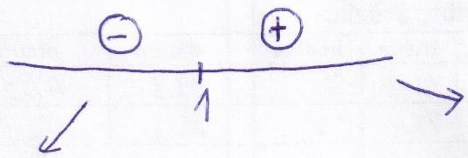
Príklad 1: *Upravte nasledujúci výraz tak, aby neobsahoval absolútnu hodnotu:*

$$C(x) = |x-1| - x.$$

$C(x) = |x-1| - x.$

$\vdots$

1



tu je interval $(-\infty;1\rangle$ zoberiem z neho ľubovoľné číslo, napr. -5, dosadím ho do výrazu $(x-1)$. Dostanem $-5-1=-6$. Na číselnú os si poznačím ⊖

tu je interval $\langle 1;\infty)$ zoberiem z neho ľub. číslo, napr. 3, dosadím ho do výrazu $(x-1)$. Dostanem $3-1=2$ Na číselnú os si poznačím ⊕

1. Ak $x \in (-\infty;-1\rangle$ budem absolútnu hodnotu odstraňovať znamienkom ⊖
   $C(x) = |x-1| - x = -(x-1) - x = -x+1-x = \underline{\underline{-2x+1}}$

2. Ak $x \in \langle -1;\infty)$ budem absolútnu hodnotu odstraňovať znamienkom ⊕
   $C(x) = |x-1| - x = +(x-1) - x = x-1-x = \underline{\underline{-1}}$

Prehľad do tabuľky:

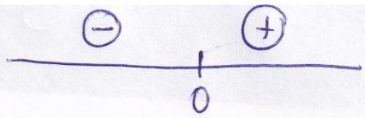
x	$(-\infty,1\rangle$	$\langle 1,\infty)$
$\lvert x-1\rvert$	$-(x-1)$	$x-1$
$C(x)$	$-2x+1$	-1

Odpoveď:

$$C(x) = |x-1| - x = \begin{cases} -2x+1 & \textit{pre } x \in (-\infty,1\rangle, \\ -1 & \textit{pre } x \in \langle 1,\infty). \end{cases}$$

Úloha 1: *Upravte nasledujúci výraz tak, aby neobsahoval absolútnu hodnotu:*

$$D(x) = |x| - x.$$



1) $x \in (-\infty; 0\rangle \Rightarrow D(x) = -(x) - x = \underline{\underline{-2x}}$

2) $x \in \langle 0; \infty) \Rightarrow D(x) = x - x = \underline{\underline{0}}$

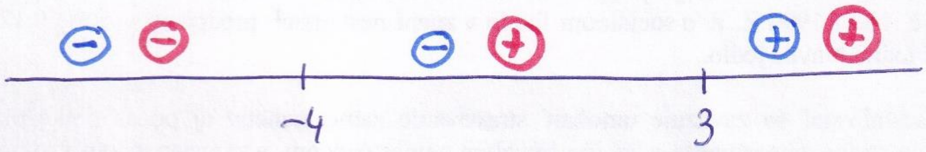
Výsledok: $D(x) = |x| - x = \begin{cases} -2x & \text{pre } x \in (-\infty, 0\rangle, \\ 0 & \text{pre } x \in (0, \infty) \end{cases}$

Príklad 2: *Upravte nasledujúci výraz tak, aby neobsahoval absolútnu hodnotu:*

$$E(x) = |x-3| + |x+4|.$$

$E(x) = |x-3| + |x+4|$

$\quad\quad\quad\quad 3 \quad\quad\quad -4$



Modrou sú znamienka pre $|x-3|$

Červenou sú znamienka pre $|x+4|$

1) $x \in (-\infty; -4) \Rightarrow E(x) = -(x-3) - (x+4) = -x+3-x-4 =$
$= \underline{\underline{-2x-1}}$

2) $x \in \langle -4; -3 \rangle \Rightarrow E(x) = -(x-3) + (x+4) = -x+3+x+4 = \underline{\underline{+7}}$

