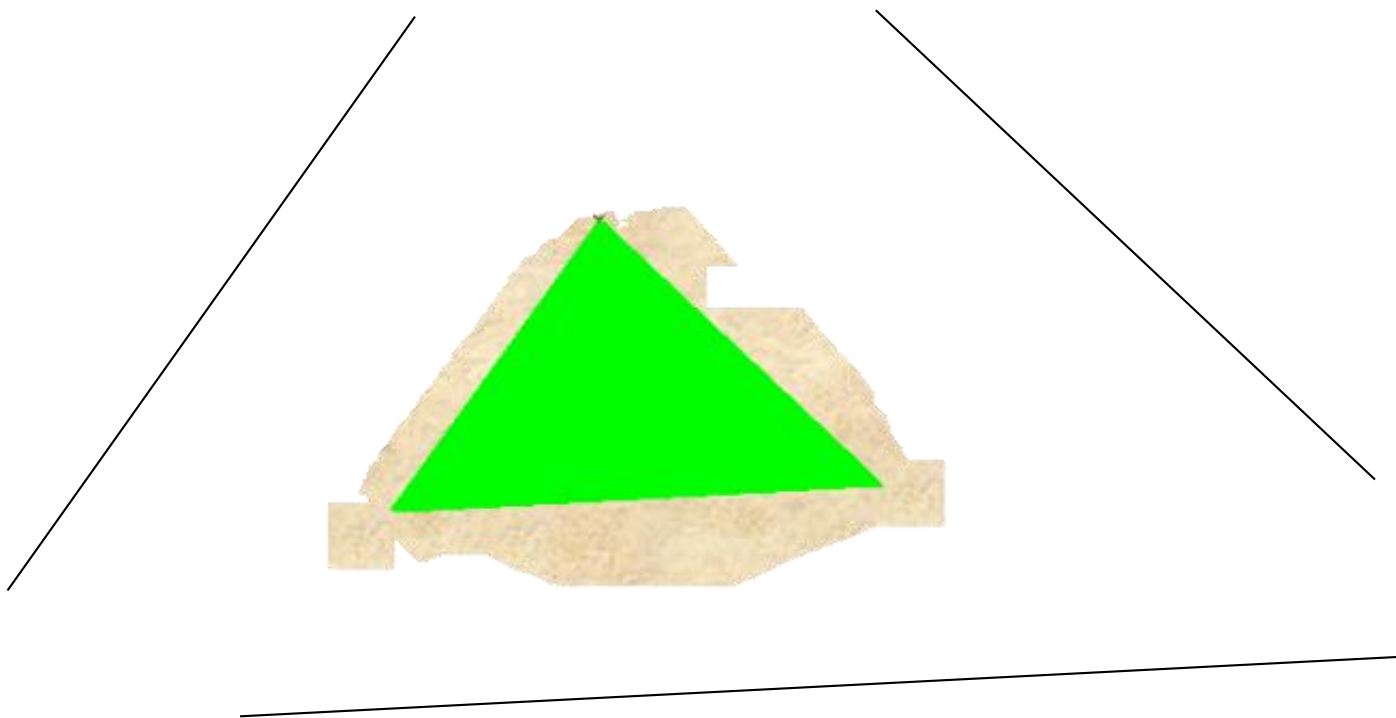


Trojuholník



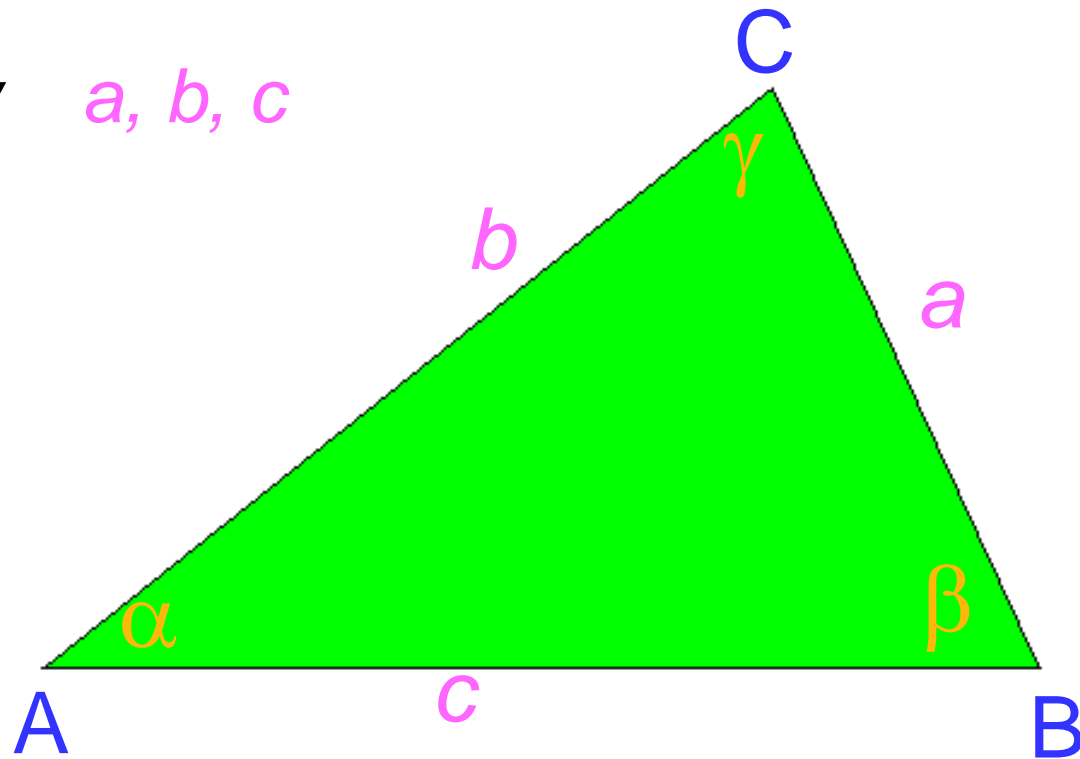
Definícia

- Trojuholník je časť roviny ohraničená tromi navzájom rôznobežnými priamkami



Základné prvky trojuholníka

- Vrcholy A, B, C
- Uhly vnútorné α, β, γ
- Strany a, b, c



Vrcholy

- A,B,C body
- priesečníky strán
- neležia na jednej priamke

Strany

- a, b, c úsečky
- časti priamok medzi priesečníkmi
- strana leží oproti vrcholu s rovnakým názvom
- súčet dĺžok dvoch kratších strán trojuholníka musí byť väčší ako najdlhšia strana (trojuholníková nerovnosť)

$$a + b > c$$

$$b + c > a$$

$$a + c > b$$

Uhly

- α , β , γ – časti roviny ohraničené dvoma polpriamkami so spoločným vrcholom (susednými stranami)
- **Súčet veľkostí vnútorných uhlov trojuholníka je 180° .**
- Najväčší uhol leží oproti najdlhšej strane; najmenší oproti najkratšej

