Lineárne funkcie s absolútnou hodnotou

OPAKOVANIE:
Abs. hodnota reálneho čísla vyjadrená graficky je jeho **VZDIALENOSŤ** na číselnej osi od **NULY.**

Odstránenie absolútnej hodnoty z výrazu:
Rozlišujeme 2 prípady:

$$|x| = \begin{cases} x, \text{ak } x \geq 0 \\ -x, \text{ak } x < 0 \end{cases}$$

abs. hodnota **nezáporného čísla** (kladného alebo nuly) je to isté číslo, napr. $|3| = 3$
abs. hodnota **záporného čísla** je číslo k nemu opačné, napr. $|-5| = -(-5)=5$

Pr. Zostrojte graf funkcie a určte jej vlastnosti:

a) $f_1 : y = |x|$

b) $f_2 : y = |x+3|$

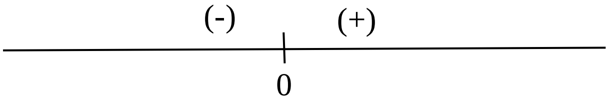
c) $f_3 : y = |2x+3| - 1$

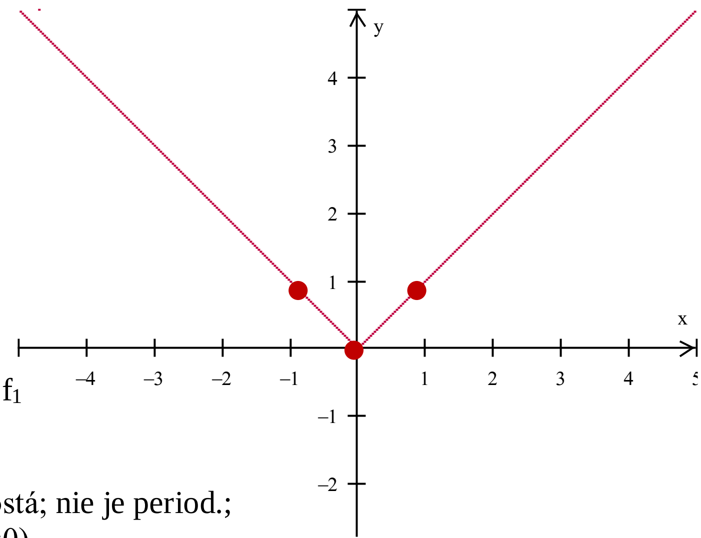
d) $f_4 : y = |2x+3| - |x|$

Riešenie:

a) $f_1 : y = |x|$

NB: x = 0





Funkcia má teda 2 rôzne tvary:

$$f_1 : y = |x| \ldots \begin{cases} y = x, & x \in \langle 0, \infty) \\ y = -x, & x \in (-\infty, 0) \end{cases}$$

Graf funkcie hľadáme tak, že nájdete okrem nulového bodu zvolíme ďalšie 2 body:

- x=0 => y = x = 0 => $[0,0] \in f_1$
- x=-1 => y = -x= -(-1) =1 => $[-1,1] \in f_1$
- x=1 => y = x = 1 => $[1,1] \in f_1$

Vlastnosti: $D(f_1)$= R; $H(f_1)$= <0;∞); nie je prostá; nie je period.;
Rastúca na (0; ∞); klesajúca na (-∞;0)
Párna funkcia
Nemá maximum, má minimum v x=0
Zdola ohraničená d=0

Pozn.1: Lineárnu funkciu s absolútnou hodnotou riešime tak, že najprv pomocou nulových bodov odstránime AH a prepíšeme funkciu do viacerých tvarov pre jednotlivé číselné intervaly.
Pozn.2: Graf lineárnej funkcie s absolútnou hodnotou je tvorený viacerými polpriamkami (príp. úsečkami), pričom k zmene grafu dochádza vždy v nulovom bode.

b) $f_2 : y = |x+3|$

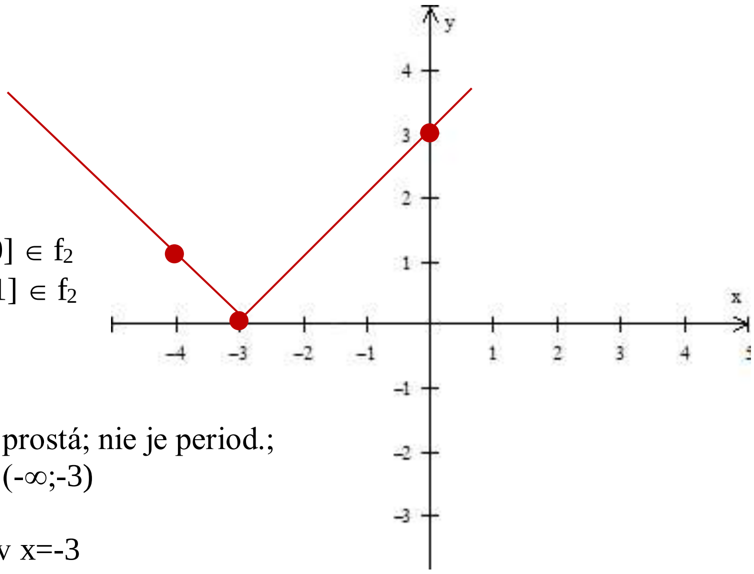
NB: x = -3

(-) (+)

