cs$$

$s \to 0$: $100 = A\cdot 100 \Rightarrow A = 1$

$s \to -10$: $100 = -10C \Rightarrow C = -10$

$s \to -9$: $100 = A - 9B + 90 \Rightarrow 9 = -9B \Rightarrow B = -1$

5 P

Somit folgt:

$$X_1(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+10} - 10\,\frac{1}{(s+10)^2}$$

Rücktransformation liefert:

$$x_1(t) = \left(1 - e^{-10t} - 10t\,e^{-10t}\right)\sigma(t)$$ 3 P

Über den Verschiebungssatz folgt:

$$x_2(t) = \left[1 - e^{-10(t-1)} - 10(t-1)\,e^{-10(t-1)}\right]\sigma(t-1)$$

1 P

Insgesamt:

$$x(t) = \left(1 - e^{-10t} - 10t\,e^{-10t}\right)\sigma(t) - \left[1 - e^{-10(t-1)} - 10(t-1)\,e^{-10(t-1)}\right]\sigma(t-1)$$

1 P

A3

a) PI-Regler $G_R(s) = K_R \frac{1+sT_n}{sT_n}$

Da I-Glied im offenen Kreis, wird sprungförmige Führungsgröße ausgeregelt. ⤳ Keine bleibende Regeldifferenz 2 P

b) In einem Regelkreis ist es nicht möglich einen Pol exakt zu kürzen, da die Übertragungsfunktion nur eine Näherung darstellt. Die Kürzung eines "instabilen" Pols würde somit zur Instabilität des Regelkreises führen. Gekürzt wird der "stabile" Pol mit der größten Streckenzeitkonstanten ("langsamster" Pol).

$$\Rightarrow T_n = \frac{1}{3}$$ 2 P

$$G_0(s) = K_R \frac{1+sT_n}{sT_n} \cdot \frac{s+1}{(1+s\frac{1}{3})(1-s\frac{1}{2})} =$$

$$= 3K_R \frac{s+1}{s(1-s\frac{1}{2})}$$ 2 P

c) Nullstellen: $s_N = -1$

Polstellen: $s_{P1} = 0$ $s_{P2} = 2$

$n = 2$ $m = 1$ ⤳ Asymptote $-180°$ 3 P

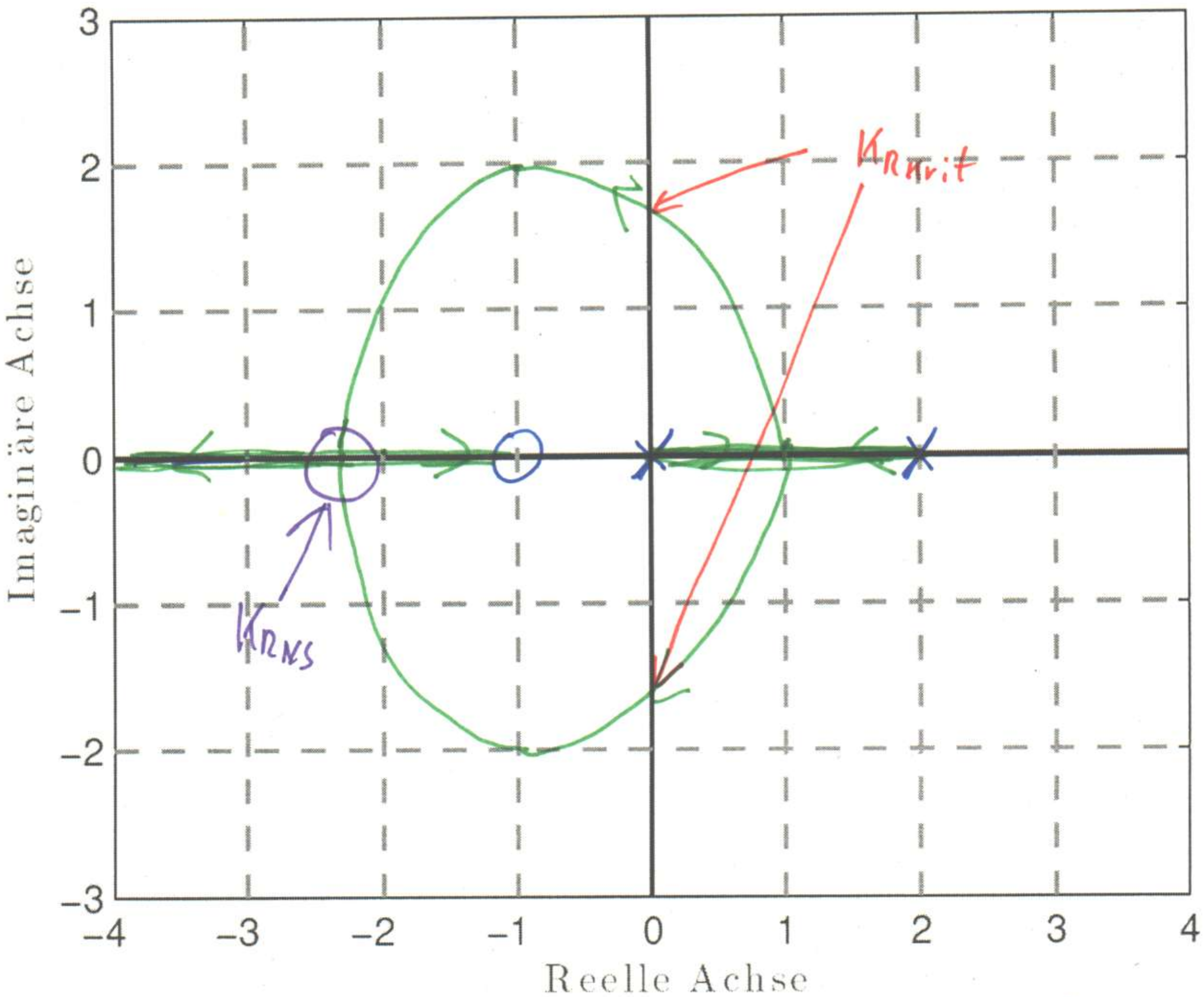
d) Aus der WOK sieht man, dass der geschlossene Regelkreis stabil ist, wenn alle Äste der WOK die rechte Halbebene verlassen:

$K_R > K_{Rkrit}$ siehe WOK

mit Zeichnung 2 P

e) Der geschlossene Regelkreis ist stabil und nicht schwingungsfähig, wenn alle Äste der WOK in der linken s-Halbebene liegen und die reelle Achse nicht verlassen.

$K_R > K_{RNS}$ siehe WOK mit Zeichnung 2P



KS 1,5

RA 1

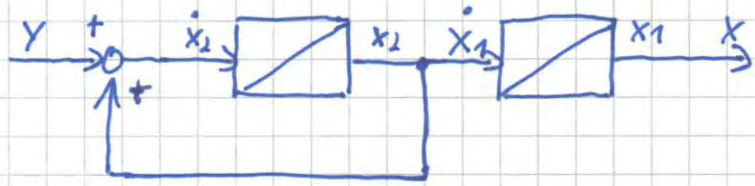
KR 1

Pf 1,5

5 P

A 4

a)



2 P

b) Laplace-Transformation der DGL liefert:

$$s\,X_1(s) = X_2(s)$$

$$s\,X_2(s) = X_2(s) + Y(s)$$

$$\text{und} \quad X_1(s) = X(s)$$

Somit folgt:

$$s^2 X(s) = s\,X(s) + Y(s)$$

$$(s^2 - s)\,X(s) = Y(s)$$

$$G_S(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{1}{s^2 - s} = \frac{1}{s(s-1)}$$

=> I-T_1-Strecke

5 P

c)

$$G_0(s) = \frac{K_R + s\,K_R T_V}{s(s-1)} = G_R(s)\,G_S(s)$$

1 P

$$G_W(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} = \frac{\frac{K_R + s\,K_R T_V}{s(s-1)}}{1 + \frac{K_R + s\,K_R T_V}{s(s-1)}}$$

$$= \frac{K_R + s\,K_R T_V}{K_R + s\,K_R T_V + s^2 - s} = \frac{K_R + s\,K_R T_V}{s^2 + (K_R T_V - 1)\,s + K_R}$$

3 P

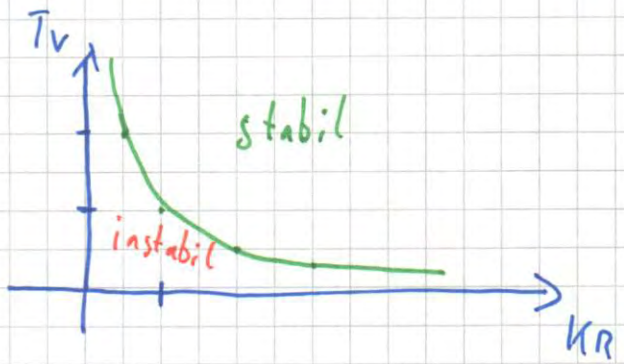
Entscheidend für die Stabilität sind die Polstellen der Führungs-übertragungsfunktion.

Da ein Polynom 2ten Grades vorliegt, sind die notwendigen Bedingungen des Routh-Kriteriums bereits hinreichend.

D.h. alle Koeffizienten des Nenner-Polynoms müssen vorhanden sein und das gleiche Vorzeichen besitzen:

$K_R > 0 \qquad K_R T_V > 1$ sein

$\Rightarrow \quad \cancel{K_R} \; T_V > \frac{1}{K_R} \quad \wedge \quad K_R > 0$ 4 P



2 P