Rozdelenie trojuholníkov

- **Podľa veľkosti uhlov**

- Ostrouhlý
- Pravouhlý
- Tupouhlý

- **Podľa dĺžok strán**

- Všeobecný (rôznostranný)
- Rovnoramenný
- Rovnostranný

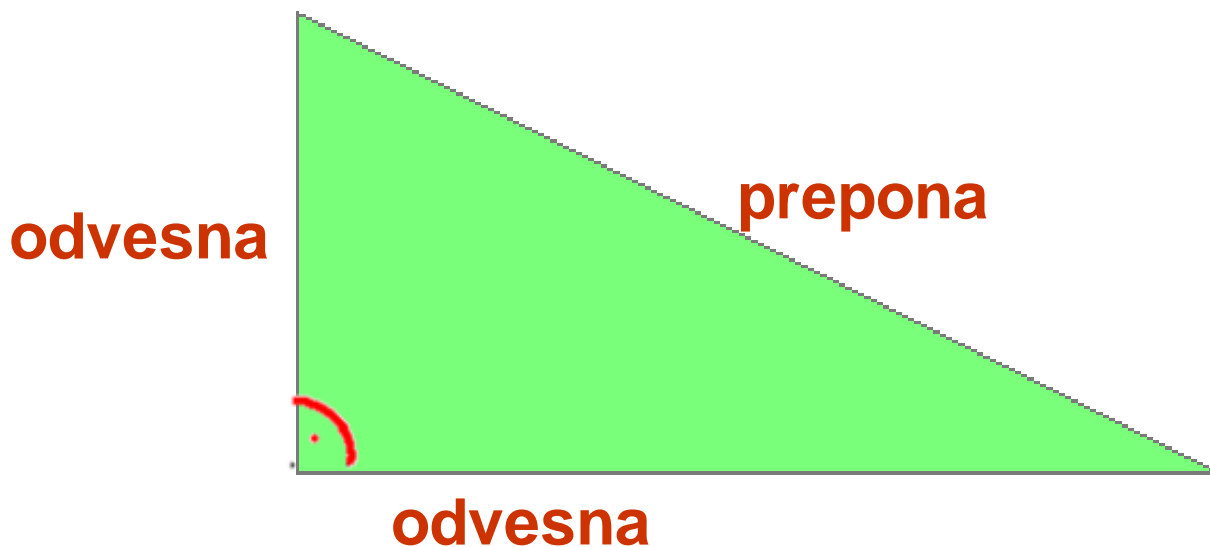
Trojuholník ostrohý

- Má všetky tri uhly ostré ($< 90^\circ$)
- Priesečník výšok leží vo vnútri trojuholníka



Trojuholník pravouhlý

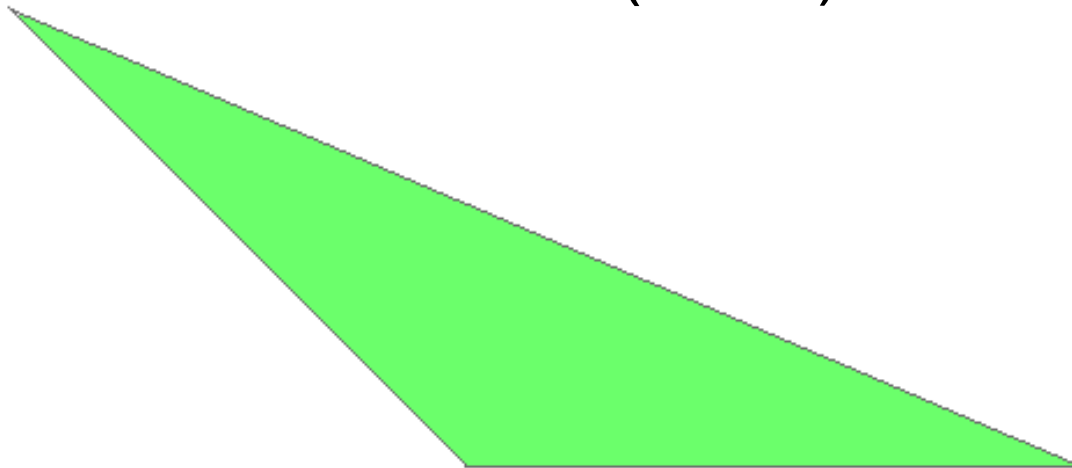
- Názvy strán: najdlhšia strana – **prepona**,
kratšie strany – **odvesny**
- Jeden vnútorný uhol je pravý ($= 90^\circ$), ostatné sú ostré ($< 90^\circ$)
- Priesečník výšok je totožný s hlavným vrcholom trojuholníka



Trojuholník tupouhlý

- Jeden vnútorný uhol je tupý ($> 90^\circ$)

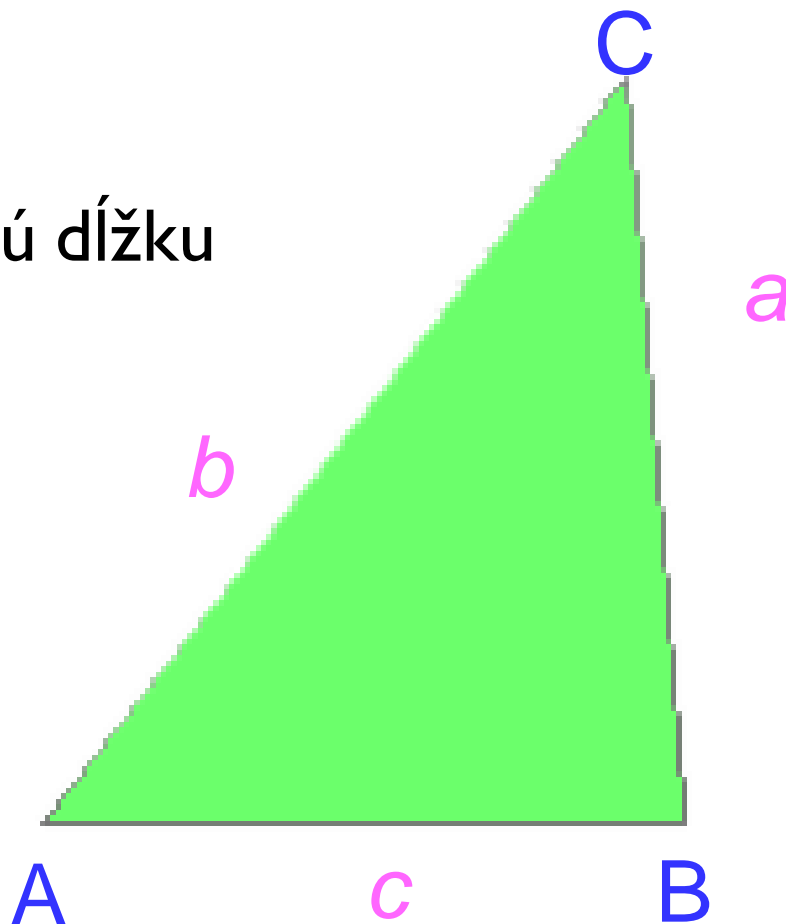
ostatné sú ostré ($< 90^\circ$)



Trojuholník všeobecný (rôznostranný)

$$a \neq b \neq c$$

- Každá strana má inú dĺžku
- Môže byť
 - ostrohľý,
 - pravohľý,
 - aj tupohľý



Trojuholník rovnoramenný

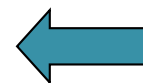
- Má dve strany rovnako dlhé (zhodné) – nazývajú sa **ramená**.

Tretia strana sa nazýva **základňa**.

Vrchol oproti základni sa nazýva **hlavný vrchol**

Môže byť ostrouhlý, pravouhlý, aj tupouhlý

Uhly pri základni sú zhodné a vždy ostré.



