Akadémia ozbrojených síl generála M. R. Štefánika
v Liptovskom Mikuláši

MATEMATIKA

Zbierka príkladov na prijímacie skúšky

Druhé vydanie
2010

Názov: MATEMATIKA
Zbierka príkladov na prijímacie skúšky

Prvé vydanie 2005
Druhé vydanie 2010

Autori: RNDr. Emil Ondis, CSc. – vedúci autorského kolektívu
(Témy I., V., VII.)
Mgr. Jozef Čavojský (Témy IX., XI., XII.)
RNDr. Eva Drobná, PhD. (Téma III.)
doc. RNDr. Ferdinand Chovanec, CSc. (Téma II.)
RNDr. Iveta Molnárová (Témy VI., VIII.)
RNDr. Ľubomír Mydielka (Témy IV., X.)

Recenzenti: doc. RNDr. František Kôpka, CSc.
PhDr. Pavel Dedera

ISBN: 80-8040-253-1

Ú V O D

Cieľom predkladanej Zbierky je uľahčiť prípravu uchádzačom na prijímacie skúšky do Akadémie ozbrojených síl gen. M. R. Štefánika v Liptovskom Mikuláši. Jej obsahom sú tie časti stredoškolskej matematiky, ktoré sú dôležité pre štúdium odborných predmetov vo všetkých študijných programoch na AOS. Zároveň Zbierka dáva prehľad o požiadavkách na prijímacie skúšky z matematiky. Obsahuje 473 príkladov, z toho je 113 riešených. Samostatné vyriešenie týchto príkladov je dobrým predpokladom úspešného zvládnutia prijímacej skúšky a vhodnou prípravou pre úspešné štúdium matematiky v prvých semestroch.

Ďakujeme recenzentom doc. RNDr. Františkovi Kôpkovi, CSc. a PhDr. Pavlovi Dederovi za pozorné prečítanie celého textu a cenné pripomienky, ktoré prispeli ku skvalitneniu našej práce. Ďakujeme tiež p. Taťjane Paulíkovej, sekretárke katedry prírodných vied, za prepísanie rukopisu.

Autori

Liptovský Mikuláš, január 2005

Predslov k druhému vydaniu

Druhé vydanie Zbierky príkladov na prijímacie skúšky vzniklo aktualizáciou v súlade s dokumentom ***Cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky,*** (Štátny pedagogický ústav, Bratislava 2008) a v súlade s novelizovanou koncepciou prijímacích skúšok do AOS.

Testy na prijímacie skúšky budú zostavené z podobných príkladov ako sú uvedené v Zbierke. Vzorový test na prijímacie skúšky je uvedený na konci tejto Zbierky.

Ferdinand Chovanec

Liptovský Mikuláš, september 2010

OBSAH

Úvod		3
Obsah		4
Požiadavky z matematiky na prijímacie skúšky na AOS		5
I.	Množiny, výroky a úpravy algebraických výrazov	7
II.	Funkcia jednej premennej a jej vlastnosti	13
III.	Lineárne rovnice a nerovnice	21
IV.	Kvadratické a iracionálne rovnice a nerovnice	31
V.	Logaritmické a exponenciálne rovnice a nerovnice	37
VI.	Goniometrické rovnice	45
VII.	Sústavy lineárnych rovníc	52
VIII.	Kombinatorika a postupnosti	57
IX.	Vektory a analytická geometria	66
X.	Kužeľosečky	72
XI.	Planimetria	78
XII.	Stereometria	84
Výsledky neriešených príkladov		90
Vzorový test		92
Odporúčaná literatúra		94

POŽIADAVKY Z MATEMATIKY NA PRIJÍMACIE SKÚŠKY
NA AKADÉMIU OZBROJENÝCH SÍL GEN. MILANA RASTISLAVA ŠTEFÁNIKA
V LIPTOVSKOM MIKULÁŠI

Obsah prijímacej skúšky z matematiky na AOS je v súlade s dokumentom ***Cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky*** (Štátny pedagogický ústav, Bratislava 2008).

Tematické oblasti:

1. **MNOŽINY, VÝROKY A ALGEBRICKÉ VÝRAZY**
Číselné množiny (prirodzené, celé, racionálne a reálne čísla). Relácie a operácie na množinách (prvok množiny, podmnožina, nadmnožina, zjednotenie, prienik, rozdiel a doplnok). Vennove diagramy. Intervaly na číselnej osi. Absolútna hodnota reálneho čísla. Mocniny a odmocniny. Výroky a ich skladanie (negácia, konjunkcia, disjunkcia, implikácia a ekvivalencia). Úprava (zjednodušenie) algebrických výrazov a určenie podmienok ich existencie.

2. **FUNKCIA JEDNEJ REÁLNEJ PREMENNEJ A JEJ VLASTNOSTI**
Definičný obor, obor hodnôt a graf funkcie. Operácie s funkciami (sčítanie, odčítanie, násobenie, podiel a skladanie funkcií). Vyšetrovanie vlastností funkcií (párnosť, nepárnosť, periodičnosť, monotónnosť, ohraničenosť, maximum a minimum funkcie). Funkcia prostá a inverzná.

3. **LINEÁRNE ROVNICE A NEROVNICE**
Lineárna funkcia, jej vlastnosti a graf. Riešenie lineárnych a lineárnych lomených rovníc a nerovníc. Ekvivalentné úpravy pri riešení rovníc. Rovnice a nerovnice s absolútnymi hodnotami. Obor pravdivosti rovnice a nerovnice.

4. **KVADRATICKÉ A IRACIONÁLNE ROVNICE A NEROVNICE**
Kvadratická funkcia, jej vlastnosti a graf. Diskriminant kvadratickej rovnice, korene kvadratickej rovnice, rozklad kvadratického trojčlena na súčin koreňových činiteľov. Postup pri riešení iracionálnych rovníc a nerovníc (s druhou odmocninou). Obor pravdivosti rovnice a nerovnice.

5. **EXPONENCIÁLNE A LOGARITMICKÉ ROVNICE A NEROVNICE**
Exponenciálna a logaritmická funkcia, ich vlastnosti a graf. Metódy riešenia exponenciálnych a logaritmických rovníc. Obor pravdivosti.

6. **GONIOMETRICKÉ ROVNICE**
Veľkosť uhlov v stupňovej a oblúkovej miere a vzťah medzi nimi. Goniometrické funkcie (sínus, kosínus, tangens, kotangens), ich vlastnosti a grafy. Hodnoty goniometrických funkcií v základných uhloch, súčtové vzorce. Vzťahy medzi goniometrickými funkciami. Postup pri riešení goniometrických rovníc. Obor pravdivosti goniometrickej rovnice.

7. SÚSTAVY LINEÁRNYCH ROVNÍC A NEROVNÍC

Ekvivalentné sústavy lineárnych rovníc. Metódy riešenia sústav lineárnych rovníc (sčitovacia, dosadzovacia, porovnávacia). Grafické riešenie sústav lineárnych rovníc a nerovníc. Obor pravdivosti a skúška správnosti.

8. KOMBINATORIKA A POSTUPNOSTI

„Faktoriál“ prirodzeného čísla. Variácie, permutácie a kombinácie (bez opakovania, s opakovaním). Binomická veta. Aritmetická a geometrická postupnosť. Súčet prvých n-členov týchto postupností.

9. VEKTORY, ANALYTICKÁ GEOMETRIA V ROVINE

Vektor, dĺžka vektora, operácie s vektormi. Priamka a jej analytické rovnice (parametrická, všeobecná, smernicová, úseková). Vzájomná poloha dvoch priamok, vzdialenosť bodu od priamky, uhol dvoch priamok.

10. KUŽEĽOSEČKY

Kužeľosečky (kružnica, elipsa, parabola, hyperbola), ich rovnice a grafické znázornenie. Vzájomná poloha priamky a kužeľosečky a spôsob jej určenia.

