Úlohy z matematiky na maturitnú skúšku

1. VÝROKY

1. Utvorte negácie týchto výrokov:
  a) Nie som hladný a som smädný.
  b) Ak dostanem čerstvé ovocie, nekúpim kompót.
  c) Grapefruity kúpim len vtedy, keď nebudú citróny.
  d) Na výlet pôjde aspoň 20 žiakov.
  e) Nikto neprišiel.

2. Zisti, či je daný výrok tautológia:
$(A \Rightarrow B)' \Leftrightarrow (A \wedge B')$

3. Zisti, či je daný výrok tautológia:
$A \Leftrightarrow [A' \Rightarrow (B \wedge B')]$

4. Dané sú výroky A: Číslo 15 je nepárne B: 8/30
Vytvor A=>B, obmenenú a obrátenú implikáciu a urč ich pravdivostné hodnoty.

5. Dané sú výroky :a) $\forall x \in R; x^2 \geq 0$ b) $\exists x \in R; |x| = 0$. Urč ich pravdivostné hodnoty

a negácie.

6. Napíš negácie výrokov:
  a. Číslo 18 je deliteľné 3 alebo 7.
  b. Každý štvoruholník má štyri uhly a súčasne všetky uhly pravé.
  c. Ak sa dá trojuholník zostrojiť, tak má úloha dve riešenia.
  d. Kvadratická rovnica má jedno riešenie práve vtedy, keď má dvojnásobný koreň.
  e. Každý trojuholník má jeden ostrý uhol.

7. Za prezidenta Slovenskej republiky možno zvoliť každého občana Slovenskej republiky, ktorý je voliteľný za poslanca Národnej rady Slovenskej republiky a v deň volieb dosiahol vek 40 rokov (Ústava Slovenskej republiky). Ktorý občan SR nemôže byť zvolený za prezidenta SR?

8. „Ak chcete svojmu dieťaťu podávať voľnopredajný liek, je potrebné pozorne si prečítať návod, alebo sa poradiť s lekárom či lekárnikom´,“ odznelo v televíznej relácii. Pani Múdra toto odporúčanie nedodržala. Čo urobila pani Múdra?

9. Mame ste sľúbili, že si upracete izbu a vynesiete smetný kôš. Svoj sľub ste ale nesplnili. Čo ste urobili?

10. „Buď sa naučíš matematiku, alebo nepôjdeš von,“ povedal nahnevane otec Adele. Čo povedal, sa však nestalo. Čo sa mohlo stať?

11. Známa televízna moderátorka vyhlásila: „Ak otehotniem, tak v televízii končím“.
  a. Kedy by toto svoje vyhlásenie porušila?
  b. Ak moderátorka svoje vyhlásenie dodržala, čo z neho vieme zistiť v prípade, že
    - v televízii skončila?
    - v televízii neskončila?

2. MNOŽINY

1. Určte množiny A a B tak, aby platilo:
$A \cup B = \{0,1,2,3,4,5\}$
$A \cap B = \emptyset$
$B - A = \{1,3,4\}$

2. Z 34 žiakov nechodí autobusom ani pešo do školy 12.Autobusom chodí 16, peši15 žiakov. Koľko žiakov chodí do školy autobusom aj peši ?

3. Dané sú množiny $A = \{ x \in R;\ |x-1| < 3 \}$
$B = \langle -3,1 \rangle$
Určte $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$, A_R' .

4. Pre množiny A , B platí : $A \cap B \neq \emptyset$.
Určte $(A - B) \cup B =$
$(A \cap B) - B =$

5. Dané sú množiny $K = \{ x \in R;\ |x-2| \le 3 \}$, $L = \{ x \in R;\ |2-x| > 5 \}$. Určte
$K \cap L$, $K \cup L$, $L - K$, K_R'

6. Pre množiny M, K platí : $M \subset K$. Doplňte čomu sa rovná :
$(M \cap K) - M$

7. Pre množiny M, K platí : $M \subset K$. Doplňte čomu sa rovná :
$(M \cup K) - M'$

8. Načrtnite Vennov diagram pre dve ľubovoľné disjunktné množiny.

9. Načrtnite Vennov diagram pre dve množiny A, B, pre ktoré platí :
$A \subset B$.

10. Načrtnite Vennov diagram pre množinu : $(A \cup B)'$

3. TEÓRIA ČÍSEL

1. Pre ktoré prirodzené číslo a platí : n(6,a) = 24 ?

2. Pre ktoré A, B je číslo s dekadickým zápisom 34A57B deliteľné 12?

3. Zisti, či číslo 277 je prvočíslo.

4. Zapíš zlomkom $3{,}5\overline{7}$.

5. Urč D(a,b) a n (a,b), ak
a = 88
b = 132

6. Dokážte : 12 delí $n^4 - n^2$.

7. Nájdite všetkých prirodzených deliteľov čísla 50.

8. Rozložte na súčin prvočísel číslo : 899.

9. Zistite, či číslo 10147 je prvočíslo.

10. Zapíš v tvare zlomku číslo : - $12{,}\overline{35}$.

11. Pre všetky prirodzené čísla n platí: : $2 / (n^2 - 3n)$. Dokážte.

12. Dokážte, že a) súčet každých troch za sebou idúcich prirodzených čísel je deliteľný tromi. b) číslo 3 je deliteľom výrazu $n^3 + 11n$, pre každé $n \in N$.

13.Nepriamo dokážte, že pre každé prirodzené číslo n platí:
a) Ak 3 delí $n^2 + 2$, tak 3 nedelí n.
b) Ak 5 delí $n^2 + 6$, tak 5 nedelí n.

4. FUNKCIA A JEJ VLASTNOSTI

1. Rozhodni, ktoré z uvedených množín sú funkcie:

a) U = {[x,y] $\in$ *R* x R; $x^2+y^2=1$ }

b) V = {[x,y] $\in$ *R* x R; y je ciferný súčet x }

2. Urč D(f):

$$y = \sqrt{\frac{x^4 - 3x^2 + x + 7}{x^4 - 2x^2 + 1} - 1}$$

3. Urč D(f) :

$$y = \sqrt{(2x-1)(x+3)}$$

4. Urč D (f) : y = log sinx

5. Daná je f: $y = \frac{\sqrt{2x-11}}{4-x}$. Určte definičný obor D(f) tejto funkcie, jej priesečníky so súradnicovými osami, hodnotu funkcie v bode x = 6 a zistite, či 1 $\in$ H (f).