3) $x \in \langle 3; \infty) \Rightarrow E(x) = +(x-3) + (x+4) = x-3+x+4 = \underline{\underline{2x+1}}$

x	$(-\infty, -4)$	$\langle -4, 3)$	$\langle 3, \infty)$
$\lvert x-3\rvert$	$-(x-3)$	$-(x-3)$	$x-3$
$\lvert x+4\rvert$	$-(x+4)$	$x+4$	$x+4$
$E(x)$	$-2x-1$	7	$2x+1$

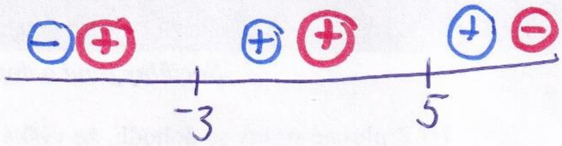
$$E(x) = |x-3| + |x+4| = \begin{cases} -2x-1 & \text{pre } x \in (-\infty, -4), \\ 7 & \text{pre } x \in \langle -4, 3), \\ 2x+1 & \text{pre } x \in \langle 3, \infty). \end{cases}$$

Úloha 2: *Upravte nasledujúci výraz tak, aby neobsahoval absolútnu hodnotu:*

$$F(x) = 2 \cdot |x+3| - 3 \cdot |5-x|.$$

$F(x) = 2|x+3| - 3|5-x|$

-3 $\quad$ 5



1) $x \in (-\infty; -3) \Rightarrow F(x) = -2(x+3) + -3(5-x) =$
$= -2x - 6 - 15 + 3x = \underline{\underline{x - 21}}$

2) $x \in \langle -3; 5 \rangle \Rightarrow F(x) = +2(x+3) + -3(5-x) =$
$= 2x + 6 - 15 + 3x = \underline{\underline{5x - 9}}$

3) $x \in \langle 5; \infty) \Rightarrow F(x) = +2(x+3) - -3(5-x) =$
$= 2x + 6 + 15 - 3x = \underline{\underline{-x + 21}}$

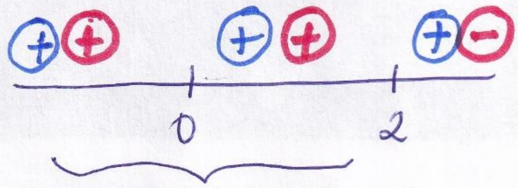
Výsledok: $F(x) = 2|x+3| - 3|5-x| = \begin{cases} x - 21 & \textit{pre } x \in (-\infty, -3\rangle, \\ 5x - 9 & \textit{pre } x \in \langle -3, 5), \\ -x + 21 & \textit{pre } x \in \langle 5, \infty) \end{cases}$

Príklad 3: *Upravte nasledujúci výraz tak, aby neobsahoval absolútnu hodnotu:*

$$G(x) = |x^2| + 3|2 - x|.$$

$$G(x) = |x^2| + 3|2-x|$$

$0 \qquad 2$



výraz x^2 je stále kladný

keďže sú tu rovnaké znamienka, spravíme z toho jeden interval $(-\infty;2\rangle$

1) $x \in (-\infty;2\rangle \Rightarrow G(x) = x^2+3(2-x) = x^2+6-3x = \underline{\underline{x^2-3x+6}}$

2) $x \in \langle 2;\infty) \Rightarrow G(x) = x^2 - 3(2-x) = x^2-6+3x = \underline{\underline{x^2+3x-6}}$

$$G(x) = |x^2| + 3|2 - x| = \begin{cases} x^2 - 3x + 6 & \text{pre } x \in (-\infty, 2\rangle, \\ x^2 + 3x - 6 & \text{pre } x \in (2, \infty\rangle. \end{cases}$$

Úloha 3: *Upravte nasledujúci výraz tak, aby neobsahoval absolútnu hodnotu:*

$$H(x) = |(x-1)^2| - 2|1-x|.$$

$H(x) = |(x-1)^2| - 2|1-x|$

$1 \qquad 1$

$\oplus \; \oplus \;\; \big| \;\; \oplus \; \ominus$

1

1) $x \in (-\infty; 1\rangle \Rightarrow H(x) = (x-1)^2 - 2(1-x) =$
$= x^2 - 2x + 1 - 2 + 2x = \underline{\underline{x^2 - 1}}$