11. PLANIMETRIA

Trojuholník a jeho vlastnosti (Pytagorova, Thalesova a Euklidove vety, sínusová a kosínusová veta). Výška a ťažnica v trojuholníku. Kružnica opísaná a vpísaná do trojuholníka. Obvod a obsah trojuholníka. Ďalšie rovinné útvary (štvorec, obdĺžnik, lichobežník), výpočet ich obsahu a obvodu.

12. STEREOMETRIA

Základné priestorové útvary (guľa, kocka, kváder, kužeľ, ihlan). Výpočet ich objemu a povrchu. Rezy týchto útvarov.

Prijímacia skúška z matematiky má formu uzavretého písomného testu s 20 úlohami (s voľbou odpovedí zo štyroch možností, z ktorých je len jedna správna).

Počas testu z matematiky nie je dovolené používať študijnú literatúru, zošity, kalkulačky a mobily. Pomocné výpočty je možné robiť len na papieri určenom na tento účel.

Doba na vypracovanie testu je 60 minút.

Označenie množín

N .... množina všetkých prirodzených čísel

Z .... množina všetkých celých čísel

R .... množina všetkých reálnych čísel

I. Množiny, výroky a úpravy algebraických výrazov

1. Pre ktoré $x \in R$ je interval $(2x, x+3)$ časťou intervalu $(2,7)$?
Riešenie: Zrejme má platiť: $(2x, x+3) \subset (2,7)$. Odtiaľ vyplýva, že musí platiť: $(2x < x+3) \wedge (2 < 2x) \wedge (x+3 < 7)$, t.j. $(x<3) \wedge (1<x) \wedge (x<4)$. Teda riešením je $x \in (1,3)$.

2. V jednej triede hrá 20 žiakov futbal, 10 žiakov hokej a 7 žiakov prevádza oba športy. Koľko žiakov spolu sa zúčastňuje týchto hier?
Riešenie: Nech A je množina futbalistov, B je množina hokejistov , $A \cap B$ je množina futbalistov a súčasne hokejistov a $A \cup B$ je množina futbalistov alebo hokejistov. Potom pre počty prvkov týchto množín platí:
$|A| = 20, |B| = 10, |A \cap B| = 7$. Treba určiť $|A \cup B|$.
Zrejme platí: $A \cup B = (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A)$ a množiny v zátvorkách sú disjunktné.
Pretože $A = (A - B) \cup (A \cap B)$, potom $|A| = |A - B| + |A \cap B|$.
Odtiaľ $|A - B| = |A| - |A \cap B| = 20 - 7 = 13$.
Analogicky $B = (B - A) \cup (A \cap B)$, teda $|B| = |B - A| + |A \cap B|$.
Odtiaľ $|B - A| = |B| - |A \cap B| = 10 - 7 = 3$.
Takže $|A \cup B| = |A - B| + |A \cap B| + |B - A| = 13 + 7 + 3 = 23$.
Hier sa zúčastňuje 23 žiakov.

3. Určte výrok ekvivalentný s výrokom: *„Ak x je prvočíslo, potom je nepárne číslo“.*
Riešenie: Ide o implikáciu $A \Rightarrow B$ dvoch výrokov: $A -$ *„ x je prvočíslo“* , $B -$ *„ x je nepárne číslo“.* Implikácii $A \Rightarrow B$ je ekvivalentná implikácia $B' \Rightarrow A'$, t.j. $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (B' \Rightarrow A')$, kde A', B' sú negácie výrokov A, B. Preto hľadaný výrok je: *„ Ak x je párne číslo, potom nie je prvočíslo“.*

4. Negujte výrok: *„Som múdry a bohatý“.*
Riešenie: Ide o súčin (konjunkciu) $A \wedge B$ výrokov: $A -$ *„Som múdry “,* $B -$ *„Som bohatý“.* Pretože $(A \wedge B)' \Leftrightarrow (A' \vee B')$, kde $A' \vee B'$ je súčet (alternatíva) výrokov A', B' , potom negácia súčinu je výrok: „ *Som hlúpy alebo chudobný* “.

5. Upravte výraz $\dfrac{\sqrt[12]{a^5} \cdot b^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt{b^{-1}}}{a^{-\frac{3}{4}} \cdot b^3 \cdot \sqrt[3]{a^2}}$ a určte podmienky , kedy má výraz zmysel .

Riešenie: $\dfrac{\sqrt[12]{a^5} \cdot b^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt{b^{-1}}}{a^{-\frac{3}{4}} \cdot b^3 \cdot \sqrt[3]{a^2}} = \dfrac{a^{\frac{5}{12}} \cdot b^{\frac{5}{6}} \cdot b^{-\frac{1}{2}}}{a^{-\frac{3}{4}} \cdot b^3 \cdot a^{\frac{2}{3}}} = \dfrac{a^{\frac{5}{12}} \cdot b^{\frac{1}{3}}}{a^{-\frac{1}{12}} \cdot b^3} = a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-\frac{8}{3}} =$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b^8}}=\frac{\sqrt{a}}{b^2\cdot\sqrt[3]{b^2}}\ .$$

Zo zadania vyplýva , že musí platiť: $(a\geq 0)\wedge(b\geq 0)\wedge(b>0)\wedge(a\neq 0)\wedge(b\neq 0)$.

Odtiaľ vyplývajú podmienky: $a>0, b>0$.

6. Upravte výraz $\left(\frac{x^2+y^2}{x}+y\right):\left[\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)\cdot\frac{x^3-y^3}{x^2+y^2}\right]$ a určte podmienky , kedy má výraz zmysel .

Riešenie: $\left(\frac{x^2+y^2}{x}+y\right):\left[\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)\cdot\frac{x^3-y^3}{x^2+y^2}\right]=\left(\frac{x^2+xy+y^2}{x}\right):\left[\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}\cdot\frac{x^3-y^3}{x^2+y^2}\right]$

$$=\left(\frac{x^2+xy+y^2}{x}\right):\left(\frac{x^3-y^3}{x^2y^2}\right)=\left(\frac{x^2+xy+y^2}{x}\right)\cdot\left(\frac{x^2y^2}{(x-y)\left(x^2+xy+y^2\right)}\right)=\frac{xy^2}{x-y}\ .$$

Zo zadania vyplýva, že musí platiť: $(x\neq 0)\wedge(y\neq 0)\wedge\left[\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)\cdot\frac{x^3-y^3}{x^2+y^2}\right]\neq 0$.

Odtiaľ vyplývajú podmienky: $x\neq 0, y\neq 0, x\neq y$.

7. Upravte výraz $\left(\frac{x-y}{x^2+xy}-\frac{x}{y^2+xy}\right):\left(\frac{y^2}{x^3-xy^2}+\frac{1}{x+y}\right)$ a určte podmienky, kedy má výraz zmysel .

Riešenie: $\left(\frac{x-y}{x^2+xy}-\frac{x}{y^2+xy}\right):\left(\frac{y^2}{x^3-xy^2}+\frac{1}{x+y}\right)=$

$$=\left(\frac{x-y}{x(x+y)}-\frac{x}{y(y+x)}\right):\left(\frac{y^2}{x\left(x^2-y^2\right)}+\frac{1}{x+y}\right)=\left(\frac{y(x-y)-x^2}{xy(x+y)}\right):\left(\frac{y^2+x(x-y)}{x\left(x^2-y^2\right)}\right)=$$

$$=\frac{xy-y^2-x^2}{xy(x+y)}.\frac{x\left(x^2-y^2\right)}{y^2+x^2-xy}=-\frac{1}{y}.(x-y)=\frac{y-x}{y}\ .$$

Určime podmienky. Zo zadania vyplýva, že musí platiť: $\left(x^2+xy\neq 0\right)\wedge\left(y^2+xy\neq 0\right)\wedge$

$$\wedge\ \left(\frac{y^2}{x^3-xy^2}+\frac{1}{x+y}\neq 0\right)\wedge\left(x^3-xy^2\neq 0\right)\wedge(x+y\neq 0).$$

Odtiaľ dostávame podmienky: $x\neq 0, y\neq 0, x\neq -y, x\neq y$.