-3

Funkcia má teda 2 rôzne tvary:

$$f_2 : y = |x+3| = \begin{cases} x+3, x \in \langle -3, \infty) \\ -x-3, x \in (-\infty, -3) \end{cases}$$



Graf funkcie:

- x= -3 => y = x+3 = -3+3= 0 => [-3,0] ∈ f_2
- x= -4 => y =-x-3=-(-4)-3 =1 => [-4,1] ∈ f_2
- x= 0 => y = x+3= 0+3 => [0,3] ∈ f_2

Vlastnosti: D(f_2)= R; H(f_2)= <0;∞); nie je prostá; nie je period.;
Rastúca na (-3; ∞); klesajúca na (-∞;-3)
Ani párna, ani nepárna
Nemá maximum, má minimum v x=-3
Zdola ohraničená d=0

c) $f_3 : y = |2x+3| - 1$

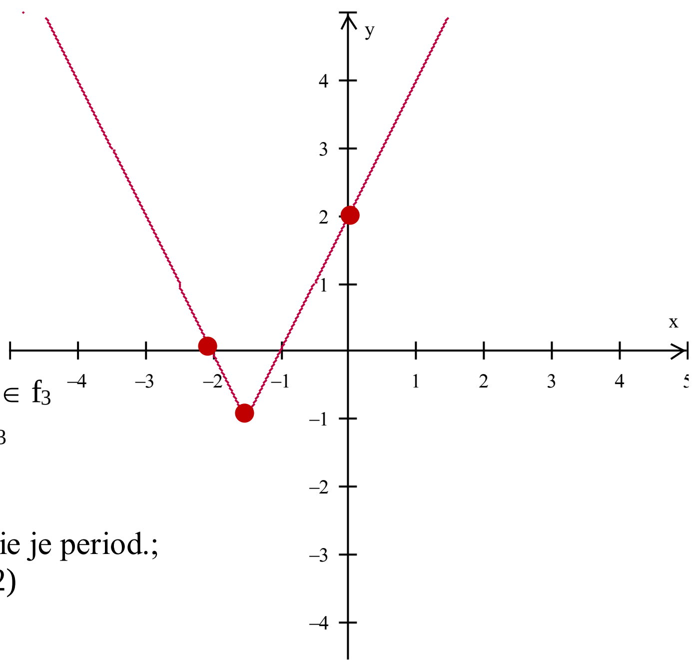
NB: 2x+3=0 => x = -3/2 = -1,5

(-) (+)

-1,5

x	(-∞; -3/2)	<-3/2, ∞)
| 2x + 3 |	-2x-3	2x+3
y	-2x-3-1= -2x-4	2x+3-1 = 2x+2

$$f_3 : y = |2x+3| - 1 = \begin{cases} 2x+2, x \in \left\langle -\frac{3}{2}, \infty \right) \\ -2x-4, x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2} \right) \end{cases}$$



Graf funkcie:

- x= -3/2 => y = 2x+2 = 2.(-3/2)+2 => [-3/2,-1] ∈ f_3
- x= -2 => y =-2x-4 = -2.(-2)-4 =0 => [-2,0] ∈ f_3
- x= 0 => y = 2.0+2 => [0,2] ∈ f_3

Vlastnosti: D(f_2)= R; H(f_2)= <-1;∞); nie je prostá; nie je period.;
Rastúca na (-3/2; ∞); klesajúca na (-∞;-3/2)
Ani párna, ani nepárna
Nemá maximum, má minimum v x=-3/2
Zdola ohraničená d=-1

d) $f_4 : y = |2x+3| - |x|$

NB1: 2x+3=0 => x =-3/2 NB2: x=0

x	(-∞, -3/2)	<-3/2, 0)	<0, ∞)
| 2x + 3 |	-2x-3	2x+3	2x+3
| x |	-x	-x	x
y	-2x-3 – (-x) = -x-3	2x+3 – (-x) = 3x+3	2x+3 – x = x+3

$$f_5 : y = |2x+3| - |x| = \begin{cases} -x-3, x \in \left(-\infty, \frac{-3}{2}\right\rangle \\ 3x+3, x \in \left(\frac{-3}{2}, 0\right\rangle \\ x+3, x \in (0, \infty) \end{cases}$$