

INTERVALY a operácie s nimi

Mgr. Miroslava Vavrová

Dané sú dve množiny: $A = \{x \in \mathbb{N}; 2 < x < 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{R}; 2 < x < 7\}$. Zapíšte tieto množiny vymenovaním prvkov.

Množinu **A** vieme zapísať vymenovaním prvkov: $A = \{3; 4; 5; 6\}$.

Ako ale zapíšeme množinu **B**?

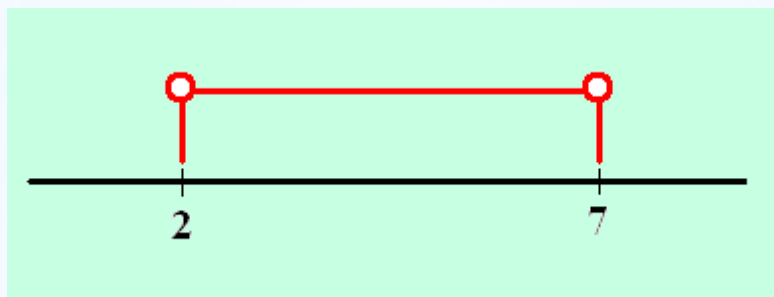
Bude to množina $\{2.001; 2.002; 2.150; 5; 6\}$?

Alebo táto množina $\{2.00001; 2.0000002; 2.00150; 3.1; 4.555; 6\}$?

Určite nie, pretože by sme museli zapísať i číslo 2,1 alebo 2,23 alebo 2,2346 alebo 2,007 atď. , pretože všetko sú to reálne čísla väčšie ako 2 a zároveň menšie ako 7. Vymenovaním prvkov sa nám množinu **B** nepodarí zapísať. Vždy by sme našli ďalšie a ďalšie čísla, ktoré by neboli zapísané.

 **Motivácia**

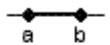
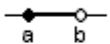
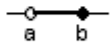
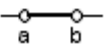
Množina **B** patrí medzi tie množiny reálnych čísel, ktoré je možné zobrazit' na číselnej osi úsečkou, polpriamkou alebo priamkou, pričom krajné body tejto úsečky alebo začiatočný bod polpriamky môžu, ale nemusia patriť k týmto množinám. Takéto množiny nazývame **interval**y.



Interval je množina reálnych čísel, ktoré ležia medzi dvomi určenými bodmi označovanými ako hraničné body intervalu.

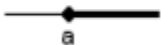



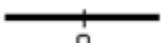
***Definícia**

Ohraničené intervaly sú intervaly, ktoré je možné na číselnej osi zobrazit' pomocou úsečky.

Interval	Množina	Znázornenie na číselnej osi	Zápis
uzavretý	$\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$		$[a, b]$
(zľava uzavretý, sprava otvorený)	$\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$		$[a, b)$
polouzavretý (zľava otvorený, sprava uzavretý)	$\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$		$(a, b]$
otvorený	$\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$		(a, b)

***Ohraničené intervaly**

Neohraničené intervaly sú intervaly, ktoré je možné na číselnej osi zobrazit' pomocou polpriamky alebo priamky.

Interval	Množina	Znázornenie na číselnej osi	Zápis
sprava neohraničený	$\{x \in \mathbb{R}; x \geq a\}$		$<a, \infty)$
	$\{x \in \mathbb{R}; x > a\}$		(a, ∞)
zľava neohraničený	$\{x \in \mathbb{R}; x \leq a\}$		$(-\infty, a>$
	$\{x \in \mathbb{R}; x < a\}$		$(-\infty, a)$
obojsstranne neohraničený	\mathbb{R}		$(-\infty, \infty)$

*** Neohraničené intervaly**

Pretože interval je množina, môžeme určovať **zjednotenie, prienik, rozdiel intervalov i doplnok** intervalu vzhľadom na množinu \mathbb{R} .