6. Urči vlastnosti f: y=2x-3, x$\in$ $\langle$ -1,2).

7. Zisti, či funkcia je párna alebo nepárna:

$$f: \quad y = \frac{|x|}{|x|+1}$$

8. Zisti párnosť funkcie : f : $y = x + x^3$

9. Urč definičný obor f : $y = \sqrt{\frac{-1}{5x^2 - 8x - 4}}$

10. Zostrojte graf a určte vlastnosti funkcie : f : $y = \frac{|x|}{x}$

5. LINEÁRNA FUNKCIA, ROVNICA, NEROVNICA

1. Urči lineárnu funkciu, ak platí : f(3) = -5 a f(-1) = 4.

2. Napíš predpis inverznej funkcie k funkcii f: $y = \frac{1}{2}x - 2,\ x \in \langle 2,4 \rangle$ a urči jej vlastnosti.

3. Vyrieš sústavu: a) $x - y = 2$, $ax + y = 4$ b) $x + y - z = 17$, $x - y + z = 13$, $-x + y + z = 7$

$$\begin{aligned} x - y &= 2 \\ ax + y &= 4 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x + y - z &= 17 \\ x - y + z &= 13 \\ -x + y + z &= 7 \end{aligned}$$

4. Vyrieš nerovnicu $x + 2y \geq 8$

5. Rieš v R : $|x + 4| = 7$

6. Vyrieš v R : $|2x + 6| + |4 - 2x| = 10$

7. Vyrieš v R : $|x - 2| < 7$

8. Vyrieš nerovnicu : $\dfrac{3x+5}{x+2} \geq 0$

9. 100g syra obsahuje 20g bielkovín a 27g tukov.
100g šunky obsahuje 16g bielkovín a 13g tukov.
Koľko gramov syra môže byť v 300g porcii pozostávajúcej zo syra a šunky, ak má obsahovať aspoň 52g bielkovín a najviac 60g tukov?

10. Sedliak predal na trhu husi, kačice a sliepky, spolu 100 kusov za 100 zlatiek. Hus stála 4 zlatky, kačica $1\frac{1}{3}$ zlatky a sliepka $\frac{1}{2}$ zlatky. Koľko z každého druhu kúpil?

11. Určte podmienky, ktoré musia spĺňať koeficienty a, b, c a d v predpise lineárnej lomenej funkcie : $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ a popíšte konštrukciu grafu tejto funkcie.

6. KVADRATICKÁ FUNKCIA

1. Vyjadrite obsah kruhu ako funkciu jeho obvodu.

2. Kvadratická funkcia je daná takto: f(0) = -8
f(1) = -15
f(-1) = -3
Zostrojte graf tejto funkcie a určte jej vlastnosti.

3. Určte vrchol paraboly, ktorá je grafom f : $y = -x^2 + 8x - 10$.

4. Určte intervaly, v ktorých je f : $y = 3x^2 + 12x + 13$ rastúca, resp. klesajúca.

5. Načrtnite graf a určte vlastnosti funkcie f : $y = \left| x^2 - 2x - 8 \right|$. Určte priesečníky funkcie so súradnicovými osami.

6. Určte definičný obor danej funkcie f : $y = \sqrt{\dfrac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 2x - 3}}$

7. Zistite vlastnosti funkcie g : $y = x^2 + 4x + 7$ na množine M = $\langle -3, \infty)$.

8. Určte priesečníky s osou x, s osou y, načrtnite graf a určte vlastnosti funkcie
f: $y = 2x^2 - 6x + 10$.

9. Určte definičný obor f : $y = \sqrt{\dfrac{7-x}{\sqrt{4x^2 - 19x + 12}}}$.

10. Nájdi predpis kvadratickej funkcie, ktorá prechádza bodmi :
A[0,-3], B[-1,-6], C[2,15].

7. KVADRATICKÁ ROVNICA A NEROVNICA

Riešte v R rovnice :

1. $(x-3)^2 + (x+4)^2 - (x-5)^2 = 17x + 24$

2. $3x^2 + \frac{1}{2}x = 0$

3. $9x^2 - 16 = 0$

4. $4x^2 + 49 = 0$

5. Určte definičný obor výrazu : $\sqrt{6x^2 + x - 1} - \sqrt{x^2 - 4}$

Riešte v R rovnice :

6. $1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x^2+x}$

7. $\frac{3x+2}{3x-11} - \frac{x+1}{x-4} = 0$

Vyriešte nerovnice v R :

8. a) $x^2 + 4x + 3 \le 0$, b) $x^2 - 2x + 12 > 0$

9. Je daná kvadratická rovnica $x^2 - 9x + q = 0$. Jeden jej koreň je 5. Vypočítajte druhý koreň a absolútny člen.

10. Vyriešte numericky aj graficky sústavu : $2x - y + 1 = 0$ a $x^2 + y^2 = 1$.

11. Daná je kvadratická rovnica $ax^2 + bx + c = 0$, kde $a \neq O$. Odvoďte vzťahy pre výpočet jej koreňov.

8. MOCNINOVÁ FUNKCIA, MOCNINY, ODMOCNINY

1. Načrtnite graf funkcie a určte vlastnosti f: y= $(x-1)^{-2} - 1$

Vypočítajte:

2. $2^{1994} + 4^{997} + 8^{665}$

3. $\sqrt{9+3\sqrt{3}} \cdot \sqrt{9-3\sqrt{3}}$

4. $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{2000} \cdot \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{2000}$

5. Zjednodušte výraz: $\left(\frac{ab^2}{a^{-2}b^{-1}}\right)^{-2}$

6. Zjednodušte výraz : $\sqrt[3]{b\sqrt[4]{b\sqrt[5]{b}}}$

Vyriešte v R rovnice :

7. a) $2 + \sqrt{x} = \sqrt{x+8}$ b) $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-6} = 2$

8.Vyriešte nerovnicu v R: x - $\sqrt{x^2 - 1} < 2$.

9. Usmernite zlomky : $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}$.

10. Určte definičný obor funkcie g : y= $\frac{\sqrt{3x-7}}{\sqrt[6]{x+1}-2}$.

9. INVERZNÁ FUNKCIA

1. Daná je funkcia f: y = 2x - 3 , kde $x \in \langle 0,3 \rangle$. Zostrojte graf danej funkcie, graf funkcie k nej inverznej a určte ich vlastnosti.

2. Načrtnite v tej istej súradnicovej sústave grafy funkcií inverzných k funkciám :
   f : y = - x, kde $x \in \langle -2,3 \rangle$.

3. g : y = $2x^2$
   kde $x \in \langle -2,3 \rangle$.

4. Dané sú funkcie f: y = 2x – 4 a g: y = $\frac{1}{2}x + 2$. Načrtnite ich grafy a dokážte,
   že platí: f = g^{-1}.

5. Nájdi predpis funkcie inverznej k danej funkcii f : y = $1 + \log_2 x$.

6. Nájdi predpis inverznej funkcie k danej funkcii f : y = 3.7^{x+2}.

7. Na intervale $\langle 5, \infty)$ je definovaná funkcia h : y = $\frac{x^2}{3} + 5$.
   Určte predpis funkcie h^{-1} inverznej k funkcii h.