2) $x \in \langle 1; \infty) \Rightarrow H(x) = (x-1)^2 - - 2(1-x) =$
$= x^2 - 2x + 1 + 2 - 2x = \underline{\underline{x^2 - 4x + 3}}$

Výsledok: $H(x) = |(x-1)^2| - 2|1-x| = \begin{cases} x^2 - 1 & \textit{pre } x \in (-\infty, 1\rangle, \\ x^2 - 4x + 3 & \textit{pre } x \in (1, \infty) \end{cases}$

Príklad 4: *Upravte nasledujúci výraz tak, aby neobsahoval absolútnu hodnotu:*

$$K(x) = |2x+1| - 4|x+3| + |2x+6|.$$

$$K(x) = |2x+1| - 4|x+3| + |2x+6| = |2x+1| - 4|x+3| + 2|x+3| =$$

$$= |2x+1| - 2|x+3|$$

−4 jablká 2 jablká sú spolu −2 jablká

$$-\frac{1}{2} \qquad -3$$

$$\begin{array}{ccccccc} - & - & & - & + & & + \; + \\ \hline & & -3 & & & -\frac{1}{2} & \end{array}$$

1) $x \in (-\infty; -3\rangle \Rightarrow K(x) = -(2x+1) - -2(x+3) =$
$= -2x - 1 + 2x + 6 = \underline{\underline{5}}$

2) $x \in \langle -3; -\frac{1}{2}\rangle \Rightarrow K(x) = -(2x+1) + -2(x+3) =$
$= -2x - 1 - 2x - 6 = \underline{\underline{-4x-7}}$

3) $x \in \langle -\frac{1}{2}; \infty) \Rightarrow K(x) = (2x+1) - 2(x+3) =$
$= 2x + 1 - 2x - 6 = \underline{\underline{-5}}$

x	$(-\infty, -3\rangle$	$\langle -3, -\frac{1}{2}\rangle$	$\langle -\frac{1}{2}, \infty)$
$\lvert 2x+1\rvert$	$-(2x+1)$	$-(2x+1)$	$2x+1$
$\lvert x+3\rvert$	$-(x+3)$	$x+3$	$x+3$
$K(x)$	5	$-4x-7$	-5

$$K(x) = |2x+1| - 2|x+3| = \begin{cases} 5 & \text{pre } x \in (-\infty, -3\rangle, \\ -4x - 7 & \text{pre } x \in \langle -3, -\frac{1}{2}\rangle, \\ -5 & \text{pre } x \in \langle -\frac{1}{2}, \infty). \end{cases}$$

Úloha 4: *Upravte nasledujúci výraz tak, aby neobsahoval absolútnu hodnotu:*

$$L(x) = |3x - 1| + 2|x - 1| - |1 - x|.$$

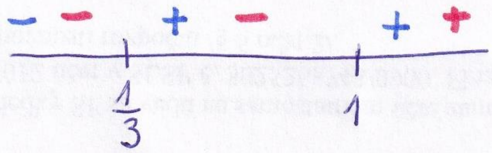
$L(x) = |3x-1| + 2|x-1| - |1-x|$

$|1-x|$ je to isté ako $|x-1|$ pretože je to vzdialenosť medzi x a 1

$L(x) = |3x-1| + 2|x-1| - |x-1| = |3x-1| + |x-1|$

2 ♡ − 1 ♡ = 1 ♡

$\frac{1}{3}$ $\quad$ 1



1) $x \in (-\infty; \frac{1}{3}) \Rightarrow L(x) = -(3x-1) - (x-1) = -3x + 1 - x + 1 = \underline{\underline{-4x+2}}$

2) $x \in \langle \frac{1}{3}; 1) \Rightarrow L(x) = (3x-1) - (x-1) = 3x - 1 - x + 1 = \underline{\underline{2x}}$

