RACIONÁLNE LOMENÉ VÝRAZY
(riešené úlohy)

TEÓRIA:

Lomený výraz je výraz v tvare zlomku, ktorý má v **menovateli premennú** (neznámu).

- Napr.: $\frac{3}{x}$; $\frac{x+1}{x-2}$; $\frac{y}{2x^2-y+5}$; ...

Nulou v menovateli sa nedá deliť, a preto si musíme určiť *PODMIENKY RIEŠITEĽNOSTI LOMENÉHO VÝRAZU:* U lomeného výrazu nesmie byť menovateľ rovný nule, v opačnom prípade výraz nemá zmysel.

- Napr.: $\frac{3}{x}$; $x \neq 0$ $\frac{x+1}{x-2}$; $x - 2 \neq 0 \; => x \neq 2$

Keďže lomený výraz je výraz v tvare zlomku, pre sčítanie (odčítanie) lomených výrazov platia tie isté pravidlá, ako pre sčítanie (odčítanie) zlomkov. Ak sa výraz dá krátiť, tak ho krátime (upravíme na základný tvar).

Lomené výrazy s rovnakým menovateľom sčítame (odčítame) tak, že menovateľa odpíšeme a jednotlivé výrazy v čitateľoch sčítame (odčítame).

- *Napr.:* $\frac{2a+b}{3x} + \frac{a-b}{3x} - \frac{a+b}{3x} = \frac{2a+b+a-b-a-b}{3x} = \frac{2a-b}{3x}$; $P.: 3x \neq 0, x \neq 0$

Lomené výrazy s rôznymi menovateľmi sčítame (odčítame) tak, že ich najprv upravíme na rovnakého menovateľa, ktorým je najmenší spoločný násobok výrazov v menovateli, čitatele rozšírime a sčítame (odčítame).

- *Napr.:*
- *a)* $\frac{2x+1}{y} - \frac{3x+2}{2y} = \frac{2.(2x+1)-(3x+2)}{2y} = \frac{4x+2-3x-2}{2y} = \frac{x}{2y}$ $\boldsymbol{P}.: 2y \neq 0, y \neq 0$
- $b)$ $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1).(x+1)} = \frac{1.(x+1)+2}{(x-1).(x+1)} = \frac{x+1+2}{(x-1).(x+1)} == \frac{x+3}{x^2-1}$ $x + 1 \neq 0, x \neq -1;\; x - 1 \neq 0, x \neq 1;$

PRÍKLADY NA PRECVIČENIE:

1.) Určte podmienky riešiteľnosti lomených výrazov:

a) $\frac{1-y^2}{1+y^2}$ P.: $1^2 + y^2 \neq 0$ (platí vždy, lebo hocičo na druhú je kladné)

b) $\frac{x+1}{x^2-4}$ P.: $x^2 - 4 \neq 0$ => $(x-2)(x+2) \neq 0$ (každá zátvorka musí byť ≠0)

Použité zdroje:
http://www.goblmat.eu/celok.php?idex=Z924
http://www-old.gt12.sk/predmety/mat/materialy/tercia/scitanie_odcitanie_lomenych_vyrazov.doc.

RACIONÁLNE LOMENÉ VÝRAZY
(riešené úlohy)

=> x-2 ≠ 0   x+2 ≠ 0

=> P1: x≠ 2   P2: x≠ -2

c) $\frac{1}{y^2-x^2}$ P: $y^2 - x^2 \neq 0$ => (y-x)(y+x) ≠ 0 (každá zátvorka musí byť ≠0)

=> P1: y-x ≠ 0   P2: y+x ≠ 0

=> P1: y ≠ x   P2: y ≠ – x

d) $\frac{2}{2y^2-y}$ P: $2y^2 - 1.y \neq 0$ => y.(2y-1) ≠ 0 (každá zátvorka musí byť ≠0)

P1: y≠ 0   2y-1 ≠ 0 => P2: y≠ 1/2

e) $\frac{3x}{5a.(b-2)}$ (D.ú)

f) $\frac{m^2-mn}{5m-5n}$ (D.ú)

g) $\frac{2-y}{(x+y)^2}$

h) $\frac{3b}{cd^2}$

2.) Určte najmenší spoločný násobok výrazov (využil by sa ako spoločný menovateľ, preto ním musia byť deliteľné oba výrazy):

a) $n(8m^2n^3, 12m^3n^2) =$ $24.\ m^3.n^3$

b) $n(d^2 + d,\ d^2 - d) =$ n[d(d+1), d.(d–1)] = d.(d+1).(d–1)

c) $n[\ k - m,\ k + m,\ k^2 - m^2] =$ n[k–m, k+m, (k–m).(k+m)] = (k–m).(k+m)

d) $n[a^2 - 9,\ \ 5a + 15] =$ (D.ú)

e) $n[3a - 3b,\ a^2 - 2ab + b^2]$ (D.ú)

f) $n[\ x^2 - \ y^2,\ x^2 + 2xy + \ y^2, x^2 - \ x] =$

Použité zdroje:
http://www.goblmat.eu/celok.php?idex=Z924
http://www-old.gt12.sk/predmety/mat/materialy/tercia/scitanie_odcitanie_lomenych_vyrazov.doc.

RACIONÁLNE LOMENÉ VÝRAZY
(riešené úlohy)

3.) Vypočítajte lomené výrazy, zjednodušte ich a určte podmienky riešiteľnosti:

a) $\frac{3x-2y}{z} + \frac{x-y}{3z} =$

b) $\frac{6a}{y} + \frac{2+c}{y} - \frac{a+c}{y} =$

c) $\frac{a+1}{x+8} + \frac{3a}{x+8} + 1 =$

d) $\frac{a+b}{2x-3} - \frac{a-b}{2x-3} =$

f) $\frac{2}{p-q} - \frac{4}{p^2-q^2} =$

g) $\frac{r+s}{r} - \frac{s}{r-s} + \frac{rs}{r^2-rs} =$

h) $\frac{7}{8m^2-18} - \frac{1}{2m^2+3m} - \frac{1}{4m-6} =$

i) $\frac{5}{a+2} + \frac{2a}{a^2+4a+4} - \frac{4}{a-2} =$

h) $\frac{3}{a+2} + \frac{a+1}{a^2-9} + \frac{a-1}{(a-3).(a+2)} =$

i) $\frac{a-b}{5a+5b} - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} =$

j) $\frac{2a-1}{2a} - \frac{2a}{2a-1} - \frac{1}{2a-4a^2} =$

k) $\frac{5x^2-2x-1}{x^2y} + \frac{3x-2}{xy} =$

l) $\frac{a.(a-1)}{a^2-25} + \frac{a-2}{5-a} - \frac{a-3}{a+5} =$

Použité zdroje:

http://www.goblmat.eu/celok.php?idex=Z924

http://www-old.gt12.sk/predmety/mat/materialy/tercia/scitanie_odcitanie_lomenych_vyrazov.doc.