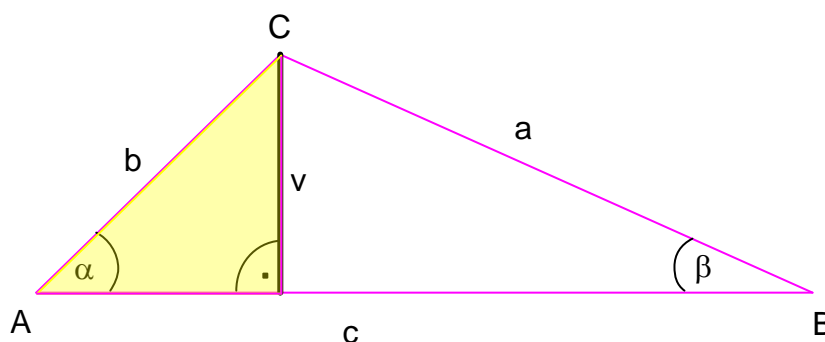


Sínusová veta pre všeobecný trojuholník

Sínusová veta je vzťah medzi stranami a vnútornými uhlami všeobecného trojuholníka. Na riešenie trojuholníka ju môžeme použiť vtedy, ak v ňom poznáme dve strany a uhol, ktorý leží oproti väčšej z nich (Ssu), alebo ak v ňom poznáme dva uhly a stranu k nim príľahlú (usu).



Odvodenie:

$$\left. \begin{array}{l} \sin \alpha = \frac{v}{b} \Rightarrow v = b \cdot \sin \alpha \\ \sin \beta = \frac{v}{a} \Rightarrow v = a \cdot \sin \beta \end{array} \right\} \Rightarrow b \cdot \sin \alpha = a \cdot \sin \beta \Rightarrow \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

Analogicky dostaneme: $\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

Sínusová veta - vzorec:

- Nech ABC je ľubovoľný trojuholník, jeho vnútorné uhly majú veľkosť α, β, γ a strany dĺžky a, b, c . Potom platí:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Sínusová veta - slovne:

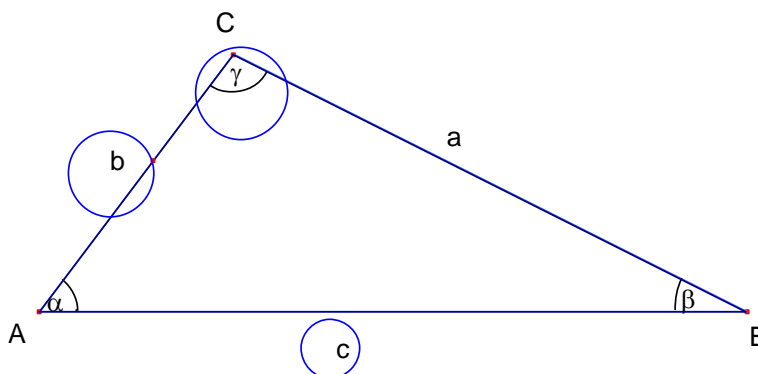
- Pomer dĺžky strany a sínusu protilehlého uhla je v trojuholníku konštantný.

Sú to vlastne tri rovnice: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$; $\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$; $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma}$

Príklad číslo 1

$$\begin{aligned}\triangle ABC \\ b &= 6 \text{ cm} \\ c &= 14 \text{ cm} \\ \gamma &= 98^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a &= ? \\ \alpha &= ? \\ \beta &= ?\end{aligned}$$



Riešenie:

V trojuholníku poznáme dve strany a uhol, ktorý leží oproti väčšej z nich. Trojuholník je určený podľa vety Ssu a budeme ho riešiť sínusovou vetou.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \quad (\text{neznáma je } \sin \beta)$$

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$b \cdot \sin \gamma = c \cdot \sin \beta \quad / : c$$

$$\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \gamma}{c}$$

$$\sin \beta = \frac{6 \cdot \sin 98^\circ}{14}$$

$$\beta = 25^\circ 6' 45,83''$$

$$\alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma)$$

$$\alpha = 180^\circ - (25^\circ 6' 45,83'' + 98^\circ)$$

$$\alpha = 56^\circ 53' 14,17''$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$a \cdot \sin \gamma = c \cdot \sin \alpha \quad / : \sin \gamma$$

$$a = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$a = \frac{14 \cdot \sin 56^\circ 53' 14,17''}{\sin 98^\circ}$$

$$a = 11,84160486 \text{ cm}$$

Príklad číslo 2

$\triangle ABC$

$$c = 9 \text{ cm}$$

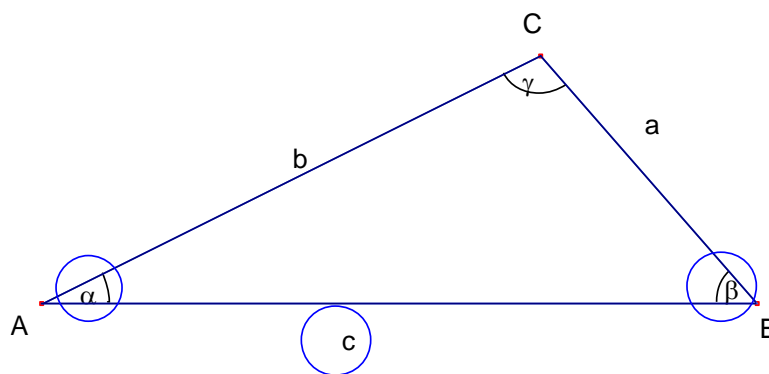
$$\alpha = 38^\circ$$

$$\beta = 64^\circ$$

$$a = ?$$

$$b = ?$$

$$\gamma = ?$$



Riešenie:

V trojuholníku poznáme dva uhly a stranu k nim príľahlú.

Trojuholník je určený podľa vety usu a budeme ho riešiť sínusovou vetou.

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

$$\gamma = 180^\circ - (38^\circ + 64^\circ)$$

$$\gamma = 78^\circ$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$b \cdot \sin \gamma = c \cdot \sin \beta \quad / : \sin \gamma$$

$$b = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$b = \frac{9 \cdot \sin 64^\circ}{\sin 78^\circ}$$

$$b = 8,26986276 \text{ cm}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$a \cdot \sin \gamma = c \cdot \sin \alpha \quad / : \sin \gamma$$

$$a = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$a = \frac{9 \cdot \sin 38^\circ}{\sin 78^\circ}$$

$$a = 5,66474147 \text{ cm}$$

Úlohy:

Určte veľkosť zvyšných strán a vnútorných uhlov v trojuholníku ABC, ak je dané:

- 1) $a = 20, \alpha = 45^\circ, \beta = 30^\circ$
- 2) $c = 11,3; \alpha = 63^\circ; \gamma = 34^\circ;$
- 3) $a = 8,6; c = 11,4; \gamma = 74^\circ 20'$
- 4) $b = 0,72; a = 0,37; \beta = 107^\circ$