Zjednotenie dvoch intervalov - je interval, ktorého čísla sú čísla z prvého alebo druhého intervalu.

Prienik dvoch intervalov - je interval, ktorého čísla sú čísla nachádzajúce v prvom a zároveň v druhom intervale.

Rozdiel dvoch intervalov - je interval, ktorého čísla sú čísla nachádzajúce sa v prvom intervale ale nenachádzajú sa v druhom intervale.

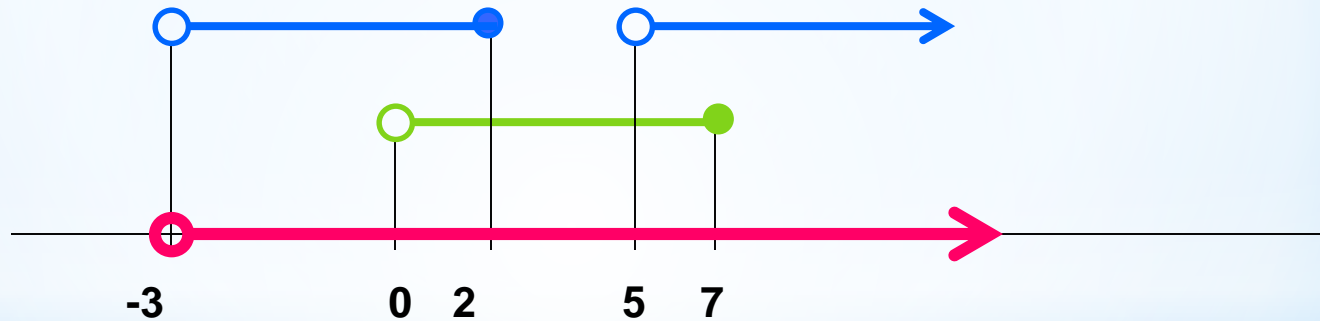
Doplnok intervalu - je interval, ktorého čísla sú čísla, čo nepatria do daného intervalu.