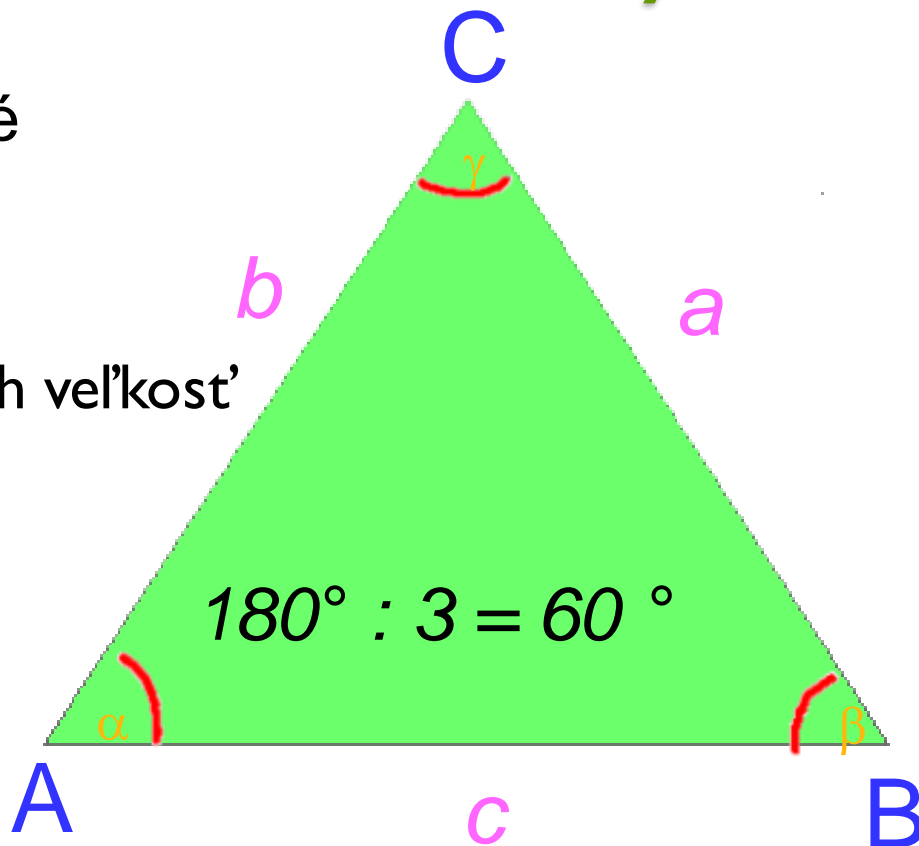
Trojuholník rovnostranný

Všetky strany má zhodné

$$a = b = c$$

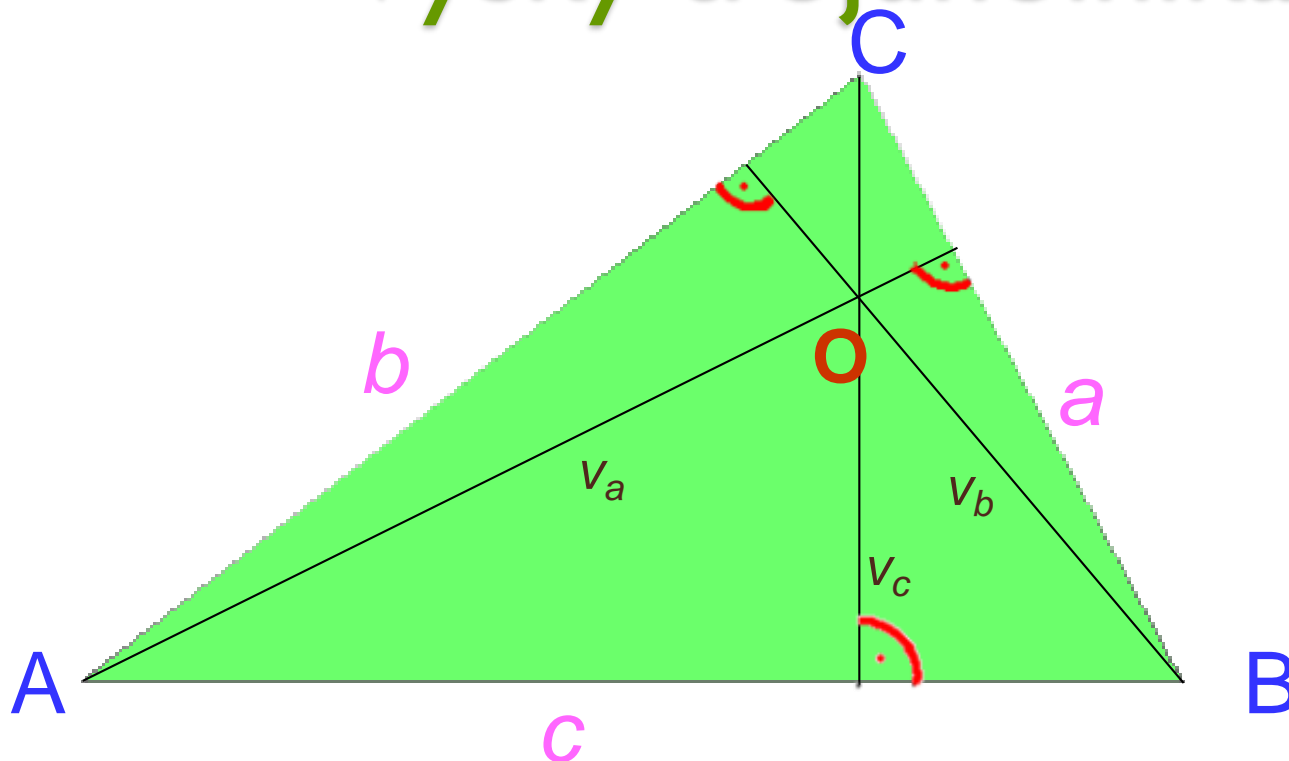
Všetky uhly má zhodné, ich veľkosť je 60° .

$$\alpha = \beta = \gamma$$



Môže byť len ostrouhlý.

