

Logika a množiny

1. Negujte zložené výroky: (vypočítané v škole)

- a) $14 < 7 \leq 28$
- b) Ak sa derivácia funkcie f v bode a rovná nule, potom má funkcia f v bode a extrém.
- c) Pre všetky $n \in \mathbb{N} : 8 \mid n \Rightarrow (2 \mid n \wedge 4 \mid n)$

2. Dané sú množiny $A = \{x \in \mathbb{R}; |x+2| \leq 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R}; x+1 > 0\}$. Určte a znázornite: A, B, A^c, B^c ,

$A \cap B, A \cup B^c, A \cap B^c, (A \cup B)^c, A - B, B - A$. (vypočítané v škole)

3. Dokážte rovnosť množín:

- a) $A \cap (B \cup A^c) = A \cap B$
- b) $A \cap (B \cap C)^c = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$

4. Pri prieskume životnej úrovne sa zistilo, že zo 40 rodín v jednom obytnom dome má 40% auto i chatu. Pritom auto vlastní o 16 rodín viac než chatu a nie je rodina, ktorá by nemala auto alebo chatu. (vypočítané v škole)

- a) Vypočítajte, koľko rodín z domu má auto.
- b) Koľko percent rodín z domu vlastní iba auto?

5. Z celkového počtu 102 zamestnancov vie po nemecky 32, po anglicky 38 a po rusky 36 zamestnancov. Po rusky a anglicky vie 18, po rusky a nemecky 12 a po anglicky a nemecky vie 7 zamestnancov. Všetkými tromi jazykmi hovoria 5 zamestnanci. Koľkí zamestnanci neovládajú žiaden cudzí jazyk? (D.ú.)

6. Množina U obsahuje prirodzené čísla menšie než 16. A a B sú jej podmnožiny také, že A obsahuje párne čísla a B čísla deliteľné tromi. Určte prienik množín A a B , zjednotenie množín A a B a doplnok množiny A v množine U .

7. Dané sú množiny $A = \{x \in \mathbb{R}; |x-1| < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R}; |x+1| \geq 2\}$. Zapište množiny ako intervaly, znázornite ich na číselnej osi a uče $A \cap B, A \cup B, A - B, B - A$, doplnok A v \mathbb{R} (D.ú.)

8. Utvorte negáciu výrokov:

- a) V triede je menej ako 18 žiakov.
 - b) Škola má najviac 461 žiakov.
 - c) Aspoň jeden trojuholník má jeden pravý uhol.
- (D.ú.)

9. Dokážte platnosť výroku: $\sqrt{13+\sqrt{12}} < 1 + \sqrt{13-\sqrt{12}}$.

10. Dokážte, že pre každé prirodzené číslo n platí:

- a) ak n je párne, potom aj n^2 je párne;
- b) 3 nedelí (n^4-1) potom 3 delí n .

11. Dokážte algebrický i geometrický, že pre všetky $a, b \in \mathbb{R}^+$ platí:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

12. Z 35 žiakov odoberá matematický časopis 8 žiakov a vedecký 10 žiakov. 21 žiakov neodoberá ani jeden z týchto časopisov. Koľko žiakov odoberá oba?

13. Zistite pravdivosť zloženého výroku:

- (A) $(3 < 7) \wedge (7 < 11) \wedge (11 \mid 11)$
- (B) $(3 < 7) \vee (7 < 11) \vee (11 < 11)$
- (C) $[(3=7) \wedge (7 > 9)] \vee (9 \leq 9)$
- (D) $(2 \cdot 3 = 6 \vee 3 \cdot 4 = 16) \wedge (1 < 2)$
- (E) $(5 \mid 14) \wedge (7 \mid 42) \vee (2 \neq 2)$
- (F) $(1 < 2) \wedge (2 \neq 2) \Leftrightarrow (5 \mid 15)$

14. Z nasledujúcich dvojíc výrokov A, B utvorte slovné zložené výroky $A \Rightarrow B, A' \Rightarrow B', B \Rightarrow A, B' \Rightarrow A'$ a rozhodnite, ktorý z výrokov je pravdivý a ktorý nepravdivý.

- (A) A = Číslo končí nulou. B = Číslo je párne.
- (B) A = Bol som na Slovensku. B = Bol som v Tatrách.

15. Dané sú množiny $A = \{x \in \mathbb{R}; |x+5| \leq 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{R}; x+2 > 0\}$. Určte a znázornite Vennovým diagramom množiny:

$A, B, A^c, B^c, A \cap B, A \cup B^c, A \cap B^c, (A \cup B)^c, A - B, B - A$.

16. Dokážte:

- (A) Súčin 2 nepárnych čísel je nepárne číslo.
- (B) Súčet dvoch párných čísel je párne číslo.
- (C) Súčet 2 nepárnych čísel je párne číslo.
- (D) Súčet párneho a nepárneho čísla je nepárne číslo.

17. Peter a Pavol čakajú pred kinom na spolužiakov Adama, Braňa a Cyrila. Peter tvrdí: „Ak príde Adam a Branislav, tak príde i Cyril.“ Pavol tvrdí: „Ja si myslím, že ak príde Adam a nepríde Cyril, nepríde ani Braňo.“ Na to povie Peter: „To však vravíš to isté čo ja.“ a) Rozhodnite, či obaja tvrdia to isté. b) Určte, či výroková formula je tautológia

$$[(X \wedge Y) \Rightarrow Z] \Leftrightarrow [(X \wedge Z') \Rightarrow Y']$$