

# LOGARITMY – PRACOVNÝ LIST

(Klasifikovaná D.ú. do 10.01.2021)

**Pamätaj, že platí:**

$\log_a x = y$  práve vtedy, keď  $a^y = x$

**a (základ logaritmu) musí byť: a kladné, rôzne od 1**

**x (čo sa logaritmuje) musí byť: x kladné**

**Ďalej pre mocniny platí:**

$\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$  (odmocninu vieme zapísať ako zlomkovú mocninu)

$x^{-2} = \frac{1}{x^2}$  (záp. mocninu zapisujeme ako kladnú mocninu v menovateli zlomku)

Ďalej si uvedom, že existujú dva typy logaritmických (podobne aj exponenciálnych) funkcií podľa základu a. Úlohy:

- 1-5 riešte podľa prvej prezentácie
- 6-8 riešte podľa druhej prezentácie.

**1. Podľa veľkosti usporiadaj čísla v tabuľke (napíš poradie podľa veľkosti od najmenšieho po najväčšie (1 – najmenšie atď))**

Číslo	$\log 1$	$\log \sqrt{10}$	$\log \sqrt[3]{100}$	$\log 1000$	$\log 0,0001$	$\log 0,01$	$\log 100$
Výsledok	0 ✓	<del>1/10</del>	2/3 ✓	3 ✓	-4 ✓	-2 ✓	2 ✓
Poradie	3	4	5	7	1	2	6

(6)

**2. Vypočítajte:**

a)  $\log_2 2^6 = 6$  ✓

b)  $\log_3 3^7 = 7$  ✓

c)  $\log_2 8 = 3$  ✓

d)  $\log_3 1/3 = -1$  ✓

e)  $\log_7 1 = 0$  ✓

(5)

**3. Vypočítajte:**

a)  $\log_2 x = 4$

b)  $\log_2 x = -3$

c)  $\log_3 x = 1/2$

$2^4 = x$

$x = 16$  ✓

$x = 1/8$  ✓

$x = \sqrt{3}$  ✓

d)  $\log_{10} x = 0$

e)  $\log_2 x = -1$

$x = 1$  ✓

$x = 1/2$  ✓

(5)

**4. Vypočítajte:**

a)  $\log_z 36 = 2$

b)  $\log_z 100 = 2$

c)  $\log_z 1/8 = -1$

$z^2 = 36 \quad \sqrt[2]{36} = z$

$z = 6$  ✓

$z = 10$  ✓

$z = 8$  ✓

d)  $\log_z 0,001 = -3$

e)  $\log_z 5 = 1$

(5)

$$z = 10 \checkmark$$

$$z = 5 \checkmark$$

5. Vypočítajte jednotlivé logaritmy a určte výsledok:

a)  $2\log_3 \sqrt{27} - \log_3 1 + \log_3 \frac{1}{27} =$

Riešenie:

$$\begin{aligned} 2\log_3 \sqrt{27} - \log_3 1 + \log_3 \frac{1}{27} &= 2\log_3 \sqrt{3^3} - \log_3 3^0 + \log_3 \frac{1}{3^3} = \\ &= 2 \cdot \log_3 3^{\frac{3}{2}} - 0 + \log_3 3^{-3} = 2 \cdot \frac{3}{2} - 0 - 3 = 3 - 0 - 3 = 0 \end{aligned}$$

b)  $2\log_5 25 + 3\log_2 64 + \log_3 \frac{1}{9} = 2\log_5 5^2 + 3\log_2 2^6 + \log_3 3^{-2} = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 6 - 2 = 20 \checkmark$

c)  $\log_6 36 - \log_6 \frac{1}{36} - 2 = 2 - \log_6 6^{-2} - 2 = 2 + 2 - 2 = 2 \checkmark$

d)  $2\log_2 4 + \log_2 8 - \log_2 16 = 2 \cdot 2 + 3 - 4 = 4 - 1 = 3 \checkmark$

e)  $\log_5 \frac{1}{25} - (\log_3 9)^2 + \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2 - 4 - 2 = -8 \checkmark$