Výšky trojúhelníka

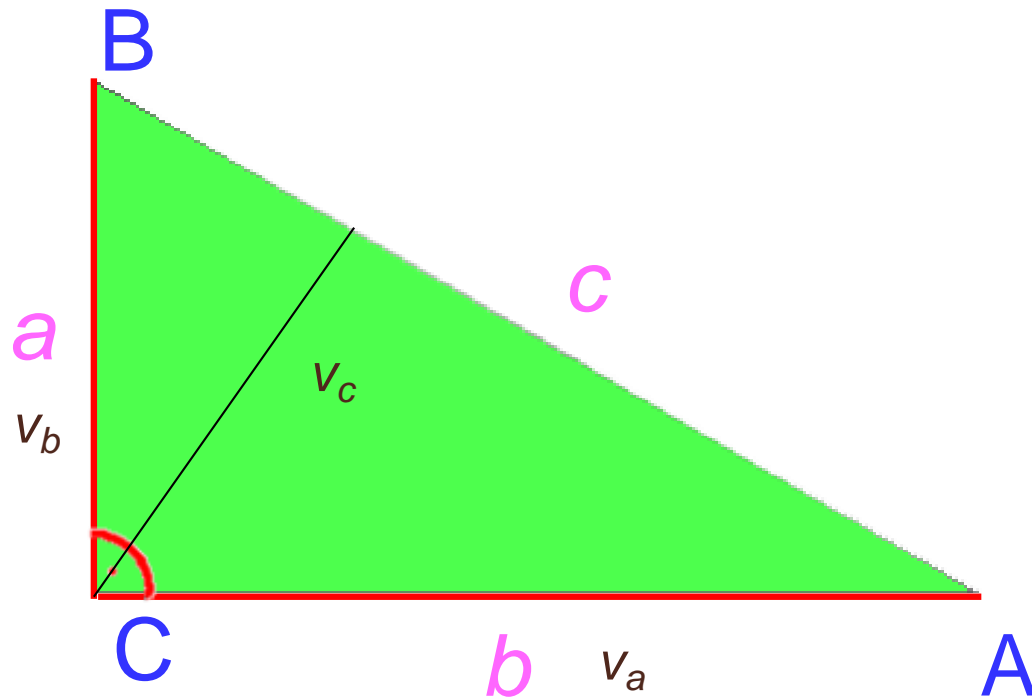


- Výška je kolmice z vrcholu na protější stranu

Bod O – ortocentrum - průsečík všech výšek trojúhelníka

Výšky v pravouhlém trojúhelníku

- V pravouhlém trojúhelníku je výška na odvesnu totožná s druhou odvesnou

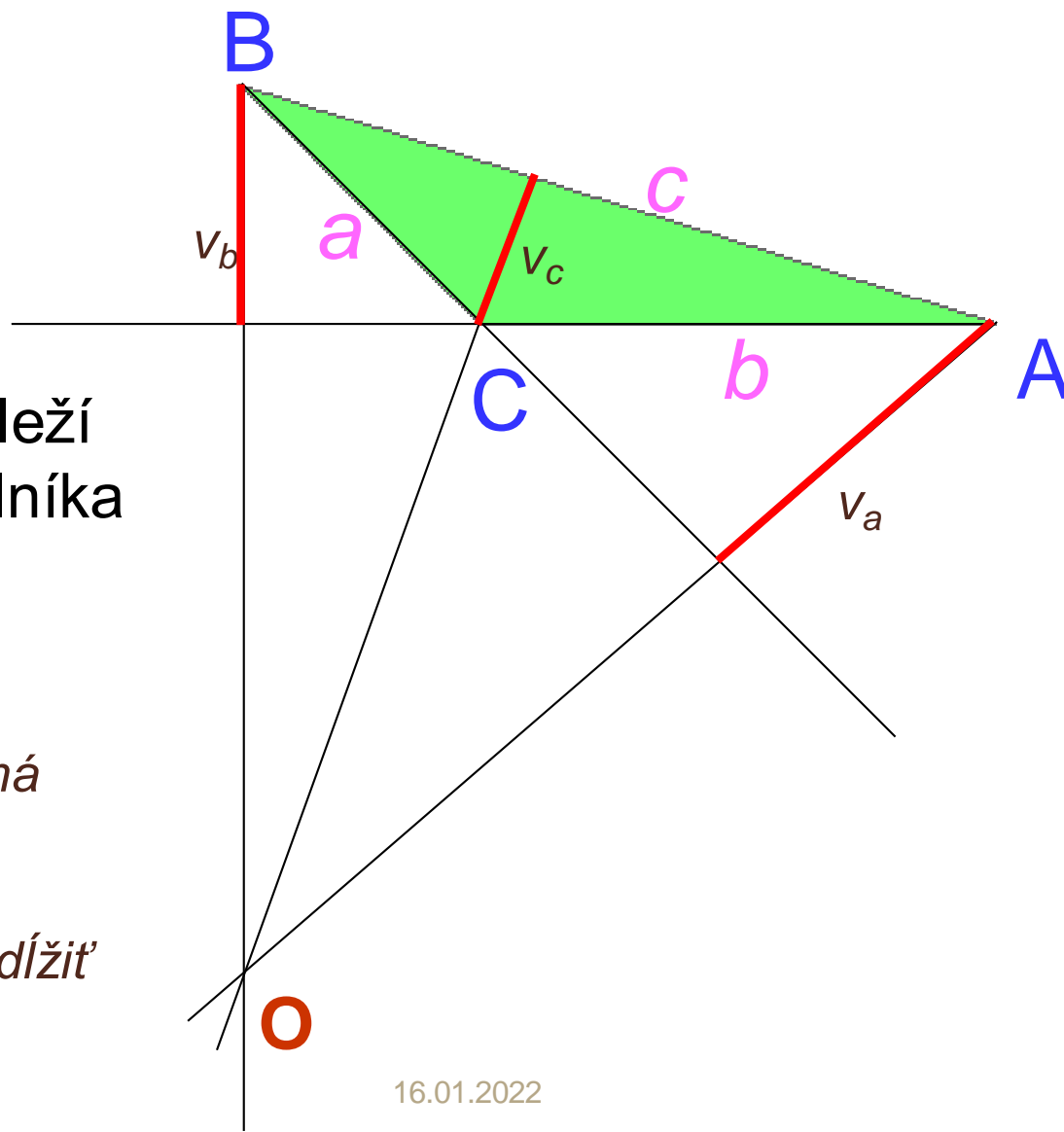


- Ortocentrum je totožné s hlavním vrcholem

Výšky v tupouhlom trojuholníku

Ortocentrum leží
mimo trojuholníka

*Strany – ramená
tupého uhla
si musíme predĺžiť*

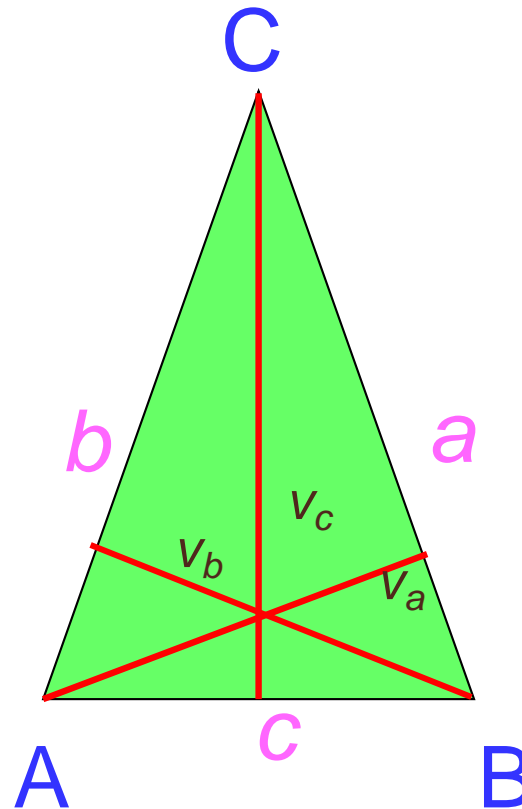


Výšky v rovnoramenném trojúhelníku

$a = b$ – ramená

C – základňa

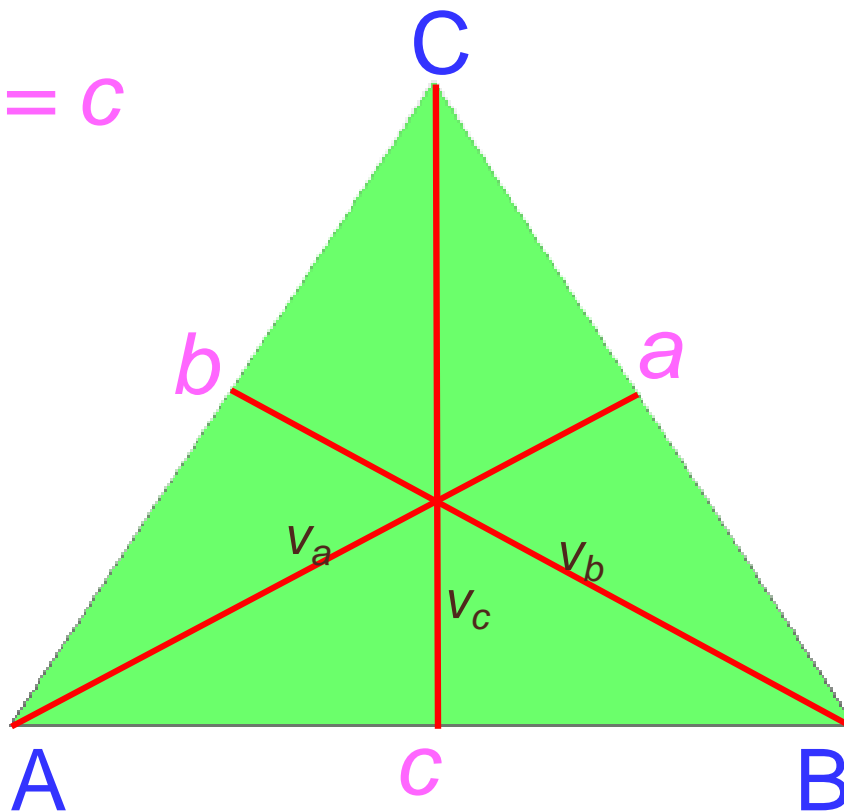
$$V_a = V_b \neq V_c$$



Výšky na ramená rovnoramenného trojúhelníka sú zhodné.

Výšky v rovnostrannom trojuholníku

$$a = b = c$$



$$V_a = V_b = V_c$$

Všetky výšky v rovnostrannom trojuholníku sú zhodné.