* Operácie s intervalmi

*Zjednotenie

$$A = (-3, 2) \cup (5, \infty)$$

$$B = (0, 7)$$

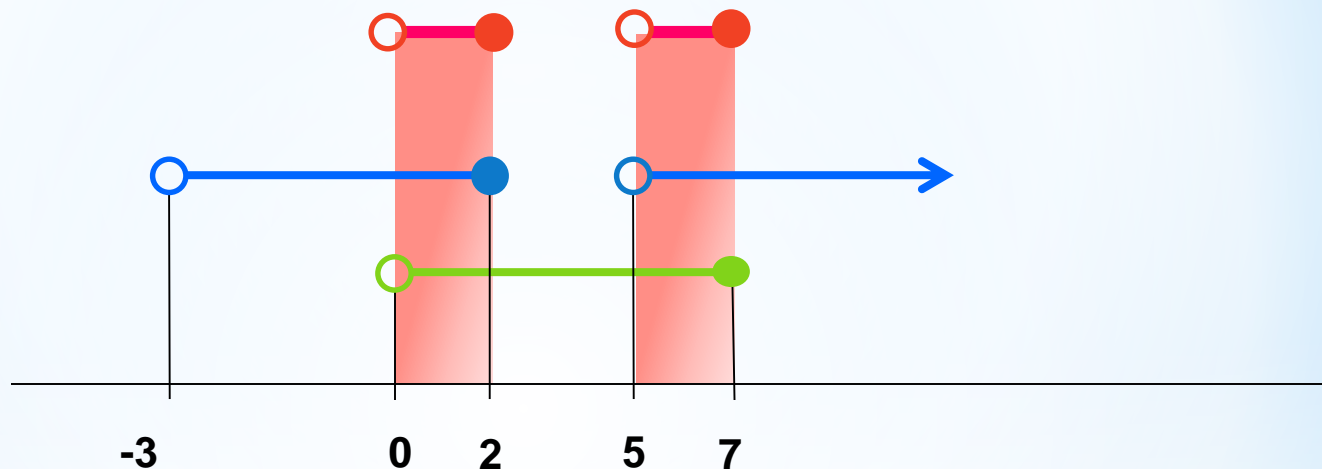


$$A \cup B = (-3, \infty)$$

Všetky prvky z množiny A alebo z množiny B

$$A = (-3, 2) \cup (5, \infty)$$

$$B = (0, 7)$$

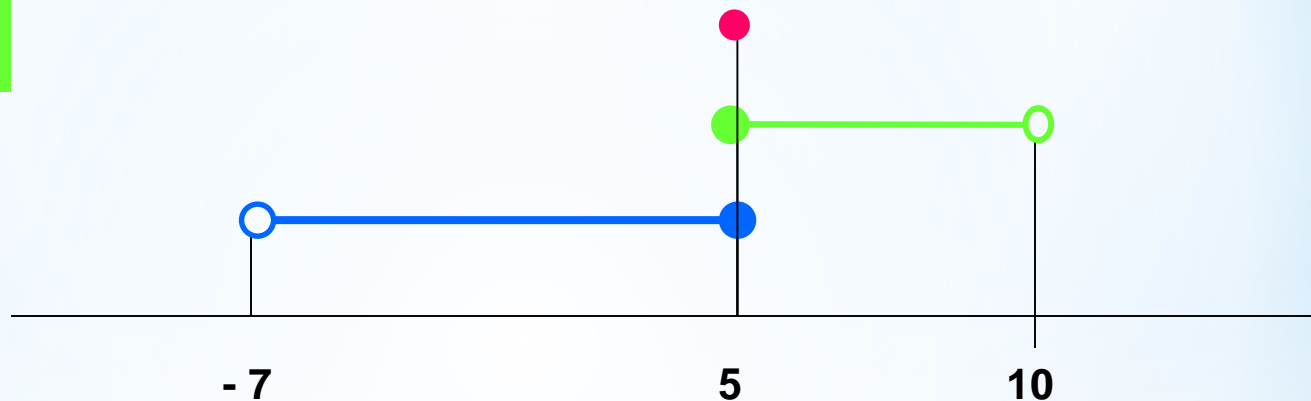


$$A \cap B = (0, 2) \cup (5, 7)$$

Všetky prvky z množiny A a súčasne z množiny B

$$A = (-7; 5]$$

$$B = [5; 10)$$

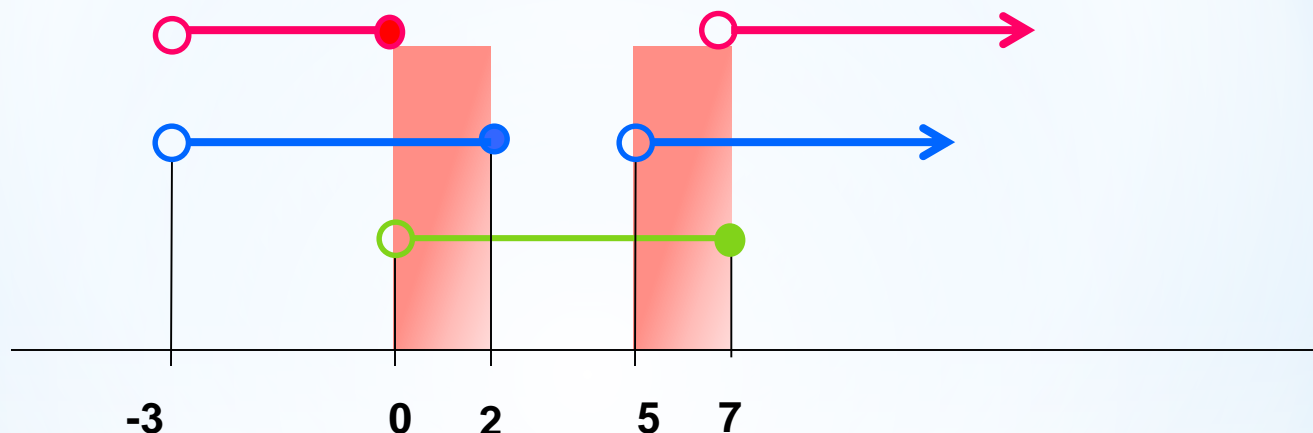