8. Ku ktorej z daných funkcií existuje inverzná funkcia?
   $f : y = \frac{2}{(4-x)^2}$
   $g : y = |x-3|$, $h : y = |x^2 - 3x + 2|$, $k : y = (3x-2)^{-3}$.

9. Nech f je funkcia daná predpisom y = $\sqrt{x^2 - 4x}$.
   Určte obor hodnôt funkcie f^{-1} inverznej k funkcii f.

10. Napíšte predpis funkcie h^{-1} inverznej k funkcii h : $y = \frac{5x}{x-2}$. Určte definičný obor a obor funkčných hodnôt obidvoch funkcií.

10. EXPONENCIÁLNA A LOGARITMICKÁ FUNKCIA

1. Pre ktoré a$\in R$ je f : y= $\left(\frac{a-1}{a+1}\right)^x$ a) rastúca

b) klesajúca

2. Určte koeficienty a, b tak, aby graf funkcie f prechádzal bodmi A[0,0], B[1,1], ak f: $y = a.2^x + b$.

3. Načrtnite grafy týchto funkcií : $y = 4^x$

$y = 4^{x-1}$

$y= 2+ 4^x$

4. Vyjadrite ako jeden logaritmus: $2\log x - \log x.\sqrt[3]{x}-1$.

5. Zjednodušte : $\log_{0,1}x - \log x$.

6. Zjednodušte: $\log_3 \frac{1}{9} . \log_3 243$.

7. Urč D(f), ak f: $y = \log\sqrt{x+2}$, g: $y = \sqrt{\log(x+2)}$

8. Urč definičný obor f :

$$y = \log\left(-\frac{3}{x+1}\right).$$

9. Načrtni grafy týchto funkcií : $y = \log_3 x$,

$y = \log_{0,3} x$,

$y = -\log_3 x$.

10. Načrtni graf funkcie $g : y = |\log_4 x|$,

11. EXPONENCIÁLNA A LOGARITMICKÁ. ROVNICA

1. Riešte v R: $\mathbf{49^x - 6.7^x + 5 = 0}$

2. Riešte v R: $3^{x-1}+3^{x-2}+3^{x-3} = 13$

3. Vyriešte v R : $\log(x+2) - \log(x-4) = 2 - \log 25$

4. Riešte v R: $\dfrac{1}{5-\log_{0,7} x} + \dfrac{2}{1+\log_{0,7} x} = 1$

5. Riešte v R: $\log_6\left[\log_5\left(\log_4 x + \dfrac{4}{\log_4 x}\right)\right] = 0$

6. Vyriešte v R: $2^x.5^x = 0{,}1.\left(10^{x-1}\right)^3$

7. Vyriešte v R : $3.4^x + \dfrac{9^{x+2}}{3} = 6.4^{x+1} - \dfrac{9^{x+1}}{2}$

8. Vyriešte v R : $\log_5 \sqrt{3x-2} + \log_5 \sqrt{4x-7} = \log_5 13$

9. Vyriešte v R : $\log_{7-x}\left(x^2 - 6x + 73\right) = 2$

10. Vyriešte v R : $x^{\log x} = 100x$

11. Nech a >0, a ≠ 1. Potom pre všetky x > 0, y >0, n ∈ N, platí :

$$\log_a x + \log_a y = \log_a xy$$

$$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$$ Dokážte.

$$\log x^n = n.\log x$$

12. Funkcia y= sin x

1. Vypočítajte sin x a cos x, ak viete, že tg x = - $\frac{5}{12}$ a x$\in \left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$.

2. Bez použitia kalkulačky vypočítajte sin 75° a sin165°.

3. Dokážte, že platí : sin(x+y).sin(x-y) = $\sin^2 x - \cos^2 x$.

4. Zostrojte graf funkcie f : y = - sinx.

5. Zostrojte graf funkcie f: y = $2\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) - 1$.

6. Riešte v R: $\sin^2 x$ = tg x.

7.Vyriešte rovnicu : cos 2x + sin x = 0. Určte počet koreňov rovnice, ktoré sa nachádzajú v intervale $\langle -2\pi,2\pi\rangle$.

8. Vyriešte v R: 2 $\sin^2 x$ = 2 - cotg x.

9. Vyriešte v R : 2 $\sin^2 x$ – 5 cosx + 1 = 0.

10. Určte definičný obor funkcie f : $y = \sqrt{\sin x.\cos x}$.

13. Funkcia y= cos x

1. Vypočítajte cos $\left(-\frac{53}{6}\pi\right)$.

2. Vypočítajte cos x, tg x a tg 2x, ak sin x = $-\frac{3}{5}$ a x$\in\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$.

3. Zostrojte graf f : y = $2\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+2$.

4. Bez použitia kalkulačky vypočítajte cos15° a cos135°.

5. Zostrojte graf funkcie f : y = | cosx |.

6. Dokážte, že platí : $\frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x}=\cot g^2 x$.

7. Vypočítajte hodnotu výrazu $\frac{3\sin x+\cos x}{\cos x-3\sin x}$, ak tgx = - 7.

8. Vyriešte v R : $\sin^2 x - \cos^2 x + \sin x = 0$.

9. Riešte v R: $2\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$.

11. Opíšte postup pri zostrojovaní grafu funkcie f : y = $2\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+3$

12. Odvoďte vzťahy pre výpočet sin 2α a cos 2α.

14. Dokážte, že platí :

a) $\frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x}=\cot g^2 x$ b) $\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}$

15. Pomocou trojuholníka vypočítajte hodnoty goniometrických funkcií sin 30°, cos 30°, tg 30°, cotg 30°.

14. Funkcie y = tg x a y = cotg x

1. Nech tg x = $-\dfrac{5}{12}$ a x$\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$. Vypočítajte sin 2x, cos 2x a tg x a tg 2x.

2. Zostrojte graf f : y = | tgx|.

3. Bez použitia kalkulačky vypočítajte tg105° a $\dfrac{2\cot g105°}{\cot g^2 105° - 1}$.

4. Riešte v R : tg x + $\sqrt{3}$ cotg x = $\sqrt{3}$ +1.

5. Ak sin x = a pre nejaký uhol $x \in \left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$. Vypočítajte tg x .

6. Určte definičný obor funkcie $f : y = 3tg\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

7. Vyriešte rovnicu : $\cot g\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

8. Vyriešte rovnicu: $\sqrt{3}$ tg² x + 2 tg x - $\sqrt{3}$ = 0.

9. Vyriešte rovnicu : 2 sin x.tgx + 4 cosx = 5.

10. Vyriešte v R: 2 sin x + tg x = 0 .

11. Odvoďte základné vzťahy medzi goniometrickými funkciami: tg x . cotg x = 1 a $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

15. POSTUPNOSTI

1. Napíšte prvých päť členov postupnosti všetkých prirodzených čísel deliteľných piatimi.

2. Napíšte prvých päť členov danej postupnosti a načrtnite jej graf: $\{(2-n)n\}_{n=1}^{\infty}$.

3. Vyjadrite rekurentným vzťahom postupnosť $\left\{\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right\}_{n=1}^{\infty}$.