3) $x \in \langle 1; \infty) \Rightarrow L(x) = (3x-1) + (x-1) = \underline{\underline{4x-2}}$

Výsledok: $L(x) = |3x - 1| + 2|x - 1| - |1 - x| = \begin{cases} -4x + 2 & \textit{pre } x \in (-\infty, \frac{1}{3}), \\ 2x & \textit{pre } x \in \langle \frac{1}{3}, 1), \\ 4x - 2 & \textit{pre } x \in \langle 1, \infty) \end{cases}$

Príklad 5: *Upravte nasledujúci výraz tak, aby neobsahoval odmocninu ani absolútnu hodnotu:*

$$M(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9}.$$

$x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2 \quad M(x) = \sqrt{(x-3)^2} = |x-3|$

Platí dotiž taká veta: $\boxed{\sqrt{a^2} = |a|}$

$M(x) = |x-3|$

3

$$\begin{array}{ccc} - & & + \\ \hline & 3 & \end{array}$$

1) $x \in (-\infty; 3\rangle \Rightarrow M(x) = -(x-3) = \underline{\underline{-x+3}} = 3-x$

2) $x \in \langle 3; \infty) \Rightarrow M(x) = \underline{\underline{x-3}}$

$$M(x) = |x-3| = \sqrt{x^2-6x+9} = \begin{cases} -x+3 & \textit{pre } x \in (-\infty, 3\rangle, \\ x-3 & \textit{pre } x \in (3, \infty). \end{cases}$$

Úloha 5: *Upravte nasledujúci výraz tak, aby neobsahoval odmocninu ani absolútnu hodnotu:*

$$N(x) = \sqrt{25 - 10x + x^2}.$$

$N(x) = \sqrt{x^2 - 10x + 25} = \sqrt{(x-5)^2} =$

$N(x) = \sqrt{x^2 - 10x + 25} = \sqrt{(x-5)^2} = |x-5|$

5

$$\begin{array}{ccc} - & & + \\ \hline & 5 & \end{array}$$

1) $x \in (-\infty; 5\rangle \Rightarrow N(x) = -(x-5) = -x+5 = \underline{\underline{5-x}}$

2) $x \in \langle 5; \infty) \Rightarrow N(x) = \underline{\underline{x+5}}$

Výsledok: $N(x) = |5-x| = \begin{cases} 5-x & \textit{pre } x \in (-\infty, 5\rangle, \\ x-5 & \textit{pre } x \in (5, \infty) \end{cases}$

Príklad 6: *Upravte nasledujúci výraz tak, aby neobsahoval absolútnu hodnotu:*

$$P(x) = \frac{x + \sqrt{x^2}}{|x|}.$$

$$P(x) = \frac{x + |x| \overset{\dots 0}{}}{|x| \underset{\dots 0}{}}$$

Podmienka $\boxed{x \neq 0}$ (menovateľ)
vyznačíme to na číselnej osi prázdnym krúžkom

$-$ 0 $+$

1) $x \in (-\infty; 0) \Rightarrow P(x) = \frac{x - (x)}{-(x)} = \frac{0}{-x} = \underline{\underline{0}}$

2) $x \in (0; \infty) \Rightarrow P(x) = \frac{x + x}{x} = \frac{2x}{x} = \underline{\underline{2}}$

$$P(x) = \begin{cases} 0 & \textit{pre } x \in (-\infty, 0), \\ 2 & \textit{pre } x \in (0, \infty). \end{cases}$$

Úloha 6: *Upravte nasledujúci výraz tak, aby neobsahoval ani odmocninu ani absolútnu hodnotu:*

$$Q(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{|x - 2|}.$$

$$Q(x) = \frac{\sqrt{(x-2)^2}}{|x-2|} = \frac{|x-2|}{|x-2|} = 1$$

Podmienka
$x \neq 2$ (menovateľ)

Výsledok: $Q(x) = 1$, *pre* $x \in \mathbb{R} - \{2\}$