$$A \cap B = \{5\}$$

Všetky prvky z množiny A a súčasne z množiny B

$$A = (-3, 2) \cup (5, \infty)$$

$$B = (0, 7)$$

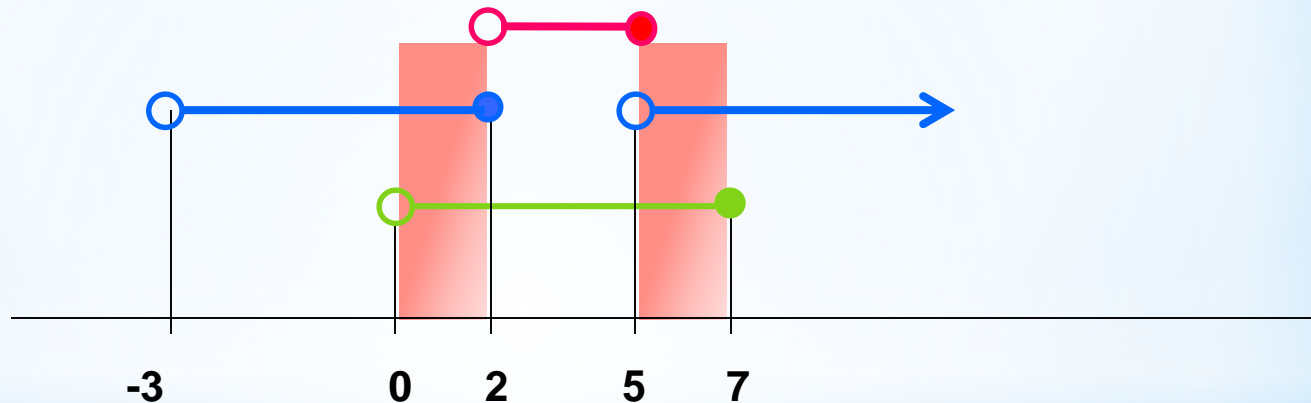


$$A - B = (-3, 0) \cup (7, \infty)$$

Prvky z množiny A, ktoré nepatria do množiny B

$$A = (-3, 2) \cup (5, \infty)$$

$$B = (0, 7)$$



$$B - A = (2, 5)$$

Prvky z množiny A, ktoré nepatria do množiny B

* Doplnok

0 nepatrí
do množiny B

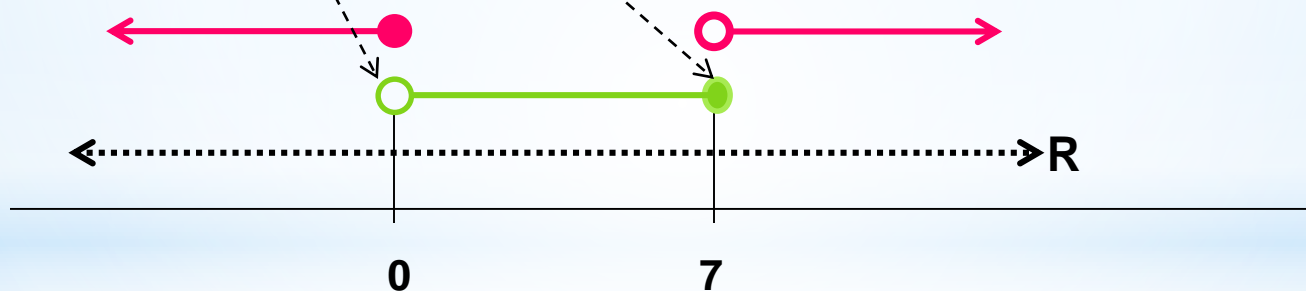
