

Logaritmické rovnice

Mgr. Anna Černinská
SOŠ elektrotechnická
Liptovský Hrádok

Pri riešení rovníc, ktoré obsahujú logaritmy s rovnakým základom, využívame:

1. definícia logaritmu
 - úlohy
2. rovnosť logaritmov
 - úlohy
3. vety o logaritmoch
 - úlohy
4. substitúcia
 - úlohy

1. definícia logaritmu:

$$\log_a x = y \iff a^y = x ;$$

$$x, a > 0, a \neq 1$$

Riešte v množine R:

$$\log_3 (2x - 7) = 2$$

Podľa definície logaritmu musí platiť:

$$3^2 = 2x - 7$$

Po úprave:

$$x = 8$$

logaritmovať môžeme len kladné čísla, preto vždy musíme určovať podmienky – výraz, ktorý logaritmujeme, musí byť kladný:

$$P: 2x - 7 > 0$$

$$2x > 7$$

$$\underline{x > 3,5}$$

koreň rovnice $x = 8$ je väčší ako 3,5
- čiže spĺňa podmienku, preto

$$K = \{8\}$$

ÚLOHA 1:

Riešte v množine R:

A) $\log_6 (4x - 2) = 0$

B) $\log_5 (3 - x) = 1$

C) $\log_2 (1 - x) - 3 = 0$

D) $\log_2 (2x + 7) = -2$

E) $\log_{0,5} (x + 5) = -1$

F) $\log_{0,25} (5x + 2) = 0,5$

G) $\log(x + 8) = \log 100$

Podmienky a riešenia:

$x > 0,5$ **$K = \{0,75\}$**

$x < 3$ **$K = \{-2\}$**

$x < 1$ **$K = \{-7\}$**

$x > -3,5$ **$K = \{-3,375\}$**

$x > -5$ **$K = \{-3\}$**

$x > -0,4$ **$K = \{-0,3\}$**

$x > -8$ **$K = \{92\}$**

2. rovnosť logaritmov:

$$\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y \quad x, y, a > 0, a \neq 1$$

Riešte v množine R:

$$\log_7 (3x + 3) = \log_7 (x - 5)$$

$$3x + 3 = x - 5$$
$$x = -4$$

Po úprave:

Ak sa logaritmy dvoch výrazov (pri rovnakom základe) rovnajú, tak sa musia rovnať aj dané výrazy, preto rovnicu odlogaritmujeme:

určíme podmienky – výrazy, ktoré logaritmujeme, musia byť kladné:

$$P1: 3x + 3 > 0 \quad \wedge \quad P2: x - 5 > 0$$
$$x > -1 \quad \quad \quad x > 5$$



$$x \in (5; \infty)$$

koreň rovnice $x = -4$ nie je väčší ako 5
- čiže nesplňa podmienky, preto:

$$K = \emptyset$$

ÚLOHA 2:

Riešte v množine R:

A) $\log_5 (x - 2) = \log_5 (2x - 6)$

B) $\log_{0,5} (2 - 4x) = \log_{0,5} (x + 1)$

C) $\log (3x + 9) = \log (5 - x)$

D) $\log (1 - 4x) = \log 3$

E) $\log_2 (2x + 4) - \log_2 (1 - x) = 0$

F) $\log (x^2 + 1) = \log (x^2 - x)$

G) $\log_3 x^2 = \log_3 (4x - 4)$

Podmienky a riešenia:

$x \in (3; \infty)$

$K = \{4\}$

$x \in (-1; 0,5)$

$K = \{0,2\}$

$x \in (-3; 5)$

$K = \{-1\}$

$x \in (-\infty; 0,25)$

$K = \{-0,5\}$

$x \in (-2; 1)$

$K = \{-1\}$

$x \in (-\infty; 0) \cup (1; \infty)$

$K = \{-1\}$

$x \in (1; \infty)$

$K = \{2\}$