4. Postupnosť je daná rekurentným vzťahom: $a_1 = 8$, $a_{n+1} = a_n - 3$. Vypočítajte a_5, a_n a určte vlastnosti postupnosti.

5. Daná je postupnosť $\left\{\frac{2n+5}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty}$. Zistite, či je ohraničená.

6. Daná je postupnosť $\left\{\frac{2n+5}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty}$. Zistite , či je monotónna.

7. Daná je postupnosť $\left\{\frac{2n+5}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty}$. Zistite , či je konvergentná.

8. Určte n-tý člen postupnosti, v krorej platí : $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + 2$.

9. Vypočítaj súčet druhého, jedenásteho a dvadsiateho člena postupnosti $\left\{\frac{n(n-1)}{2}\right\}_{n=1}^{\infty}$.

10. Vypočítajte limitu postupnosti $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n^2-5}{2-3n^2}$.

11. Daná je postupnosť $\left\{\frac{2n+5}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty}$. Načrtnite jej graf a dokážte, že je ohraničená.

<u>16. ARITMETICKÁ POSTUPNOSŤ</u>

1. Strany pravouhlého Δ tvoria aritmetickú postupnosť. Dlhšia odvesna je 24. Vypočítaj dĺžky ostatných strán.

2. Vypočítajte $\mathbf{a_1}$ a **d** v AP: $a_1 + a_5 = 16$
   $a_3 + a_4 = 19$.

3. V AP je súčet prvých **n** členov rovný $4n^2 - 3n$. Určte jej **d** a **n**-tý člen.

4. Pre AP platí: $a_n = 97$, $d = 3$ a $s_n = 1612$. Určte $\mathbf{a_1}$, **n**.

5. Veľkosti hrán kvádra sú 3 za sebou idúce členy AP. Súčet dĺžok všetkých strán je 96 cm a plošný obsah 334 cm^2. Určte objem kvádra.

6. Medzi čísla 1 a 5 vložte toľko reálnych čísel, aby vznikla aritmetická postupnosť, ktorej súčet je 51. Vypíšte ich.

7. Koľko je všetkých štvorciferných prirodzených čísel, ktoré sú deliteľné ôsmimi?

8. Súčet prvých n členov aritmetickej postupnosti možno vyjadriť vzťahom $s_n = 2n^2 - n$. Vypočítajte desiaty člen tejto postupnosti .

9. Určte aritmetickú postupnosť, pre ktorú platí : $2a_4 - a_{10} = 8$
   $a_8 - 2a_3 - a_2 = -4$.

10. Odvoďte vzťah pre výpočet súčtu prvých 100 členov aritmetickej postupnosti.

17. GEOMETRICKÁ POSTUPNOSŤ

1. Dokážte, že postupnosť $\left\{\frac{2n-1}{3}\right\}_{n=1}^{\infty}$ nie je geometrická.

2. Vypočítajte prvý člen a kvocient geometrickej postupnpsti, v ktorej platí :
   $a_6 + 2a_4 + a_2 = \frac{25}{32}$
   $a_2 + a_4 = \frac{5}{8}$.

3. Riešte v R: $2^x + 4^x + 8^x + ... = 1$

4. Riešte v R: $1 + \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} + \frac{8}{x^3} + ... = \frac{4x-3}{3x-4}$

5. Ak k číslam 3, 8, 14 pripočítam to isté číslo, vzniknú prvé tri členy GP. Určte ich.

6. Napíšte v tvare zlomku $0,\overline{28}$.

7. Pri prechode sklenou doskou stráca svetlo 8% svojej intenzity. Koľko takých dosiek treba na seba položiť, aby sa intenzita svetla stlmila na polovicu?

8. Hrubý objem výroby podniku mal hodnotu 150 mil. Sk. Aký bude ročný objem výroby za päť rokov pri 12% - nom ročnom prírastku?

9. Aký počet obyvateľov by malo Slovensko (v súčasnosti je to približne 5,3 mil. obyvateľov) o 10 rokov , ak by ročný prírastok obyvateľstva bol 2,5ˇ% ?

10. Aký musí byť vklad v banke, aby po desiatich rokoch pri 3,7 % -nom úročení vzrástol na 50 000 Sk?

11. Dokážte priamo tvrdenie :
$$\left[a,b \in R^+\right] \Rightarrow \left[\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a.b}\right]$$

12. Odvoďte vzťah pre výpočet súčtu prvých n členov geometrickej postupnosti.

18. PLANIMETRIA – LINEÁRNE ÚTVARY

1. Istý mnohouholník má obvod 31 cm. Jedna z jeho uhlopriečok ho delí na dva mnohouholníky s obvodmi 21 cm a 30 cm. Akú dĺžku má táto uhlopriečka?

2. Zo štvorcovej dosky s hmotnosťou 300g sme odrezaním štyroch rohov vyrobili dosku v tvare pravidelného osemuholníka. Akú hmotnosť má takto upravená doska?

3. Aký polomer má kruh vpísaný do štvrťkruhu s polomerom 100 cm?

4. Pri nedávnom zemetrasení popraskal ciferník na veži kostola. Jedna prasklina ide od jedenástky k trojke a druhá od jednotky k osmičke. Obe sú napodiv úplne priamočiare. Aký uhol zvierajú praskliny?

5. Dokážte, že na ciferníku hodín je spojnica čísel 2,5 kolmá na spojnicu čísel 3, 10.

6. Kosoštvorec je určený obsahom $S = 150\text{cm}^2$ a pomerom uhlopriečok **e** : **f** = 3 : 4. Vypočítajte uhlopriečky **e**, **f**, stranu **a** a výšku **v** kosoštvorca.

7. Na ciferníku hodín spojte čísla 2, 8 , 11 a 12. Vypočítajte vnútorné uhly tohto štvoruholníka a uhol uhlopriečok spájajúcich čísla 8 – 12 a 2 – 11. S akým číslom musíme spojiť číslo11 na ciferníku, ak táto spojnica má byť kolmá na spojnicu 8 – 2 ?

8. Z obdĺžníkovej dosky sme odrezali 2 trojuholníky tak, že vzniknutý lichobežník má obsah 45 cm^2. Jedna jeho základňa je dvakrát kratšia ako druhá. Koľko percent pôvodnej obdĺžnikovej dosky tvorí odpad?

