

## 1.3 Teória čísel

### Pojmy:

**Deliteľ** – je číslo, ktorým je možné deliť iné číslo bez zvyšku. Deliteľ prirodzeného čísla  $a$  je prirodzené číslo, ktorým je  $a$  bezo zvyšku deliteľné.

**Násobok** – Násobok prirodzeného čísla  $a$  je prirodzené číslo, ktoré je deliteľné  $a$  a bezo zvyšku. Násobky čísla 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

**Deliteľnosť** – Deliteľnosť je možnosť rozkladať celok na časti.

V matematike je deliteľnosť vlastnosť celých čísel. Celé číslo  $p$  je deliteľné nenulovým celým číslom  $q$  (číslo  $q$  delí  $p$ ), ak existuje také celé číslo  $k$ , pre ktoré platí, že:  $p = kq$ .

Napr. číslo 27 je deliteľné tromi, lebo  $27 = 9 \cdot 3$ . Alternatívne je  $p$  deliteľné  $q$ , ak zvyšok po delení  $p/q$  je nula.

**Najväčší spoločný deliteľ (NSD)** – dvoch celých čísel je najväčšie číslo, ktoré bez zvyšku delí obe čísla.  $NSD(18, 24) = 6$ ,  $NSD(24, 35) = 1$ . NSD je možné zovšeobecniť aj na väčší počet vstupných čísel. Napríklad  $NSD(30, 85, 90) = 5$ . Ak je NSD dvoch čísel 1, nazývame ich **nesúdeliteľné**. Napríklad čísla 15 a 32 sú nesúdeliteľné.

Pri väčších číslach môžeme NSD určiť pomocou **prvočíselného rozkladu**.

$$NSD(18,24): \quad 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2 \qquad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$$

$$\text{Spoločná časť prvočíselného rozkladu: } 2, 3 \qquad NSD(90,168) = 2 \cdot 3 = 6$$

**Najmenší spoločný násobok (NSN)** – dvoch celých čísel je najmenšie číslo, ktoré je bez zvyšku deliteľné oboma číslami.  $NSN(12, 15) = 60$ ,  $NSN(6, 8) = 24$ . Pojem NSN je možné zovšeobecniť aj na väčší počet vstupných čísel. Napríklad  $NSN(2, 3, 4) = 12$ .

Pre malé čísla môžeme NSN nájsť tak, že si vypíšeme niekoľko prvých násobkov od oboch čísel. Ak hľadáme NSN (12,15), postupujeme takto:

$$\text{Násobky čísla 12: } 12, 24, 36, 48, \mathbf{60}, 72, 84, \dots \qquad \text{Násobky čísla 15: } 15, 30, 45, \mathbf{60}, 75, 90, \dots$$

Najmenší spoločný násobok je prvé číslo, ktoré sa vyskytuje v oboch zoznamoch.

V prípade väčších čísel môžeme NSN nájsť pomocou **prvočíselného rozkladu**. NSN sa rovná súčinu všetkých prvočísel, ktoré sa vyskytujú aspoň v jednom rozklade (v najvyššej mocnine, v akej sa vyskytujú).  $NSN(24,45): 24 = 2^3 \cdot 3 \qquad 45 = 3^2 \cdot 5 \qquad NSN(24,45) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$

Najmenší spoločný násobok sa tiež dá vypočítať pomocou najväčšieho spoločného deliteľa (NSD):

$$NSN(a,b) = a \cdot b / NSD(a,b)$$

**Prvočíslo** – je prirodzené číslo väčšie než 1, ktoré je deliteľné len jednotkou a sebou samým.

Prvočísel je nekonečne veľa. Prvočísla menšie než 100 sú: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

**Zložené číslo** – je prirodzené číslo väčšie než 1, ktoré nie je prvočíslom, má teda aj iný deliteľ než jednotku a seba samého.

## Súdeliteľné a nesúdeliteľné čísla

**Súdeliteľné čísla** sú zase také, ktoré majú viac ako jedného spoločného deliteľa. Napríklad 4 a 8 sú súdeliteľné, lebo okrem 1 majú spoločných deliteľov aj 2 a 4.

**Nesúdeliteľné čísla** sú také dve čísla, ktoré majú spoločného deliteľa iba číslo 1. Napríklad číslo 7 a 2 sú nesúdeliteľné.

**Zvyšok** – Zvyšok môže byť to, čo zvýšilo, to, čo ešte zostalo.

Delenie so zvyškom dvoch prirodzených čísel je podiel, ktorý je počet, koľkokrát je druhé číslo obsiahnuté v prvom, a zvyšok, ktorý je súčasťou prvého čísla, ktorý zostáva. Delenec deleno deliteľ je podiel a zvyšok.

**Prvočíselný rozklad** – Prvočíselný rozklad je matematický pojem z odboru aritmetiky. Ide o vyjadrenie prirodzeného čísla ako súčinu mocnín prvočísel.

Každé číslo sa dá jednoznačne rozložiť na prvočíselný rozklad, napr.:

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad 1638 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 13$$

**Prvočiniteľ** – Prvočiniteľ čísla  $p$  je prvočíslo, ktoré delí číslo  $p$ . Každé zložené číslo možno napísať ako súčin prvočiniteľov. Tento zápis (pokiaľ neberieme do úvahy poradie prvočiniteľov) je pre každé číslo jedinečný.

**Ciferný súčet** – súčet cifier (číslíc) v danom čísle : **510 027** je **15** ( $5 + 1 + 0 + 0 + 2 + 7$ )

## Vlastnosti a vzťahy:

- Znaky deliteľnosti číslom 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10

**Číslo je deliteľné:**

**Dvomi**, ak je párne (zakončené číslicami 0, 2, 4, 6, 8): 896 , 100 004, 52, 3 000

**Tromi**, ak je jeho ciferný súčet deliteľný tromi: 7 128 – ciferný súčet je 18 to je deliteľné 3

**Štyrmi**, ak posledné dvojčísle daného čísla je deliteľné štyrmi: 700 , 612 , 1 056

**Piatimi**, ak je zakončené číslicou 0 alebo 5: 90 450, 12 545

**Šiestimi**, ak je deliteľné dvomi a zároveň tromi: 14 826 – číslo je párne (deliteľné dvomi) a ciferný súčet je 21 (deliteľné tromi)

**Ôsmimi**, ak je posledné trojčísle deliteľné ôsmimi: 8 000, 7 160

**Deviatimi**, ak je ciferný súčet deliteľný deviatimi: 7 920 - ciferný súčet je 18 to je deliteľné 9

**Desiatimi**, ak je zakončené číslicou 0: 920, 8300