Ťažnice trojuholníka

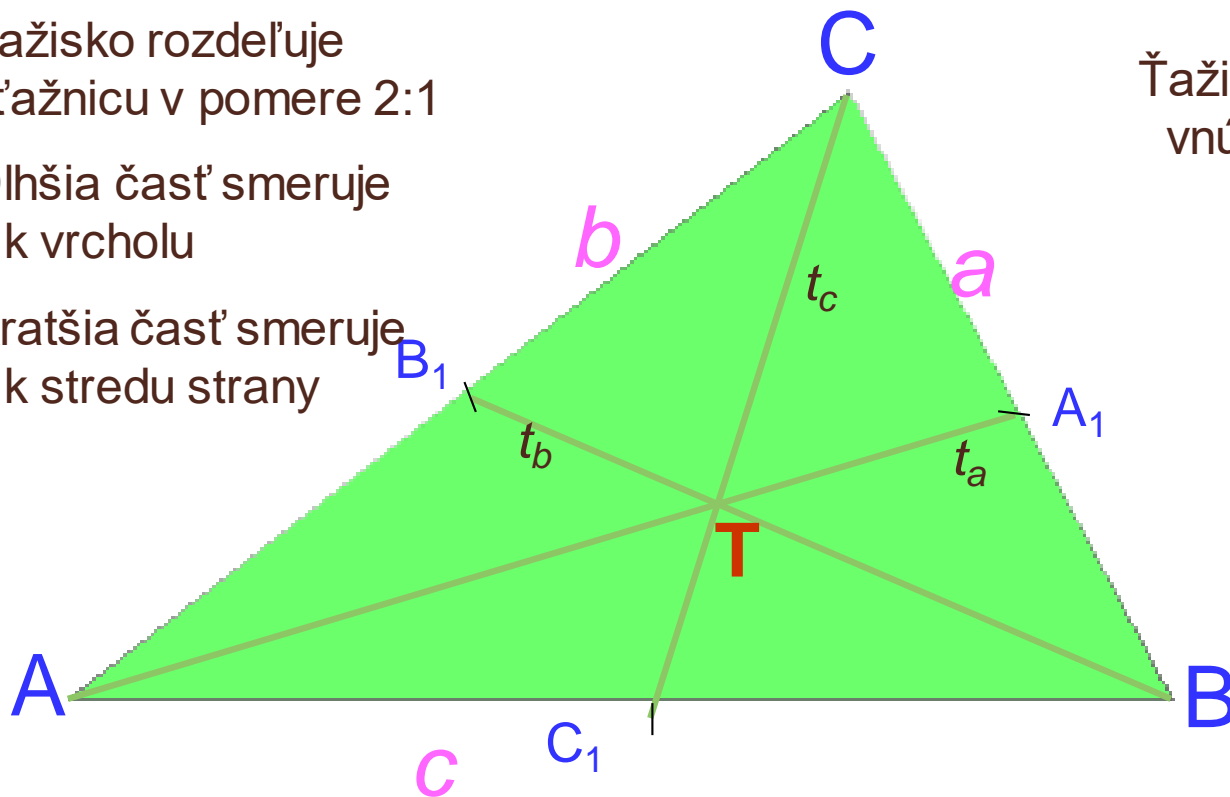
• Ťažnica je spojnica vrcholu a stredu protiľahlej strany

• Ťažisko rozdeľuje ťažnicu v pomere 2:1

• Dlhšia časť smeruje k vrcholu

• Kratšia časť smeruje k stredu strany

Ťažisko leží vždy vo vnútri trojuholníka



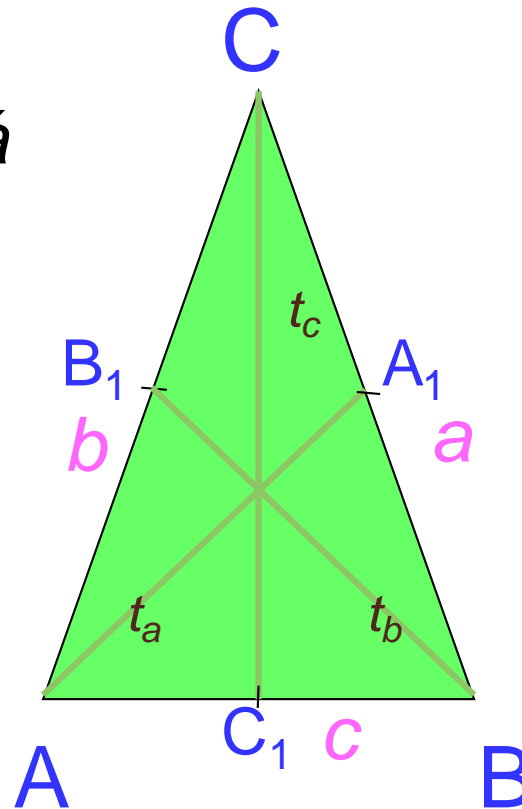
Bod **T** – ťažisko - priesečník všetkých ťažníc trojuholníka