Poznámka: Výraz $x^2+y^2-xy>0\ \forall\ (x\neq 0\wedge y\neq 0)$, pretože

$$x^2+y^2-xy=\left(x-\frac{y}{2}\right)^2+\frac{3}{4}y^2>0\ .$$

8. Nech X je množina všetkých rovnoramenných trojuholníkov, Y je množina všetkých rovnostranných trojuholníkov a Z je množina všetkých pravouhlých trojuholníkov. Ktorý zo zápisov je správny?

A	**B**	**C**	**D**	**E**
$Z \subset X$	$Z \subset Y$	$X \subset Y$	$Y \subset X$	$X \subset Z$

9. Nech A je množina všetkých priamok, ktoré prechádzajú bodom $M = (2,3)$ a B je množina všetkých priamok rovnobežných s osou x. Čo je množina $C = A \cap B$?

A	**B**	**C**	**D**	**E**
C je priamka $y = 2$	*C je priamka* $x = 2$	*C je priamka* $x = 0$	*C je priamka* $y = 3$	*C je priamka* $x = 3$

10. Nech A je množina všetkých reálnych čísel x, pre ktoré $-2 < x < 5$, B je množina všetkých reálnych čísel x, pre ktoré $|x| < 4$. Čo je množina $C = A \cap B$?

A	**B**	**C**	**D**	**E**
$C = \langle -2,4)$	$C = (-4,5)$	$C = (-2,5\rangle$	$C = (-2,4\rangle$	$C = (-2,4)$

11. Nech A je množina všetkých reálnych čísel x, pre ktoré $-3 < x \le 3$, B je množina všetkých nepárnych prirodzených čísel. Čo je množina $C = A - B$?

A	**B**	**C**	**D**	**E**
$C = (-3,3)$	$C = (-3,1) \cup \langle 1,3)$	$C = (1,3)$	$C = (-3,1) \cup (1,3)$	$C = \emptyset$

12. Pre ktoré $x \in Z$ je interval $(3x, 2x+4)$ časťou intervalu $\langle -3,5\rangle$?

A	**B**	**C**	**D**	**E**
$x = -1$	$x \in \{-1,1\}$	$x = 0$	$x \in \{0,1\}$	$x \in \{-1,0\}$

13. Nech P je množina všetkých celých kladných čísel menších ako 13 a M je množina všetkých prvočísel menších ako 13. Ktoré prvky obsahuje množina $P - M$?

A	**B**	**C**	**D**	**E**
2,4,6,8,10,12	1,3,5,7,9,11	4,6,8,9,10	1,4,6,8,9,10,12	4,6,8,10

14. V spoločnosti, kde každý hovorí aspoň jedným cudzím jazykom, 15 ľudí hovorí anglicky, 12 nemecky a 7 obidvomi jazykmi. Z koľkých osôb sa skladá táto spoločnosť, keď iným jazykom nikto v spoločnosti nehovorí ?

A	**B**	**C**	**D**	**E**
20	22	19	27	21

15. Nech A je množina všetkých dvojciferných prirodzených čísel deliteľných tromi, ktorých prvá cifra začína prvočíslom. Koľko prvkov množiny A je deliteľných dvomi ?

A	**B**	**C**	**D**	**E**
9	6	5	8	0

16. Čo je negácia výroku: „*Najviac tri trojuholníky sú pravouhlé*“ ?

A	B	C	D	E
Aspoň 4 trojuholníky nie sú pravouhlé	*Práve 4 trojuholníky sú pravouhlé*	*Aspoň 4 trojuholníky sú pravouhlé*	*Aspoň 3 trojuholníky nie sú pravouhlé*	*Aspoň 1 trojuholník nie je pravouhlý*

17. Výrok A je: „*Číslo* 3 *je párne*“, výrok B je: „*Číslo* 3 *je prvočíslo*“. Čo je negácia ich zjednotenia (alternatívy) ?

A	B	C	D	E
Číslo 3 je nepárne alebo je prvočíslo	*Číslo 3 je nepárne a nie je prvočíslo*	*Číslo 3 je nepárne a je prvočíslo*	*Číslo 3 je nepárne a je deliteľné dvomi*	*Číslo 3 je vždy nepárne prvočíslo*

18. Čo je negácia výroku: „*Žiadny štvoruholník nemá všetky uhly pravé*“ ?

A	B	C	D	E
Všetky štvoruholníky majú všetky uhly pravé	*Aspoň jeden štvoruholník nemá všetky uhly pravé*	*Aspoň jeden štvoruholník má všetky uhly pravé*	*Najviac jeden štvoruholník má všetky uhly pravé*	*Každý štvoruholník nemá všetky uhly pravé*

19. Čo je negácia výroku: „*Každé číslo je prvočíslo*“ ?

A	B	C	D	E
Každé číslo je prirodzené	*Existuje číslo, ktoré je prvočíslo*	*Aspoň niektoré čísla sú prvočísla*	*Každé prvočíslo je nepárne číslo*	*Aspoň jedno číslo nie je prvočíslo*

20. Ktorý výrok je ekvivalentný s výrokom: „*Ak som pripravený, potom uspejem*“ ?

A	B	C	D	E
Ak som nepripravený, potom neuspejem	*Aj keď neuspejem, som pripravený*	*Ak neuspejem, potom som nepripravený*	*Aj keď som pripravený, nemusím uspieť*	*Ak uspejem, potom som bol pripravený*

21. Čo je negácia výroku: „*Vyriešim aspoň 10 príkladov*“ ?

A	B	C	D	E
Vyriešim viac ako 10 príkladov	*Nevyriešim 2 príklady*	*Nevyriešim najviac 9 príkladov*	*Nevyriešim aspoň 9 príkladov*	*Vyriešim najviac 9 príkladov*

22. Čo je negácia výroku: „*Učím sa a zároveň počúvam hudbu*“ ?

A	B	C	D	E
Keď sa učím, nepočúvam hudbu	*Neučím sa alebo nepočúvam hudbu*	*Učím sa alebo počúvam hudbu*	*Neučím sa a zároveň nepočúvam hudbu*	*Keď počúvam hudbu, neučím sa*

23. Ktorý výrok je ekvivalentný s výrokom: „*Keď zmúdriem, dospejem*“ ?

A	B	C	D	E
Keď dospejem, zmúdriem	*Keď nedospejem, nezmúdriem*	*Aj keď nedospejem, zmúdriem*	*Aj keď nezmúdriem, dospejem*	*Keď nedospejem, aspoň zmúdriem*

V príkladoch 24. až 33. určte tú z možností A, B, C, D, E, ktorú dostanete, keď upravite daný výraz. Určte aj podmienky riešiteľnosti.

24. $\left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right):\left(1-\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}\right)$ **.**

A	B	C	D	E
$\frac{x}{y}$ $x \neq \pm y$	$-\frac{2x}{y}$ $x \neq \pm y, y \neq 0$	$\frac{2x}{y}$ $x \neq y$	$x+y$ $x \neq \pm y$	$\frac{1}{y}$ $x \neq \pm y, y \neq 0$

25. $\left(\frac{x+y}{x}+\frac{x-y}{y}\right):\left(\frac{x+y}{y}-\frac{x-y}{x}\right)$.

A	B	C	D	E
x $x \neq 0, y \neq 0$	$\frac{x}{y}$ $x \neq 0, y \neq 0$	-1 $x \neq y$	1 $x \neq 0, y \neq 0$	y $x \neq 0, y \neq 0$

26. $\dfrac{\frac{1}{p-3}-\frac{1}{p+3}}{\frac{1}{p-3}+\frac{1}{p+3}}-\frac{p+3}{p}$.

