ZBIERKA ÚLOH Z EXTERNEJ MATURITY

Obsah

2. MNOŽINY, VENNOVE DIAGRAMY

MNOŽINOVÉ OPERÁCIE, DEFINÍCIA

1. Určte, koľko z nasledovných tvrdení je pravdivých. (2011/26)

   Ak $x \in B$ a $x \notin A$, tak $x \in B - A$.

   Ak $x \in B$ a $x \notin A$, tak $x \in A \cup B$.

   Ak $x \in A \cup B$, tak $x \in A$ a súčasne $x \in B$.

   Ak $x \notin A \cap B$, tak $x \notin A$ a súčasne $x \notin B$.

   Ak $x \in A \cap B$, tak $x \in A$ alebo $x \in B$.

   (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

2. Platia nasledujúce rovnosti? Súčet čísel pri pravdivých tvrdeniach je:

   (1) $A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)$

   (2) $A\cap(B-C)=(A-C)\cup(B-C)$

   (4) $A-(B-C)\subset A-(B\cup C)$

   (8) $A-(B\cup C)\subset A-(B-C)$

3. Máte intervaly $A = (-2; 5\rangle \cup (7; \infty)$, $\langle 0; 8\rangle$. Určte $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$, $B - A$, A'_R, B'_R

4. Dané sú množiny $A: \{x \in R;\ |x - 1| > 3\}$, $B = (-3;1\rangle \cup \{2\}$. Množiny znázornite a určte $A \cup B$, $A \cap B$, $B - A$, A'_R.

5. Daná je množina čísel M = {858, 902, 910, 924, 988, 994, 1001}

   Množina A obsahuje všetky prvky množiny M, ktoré sú deliteľné 7

   Množina B obsahuje všetky prvky množiny M, ktoré sú deliteľné 11

   Množina C obsahuje všetky prvky množiny M, ktoré sú deliteľné 13

   Výlučne pomocou množín A, B, C a operácie zjednotenie, prienik a doplnok vyjadrite množiny:

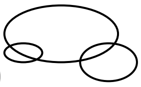
   K = {1001} L = {858, 910, 924, 1001} M = {858, 902, 988}

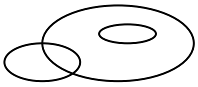
6. Množiny A, B, C, D znázornite graficky na číselnej osi a určte $A \cap C$, $B \cup D$.

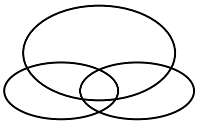
   $A = \{x \in R;\ x < 2 \vee x \geq 8\}$ $C = \{x \in R;\ \sqrt{x^2} = x\}$

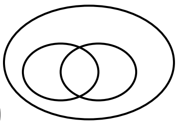
   $B = \{x \in R;\ x^2 \leq 1\}$ $D = \{x \in R;\ |x + 1| > 1\}$

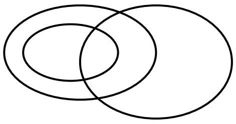
7. Nech množina M_1 je množina všetkých prirodzených čísel, ktoré sú deliteľné šiestimi. Nech M_2 je množina všetkých párnych prirodzených čísel a nech M_3 je množina všetkých prirodzených čísel, ktoré **nevyhovujú** rovnici $x^2 - 8x + 12 = 0$. Vzájomný vzťah množín M_1, M_2, M_3 je znázornený na obrázku

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

8. Určte $A \cap B$, $A \cup B$ ak:

   a) $A = (-2\ ;\ 1\rangle$ $\quad$ $B = R^+$

   b) $A = \{x \in R;\ |x| \geq 2\}$ $\quad$ $B = \{x \in R,\ x^2 - 2x - 8 < 0\}$

9. Určte vymenovaním dvojice všetkých podmnožín *X, Y*, ktoré spĺňajú jednotlivé trojice podmienok:

   (A) $X \subset \{1, 2, 3, 5, 6, 9\}$, $Y \subset \{2, 3, 4, 5, 8\}$, $X \cap Y = \{5\}$

   (B) $X \cup Y = \{3, 5, 6, 8\}$, $X \cap \{4, 6, 8\} = \emptyset$, $Y \cap \{1, 3, 5, 7\} = \{3, 5\}$

   (C) $X \cap Y = \emptyset$, $X' \cap Y = \{3, 5, 7\}$, $X \cap Y' = \{2, 4, 6, 8\}$

   (D) $X \cap Y = \{2, 6, 7\}$, $X \subset \{5\}'$, $Y \subset \{1, 2, 4, 6, 7\}$

10. Všetky uvedené rovnosti s výnimkou jednej platia pre ľubovoľné neprázdne množiny *K, L, M*. Ktorá z uvedených rovností neplatí?