Ťažnice v rovnoramennom trojuholníku

$a=b$ – ramená

c – základňa

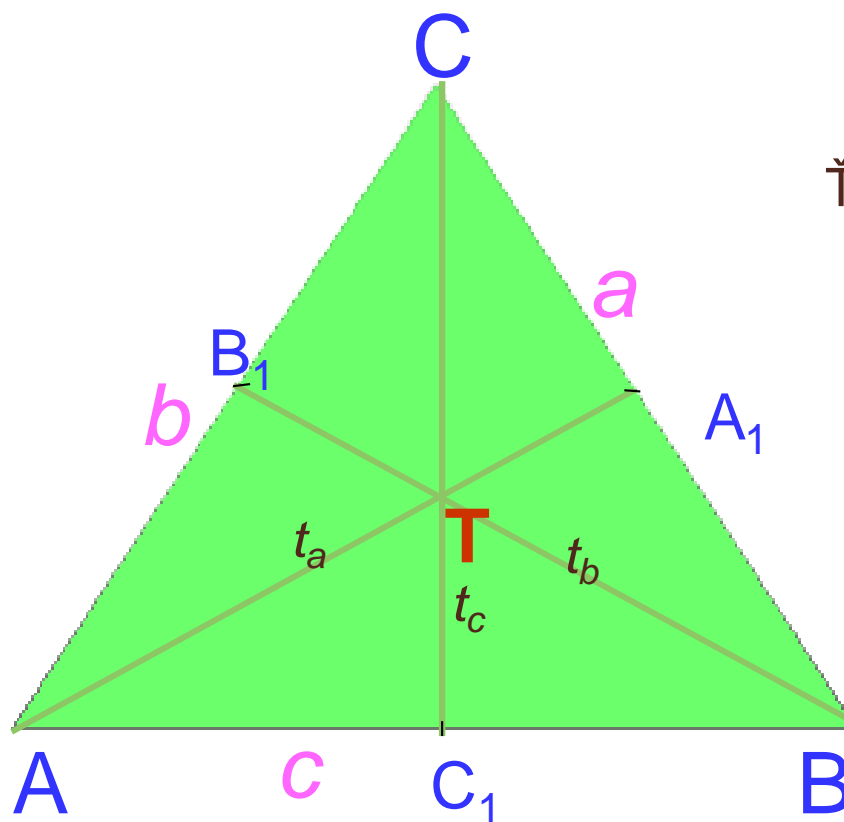
$$t_a = t_b \neq t_c$$



Ťažnica na základňu
je totožná s výškou
na základňu

Ťažnice na ramená rovnoramenného trojuholníka sú zhodné

Ťažnice v rovnostrannom trojuholníku



Ťažisko je totožné
s ortocentrom

$$t_a \equiv v_a = t_b \equiv v_b = t_c \equiv v_c$$

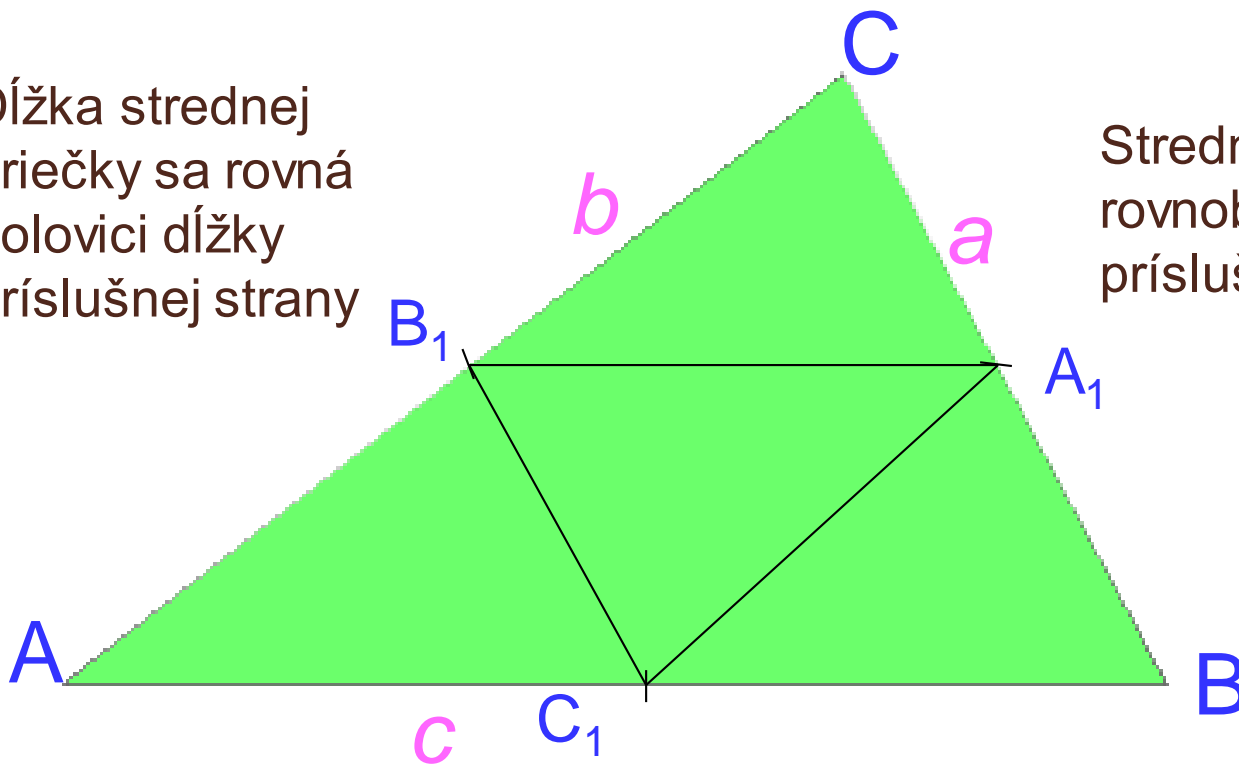
Všetky ťažnice v rovnostrannom trojuholníku sú zhodné a sú totožné s jeho výškami.