A	B	C	D	E
-1 $p \neq \pm 3, p \neq 0$	p $p \neq \pm 3, p \neq 0$	$\frac{1}{p}$ $p \neq 0$	1 $p \neq \pm 3$	$p+3$ $p \neq \pm 3, p \neq 0$

27. $\left(\frac{1}{1-a}-1\right):\left(a-\frac{1-2a^2}{1-a}+1\right)$**.**

A	B	C	D	E
a $a \neq 1$	$\frac{1}{a}$ $a \neq 1, a \neq 0$	1 $a \neq 0$	-1 $a \neq 1, a \neq 0$	$1-a$ $a \neq 0, a \neq 1$

28. $\frac{a^{-3}}{1-a^{-2}}\cdot\left(\frac{1+a^2}{\left(a\sqrt{2}\right)^{-1}}-\frac{2a}{\left(\sqrt{2}\right)^{-1}}\right)$**.**

A	B	C	D	E
$\frac{1}{\sqrt{2}}$ $a \neq \pm 1, a \neq 0$	$\sqrt{2}-1$ $a \neq 0$	$a\sqrt{2}$ $a \neq 1, a \neq 0$	$\sqrt{2}$ $a \neq \pm 1, a \neq 0$	$\frac{a}{\sqrt{2}}$ $a \neq \pm 1$

29. $\left(\dfrac{a}{a+b}+\dfrac{b}{a-b}+1\right):\left(\dfrac{a}{a-b}-\dfrac{b}{a+b}+1\right)$.

A	B	C	D	E
$a-b$ $a \neq b$	$\dfrac{1}{a}$ $a \neq 0$	$\dfrac{a}{b}$ $a \neq 0, b \neq 0$	1 $a \neq \pm b, a \neq 0$	b $a \neq \pm b, a \neq 0$

30. $\left(a-\dfrac{a}{a+1}\right)\cdot\left(1-\dfrac{1}{a^2}\right)$.

A	B	C	D	E
$2a$ $a \neq 0, a \neq -1$	$\dfrac{1}{a}$ $a \neq 0$	a $a \neq 0, a \neq -1$	$a-1$ $a \neq 0, a \neq -1$	$a+1$ $a \neq 0, a \neq -1$

31. $\dfrac{\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}}{\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}+2}$.

A	B	C	D	E
$\dfrac{x-y}{x+y}$ $x \neq -y, x \neq 0, y \neq 0$	$\dfrac{x+y}{y}$ $x \neq 0, y \neq 0$	$\dfrac{x}{x+y}$ $x \neq -y, x \neq 0, y \neq 0$	$\dfrac{x+y}{x-y}$ $x \neq \pm y$	y $x \neq \pm y, y \neq 0$

32. $\left(\dfrac{k}{k-1}-\dfrac{3k-1}{k^2-1}\right)\cdot\left(1+\dfrac{1}{k}\right)$.

A	B	C	D	E
$\dfrac{1}{k}$ $k \neq \pm 1$	$\dfrac{k-1}{k}$ $k \neq \pm 1, k \neq 0$	$\dfrac{k}{k+1}$ $k \neq \pm 1, k \neq 0$	$\dfrac{1}{k+1}$ $k \neq \pm 1$	$k-1$ $k \neq 0$

33. $\left(\dfrac{1}{a+1}-\dfrac{2a}{a^2-1}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{a}-1\right)$.

A	B	C	D	E
a $a \neq 0, a \neq \pm 1$	$a-1$ $a \neq 0, a \neq 1$	$\dfrac{1}{a}$ $a \neq 0, a \neq \pm 1$	$\dfrac{1}{a-1}$ $a \neq 0, a \neq \pm 1$	$2a$ $a \neq 0, a \neq \pm 1$

II. Funkcia jednej premennej a jej vlastnosti

1. Určte definičný obor funkcie $f(x)=\dfrac{1}{x^3-x}$.

Riešenie: $D(f)=\{x\in R: \exists y\in R;\ y=f(x)\}$.

$\dfrac{1}{x^3-x}\in R \Leftrightarrow x^3-x\neq 0 \Leftrightarrow x\left(x^2-1\right)\neq 0 \ \Leftrightarrow\ x(x-1)(x+1)\neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ (x\neq 0)\wedge(x\neq 1)\wedge(x\neq -1)$. Odtiaľ $D(f)=R-\{-1,0,1\}$.

2. Určte definičný obor funkcie $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{2-x^2}}$.

Riešenie: $\dfrac{x}{\sqrt{2-x^2}}\in R \ \Leftrightarrow\ \left(\sqrt{2-x^2}\neq 0\right)\wedge\left(2-x^2\geq 0\right) \ \Leftrightarrow\ 2-x^2>0 \ \Leftrightarrow$

$x^2<2 \ \Leftrightarrow\ |x|<\sqrt{2}$. Odtiaľ $D(f)=\left(-\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$.

3. Nájdite, ak existuje, inverznú funkciu k funkcii $f(x)=\dfrac{3x+2}{x-1}$.

Riešenie: $D(f)=\{x\in R: x-1\neq 0\}=R-\{1\}$.

Pre každé $x\in D(f)$ je $f(x)=\dfrac{3x-3+3+2}{x-1}=\dfrac{3(x-1)+5}{x-1}=3+\dfrac{5}{x-1}$.

Najskôr treba dokázať, že f je prostá funkcia. Nech $x_1,x_2\in D(f), x_1\neq x_2$. Potom

$x_1-1\neq x_2-1 \ \Rightarrow\ \dfrac{1}{x_1-1}\neq\dfrac{1}{x_2-1} \ \Rightarrow\ \dfrac{5}{x_1-1}\neq\dfrac{5}{x_2-1} \ \Rightarrow\ 3+\dfrac{5}{x_1-1}\neq 3+\dfrac{5}{x_2-1}$ **.**

Teda $f(x_1)\neq f(x_2)$, a preto f je prostá funkcia.

Pretože zložená funkcia $f\circ f^{-1}$ je identická funkcia , je $f\left(f^{-1}(x)\right)=x \ \ \forall x\in D\left(f^{-1}\right)$,

t.j. $3+\dfrac{5}{f^{-1}(x)-1}=x \ \Rightarrow\ \dfrac{5}{f^{-1}(x)-1}=x-3 \ \Rightarrow\ f^{-1}(x)-1=\dfrac{5}{x-3} \ \Rightarrow\ f^{-1}(x)=\dfrac{x+2}{x-3}$ **.**

4. Nájdite, ak existuje, inverznú funkciu k funkcii $f(x)=\sqrt{4x-1}$.

Riešenie : $D(f)=\{x\in R: 4x-1\geq 0\}=\left\langle \dfrac{1}{4},\infty\right)$.

Zrejme $\forall x_1,x_2\in D(f), x_1\neq x_2$ je $4x_1\neq 4x_2 \ \Rightarrow\ 4x_1-1\neq 4x_2-1 \ \Rightarrow$

$\sqrt{4x_1-1}\neq\sqrt{4x_2-1} \ \Rightarrow\ f$ je prostá funkcia na $D(f)$, preto f^{-1} existuje.

Potom $f\left(f^{-1}(x)\right)=x \ \Rightarrow\ \sqrt{4f^{-1}(x)-1}=x \ \Rightarrow\ 4f^{-1}(x)-1=x^2 \ \Rightarrow$

$4f^{-1}(x)=x^2+1 \ \Rightarrow\ f^{-1}(x)=\dfrac{x^2+1}{4}$.

5. Určte definičný obor $D(f)$ a obor hodnôt $H(f)$ funkcie $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}$.

Riešenie: $D(f)=\{x\in R: x+2\neq 0\}=R-\{-2\}$, $H(f)=D\left(f^{-1}\right)$.

$\forall x\in D(f)$ je $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}=\dfrac{2x+4-4+1}{x+2}=\dfrac{2(x+2)-3}{x+2}=2-\dfrac{3}{x+2}$.