    (A) $K \cup \emptyset = K$

    (B) $K \cap (L \cap M) = (K \cap L) \cap M$

    (C) $(K \cup L) \cap L = L$

    (D) $K \cup (L \cap \emptyset) = K \cup L$

    (E) $K \cup L \cup M = L \cup M \cup K$

11. *A, B* sú dve podmnožiny množiny *M*, pričom *A* je nekonečná množina a *B* je konečná množina. Ktorý z nasledujúcich výrokov je potom určite nepravdivý?

    (A) $A \cup B$ je nekonečná množina

    (B) $A \cap B$ je konečná množina

    (C) $A \cap M = M$

    (D) $A \cup M = M$

    (E) $A \cap B_M'$ je nekonečná množina

12. Nech K_1, K_2 sú ľubovoľné dve konečné množiny a M nech je ľubovoľná nekonečná množina. Ktoré z uvedených tvrdení je potom nepravdivé? (mat)

    (A) $K_1 \cup K_2$ je konečná množina

(B) $K_1 \cap K_2$ je konečná množina

(C) $M \cup K_1$ je nekonečná množina

(D) $M \cap K_1$ je nekonečná množina

(E) $M - K_1$ je nekonečná množina

13. Dané sú množiny A = {x ∈ Z; x^2 >17} a B = {–16; – 5; – 3; 0; 8;18}. Koľko prvkov má množina B - A? (2011/23)

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

A = { 5 ; -5; 6; -6; 7; -7; ... }
B – A = { -3 ; 0 }

14. Koľko existuje neprázdnych podmnožín M_n množiny P = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, pre ktoré platí: {2, 4, 6} ∩ M_n = ∅? (Fri 2016/1)

(A) šesť (B) sedem

(C) osem (D) deväť

INTERVALY

15. Čo najjednoduchšie zapíšte množiny:

A = (2, 6) ∩ ⟨4, ∞)

B = (2, 6) ∩ (10, ∞)

C = (2, 6) ∪ ⟨4, ∞)

D = (–∞, 3) ∪ (0, ∞)

E = (–∞, 2) ∪ (6, ∞)

F = doplnok intervalu (–∞, 3⟩ v množine *R*

G = zjednotenie doplnku intervalu (5, ∞) v množine *R* s intervalom ⟨0, 10⟩

H = prienik doplnku intervalu ⟨1, 5⟩ v množine *R* s intervalom ⟨2, 10⟩

I = prienik zjednotenia intervalov (–∞, 3), ⟨0, 5⟩ v množine *R*.

16. Pomocou intervalov zapíšte množinu:

A = {x ∈ R; x ≤ 2}

B = {x ∈ R; 3x ≥ 8 ∧ 5x < 29}

C = {x ∈ R; |x - 2| < 3}

D = {x ∈R; |x - 1| ≥ 4}

17. Dané sú množiny $A = \langle -2, 7\rangle$, $B = (0, 10\rangle$, $C = \{x \in R; x > 2\}$.

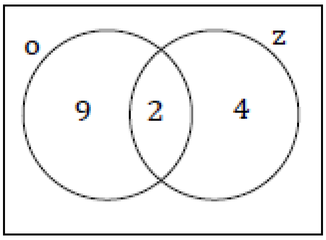
Pomocou intervalov zapíšte množiny: $A \cap B$, $A \cup B$, $A \cap C$, $B \cup C$, A_R', C_R'.

18. O intervaloch I_1 a I_2 vieme: $I_1 = \langle -5;\ 0)$ a $I_1 \cup I_2 = \langle -5;\ 7)$. Ktorý z nasledujúcich intervalov by mohol byť I_2? (fri 2017/2)

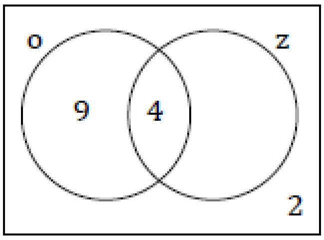
(A) (-1; 7) (B) (0; 7) (C) <0; 7> (D) (1; 7>

MNOŽINOVÉ OPERÁCIE – DIAGRAMY

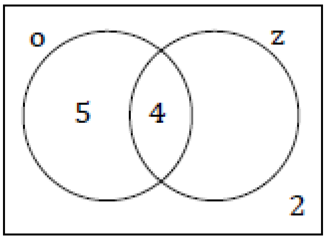
19. Z 11 účastníkov zájazdu si dvaja nedali obed ani zmrzlinu, 9 si dali obed, 4 po ňom aj zmrzlinu. Ktorý diagram vyjadruje túto situáciu? (fri 2017/1)