Stredné priečky trojuholníka

- Stredná priečka je spojnica stredov strán trojuholníka

Dĺžka strednej priečky sa rovná polovici dĺžky príslušnej strany

Stredná priečka je rovnobežná s príslušnou stranou

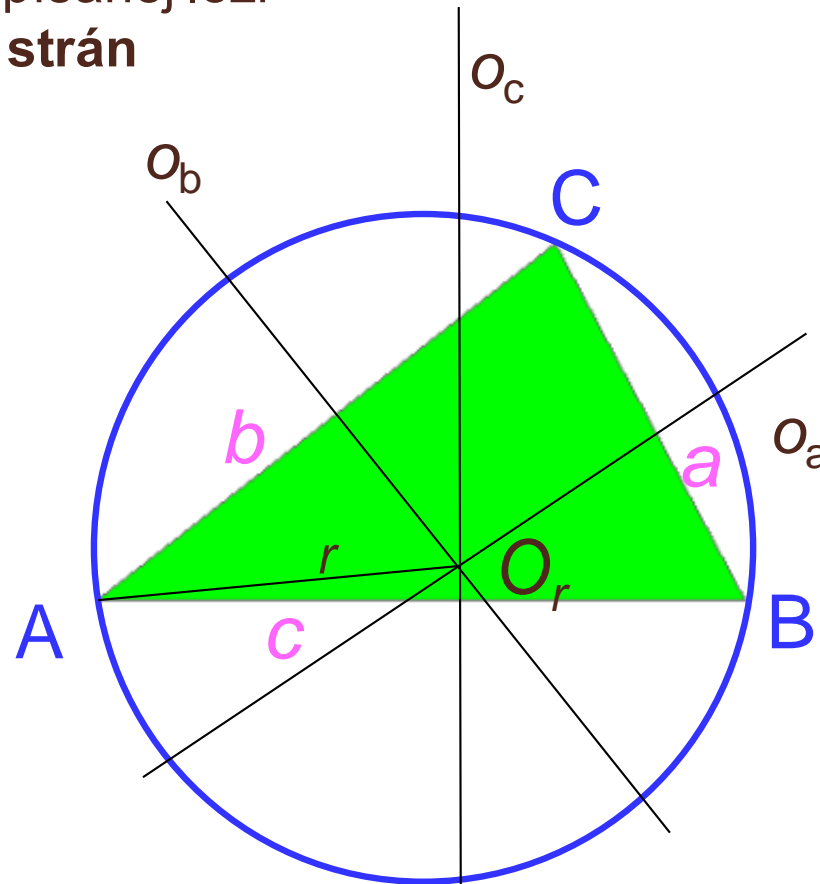


Stredné priečky rozdelia trojuholník na 4 zhodné trojuholníky

Kružnica trojuholníku opísaná

O_r – stred kružnice opísanej leží
na **priesečníku osí strán**

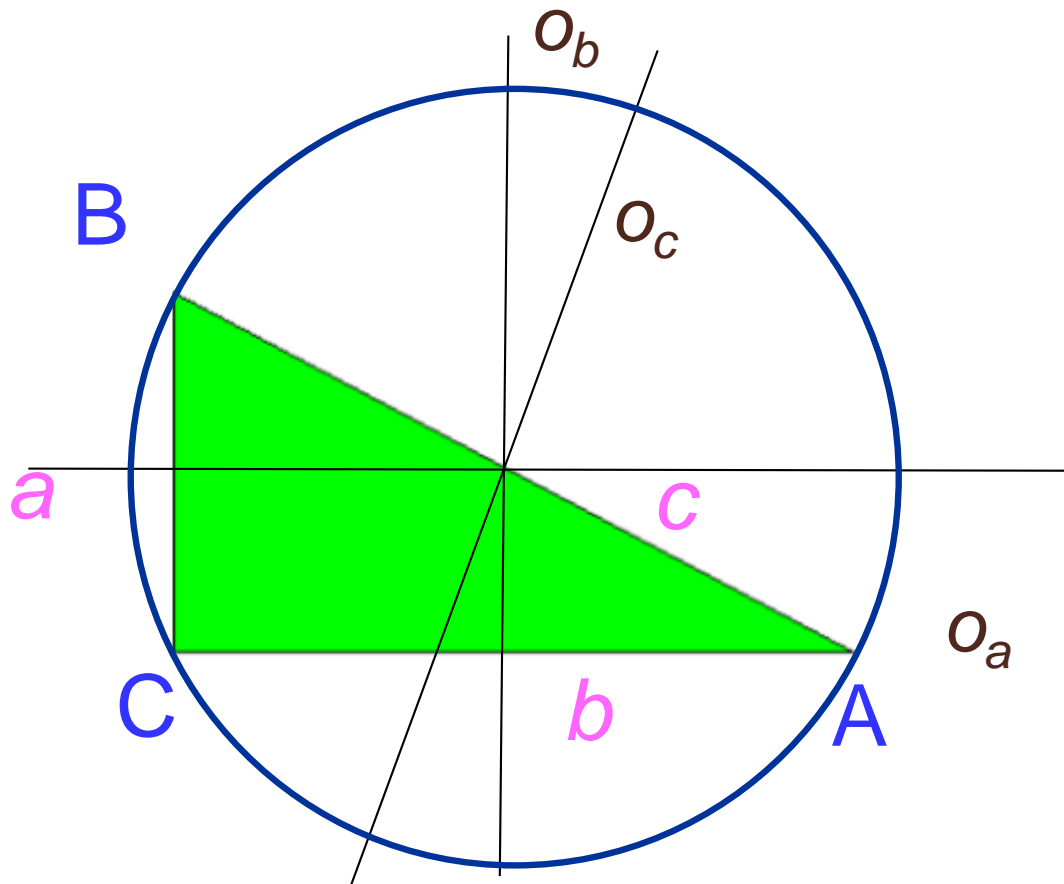
r – polomer kružnice opísanej



**Kružnica opísaná prechádza všetkými vrcholmi
trojuholníka**

Kružnica opísaná pravouhlému trojuholníku

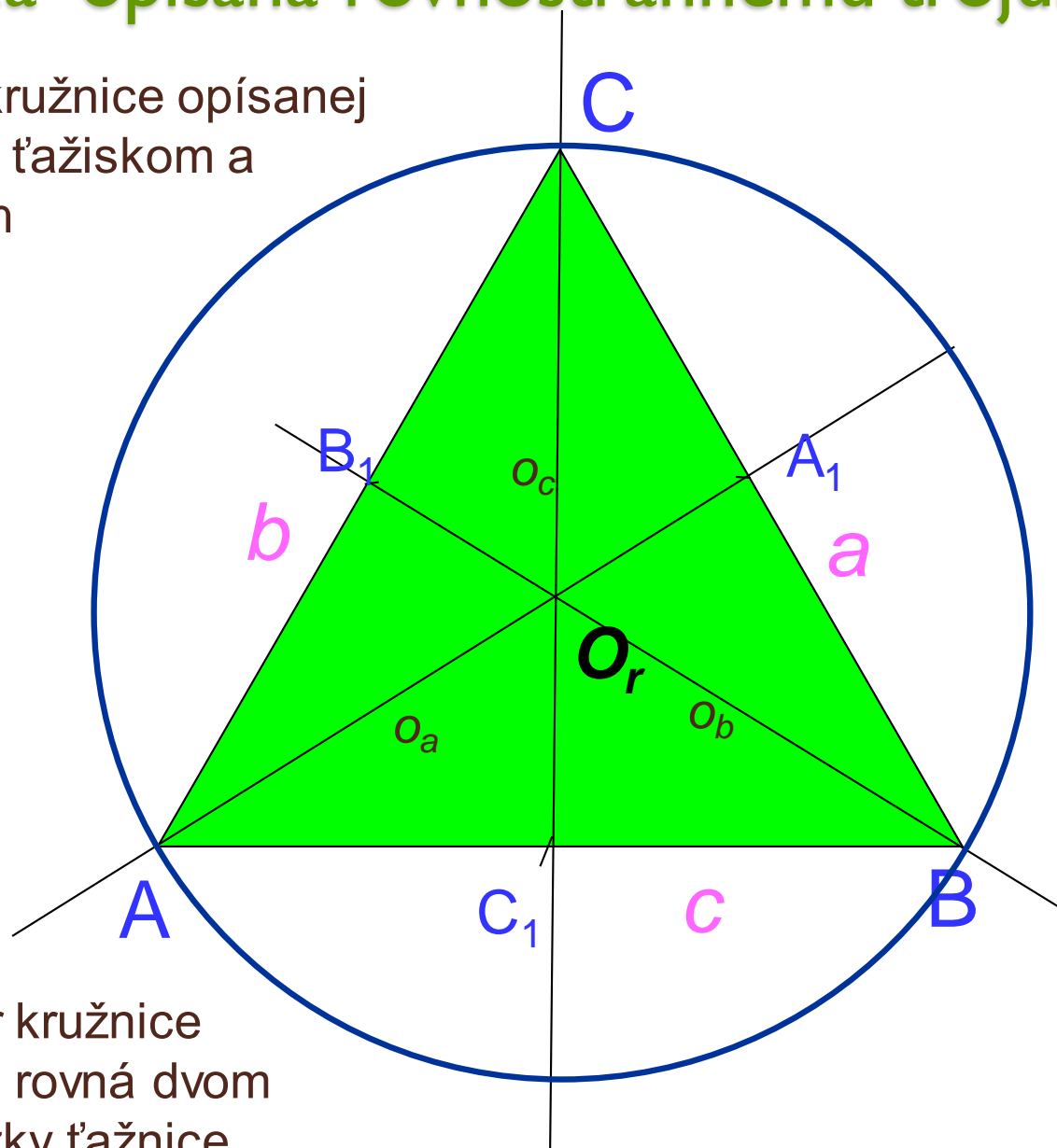
Stred kružnice opísanej pravouhlému trojuholníku leží v **strede prepony**



Kružnica opísaná pravouhlému trojuholníku je **Talesova kružnica**

Kružnica opísaná rovnostrannému trojuholníku

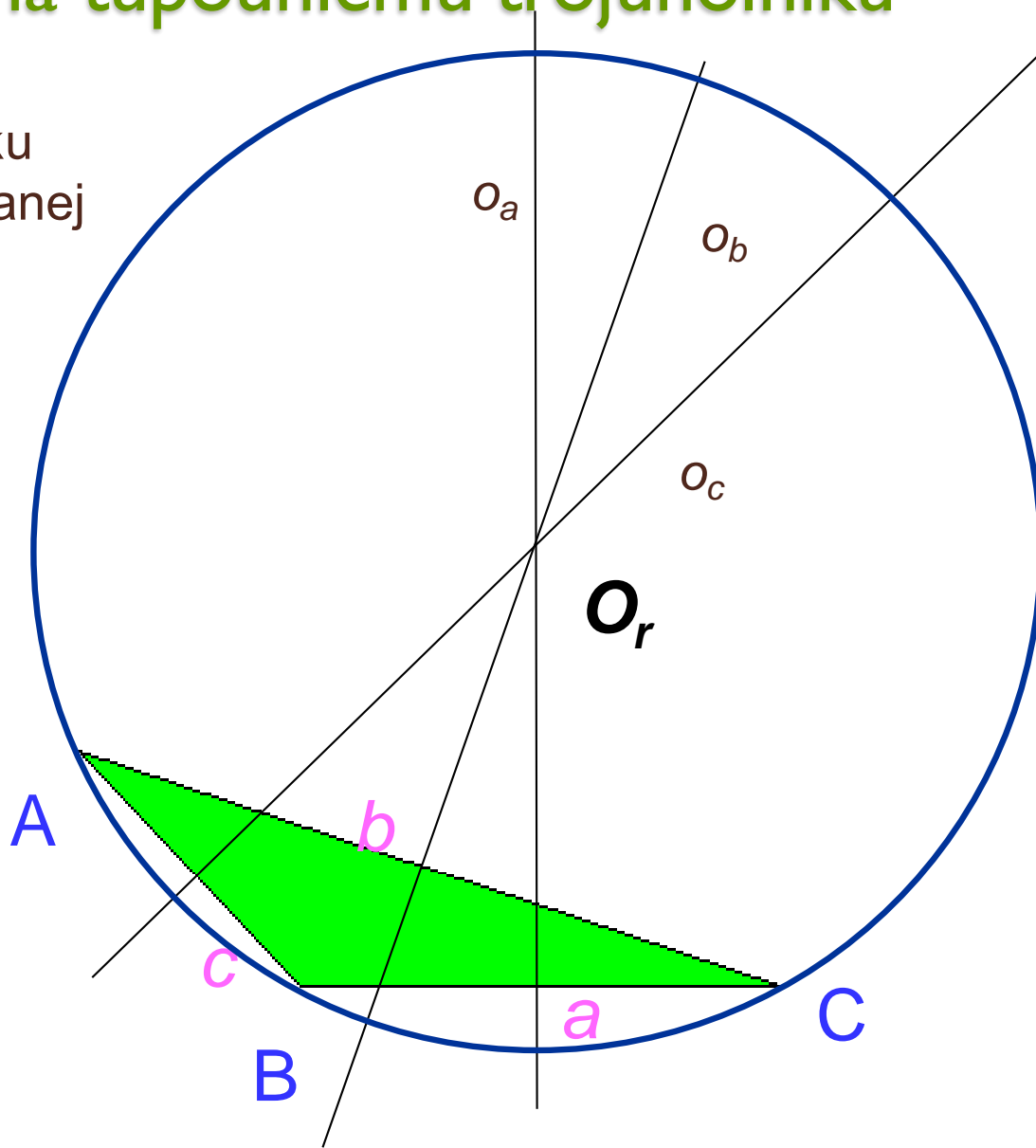
O_r – stred kružnice opísanej
je totožný s ťažiskom a
ortocentrom