Podobne ako v **3.** príklade sa dá ukázať, že f je prostá funkcia na $D(f)$, teda k nej existuje inverzná funkcia f^{-1}.

$$f\left(f^{-1}(x)\right)=x\Rightarrow 2-\frac{3}{f^{-1}(x)+2}=x\Rightarrow 2-x=\frac{3}{f^{-1}(x)+2}\Rightarrow f^{-1}(x)+2=\frac{3}{2-x}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{3}{2-x}-2=\frac{-1+2x}{2-x}=\frac{2x-1}{2-x}\ .$$

$$H(f)=D\left(f^{-1}\right)=\{x\in R: 2-x\neq 0\}=R-\{2\}\ .$$

6. Určte definičný obor a obor hodnôt funkcie $f(x)=10^{\frac{2x+1}{x}}$.

Riešenie: $D(f)=\left\{x\in R: \dfrac{2x+1}{x}\in R\right\}=\{x\in R: x\neq 0\}=R-\{0\}$.

$\forall x\in D(f)$ je $10^{\frac{2x+1}{x}}=10^{2+\frac{1}{x}}$.

$\forall x_1,x_2\in D(f),\ x_1\neq x_2$ je $\dfrac{1}{x_1}\neq\dfrac{1}{x_2}\Rightarrow 2+\dfrac{1}{x_1}\neq 2+\dfrac{1}{x_2}$, teda tiež $10^{2+\frac{1}{x_1}}\neq 10^{2+\frac{1}{x_2}}$,

t.j. $f(x_1)\neq f(x_2)$, takže f je na $D(f)$ prostá funkcia a existuje f^{-1}.

$$f\left(f^{-1}(x)\right)=x\Rightarrow 10^{2+\frac{1}{f^{-1}(x)}}=x\Rightarrow 2+\frac{1}{f^{-1}(x)}=\log x\Rightarrow \frac{1}{f^{-1}(x)}=\log x-2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{1}{\log x-2}.$$

$$H(f)=D\left(f^{-1}\right)=\{x\in R:(\log x-2\neq 0)\wedge(x>0)\}=\{x\in R:(\log x\neq 2)\wedge(x>0)\}=$$
$$=\{x\in R:(x\neq 100)\wedge(x>0)\}=(0,100)\cup(100,\infty).$$

7. Zistite, či funkcia $f(x)=\dfrac{\cos 2x}{x^2-4}$ na svojom definičnom obore je: a) periodická, b) párna, c) nepárna, d) párna a súčasne nepárna, e) ani párna, ani nepárna.

Riešenie: $D(f)=\{\ x\in R: x^2-4\neq 0\ \}=\{x\in R: x^2\neq 4\}=R-\{-2,2\}$.

Označme $f_1(x)=\cos 2x$ a $f_2(x)=x^2-4$ **.** Funkcia $\cos x$ je periodická s periódou 2π , preto platí: $\cos 2x=\cos(2x+2k\pi)=\cos 2(x+k\pi)$, takže funkcia f_1 je periodická s periódou π .

Funkcia $f_2(x) = x^2 - 4$ nie je periodická , preto ani $f(x) = \dfrac{f_1(x)}{f_2(x)}$ nie je periodická.

$f_1(-x) = \cos 2(-x) = \cos(-2x) = \cos(0 - 2x) = \cos 0 . \cos 2x + \sin 0 . \sin 2x = \cos 2x =$
$= f_1(x)$. Odtiaľ vyplýva, že f_1 je párna funkcia.

$f_2(-x) = (-x)^2 - 4 = x^2 - 4 = f_2(x)$. Odtiaľ vyplýva, že f_2 je párna funkcia.

$f(-x) = \dfrac{f_1(-x)}{f_2(-x)} = \dfrac{f_1(x)}{f_2(x)} = f(x)$. Teda f je párna funkcia.

8. Zistite, či funkcia $f(x) = \dfrac{x^3 + 3x^2 - 2x}{x^2 + 5}$ na svojom definičnom obore je:
a) periodická, b) párna, c) nepárna, d) párna a súčasne nepárna, e) ani párna , ani nepárna.

Riešenie: $D(f) = \{x \in R : x^2 + 5 \neq 0\} = (-\infty, \infty)$.
Je zrejmé, že funkcia f nie je periodická. Ďalej

$$f(-x) = \frac{(-x)^3 + 3(-x)^2 - 2(-x)}{(-x)^2 + 5} = \frac{-x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 + 5}.$$

$$-f(x) = -\frac{x^3 + 3x^2 - 2x}{x^2 + 5} = \frac{-x^3 - 3x^2 + 2x}{x^2 + 5}. \text{Teda } f(-x) \begin{cases} \neq f(x) \Rightarrow f \ \ \textit{nie je párna.} \\ \neq -f(x) \Rightarrow f \ \textit{nie je nepárna.} \end{cases}$$

9. Zistite, či funkcia $f(x) = \dfrac{(3 + \cos x) . \sin x}{\cos x}$ na svojom definičnom obore je: a) periodická a párna, b) periodická a nepárna, c) neperiodická a párna, d) neperiodická a nepárna, e) periodická, ani párna , ani nepárna.

Riešenie: $D(f) = \{x \in R : \cos x \neq 0\} = R - \{(2k + 1)\frac{\pi}{2}, \ k \in Z \ \}$.

Funkcie $\sin x$ a $\cos x$ sú periodické s periódou 2π . Potom

$$f(x + 2\pi) = \frac{(3 + \cos(x + 2\pi)) . \sin(x + 2\pi)}{\cos(x + 2\pi)} = \frac{(3 + \cos x) . \sin x}{\cos x} = f(x) .$$

Teda f je periodická funkcia s periodou 2π .
Podobne ako v **7.** príklade sa ukáže, že $\cos x$ je párna funkcia.
Ukážeme, že $\sin x$ je nepárna funkcia. Takže
$\sin(-x) = \sin(0 - x) = \sin 0 . \cos x - \sin x . \cos 0 = -\sin x$. Potom

$$f(-x) = \frac{(3 + \cos(-x))\sin(-x)}{\cos(-x)} = \frac{(3 + \cos x)(-\sin x)}{\cos x} = -\frac{(3 + \cos x)\sin x}{\cos x} = -f(x) ,$$

t.j. f je nepárna funkcia.

10. Ktorá z nasledujúcich funkcií je na svojom definičnom obore rastúcou funkciou ?
(i) $f_1(x) = 1 - 2x$, (ii) $f_2(x) = x^2 + 1$, (iii) $f_3(x) = x^2 + x + 1$, (iv) $f_4(x) = \dfrac{3x - 1}{2}$.

Riešenie:

i) $D(f_1) = (-\infty, \infty)$.

Nech $x_1, x_2 \in D(f_1)$, $x_1 < x_2$. Potom $2x_1 < 2x_2 \;\Rightarrow\; -2x_1 > -2x_2 \;\Rightarrow 1 - 2x_1 > 1 - 2x_2$, t.j. $f_1(x_1) > f_1(x_2)$, preto f_1 je na $D(f_1)$ klesajúca funkcia.

ii) $D(f_2) = (-\infty, \infty)$.

Nech $x_1, x_2 \in D(f_2)$, $0 \le x_1 < x_2$. Potom $0 \le x_1^2 < x_2^2 \;\Rightarrow\; x_1^2 + 1 < x_2^2 + 1$, t.j. $f_2(x_1) < f_2(x_2)$, takže f_2 je rastúca funkcia na $\langle 0, \infty\ )$.

Nech $x_1, x_2 \in D(f_2)$, $x_1 < x_2 < 0$. Potom $0 < -x_2 < -x_1 \;\Rightarrow\; 0 < (-x_2)^2 < (-x_1)^2 \Rightarrow$ $0 < x_2^2 < x_1^2 \Rightarrow x_2^2 + 1 < x_1^2 + 1$, t.j. $f_2(x_2) < f_2(x_1) \Rightarrow f_2$ je klesajúca funkcia na $(-\infty, 0)$.