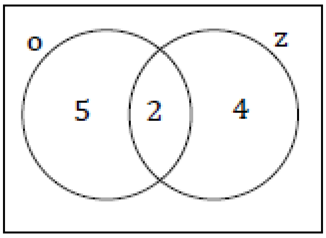
A)



B)

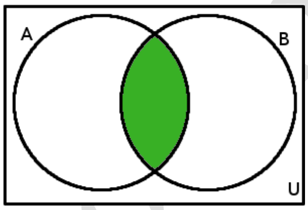


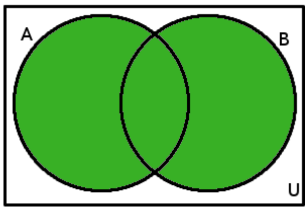
C)

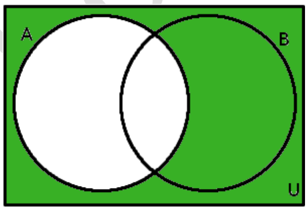


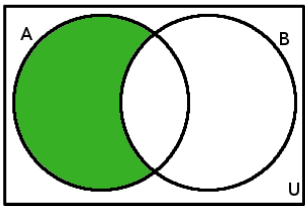
D)

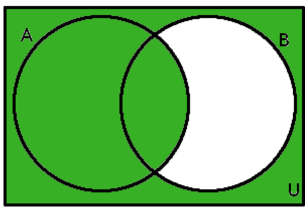
20. Zapíšte množiny:

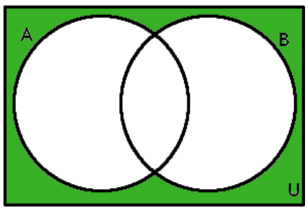


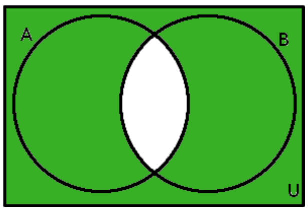












21. Na obrázku sú Vennovým diagramom znázornené skupiny študentov istej univerzity:(fri 2016/2)

S – všetci študenti

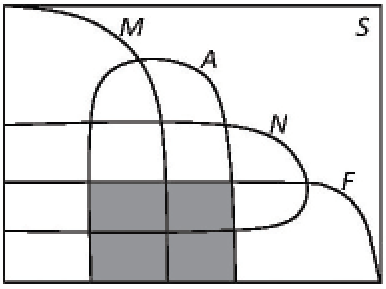
M – študenti matematiky

A – študenti , ktorí ovládajú angličti nu

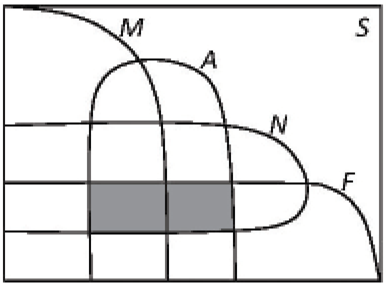
N – študenti , ktorí ovládajú nemčinu

F – študenti , ktorí ovládajú francúzšti nu

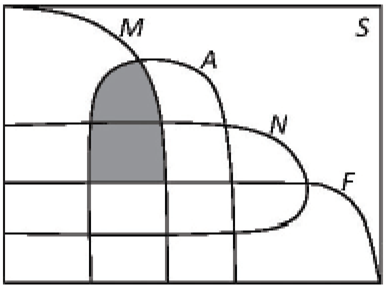
Na ktorom obrázku znázorňuje vyfarbená oblasť študentov matematiky, ktorí ovládajú angličti nu aj nemčinu, ale neovládajú francúzšti nu?



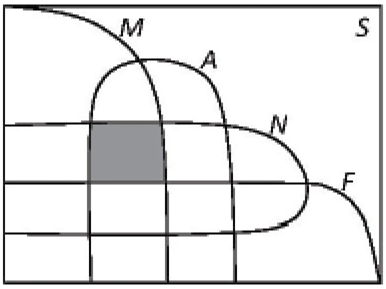
A)



B)



C)



D)

22. Overte pomocou Vennových diagramov, že platia deMorganove pravidlá.

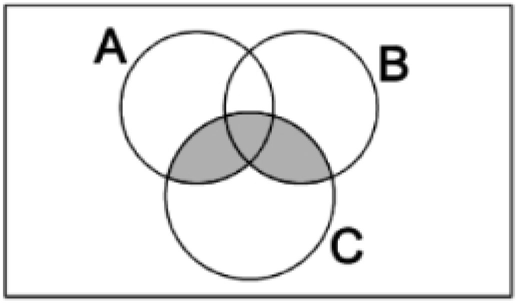
23. Pomocou diagramov overte: (A ∪ B)’ ∪ (A ∩ B) = (A – B)’ ∩ (B – A)