r – polomer kružnice
opísanej sa rovná dvom
tretinám dĺžky ťažnice

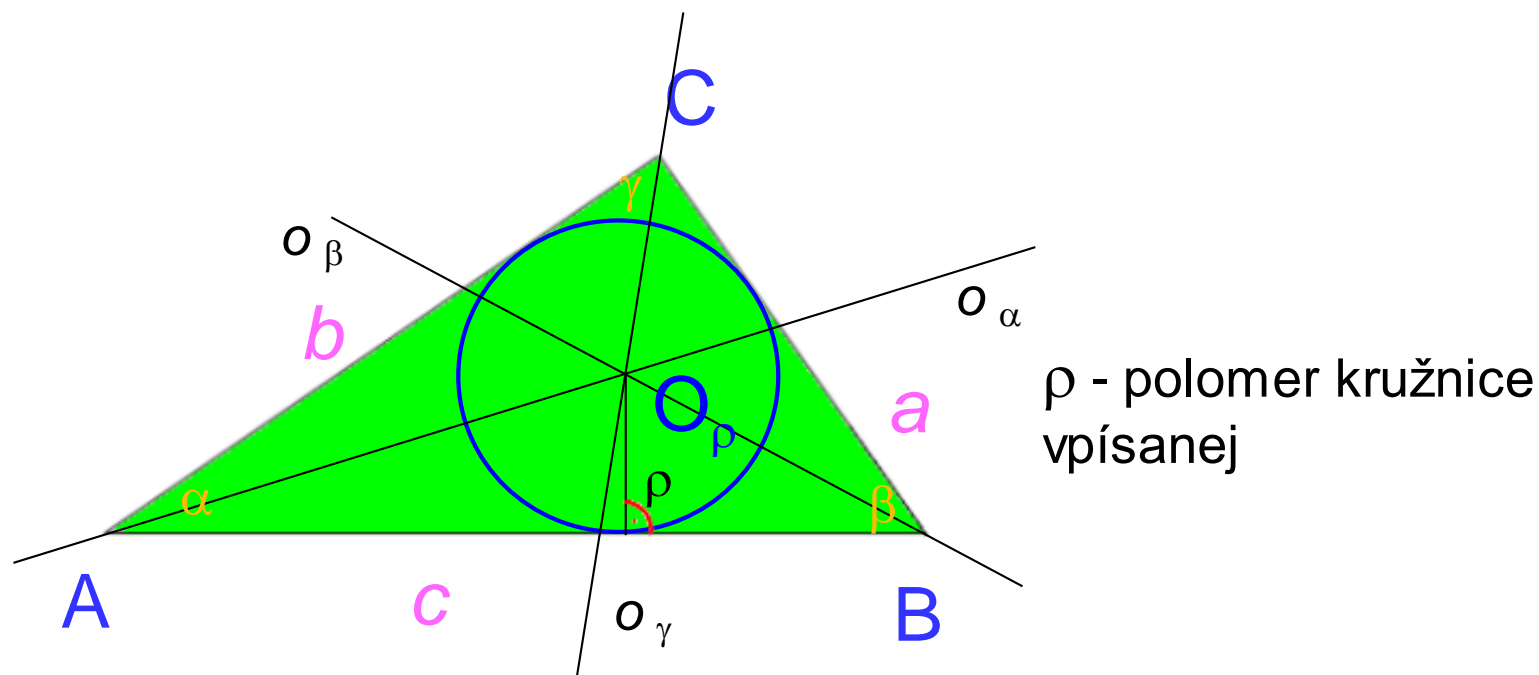
Kružnica opísaná tupohlému trojuholníku

V tupohlom trojuholníku
leží stred kružnice opísanej
mimo trojuholníka



Kružnica trojuholníku vpísaná

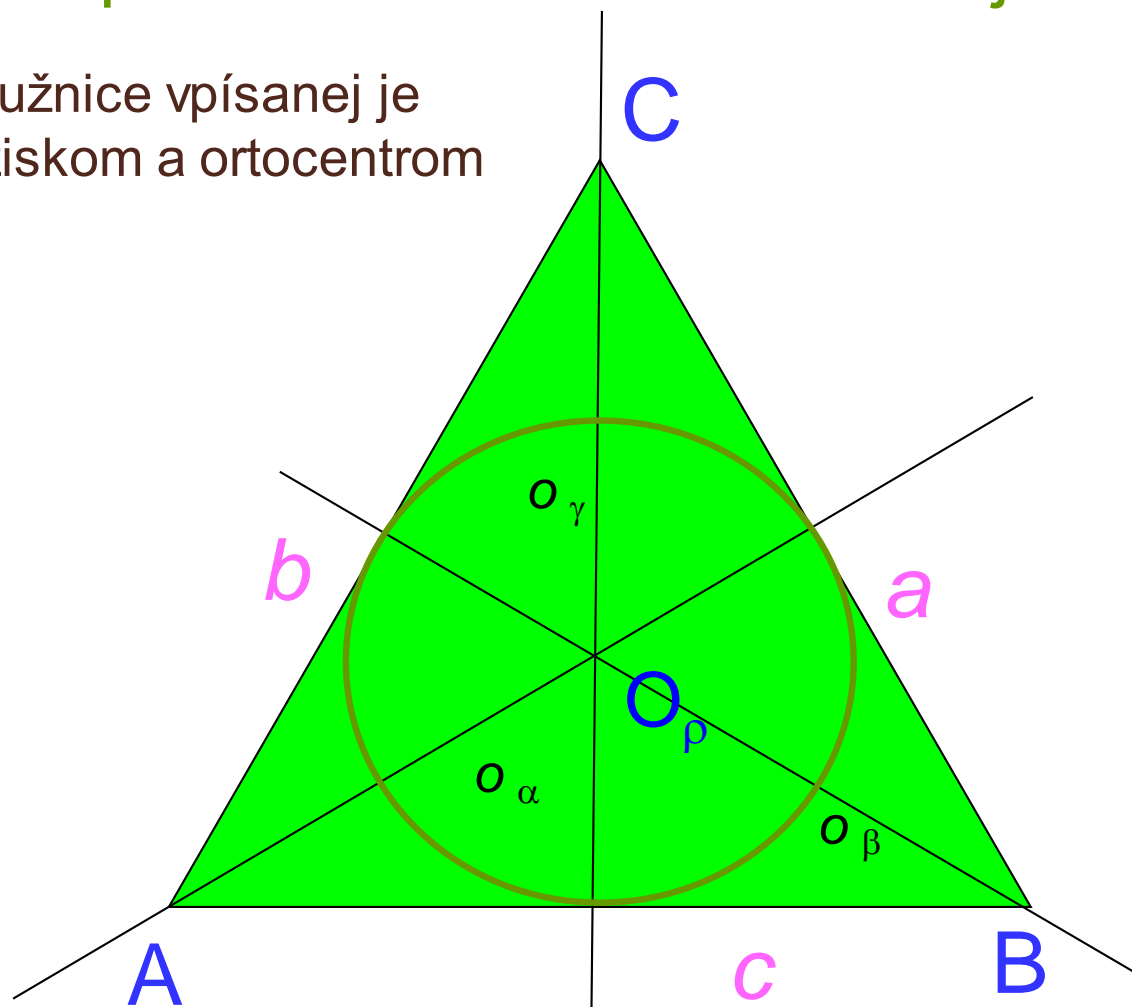
O_ρ - stred kružnice vpísanej leží na **priesečníku osí vnútorných uhlov**



Kružnica vpísaná sa dotýka strán trojuholníka zvnútra

Kružnica vpísaná rovnostrannému trojuholníku

O_p – stred kružnice vpísanej je totožný s ťažiskom a ortocentrom



ρ – polomer kružnice vpísanej sa rovná jednej tretine dĺžky ťažnice