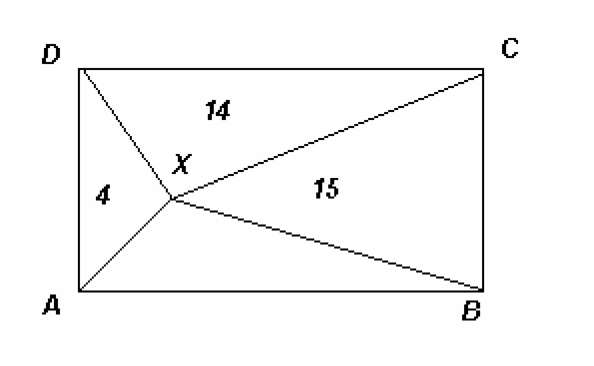
9. Narysuj Δ ABC, ak $\boldsymbol{\alpha} = 37^\circ$, $\boldsymbol{\beta} = 76^\circ$, **c** = 12,6cm. Označ bod X – pätu výšky na stranu **a** a Y pätu výšky na stranu **b**. Vypočítaj polomer kružnice opísanej Δ AXY.

10. Odvoď vzorec pre obsah pravidelného 8-uholníka vpísaného do kružnice s polomerom r.

11. Popíšte, ako zostrojíme množinu všetkých bodov v rovine, z ktorých vidno danú úsečku pod zvoleným uhlom.
12. Dokážte vetu o stredových a obvodových uhloch v kružnici.

19. TROJUHOLNÍK

1. Na obr.1 je obdĺžnik ABCD rozdelený na štyri trojuholníky. Obsah troch poznáte. Určte obsah ΔABX.



obr.1

2. Obvod pravouhlého Δ je 18. Súčet obsahov štvorcov zostrojených nad jeho tromi stranami je 128. Aký je obsah tohto trojuholníka?

3. Zostrojte Δ ABC, ak $\mathbf{a}$ = 6cm, $\mathbf{v_a}$ = 3cm, $\mathbf{t_a}$ = 4cm. Koľko riešení má úloha? Urobte diskusiu o počte riešení vzhľadom k výške v_a .

4. V rovnoramennom Δ ABC je pomer dĺžok základne AB a výšky na základňu 10:12. Rameno má dĺžku 26. Vypočítajte obsah Δ ABT, kde **T** je ťažisko Δ ABC.

5. Aký polomer má najmenší kruh, ktorým možno úplne zakryť rovnostranný trojuholník so stranou dlhou 12 cm ?

6. Zostrojte rovnostranný trojuholník ABC , ak je daná jeho výška v = 5 cm.

7. Zostrojte trojuholník ABC, ak je dané : c = 4 cm, v_c = 2 cm , $\gamma = 60°$.

8. Vypočítajte strany pravouhlého Δ ABC, ak $\mathbf{a}$ = 7cm a $\mathbf{v_c}$ = 5 cm.

10. Opíšte postup konštrukcie trojuholníka ABC, pre ktorý platí: strana AB = 6 cm, ťažnica t_c = 5 cm a uhol $\gamma = 60°$.

11. Opíšte postup pri zostrojovaní dotyčnice ku kružnici

a) v jej bode A
b) bodom B, ktorý na nej neleží.

Popíšte, koľko spoločných dotyčníc môžu mať dve kružnice.

13. Odvoďte vzťah pre výpočet polomerov vpísanej a opísanej kružnice v pravouhlom trojuholníku.

20. TRIGONOMETRIA

1. Vypočítajte veľkosť najväčšieho uhla v trojuholníku so stranami 79cm, 58cm a 37cm.

2. Pre veľkosť uhlov Δ ABC platí: $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 4 : 5$. Strana $a = \sqrt{2}$ cm. Určte veľkosti ostatných strán a vnútorných uhlov trojuholníka.

3. Odvesna **b** pravouhlého Δ ABC má dĺžku 13, úsek na prepone k nej priľahlý $\mathbf{c_b} = 12$. Určte ostatné strany Δ ABC a výšku na stranu c.

4. Vrchol stožiara vidíme vo výškovom uhle $\alpha = 45^\circ$. Ak sa priblížime k stožiaru o 10m, vidíme vrchol pod uhlom $\beta = 60^\circ$. Aká je výška stožiara? V akej vzdialenosti od stožiara sme stáli na začiatku úlohy?

5. Určte obsah Δ ABC, ak jedna z jeho strán má dĺžku 10 cm a uhly k nej priľahlé majú veľkosť 30˚ a 45˚.

6. V pravouhlom trojuholníku je prepona c = 10 cm, obsah S = 24 cm^2. Vypočítajte polomer opísanej kružnice tomuto trojuholníku, polomer vpísanej kružnice a obsah medzikružia, ktoré tieto kružnice vymedzujú.

7. Dve sily s veľkosťami 125 N a 75 N majú spoločné posobisko a zvierajú uhol 60˚. Akú veľkosť má ich výslednica?

8. Dokážte, že trojuholník PQR, kde P [2, -2, -2], Q[0, -1, -4], R[2, 1, -5] je rovnoramenný a pravouhlý.

9. Dané sú body K[-3, 5], L[4, -2], M[3, 3].
a/ Dokážte, že KLM je trojuholník.
b/ Vypočítajte obvod trojuholníka KLM.
c/ Vypočítajte dĺžku ťažnice na stranu k v trojuholníku KLM.
d/ Vypočítajte uhol pri vrchole K.
e/ Vypočítajte súradnice bodu N tak, aby štvoruholník KLMN bol rovnobežník.

9. Dokážte sínusovú vetu.

10. Odvoďte kosínusovú vetu.

11. Odvoďte vzťah pre výpočet obsahu všeobecného trojuholníka, ak poznáte dve jeho strany a uhol nimi zovretý.

21. ZHODNÉ A PODOBNÉ ZOBRAZENIA V ROVINE

1. Ľadová plocha má tvar obdĺžnika. Na ploche sú 2 hráči A, B. Zostrojte bod P na dlhšej strane mantinelu, do ktorého má hráč A vystreliť puk, aby sa odrazil k hráčovi B.

2. Daná je priamka **p**, kružnica **k** a úsečka $\overline{AB}$. Zostrojte úsečku KL, ktorá má tieto vlastnosti: |KL| = |AB|, $\overline{KL} \parallel \overline{AB}$, K$\in k, L \in p$.

3. Daný je rovnostranný Δ ABC. Narysuj Δ A´BC´, ktorý vznikne v otočení $R_{B,60^\circ}$. Aký útvar vznikne zjednotením Δ ABC a Δ A´BC´? Aký je jeho obvod a obsah, ak strana trojuholníka má dĺžku 5 cm?

4. Z 2 podobných trojuholníkov má jeden obvod 100 a druhý má strany o 8, 14, 18 dlhšie ako prvý. Vypočítajte dĺžky strán obidvoch trojuholníkov. V akom pomere budú obsahy týchto trojuholníkov?

5. Dané sú úsečky AB, KL; |AB| = 1,5cm, |KL| = 3,5cm, $\overline{KL} \parallel \overline{AB}$. Nájdite stredy rovnoľahlosti.