(iii) $D(f_3) = (-\infty,\ \infty)$.

$$f_3(x) = x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}.$$

Grafom kvadratickej funkcie f_3 je parabola s vrcholom $V = \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right]$ (podobne ako u funkcie f_2) . Na intervale $\left(-\infty,\ -\frac{1}{2}\right)$ je funkcia f_3 klesajúca a na $\left(-\frac{1}{2},\ \infty\right)$ je rastúca.

(iv) $D(f_4) = (-\infty,\ \infty)$.

Nech $x_1\ , x_2 \in D(f_4)$, $x_1 < x_2$. Potom $3x_1 < 3x_2 \;\Rightarrow\; 3x_1 - 1 < 3x_2 - 1 \;\Rightarrow$ $\frac{3x_1 - 1}{2} < \frac{3x_2 - 1}{2}$, t.j. $f_4(x_1) < f_4(x_2)$, takže f_4 je na $D(f_4)$ rastúca funkcia.

11. Zistite, či funkcia $f(x) = \dfrac{2x+1}{x}$ je: a) rastúca na $D(f)$, b) klesajúca na $D(f)$, c) klesajúca na $(-\infty,\ 0)$ a rastúca na $(0,\ \infty)$, d) rastúca na $(-\infty,\ 0)$ a klesajúca na $(0,\ \infty)$, e) klesajúca na $(-\infty,\ 0)$ a klesajúca na $(0,\ \infty)$.

Riešenie:

$$D(f) = \left\{x \in R : \frac{2x+1}{x} \in R\right\} = \{x \in R : x \ne 0\} = R - \{0\} = (-\infty,\ 0) \cup (0,\ \infty).$$

$\forall\, x \in D(f)$ je $f(x) = \dfrac{2x+1}{x} = 2 + \dfrac{1}{x}$.

Ak $x_1,\ x_2 \in (0,\ \infty)$, $0 < x_1 < x_2 \Rightarrow \dfrac{1}{x_2} < \dfrac{1}{x_1} \Rightarrow 2 + \dfrac{1}{x_2} < 2 + \dfrac{1}{x_1}$, t.j. $f(x_2) < f(x_1)$, takže f je klesajúca funkcia na $(0,\ \infty)$.

Ak $x_1,\ x_2 \in (-\infty,\ 0)$, $x_1 < x_2 < 0$, potom $0 < -x_2 < -x_1 \Rightarrow \dfrac{(-x_2)}{(-x_1)} < 1 \Rightarrow \dfrac{1}{-x_1} < \dfrac{1}{-x_2} \Rightarrow$ $\Rightarrow \dfrac{1}{x_1} > \dfrac{1}{x_2}$, t.j. $f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow f$ je klesajúca funkcia na $(-\infty, 0)$.

Poznámka: Funkcia f nie je klesajúca na $D(f)$, lebo ak zoberieme $x_1 = -1$ a $x_2 = 1$, potom $f(x_1) = f(-1) = \frac{-2+1}{-1} = 1$ a $f(x_2) = f(1) = \frac{2+1}{1} = 3$, t.j. $x_1 < x_2$ a $f(x_1) < f(x_2)$.

12. Zistite najmenšiu hodnotu funkcie $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$.

Riešenie:

$f(x) = 2x^2 - 4x + 5 = 2\left(x^2 - 2x\right) + 5 = 2\left[(x-1)^2 - 1\right] + 5 = 2(x-1)^2 - 2 + 5 =$

$2(x-1)^2 + 3$.

Funkcia f nadobudne najmenšiu hodnotu, keď $x - 1 = 0$, t.j. $x = 1$ a to $f(1) = 3$.

13. Zistite, v ktorom bode nadobúda funkcia $f(x) = 3 - x - 2x^2$ najväčšiu hodnotu.

Riešenie:

$f(x) = 3 - x - 2x^2 = 3 - \left(x + 2x^2\right) = 3 - \left(2x^2 + x\right) = 3 - 2\left(x^2 + \frac{1}{2}x\right) =$

$=3 - 2\left[\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16}\right] = 3 - 2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{8} = \frac{25}{8} - 2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2$.

Funkcia f nadobudne svoju maximálnu hodnotu, keď $x + \frac{1}{4} = 0$, t.j. $x = -\frac{1}{4}$.

14. Ak $f(x) = x^2 - x$ a $g(x) = \sqrt{x} + 1$, aký tvar má zložená funkcia $f(g(x))$?

Riešenie:

$f(g(x)) = [g(x)]^2 - g(x) = \left(\sqrt{x} + 1\right)^2 - \left(\sqrt{x} + 1\right) = \left(\sqrt{x} + 1\right)\left(\sqrt{x} + 1 - 1\right) = \left(\sqrt{x} + 1\right)\left(\sqrt{x}\right) =$

$= x + \sqrt{x}$.

15. Ak $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ a $g(x) = \frac{1}{x+1}$, aký tvar majú zložené funkcie $f(g(x))$ a $g(f(x))$?

Riešenie: $f(g(x)) = \frac{g(x)}{2g(x) - 1} = \frac{\frac{1}{x+1}}{2 \cdot \frac{1}{x+1} - 1} = \frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{2 - x - 1}{x+1}} = \frac{1}{1-x}$.

$$g(f(x)) = \frac{1}{f(x) + 1} = \frac{1}{\frac{x}{2x-1} + 1} = \frac{1}{\frac{x + 2x - 1}{2x-1}} = \frac{2x-1}{3x-1} .$$

16. Definičný obor funkcie $f(x) = \frac{\cos x}{1 - \log x}$ je :

A	B	C	D	E
$(0, \infty)$	$(1, \infty)$	$(0, 1) \cup (1, \infty)$	$(0, 10) \cup (10, \infty)$	$(10, \infty)$

17. Definičný obor funkcie $f(x)=\frac{\cos x}{1-\sin x}$ je:

A	**B**	**C**
$R-\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi, k\in Z\right\}$	$R-\{2k\pi, k\in Z\}$	$R-\left\{(2k+1)\frac{\pi}{2}, k\in Z\right\}$
D	**E**	
$R-\left\{k\frac{\pi}{2}, k\in Z\right\}$	$R-\{(2k+1)\pi, k\in Z\}$	

18. Inverzná funkcia $f^{-1}(x)$ k funkcii $f(x)=2x^2+1$ je:

A	**B**	**C**	**D**	**E**
neexistuje	$\frac{1}{2x^2+1}$	$\sqrt{\frac{x-1}{2}}$	$\sqrt{\frac{x^2+1}{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2x^2+1}}$

19. Inverzná funkcia $f^{-1}(x)$ k funkcii $f(x)=\frac{2x^3+1}{5}$ je:

A	**B**	**C**	**D**	**E**
neexistuje	$\sqrt{\frac{5x-1}{2}}$	$\sqrt[3]{\frac{2x-1}{5}}$	$\frac{5}{2x^3+1}$	$\sqrt[3]{\frac{5x-1}{2}}$

20. Inverzná funkcia $f^{-1}(x)$ k funkcii $f(x)=\frac{x-1}{3}$ je:

A	**B**	**C**	**D**	**E**
$x-\frac{1}{3}$	$3x-1$	$\frac{3}{x-1}$	$x+\frac{1}{3}$	$3x+1$

21. Inverzná funkcia $f^{-1}(x)$ k funkcii $f(x)=\frac{2x+3}{x}$ je:

A	**B**	**C**	**D**	**E**
$\frac{3}{x-2}$	$\frac{x}{2x+3}$	$\frac{2+3x}{x}$	$\frac{3}{x+2}$	$\frac{2}{x-3}$