(4)

6. Upravte na jeden logaritmus a ak sa to dá, dopočítajte až na číselný výsledok:

a)  $\log_2 8 + \log_2 14 - \log_2 7 =$

Riešenie:  $\log_2 8 + \log_2 14 - \log_2 7 = \log_2 \left( 8 \cdot \frac{14}{7} \right) = \log_2 (8 \cdot 2) = \log_2 16 = 4$

b)  $2\log 10 + \log 8 - 3 \cdot \log 2 = \log (100 \cdot 8 / 8) = \log 100 = 2 \checkmark$

c)  $\log_5 125 + \log_5 10 - \log_5 2 = \log_5 (125 \cdot 10 / 2) = \log_5 125 \cdot 5 = \log_5 5^3 \cdot 5 = \log_5 5^4 = 4 \checkmark$

d)  $\log_3 2 + \log_3 4 - \log_3 8 = \log_3 (2 \cdot 4 / 8) = 0 \checkmark$

e)  $\log 10 - (\log 16 - 3 \cdot \log 2) = 1 - \log 2 = \log 5$

(3)

7. Pomocou viet o logaritmoch vypočítajte x:

a)  $\log x = \log a - 2\log b + \frac{1}{2}\log c$

Riešenie:

$$\log x = \log a - \log b^2 + \log c^{\frac{1}{2}}$$

$$\log x = \log a : b^2 \cdot c^{\frac{1}{2}}$$

$$x = a : b^2 \cdot c^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x = \frac{a}{b^2} \cdot \sqrt{c}$$

b)  $\log x = \log a + \log b - \log c$

$$\log x = \log \frac{a \cdot b}{c}$$

$$X = \frac{a \cdot b}{c} \checkmark$$

$$c) \log_4 x = 2 \log_4 5 - \frac{1}{2} \log_4 25 - 2$$

$$\log_4 x = \log_4 5^2 - \log_4 \sqrt{25} - 2$$

$$\log_4 x = \log_4 \frac{5^2}{\sqrt{25}} - 2$$

$$\log_4 x = \log_4 5 - \log_4 4^2$$

$$\log_4 x = \log_4 \frac{5}{16}$$

$$x = \frac{5}{16} \quad \checkmark$$

$$d) \log_2 x = 3 \log_2 a + 2 \log_2 b + 4$$

$$\log_2 x = \log_2 a^3 + \log_2 b^2 + \log_2 2^4$$

$$\log_2 x = \log_2 a^3 b^2 16$$

$$x = a^3 b^2 16 \quad \checkmark$$

(4)

$$e) \log x = \log 10 + \log 2$$

$$\log x = \log 20$$

$$x=20 \quad \checkmark$$

### 8. Rozpiš dané výrazy na jednoduché logaritmy použitím viet o logaritmoch:

$$a) \log \sqrt{a^3 \cdot b^5} =$$

Riešenie:

$$\begin{aligned} \log \sqrt{a^3 \cdot b^5} &= \log(\sqrt{a^3} \cdot \sqrt{b^5}) = \log \sqrt{a^3} + \log \sqrt{b^5} = \log a^{\frac{3}{2}} + \log b^{\frac{5}{2}} = \\ &= \frac{3}{2} \cdot \log a + \frac{5}{2} \cdot \log b \end{aligned}$$

$$b) \log (a \cdot b \cdot c) = \log a + \log b + \log c \quad \checkmark$$

$$c) \log \frac{a \cdot b}{2} = \log a + \log b - \log 2 \quad \times$$

(3)

$$d) \log \sqrt{x} = \log x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log x \quad \checkmark$$

$$e) \log \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{x} = \log 2^{\frac{1}{3}} + \log x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \log 2 + \frac{1}{2} \log x \quad \checkmark$$

35/38 ...92% ... výborný