6. V ktorých zhodných zobrazeniach je samodružným útvarom:
a/ štvorec
b/ rovnostranný trojuholník?

7. Zostrojte os uhla AVB , ak jeho vrchol V leží mimo nákresňu/ je nedostupný/.

8. Úsečku dlhú 7 cm rozdeľte na tri časti v pomere 2 : 3 : 5.

9. V rovine sú dané štyri útvary : kosodĺžnik, elipsa, polkruh a rovnoramenný lichobežník. Koľko z nich nemá ani stred súmernosti ani os súmernosti?

22. STEREOMETRIA

1. Do morského akvária, ktorého dĺžka je 12cm a telesová uhlopriečka má dĺžku 13m, naliali 144m^3 vody. Akú šírku a výšku má akvárium? Do akej výšky by siahala voda v akváriu tvaru kocky s hranou 12 m?

2. Daný je pravidelný štvorboký ihlan s dĺžkou podstavnej hrany 20dm a objemom 1 m^3. Vypočítajte povrch ihlana.

3. Vypočítajte objem a povrch kvádra, ak jeho telesová uhlopriečka je 10 cm, uhol uhlopriečok podstavy je 60˚ a uhol telesovej uhlopriečky a uhlopriečky podstavy je tiež 60˚.

4. Strecha rodinného domu má tvar pravidelného štvorbokého ihlana s výškou 3 m a podstavnou hranou dĺžky 8m. Koľko m^2 strešnej krytiny je potrebných na pokrytie strechy? Koľko eur na to budeme potrebovať, ak 1m^2 krytiny stojí 15 € ?

5. Aký povrch a objem má teleso, ktoré vznikne rotáciou pravouhlého trojuholníka s odvesnami 10 cm a 24 cm okolo kratšej z nich?

6. Zostrojte rez kocky ABCDEFGH rovinou PQR, ak P je stred AB, Q je stred CG a R je stred GH. Aký útvar vznikol? Vypočítaj jeho obvod.

7. Zostrojte prienik kocky ABCDEFGH a priamky PQ, kde P je stred AD a Q$\in CG$ tak, že $|QG| = \frac{1}{2}|GC|$. Určte skutočnú veľkosť rezu.

8. Daná je kocka ABCDEFGH. Určte uhol priamok:
   a) AE, BG
   b) AG, BH
   c) AC, FH
   Ako by ste úlohu riešili analyticky?

9. Vypočítaj veľkosť uhla, ktorý zviera telesová uhlopriečka kvádra s rovinou podstavy, ak kváder má rozmery a = 3 cm, b = 4 cm, c = 3,5 cm. Narysuj daný uhol v reálnej veľkosti a porovnaj ho s výpočtom.

10. Odvoďte vzorec pre objem pravidelného trojbokého hranola, ktorého bočné steny majú tvar štvorca, ak poznáte len dĺžku podstavnej hrany.

23. ANALYTICKÁ GEOMETRIA PRIAMKY V ROVINE

1. Dané sú body A [-3, 5], B [0, 4]. Určte:
   a) parametrickú rovnicu priamky AB, úsečky AB
   b) všeobecnú rovnicu priamky AB
   c) smernicový tvar priamky AB

2. Daný je Δ ABC: A [1, 1], B [2, 3], C [-4, -3]. Určte rovnicu priamky, na ktorej leží:
   a) v_a Δ ABC
   b) t_a Δ ABC

3. Určte podmienky pre koeficienty **a**,**b**,**c** v rovnici priamky ax + by + c = 0 tak, aby:
   a) priamka bola rovnobežná s priamkou 2x + 3y + 1 = 0
   b) bola kolmá na danú priamku

4. Strany Δ ležia na priamkach 2x + y + 3 = 0
x + 2y = 3
x = y + 3
Určte stred a polomer kružnice opísanej trojuholníku.

5. Napíšte všeobecnú rovnicu priamky, ktorej smerový uhol je 45˚ a prechádza priesečníkom priamok **p**: x – 2y + 8 = 0 a **q**: x = 1 + 5t
y = - 1 – 3t, $t \in R$

6. V trojuholníku KLM, kde K [- 4, -1], L [2, -3], M [-1, 4] vypočítajte:
a/ parametrickú a všeobecnú rovnicu priamky LM
b/ rovnicu výšky na stranu KM a vyjadrite ju v smernicovom tvare
c/ veľkosť uhla, ktorý zviera priamka KL s kladným smerom osi x
d/ rovnicu priamky , na ktorej leží ťažnica na stranu LM a zapíšte ju v úsekovom tvare
e/ všeobecnú rovnicu strednej priečky, ktorá je rovnobežná s priamkou KM.

7. Dokážte, že trojuholník PQR, kde P[2,-2], Q[0,-1], R[1,1] je
   a) rovnoramenný
   b) pravouhlý

24. ANALYTICKÁ GEOMETRIA KRUŽNICE

1. Napíšte rovnicu kružnice, ktorá prechádza bodmi A [1, -1], B[-1, 3], C[0, 2].

2. Napíšte rovnicu kružnice, ktorej priemer tvoria body A [-3, 0], B [3, 6].

3. Napíšte rovnicu kružnice, ak S [1, 2] a dotýka sa priamky **p**: $2x + 3y - 4 = 0$

4. Dokážte, že rovnice $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 9 = 0$$

sú rovnice kružníc a napíšte rovnicu priamky, ktorá je určená ich stredmi. Aká je vzájomná poloha kružníc?

5. Vypočítajte dĺžku tetivy, ktorú priamka **p**: $x - y - 1 = 0$ vytína na kružnici **k** so S[-3, 3] a r = 5.

6. Určte číslo k tak,aby priamka $x + ky + 13 = 0$ bola sečnicou kružnice $x^2 + y^2 = 13$.

7. Body A [-5, 2], C [3, 2] sú protiľahlými vrcholmi štvorca ABCD. Určte rovnicu kružnice vpísanej do tohto štvorca.

8. Akú stredovú rovnicu bude mať kružnica m, ktorá vznikne posunutím kružnice :

$x^2 + y^2 + 8x - 6y - 11 = 0$ o vektor $\vec{v}[5,-4]$?

9. V rovine je daný bod M[-2, 3] a kružnica k : $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$. Aká najvačšia može byť vzdialenosť medzi bodom M a bodom kružnice k ?

10. Určte stred a polomer guľovej plochy : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 4z - 22 = 0$

11. Odvoďte podľa definície stredovú a všeobecnú rovnicu kružnice.

25. ANALYTICKÁ GEOMETRIA PRIAMKY A ROVINY V PRIESTORE

1. A [1, 2, 1], B [2, 4, 1], C [-1, -5, 2]. Určte:
   a) parametrickú rovnicu roviny ABC
   b) všeobecnú rovnicu roviny ABC

2. Napíšte všeobecnú rovnicu roviny, ktorá je určená bodom A [4,-1,2] a priamkou **p**: $x = 5 + t$, $y = 1+ 3t$, $z = 2 - t$, , $t\in R$.

