

Mocninové funkcie - d'alšie úlohy

6. Načrtnite graf a opíšte vlastnosti nasledujúcich funkcií:

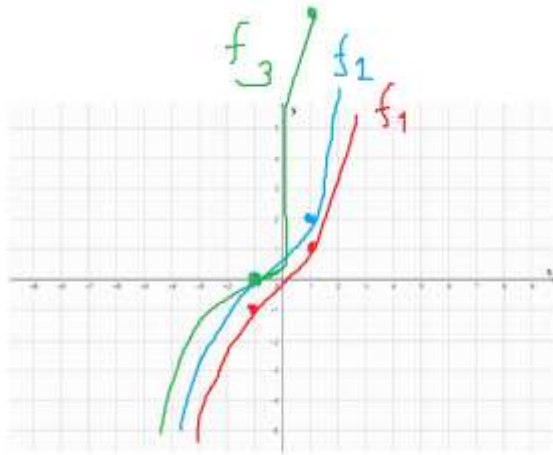
a. $f_1(x) = x^3$; $f_2(x) = x^3 + 1$; $f_3(x) = (x+1)^3$;

$f_1(x) = x^3$; $f_2(x) = x^3 + 1$; $f_3(x) = (x+1)^3$;

$f_1(x) = x^3$ [1,1] [-1,-1]

$f_2(x) = x^3 + 1$ [1,2] [-1,0]

$f_3(x) = (x+1)^3$ [1,8] [-1,0]



Vlastnosti:

	D(f)	H(f)	Parita	Prostosť	Extrémy	Ohraničenosť	NB	Monotónnosť
$f_1(x) = x^3$;	R	R	nepárna	Prostá	Nemá	Neohraničená	[0,0]	Rastúca na D(f)
$f_2(x) = x^3 + 1$;	R	R	Ani párna, ani nepárna	Prostá	Nemá	Neohraničená	[-1,0]	Rastúca na D(f)
$f_3(x) = (x+1)^3$;	R	R	Ani párna, ani nepárna	Prostá	Nemá	Neohraničená	[-1,0]	Rastúca na D(f)

b. $f_1(x) = x^4$; $f_2(x) = x^4 - 2$; $f_3(x) = (x-2)^4$.

c. $f_1(x) = x^{-2}$; $f_2(x) = x^{-2} - 1$; $f_3(x) = (x-1)^{-2}$;

d. $f_1(x) = x^{-3}$; $f_2(x) = x^{-3} + 2$; $f_3(x) = (x+2)^{-3}$.

7. Načrtnite graf a opíšte vlastnosti nasledujúcich funkcií:

a. $f_1(x) = -(x+1)^4$; $f_2(x) = x^{-4} - 3$; $f_3(x) = -(x+1)^{-4} - 1$;

$f_1(x) = -(x+1)^4$

Vychádzame zo základnej funkcie $y = -x^4$, ktorú posúvame:

$x=0 \Rightarrow y = -(0+1)^4 = -1 \Rightarrow [0, -1]$

$x=-1 \Rightarrow y = -(-1+1)^4 = 0 \Rightarrow [-1, 0]$

$x=-2 \Rightarrow y = -(-2+1)^4 = -1 \Rightarrow [-2, -1]$

$f_2(x) = x^{-4} - 3$

Vychádzame zo základnej funkcie $y = x^{-4}$ na $[-4]$, ktorú posúvame:

Preto asymptoty budú: $x=0$, $y=-3$

Nájdeme aspoň po 1 bode na oboch stranách asymptoty:

$x=1 \Rightarrow y = 1^{-4} - 3 = 1 - 3 = -2 \Rightarrow [1, -2]$

$x=-1 \Rightarrow y = (-1)^{-4} - 3 = \frac{1}{(-1)^4} - 3 = 1 - 3 = -2 \Rightarrow [-1, -2]$

$f_3(x) = -(x+1)^{-4} - 1$

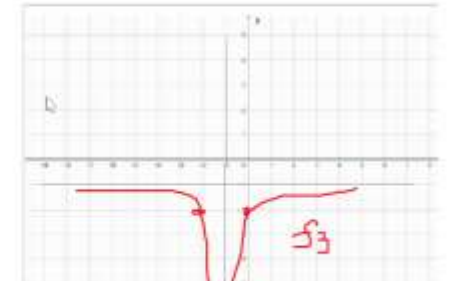
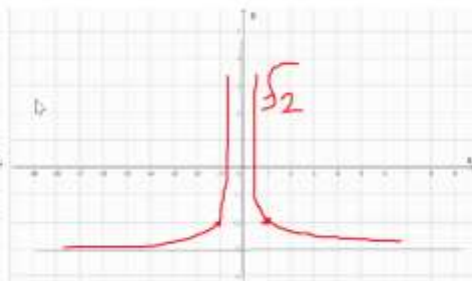
Vychádzame zo základnej funkcie $y = x^{-4}$ na $[-4]$, ktorú však prevrátime zvisle smerom dolu a posúvame.

Preto asymptoty budú: $x=-1$ a $y=-1$

Nájdeme aspoň po 1 bode na oboch stranách asymptoty:

$x=-2 \Rightarrow y = -(-2+1)^{-4} - 1 = -\frac{1}{(-1)^4} - 1 = -1 - 1 = -2 \Rightarrow [-2, -2]$

$x=0 \Rightarrow y = -(0+1)^{-4} - 1 = -\frac{1}{1^4} - 1 = -1 - 1 = -2 \Rightarrow [0, -2]$



	D(f)	H(f)	Parita	Prostosť	Extrémy	Ohraničenosť	NB	Monotónnosť
$f_1(x) = -(x+1)^4$;	R	$(-\infty; 0]$	Ani párna, ani nepárna	Neprostopá	MAX $x=-1$, MIN nemá	Zhora $h=0$	[-1,0]	Rast. $(-\infty; -1)$ Kles. $(-1; \infty)$
$f_2(x) = x^{-4} - 3$;	$R \setminus \{0\}$	$(-3; \infty)$	Párna	Neprostopá	Nemá	Zdola $d=-3$	$[\sqrt[4]{3}; 0]$; $[-\sqrt[4]{3}; 0]$	Rast. $(-\infty; 0)$ Kles. $(0; \infty)$
$f_3(x) = -(x+1)^{-4} - 1$;	$R \setminus \{-1\}$	$(-\infty; -1)$	Ani párna, ani nepárna	Neprostopá	Nemá	Zhora $h=-1$	Nemá	Kles. $(-\infty; -1)$ Rast. $(-1; \infty)$

Výpočet NB pre f_2 : $y=0 \Rightarrow 0 = x^{-4} - 3$

$$0 = \frac{1}{x^4} - 3 \quad / \cdot x^4$$

$$0 = 1 - 3x^4 \quad / + 3x^4$$

$$3x^4 = 1 \quad / : 3$$

$$x^4 = \frac{1}{3} \quad / \sqrt[4]{}$$

$$x = \pm \sqrt[4]{\frac{1}{3}}$$

b. $f_1(x) = -x^5 + 2$; $f_2(x) = (x+1)^{-5}$; $f_3(x) = -(x-1)^{-5} + 1$. (D.ú.)