7 patrí
do množiny B

$$B = (0, 7]$$

0 patrí
do doplnku

7 nepatrí
do doplnku

$$B'_R = (-\infty, 0] \cup (7, \infty)$$



Doplnok B'_R dopĺňa interval B do množiny R

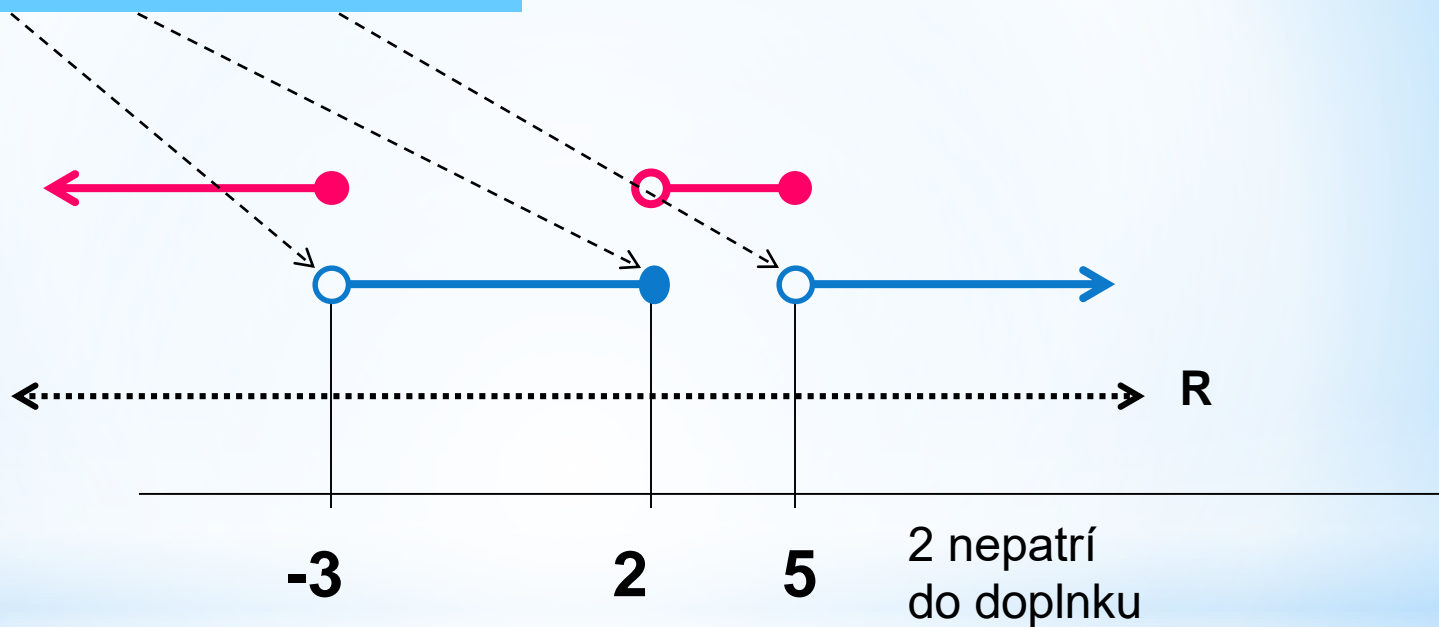
* Doplnok

-3 nepatrí
do množiny A

2 patrí
do množiny A

5 nepatrí
do množiny A

$$A = (-3, 2) \cup (5, \infty)$$



-3 patrí
do doplnku

$$A'_R = (-\infty, -3] \cup (2, 5)$$

5 patrí do
doplnku

Doplnok A'_R dopĺňa interval A do množiny R