3. Určte vzájomnú polohu priamok **p**: $x = t$, $y = -4t$, $z = -3t$, **q**: $x = s$, $y = -8 - 4s$, $z = -3 - 3s$

4. Určte vzájomnú polohu rovín **α**: $x - y + 2z - 1 = 0$
β: $2x + 2y - 8z + 6 = 0$
γ: $2x - 2y + 4z + 5 = 0$

5. Určte vzájomnú polohu priamky a roviny:
p = $\overleftrightarrow{AB}$, A [3, -1, 4], B [4, -1, 2]
ρ : $2x - z + 3y - 7 - 0$.

1. Napíšte rovnicu priamky p, ktorá je daná bodmi A [-1, 1, 3], B [2, -3, 1] a vypočítajte súradnice priesečníkov so súradnicovými rovinami.

2. Dané sú body A [6, 1,-2], B [-1, 0, -5], C [0, 2, 4].
a/ Dokážte, že body A, B, C určujú rovinu.
b/ Napíšte parametrické rovnice a všeobecnú rovnicu roviny ABC.
c/ Rozhodnite, či body K [-7, 1, 1] a L [3, -1, 2] ležia v rovine ABC.
d/ Vypočítajte priesečníky danej roviny so súradnicovými osami.

3. Napíšte všeobecnú rovnicu roviny ρ , ktorá prechádza bodmi K [-2, -1, -3] , L [2, 3, 0] a je rovnobežná s osou x.

26. METRICKÉ VLASTNOSTI LINEÁRNYCH ÚTVAROV

1. Vypočítajte veľkosť strany rovnostranného Δ ABC, ak A[2, -1] a strana BC leží na priamke p: $3x + 4y = 12$.

2. Vypočítajte uhol dvoch rovín α, β, ak **α**: $x - y - z = 0$, **β**: $x = 1 + t$
$y = 1 + r$
$z = 1 + t - r$; $t, r \in R$.

3. Nájdite priesečník priamky **p** a roviny **ρ**, ak prechádza bodom A[6, 1, 2] a je kolmá na ρ: $x - 2y - z + 4 = 0$.

4. Napíšte rovnicu priamky **p**, ktorá je rovnobežná s priamkou **q**: $y = \frac{5}{12}x - 9$ a ich vzdialenosť je 12.

5. Určte objem, kocky, ktorej 2 protiľahlé steny ležia v rovinách **α**: $3x + 2y - 6z + 12 = 0$
β: $3x + 2y - 6y = 0$.

6. Vypočítajte odchýlku priamky $p = \{[1-t, 1+t, 2t], t \in R\}$ od osi z.

7. Vypočítajte odchýlku priesečnice rovín α : $3x - y + 2z = 0$ a β : $x + 2y - z + 4 = 0$ od osi x.

8. Vypočítajte odchýlku roviny ∂: $2x + y - z - 8 = 0$ od súradnicovej roviny určenej osami y, z.

9. Vypočítajte veľkosť výšky na stranu k v trojuholníku KLM, K[8, 0, 10], L[-3, 3, -1], M [0 ,- 1, 4].

10. Vypočítajte vzdialenosť začiatku súradnicovej sústavy od roviny α určenej priamkami $p = \{[t, 2t, 4-t], t \in R\}, q = \{[1-s, 1-2s, 3+s], s \in R\}$.

27. VARIÁCIE A PERMUTÁCIE

1. Koľko rôznych prirodzených čísel možno utvoriť z číslic 0, 1, 2, 3, 4, ak sa žiadna nebude opakovať?

2. Koľko rôznych slov s 10 písmenami možno utvoriť z písmen slova MATEMATIKA, ak sa použijú vždy všetky písmená?

3. V lavici sedí 5 žiakov A, B, C, D, E.

a) Koľkorakým spôsobom ich možno presadiť?
b) Koľkorakým spôsobom ich možno presadiť, aby žiak A sedel vždy na jednom alebo druhom kraji lavice?
c) Koľkorakým spôsobom ich možno presadiť, aby B, C sedeli vždy vedľa seba?

4. Kódom na trezore je slovo zo 6 rôznych písmen. Prvé 3 písmená sú spoluhlásky z množiny {B, C, D, F, G } a ďalšie 3 písmená sú samohlásky z množiny {A, E, I, O, U, Y}. Koľko rôznych kódov možno zostaviť?

5. Riešte v N: $\dfrac{(n-1)!}{2(n-3)!} - n = 19$

6. Sedem žiakov príde naraz do jedálne.Koľkými sposobmi sa možu postaviť do radu, ak
a/ Eva musí byť vždy prvá
b/ Filip a Betka stoja vždy vedľa seba
c/ Eva musí byť vždy prvá a Filip a Betka stoja vždy vedľa seba?

7. Koľko písmen može obsahovať Morseova abeceda, ak sa písmeno skladá najviac zo štyroch znakov?

8. Koľko prirodzených čísel sa dá zostaviť z cifier 0, 1, 3, 4, 7, 8 tak, aby sa cifry neopakovali?

9. Riešte v množine všetkých prirodzených čísel :
n!-56(n-2)!+ 1!=0

28. KOMBINÁCIE

1. Z 30 študentov 4.A triedy je 10 vyznamenaných. Koľkými spôsobmi môžeme spomedzi všetkých študentov v triede vybrať 5, ak medzi nimi majú byť práve dvaja vyznamenaní?

2. Do šachového klubu chodí 6 chlapcov a 4 dievčatá. Koľkými spôsobmi z nich možno vybrať trojicu, ktorá bude klub reprezentovať na turnaji, ak medzi vybranými má byť aspoň jedno dievča a aspoň jeden chlapec?

3. Pre ktoré n je počet kombinácií z n prvkov tretej triedy 5- krát menší než počet kombinácií tretej triedy z (n+2) prvkov?

4. Riešte v N_0: $\binom{x-1}{x-3} + \binom{x-2}{x-4} = 9$

5. Ktorý člen binomického rozvoja $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{15}$ neobsahuje x?

6. V obchode majú 5 druhov čokolád po 10 Sk. Koľkými spôsobmi môžeme čokolády nakúpiť, ak za ne zaplatíme 150 Sk?

7. Vypočítajte podľa binomickej vety : $\left(x + \frac{2}{x}\right)^5 =$

8. Vyriešte rovnicu :

C(2 , n)+3C(3 , n+4)+ 2C(4, n) =0

9. Vyriešte rovnicu :

C(3 , n)+ C (3 , n+2)+ C (3 , n+4) = $\frac{n^3}{2} + 88$

10. Dokážte vlastnosti kombinačných čísel.

29. PRAVDEPODOBNOSŤ

1. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybrané 3-ciferné prirodzené číslo má všetky číslice nepárne?