22. Definičný obor $D(f)$ a obor hodnôt $H(f)$ funkcie $f(x)=\frac{3}{x+1}$ je:

A	**B**	**C**	**D**	**E**
$D(f)=R$, $H(f)=R-\{-1\}$	$D(f)=R-\{0\}$, $H(f)=R-\{1\}$	$D(f)=R-\{-1\}$, $H(f)=R$	$D(f)=R-\{-1\}$, $H(f)=R-\{0\}$	$D(f)=R-\{3\}$, $H(f)=R-\{0\}$

23. Funkcia $f(x)=2x^3+x^2-x$ je na svojom definičnom obore:

A	B	C	D	E
periodická	*párna*	*nepárna*	*párna a súčasne nepárna*	*ani párna, ani nepárna*

24. Funkcia $f(x)=\dfrac{2-3x^2}{x^3}$ je na svojom definičnom obore:

A	B	C	D	E
periodická	*párna*	*nepárna*	*párna a súčasne nepárna*	*ani párna, ani nepárna*

25. Funkcia $f(x)=\dfrac{4x-3x^3}{(1+x)(1-x)}$ je na svojom definičnom obore:

A	B	C	D	E
periodická	*párna*	*nepárna*	*párna a súčasne nepárna*	*ani párna, ani nepárna*

26. Funkcia $f(x)=\dfrac{\sin x\cdot(1-\cos x)}{\sqrt{x^2+1}}$ je na svojom definičnom obore:

A	B	C	D	E
periodická a párna	*periodická a nepárna*	*neperiodická a párna*	*neperiodická a nepárna*	*ani párna, ani nepárna*

27. Konštantná funkcia $f(x)=1$ je na svojom definičnom obore:

A	B	C	D	E
periodická a párna	*periodická a nepárna*	*neperiodická a párna*	*neperiodická a nepárna*	*ani párna, ani nepárna*

28. Funkcia $f(x)=\dfrac{2x-3}{5}$ je :

A	B	C	D	E
rastúca	*klesajúca*	*rastúca na* $\left(-\infty,\dfrac{3}{2}\right)$ *a klesajúca na* $\left(\dfrac{3}{2},\infty\right)$	*klesajúca na* $\left(-\infty,\dfrac{3}{2}\right)$ *a rastúca na* $\left(\dfrac{3}{2},\infty\right)$	*klesajúca na* $(-\infty,0)$ *a rastúca na* $(0,\infty)$

29. Na svojom definičnom obore je klesajúcou funkciou funkcia:

A	B	C	D	E
$f_1(x)=tg\,x$	$f_2(x)=\log x$	$f_3(x)=\sqrt{x}$	$f_4(x)=\dfrac{1}{2^x}$	$f_5(x)=3^x$

30. Na svojom definičnom obore je rastúcou funkciou funkcia

A	B	C	D	E
$f_1(x) = \sin x$	$f_2(x) = \frac{1}{x^2}$	$f_3(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$	$f_4(x) = 2^{1-x}$	*žiadna z funkcií* $f_1 - f_4$

31. Funkcia $f : y = 1 + x - x^2$ nadobúda najväčšiu hodnotu v bode, ktorý leží v intervale:

A	B	C	D	E
$\langle -3, -1 \rangle$	$\left\langle -\frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right\rangle$	$\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4} \right)$	$\left\langle 1, \frac{3}{2} \right\rangle$	$\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2} \right)$

32. Funkcia $f : y = 3x^2 - 6x + 5$ nadobúda najmenšiu hodnotu:

A	B	C	D	E
5	2	0	-2	-5

33. Ak $f(x) = \frac{2}{x^2}$ a $g(x) = \frac{x}{3}$, potom :

A	B	C	D	E
$f(g(x)) = \frac{2}{3x}$ $g(f(x)) = \frac{3}{2x}$	$f(g(x)) = \frac{18}{x^2}$ $g(f(x)) = \frac{2}{3x}$	$f(g(x)) = \frac{2}{3x^2}$ $g(f(x)) = \frac{18}{x^2}$	$f(g(x)) = \frac{18}{x^2}$ $g(f(x)) = \frac{2}{3x^2}$	$f(g(x)) = \frac{6}{x}$ $g(f(x)) = \frac{x^2}{6}$

34. Pre ktoré koeficienty $a, b, c \in R$ funkcie $f : y = ax^2 + bx + c, x \in R$ platí:
$f(-2) = 30, f(1) = 6, f(3) = 20$?

A	B	C	D	E
$a = 8, b = 0$ $c = -2$	$a = 9, b = 1$ $c = 0$	$a = 1, b = 3$ $c = 2$	$a = 2, b = -1$ $c = 5$	$a = 3, b = -5$ $c = 8$

35. Funkcia $f : y = -x^2 + 2x + 2$ nadobúda najväčšiu hodnotu:

A	B	C	D	E
-1	0	2	3	5

36. Definičný obor funkcie $f : y = \sqrt{\log(x-3)}$ je:

A	B	C	D	E
$\langle 0, \infty)$	$(0, \infty)$	$\langle 2, \infty)$	$\langle 4, \infty)$	$(3, \infty)$

37. Funkcia $f(x) = \sin(x - \pi)$ je:

A	B	C	D	E
párna	*periodická* *s periodou p=0*	*periodická* *s periodou p=* π	*nepárna*	*periodická* *s periodou p=2* π

III. Lineárne rovnice a nerovnice

1. Riešte v R nerovnicu $\frac{|x|}{x} - 2 < x$.

Riešenie: *Chybné riešenie* (obdivuhodne často sa vyskytujúce):
Pre $x > 0$ je $1 - 2 < x$, teda $x > -1$; pre $x < 0$ je $-1 - 2 < x$, teda $x > -3$.
Záver: $[(x > -1) \wedge (x > -3)]$, teda $x > -1$, resp. $[(x > -1) \vee (x > -3)]$, teda $x > -3$.
Práve v takýchto úlohách študenti zabúdajú na súvislosti medzi základnými znalosťami výrokovej logiky a základnými množinovými pojmami. Zabúdajú na jednoznačnosť zápisov a úplnosť riešenia úlohy.
*Správne riešenie**:*** Definičný obor nerovnice je $D = R \setminus \{0\}$.
Postupne dostávame: $[(x > 0) \wedge (1 - 2 < x)] \ \vee \ [(x < 0) \wedge (-1 - 2 < x)] \ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \ [(x > 0) \wedge (x > -1)] \ \vee \ [(x < 0) \wedge (x > -3)] \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ (x > 0) \ \vee \ (-3 < x < 0).$$

Záver : $x \in (-3, \ 0) \cup (0, \ +\infty)$.

2. Riešte v R nerovnicu $\frac{x-1}{x} > 1$.

Riešenie: *Chybné riešenie* (opäť veľmi časté):

$$\frac{x-1}{x} > 1 \ / \cdot x \ \Rightarrow \ x - 1 > x \ \Rightarrow \qquad \begin{pmatrix} \textit{Nerovnicu násobíme } x \textit{ bez toho, aby sa rozlišovali} \\ \textit{dva prípady: keď } x \textit{ je záporné a keď } x \textit{ je kladné.} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \ 0 \cdot x > 1 \ \Rightarrow \ 0 > 1.$$

Záver: Nerovnica nemá v R riešenie.
Správne riešenie: Definičný obor nerovnice je $D = R \setminus \{0\}$.
Postupne dostávame: $[(x > 0) \wedge (x - 1 > x)] \ \vee \ [(x < 0) \wedge (x - 1 < x)] \ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \ [(x > 0) \wedge (0 \cdot x > 1)] \ \vee \ [(x < 0) \wedge (0 \cdot x < 1)] \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ [(x > 0) \wedge (x \in \emptyset)] \ \vee \ [(x < 0) \wedge (x \in R)] \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ x \in \emptyset \ \vee \ x \in (-\infty, \ 0).$$

Záver: $x \in (-\infty, \ 0)$.

