MOCNINY S RACIONÁLNYM EXPONENTOM (ODMOCNINY)

Mocniny s racionálnym exponentom sú také mocniny x^q, kde **exponent q je racionálne číslo,** t.j. kde q môže byť nielen celé číslo, ale aj je zlomok.

$$\text{Pr.: } x^{-\frac{125}{10}};\ x^{-\frac{125}{100}}; x^{\frac{125}{100}}; x^{\frac{125}{10}}$$

Odmocniny: Každú mocninu s racionálnym mocniteľom môžeme previesť na odmocninu, kde odmocniteľ bude menovateľ racionálneho mocniteľa a čitateľ ostáva mocniteľom pôvodného základu v základe odmocniny.

$$\text{Pr. } x^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{x^2},\ x^{\frac{3}{7}} = \sqrt[7]{x^3},\ \ x^{\frac{13}{6}} = \sqrt[6]{x^{13}}$$

Mocnina s racionálnym exponentom je teda číslo $x^{\frac{m}{n}}$; kde $x \in R$; $m \in Z, n \in N$ a platí:

$$\boxed{\boldsymbol{x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}}}$$

Pravidlá pre mocniny s racionálnym exponentom sú analogické vlastnostiam mocnín s prirodzeným a celočíselným exponentom.

Pravidlá pre počítanie s odmocninami: Pre $n \in N, a \in R_0^+$ platí:

1) $\sqrt[n]{1} = 1$

2) $\sqrt[n]{0} = 0$

3) $\sqrt[n]{a^s} = (\sqrt[n]{a})^s$

4) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}$

5) $\sqrt[n.p]{a^{m.p}} = \sqrt[n]{a^m}$ *(tzv. krátenie mocniny a odmocniny)*

6) $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$

7) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

Podmienky pri odmocninách

Párne odmocniny zo záporných čísel neexistujú, preto je potrebné zapisovať podmienky aj pri týchto typoch odmocnín, napr.

$$\sqrt[4]{x};\ \ P: x \geq 0$$

Nepárne odmocniny zo záporných čísel existujú, preto nie je potrebné zapisovať podmienky, napr.

$$\sqrt[3]{x};\ \ x \in R$$

Špeciálne úpravy odmocnín

Pozn. č. 1: Čiastočné odmocnenie – ak nie je možné odmocniť celú odmocninu, odmocnine len jej časť,

MOCNINY S RACIONÁLNYM EXPONENTOM (ODMOCNINY)

Pr.: $\sqrt{50} = \sqrt{25.2} = \sqrt{25}.\sqrt{2} = 5.\sqrt{2}$

Pozn. č. 2: Usmernenie zlomku – odstránenie odmocniny z menovateľa,

Pr.: usmernite zlomok $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

riešenie: V menovateli máme $\sqrt{2}$, preto celý zlomok vynásobíme $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$. Dostávame: $\frac{1}{\sqrt{2}} . \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1.\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}}\ \frac{\sqrt{2}}{2}$

ÚLOHY:

1. Vypočítajte spamäti odmocniny daných čísel:

a) $\sqrt{900} = \sqrt{9.100} = \sqrt{9}.\sqrt{100} = 3.10 = 30$

b) $\sqrt{0{,}25} = \sqrt{(0{,}5)^2} = 0{,}5$

c) $\sqrt[3]{64\,000} = \sqrt[3]{64.1000} = \sqrt[3]{64}.\sqrt[3]{1000} = 4.10 = 40$

d) $\sqrt[3]{125000} = \sqrt[3]{125.1000} = \sqrt[3]{125}.\sqrt[3]{1000} = 5.10 = 50 =$

e) $\sqrt{0{,}0049} = \sqrt{(0{,}07)^2} = 0{,}07 =$

f) $\sqrt{250000} =$ *(D.ú.)*

h) $\sqrt[3]{0{,}000\,008} =$ *(D.ú.)*

i) $\sqrt{16900} =$

j) $\sqrt[3]{0{,}027} =$

g) $\sqrt[3]{8000000} =$

2. Čiastočne odmocnite

a) $\sqrt{18} = \sqrt{9.2} = \sqrt{9}\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

b) $\sqrt{98} = \sqrt{49.2} = 7.\sqrt{2}$

c) $\sqrt{48} = \sqrt{16.3} = 4\sqrt{3}$

d) $\sqrt{200} =$ *(D.ú.)*

e) $\sqrt{128} =$ *(D.ú.)*

3. Usmernite zlomky

a) $\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3.\sqrt{3}}{\sqrt{3}.\sqrt{3}} = \frac{3.\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

b) $\frac{5}{\sqrt{11}} = \frac{5}{\sqrt{11}}.\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}} = \frac{5\sqrt{11}}{11}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} . \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$

d) $\frac{2.\sqrt{10}}{\sqrt{5}} =$ *(D.ú.)*

e) $\frac{2}{3-\sqrt{5}} = \frac{2}{(3-\sqrt{5})} . \frac{(3+\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})} = \frac{2.(3+\sqrt{5})}{3^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{2.(3+\sqrt{5})}{4} = \frac{(3+\sqrt{5})}{2}$

f) $\frac{14}{3+\sqrt{2}} = \frac{14}{(3+\sqrt{2})} . \frac{(3-\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})} = \frac{14.(3-\sqrt{2})}{3^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{14.(3-\sqrt{2})}{9-2} = \frac{14.(3-\sqrt{2})}{7} = 2.(3-\sqrt{2})$

g) $\frac{26}{4-\sqrt{3}} =$ *(D.ú.)*

4: Zjednodušte súčiny/podiely

a) $\sqrt{3}.\sqrt{12} =$

b) $\sqrt{6}.\sqrt{12} =$

c) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} =$

d) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{125}} =$

5. Zapíšte odmocninu v tvare mocniny s racionálnym exponentom (ak je nutné napíšte podmienky)

a) $\sqrt{a} =$

b) $\sqrt[3]{c^2} =$

c) $\sqrt{x^2.y^3} =$

d) $\sqrt[5]{x^4.y^5.z^6} =$

6. Vypočítajte s využitím mocnín s racionálnym exponentom. Ak je to nutné zapíšte podmienky.

a) $\sqrt[9]{x^5} \cdot \sqrt[3]{x^2} =$

b) $\sqrt[7]{x^5} : \sqrt[3]{x^2} =$

c) $\sqrt{a \cdot \sqrt{a}} : a^{\frac{1}{4}} =$

d) $x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[6]{x} =$

e) $\sqrt[4]{x^3} : \left(x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} \right) =$

f) $a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{-5}{3}} =$

g) $\sqrt{x} \cdot x^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[5]{x^2} =$

MOCNINY S RACIONÁLNYM EXPONENTOM (ODMOCNINY)

h) $$\frac{\sqrt[6]{x^5}\cdot\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}}=$$

i) $$\frac{\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[6]{x}}{\sqrt[4]{x^3}}=$$