2. 2 biele a 8 šedých čajok krúži nad riekou. Aká je pravdepodobnosť, že keď si náhodne posadajú vedľa seba na breh, budú sedieť 2 biele čajky vedľa seba?

3. Hodíme súčasne 2 hracími kockami. Aká je pravdepodobnosť, že súčet bodov, ktoré padnú na oboch kockách bude väčší ako 3?

4. Pravdepodobnosť, že v knihe vytlačenej istou tlačiarňou bude nesprávne poradie strán je 1,5%. Pravdepodobnosť, že niektoré strany budú chýbať je 2%. Iné chyby v tlačiarni nerobia. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná kniha z tejto tlačiarne bude bezchybná?

5. V triede je 30 žiakov. Z nich 3 nie sú pripravení na vyučovanie. Na hodine učiteľ vyskúša 5 žiakov. Aká je pravdepodobnosť, že:
   a) medzi nimi je jeden nepripravený žiak
   b) najviac dvaja žiaci sú nepripravení
   c) všetci sú nepripravení
   d) aspoň jeden je nepripravený.

   Ako sa zmení výsledok, ak učiteľ vyskúša iba 3 žiakov?

6. Vo vrecku je 8 modrých a 6 žltých guliek. Aká je pravdepodobnosť, že zo štyroch náhodne vybratých guliek:
   a) budú všetky modré;
   b) budú dve modré a dve žlté;
   c) nebudú všetky rovnakej farby?

7. Aká je pravdepodobnosť, že ľubovoľné dvojciferné prirodzené číslo
   a) je deliteľné siedmimi
   b) je deliteľné deviatimi
   c) nie je deliteľné piatimi.

8. Hádžeme dvakrát kockou. Aká je pravdepodobnosť, že aspoň raz padne číslo šesť?

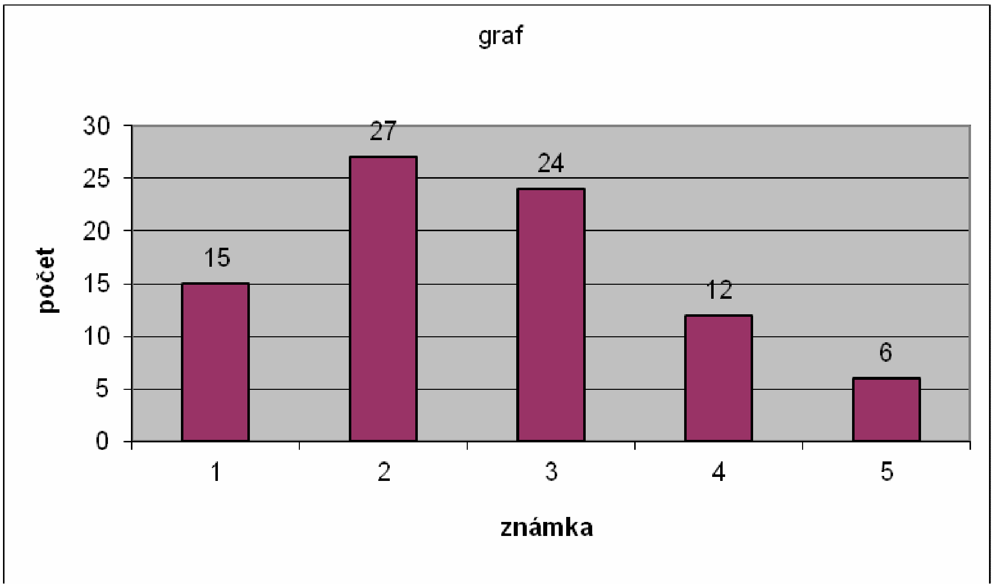
30. ŠTATISTIKA

1. Známky z písomnej práce z matematiky tvoria štatistický súbor. Určte modus,mediána aritmetický priemer známok. Štatistický súbor znázornite polygónom.
Známky z písomnej práce z matematiky: 3, 2, 5, 1, 1, 4, 3, 2, 3, 3, 3, 4, 2, 5, 4, 1, 1, 2, 4, 3, 1, 5, 5, 3, 2, 4, 1, 2, 2, 3.

2. Aritmetický priemer 8 kladných reálnych čísel $a_1, a_2, ..., a_8$ je 10, 5.
Aritmetický priemer čísel a_1, a_2, a_3 je 8.
Čomu sa rovná aritmetický priemer čísel a_4, a_5, a_6, a_7, a_8 ?

3. V horskej ubytovni je počet hotelových a turistických izieb v pomere 1: 3. Všetky izby v ubytovni sú dvojposteľové. Pomer cien za posteľ v hotelovej a turistickej izbe je 7:3. Ak sa za hotelovú posteľ platí 770 Sk, aká je priemerná cena za posteľ v celej ubytovni?

4. Graf znázorňuje výsledky maturitnej skúšky z matematiky na istej strednej škole. Koľko žiakov bolo ohodnotených horšou známkou ako bola priemerná známka?

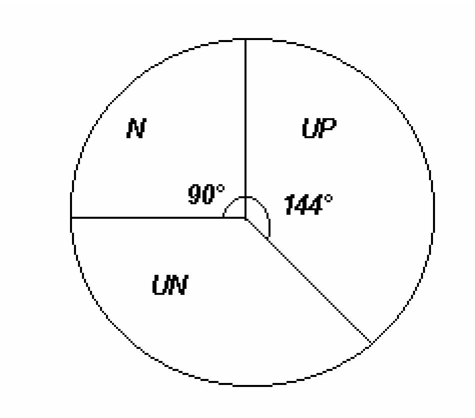


5. V danej tabuľke sú uvedené informácie o účastníckom finále MISS 2004:

Výška	170	171	172	173	174	175	176	178
počet	1	1	1	2	2	3	1	1
hmotnosť	50	51	52	53	54			
počet	2	4	2	2	2			

Vypočítajte priemernú hmotnosť, výšku, modus, medián hmotnosti a výšky dievčat. Zostrojte polygón a histogram početnosti.

6. 20% študentov hlásiacich sa na istú fakultu bolo prijatých bez prijímacej skúšky. Úspešnosť zvyšných 80% uchádzačov je znázornená na kruhovom diagrame:



UP – urobili skúšku a boli prijatí
UN – urobili skúšku, ale neboli prijatí
N – neurobili skúšku, a teda neboli prijatí

Koľko percent všetkých uchádzačov urobilo prijímacie skúšky, ale neboli prijatí?

7. Podľa istého prieskumu parkuje denne pred obchodným domom priemerne 280 áut. Smerodajná odchýlka tohto súboru je 6.
Aký je interval počtu zaparkovaných áut a percento dní na základe týchto údajov ?

8. Nech p je aritmetický priemer reálnych čísel a, b. Nech s je aritmetický priemer reálnych čísel a, b, p. Aký je vzťah medzi p a s ?