24. Do Vennovho diagramu zakreslite:

(A ∩ B)’ – C (A’ - B) ∩ C A ∩ B ∩ C‘

25. Ktorá z nasledujúcich množín je vyznačená na diagrame na obrázku? (2005A/21)

(A) (A∩C)∪B (B) (A∩B)∪C (C) (A∪B)∩C (D) (A∪C)∩B (E) (B∪C)∩A



26. Množinu (A ∪ B)' môžeme zapísať ako:

(A) A ∪ B (B) A' ∪ B' (C) A' ∩ B'

27. Množinu [C – (A ∪ B)] ∪ [(C – A) ∩ B] môžeme tiež zapísať ako:

(A) A – C (B) C – A (C) C

VENNOVE DIAGRAMY – SLOVNÉ ÚLOHY

1. Na školskom výlete bolo 88 detí. 50 z nich si kúpilo na občerstvenie džús, 35 si kúpilo zmrzlinu. Koľko detí si kúpilo iba džús a iba zmrzlinu, ak viete, že džús aj zmrzlinu si kúpilo 15 detí? Koľko detí si nekúpilo nič?
2. V triede je 30 detí. Horský bicykel má 15 detí. Koľko detí má pretekársky bicykel, ak viete, že oba bicykle má 5 detí a šiesti nemajú bicykel?
3. V triede je 38 žiakov, 16 z nich pretekalo v behu, 20 v plávaní. Žiadneho z týchto pretekov sa nezúčastnilo 10 žiakov. Koľko žiakov behalo aj plávalo?
4. Z 35 žiakov odoberá časopis A 9 žiakov, B 11 žiakov. 21 žiakov neodoberá ani jeden z týchto dvoch časopisov. Koľko z nich odoberá oba časopisy?
5. V rodinnom albume je 77 fotografií, na ktorých sú dvojičky Adam alebo Jana. Obe dvojičky sú spolu na 30 fotografiách. Fotografií, na ktorých je len Jana, je o 5 viac ako fotografií, na ktorých je len Adam. Na koľkých fotografiách albumu je len Jana? (2014/1)
6. Zo 129 študentov prvého ročníka univerzity chodí pravidelne do menzy na obed alebo večeru 116 študentov. 62 študentov dochádza najviac na jedno z týchto jedál. Na obedy chodí o 47 študentov viac ako na večeru. Koľko študentov chodí na obedy i večere, len na obedy, len na večere?
7. V triede je 15 chlapcov a 16 dievčat. 11 chlapcov sa vie korčuľovať, 13 detí sa nevie korčuľovať. Koľko dievčat sa vie korčuľovať?
8. V triede je 24 detí. 9 detí sa neučí po anglicky. 5 chlapcov sa učí po anglicky. Koľko dievčat sa učí po anglicky ak viete, že v triede je toľko chlapcov, koľko je dievčat?
9. V oáze pri jazierku, počas nekonečných dní sucha, sa stretli hrochy a slony. Vo vode sa v danom okamihu nachádza 21 zvierat, z toho 12 hrochov. Koľko hrochov je na brehu, ak stádo zvierat má 55 členov a na brehu je 11 slonov?
10. Množina $B - A$ má dvakrát menej prvkov ako množina $A - B$ a štyrikrát menej prvkov ako množina $A \cap B$. Koľkokrát viacej prvkov má množina A ako množina B? (2008A/11)
11. Na medzinárodnej konferencii zasadá 40 účastníkov. Každý účastník ovláda aspoň jeden z jazykov: anglický jazyk, nemecký jazyk alebo francúzsky jazyk. Desať účastníkov ovláda len anglický jazyk, sedem účastníkov len nemecký jazyk a deväť účastníkov len francúzsky jazyk. Vypočítajte, aká je pravdepodobnosť, že dvaja náhodne vybratí účastníci konferencie ovládajú aspoň dva z uvedených jazykov. Výsledok zapíšte ako číslo z intervalu $\langle 0; 1 \rangle$ (2012/11)

12. Trieda má 30 žiakov. Na konci školského roka mali piati žiaci triedy jednotku z matematiky a nikto z tohto predmetu neprepadol. 18 žiakov triedy malo z matematiky od jednotky horšiu, ale od štvorky lepšiu známku. 16 žiakov triedy malo z matematiky horšiu známku ako dvojku. Koľko žiakov triedy malo na konci školského roka z matematiky trojku? Pri riešení môžete využiť Vennov diagram. (2015/4)