3. Riešte v R rovnicu $\frac{x+2}{3} - 5(x-1) = \frac{4-3x}{6}$.

Riešenie: Definičný obor rovnice je $D = R$. Ekvivalentnými úpravami postupne dostávame: $\frac{x+2}{3} - 5(x-1) = \frac{4-3x}{6} \quad / \cdot 6 \ \Rightarrow \ 2(x+2) - 30(x-1) = 4 - 3x \ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \ 2x + 4 - 30x + 30 = 4 - 3x \ \Rightarrow \ -25x = -30 \ \Rightarrow \ x = \frac{6}{5}. \text{ Teda } P = \left\{\frac{6}{5}\right\}.$$

4. Riešte v Z rovnicu $3 - \frac{1-2x}{3-x} = \frac{x+3}{x+5}$.

Riešenie: Je to rovnica s neznámou v menovateli. Definičný obor rovnice je $R \setminus \{-5,\ 3\}$.

Ekvivalentnými úpravami postupne dostávame: $3-\dfrac{1-2x}{3-x}=\dfrac{x+3}{x+5}\ \ /\cdot(3-x)(x+5) \ \Rightarrow$

$\Rightarrow\ \ 3\cdot(3-x)(x+5)-(1-2x)(x+5)=(x+3)(3-x)\ \ \Rightarrow$

$\Rightarrow\ \ -x^2+3x+40=9-x^2\ \Rightarrow\ 3x=-31\ \Rightarrow\ x=-\dfrac{31}{3}\notin Z$.

Pretože rovnicu máme riešiť v Z, potom $P=\emptyset$.

5. Ktoré prirodzené čísla vyhovujú nerovnici $\dfrac{7x-1}{3}+6>5x-\dfrac{5+3x}{2}$?

Riešenie: Definičný obor nerovnice je $D=R$. Ekvivalentnými úpravami postupne dostavame: $\dfrac{7x-1}{3}+6>5x-\dfrac{5+3x}{2}\ \ /\cdot 6\ \ \Rightarrow\ \ -7x>-49\ \Rightarrow\ x<\dfrac{49}{7}\ \Rightarrow\ x<7$.

Teda $P=\{1,2,3,4,5,6\}$.

6. Riešte v R sústavu nerovníc
$$\frac{5x-3}{2}-\frac{4-3x}{5}\le\frac{x+2}{10}-2$$
$$\frac{x}{3}-\frac{2-x}{4}>\frac{3x-1}{6}-\frac{8-x}{2}\ .$$

Riešenie: Definičný obor sústavy nerovníc je $D=R$. Ekvivalentnými úpravami (prvú nerovnicu násobíme číslom 10 a druhú číslom 12) dostaneme sústavu ekvivalentných nerovníc :
$$31x-23\le x-18$$
$$7x-6>12x-50\ .$$

Ak riešime každú nerovnicu osobitne, potom $x\le\dfrac{1}{6}$, resp. $x<\dfrac{44}{5}$.

Teda $P_1=\left(-\infty,\ \dfrac{1}{6}\right\rangle$, *resp.* $P_2=\left(-\infty,\ \dfrac{44}{5}\right)$, preto $P=P_1\cap P_2=\left(-\infty,\dfrac{1}{6}\right\rangle$.

7. Riešte v R nerovnicu $\dfrac{2x-5}{2-5x}\ge 3$.

Riešenie: Definičný obor nerovnice je $D=R\setminus\left\{\dfrac{2}{5}\right\}$. Keď pripočítame k obidvom stranám nerovnice číslo (-3) a upravíme na spoločného menovateľa , dostaneme nerovnicu $\dfrac{17x-11}{2-5x}\ge 0$. Túto nerovnicu môžeme riešiť buď ako dve sústavy nerovníc
$$\begin{array}{lcl} 17x-11\ge 0 & & 17x-11\le 0 \\ 2-5x>0, & \textit{resp.} & 2-5x<0 \end{array},$$
alebo metódou nulových bodov. Ostatnú nerovnicu budeme riešiť metódou nulových bodov. Uvedená metóda vychádza z toho, že znamienko výrazu $\dfrac{17x-11}{2-5x}$ závisí od znamienka čitateľa a menovateľa a tie sa menia v tzv. charakteristických bodoch, t.j.

nulových bodoch čitateľa a menovateľa .Charakteristické body $x_1 = \frac{2}{5}$, $x_2 = \frac{11}{17}$

rozdelia číselnú os na tri intervaly : $\left(-\infty, \frac{2}{5}\right)$, $\left(\frac{2}{5}, \frac{11}{17}\right\rangle$, $\left\langle\frac{11}{17}, \infty\right)$.

Po dosadení ľubovoľného bodu z daného intervalu zistime, aké hodnoty nadobúda výraz v tomto intervale. Úloha sa dá prehľadne zapísať do tabuľky.

	$\left(-\infty, \frac{2}{5}\right)$	$\left(\frac{2}{5}, \frac{11}{17}\right\rangle$	$\left\langle\frac{11}{17}, \infty\right)$
$\frac{17x-11}{2-5x}$	$-$ (*napr.* $x=0$)	$+$ $\left(napr.\ x = \frac{3}{5}\right)$	$-$ (*napr.* $x=1$)

Teda $P = \left(\frac{2}{5}, \frac{11}{17}\right\rangle$.

8. Ktoré celé čísla vyhovujú nerovnici $\frac{(x-1)\cdot(2-x)\cdot(4x-15)}{3x(x+7)} \geq 0$?

Riešenie: Definičný obor nerovnice je $D = R \setminus \{-7, 0\}$. Nerovnicu budeme riešiť metódou nulových bodov. Číselná os sa rozdelí na šesť intervalov:

	$(-\infty, -7)$	$(-7, 0)$	$(0, 1\rangle$	$\langle 1, 2\rangle$	$\left\langle 2, \frac{15}{4}\right\rangle$	$\left\langle\frac{15}{4}, \infty\right)$
$\frac{(x-1)\cdot(2-x)\cdot(4x-15)}{3x(x+7)}$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$

Riešením nerovnice sú iba celé čísla z intervalov $(-\infty, -7)$, $(0,1\rangle$, $\left\langle 2, \frac{15}{4}\right\rangle$.

Teda $P = \{..., -10, -9, -8, 1, 2, 3\}$.

9. Riešte v R nerovnicu $|5-7x| > 3x+5$.

Riešenie: Ukážeme riešenie bez metódy nulových bodov. Pre výraz v absolútnej hodnote uvažujeme dva prípady:

1. prípad: $5-7x \geq 0$, teda $x \leq \frac{5}{7}$.

Potom $5-7x > 3x+5 \Rightarrow -10x > 0 \Rightarrow x < 0$.

A tak $P_1 = \left(-\infty, \frac{5}{7}\right\rangle \cap (-\infty, 0) = (-\infty, 0)$.

2. prípad: $5-7x < 0$ **,** teda $x > \frac{5}{7}$.

Potom $-(5-7x) > 3x+5 \Rightarrow 4x > 10 \Rightarrow x > \frac{5}{2}$.

A tak $P_2 = \left(\frac{5}{7}, \infty\right) \cap \left(\frac{5}{2}, \infty\right) = \left(\frac{5}{2}, \infty\right)$. Odtiaľ $P = P_1 \cup P_2 = (-\infty, 0) \cup \left(\frac{5}{2}, \infty\right)$.

10. Riešte v R rovnicu $|2x+1| - |3x+2| = x$ **.**

Riešenie: Uvedený príklad budeme riešiť metódou nulových bodov. Najskôr určíme množinu M všetkých $x \in R$, pre ktoré sa niektorý z výrazov $2x+1,\ 3x+2$ rovná nule.

Zrejme $M = \left\{-\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}\right\}$ (Ďalej budeme označovať množinu nulových bodov M).

Tieto nulové body dvojčlenov rozdeľujú množinu R na intervaly :

$$I_1 = \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right),\ I_2 = \left\langle -\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}\right),\ I_3 = \left\langle -\frac{1}{2}, \infty\right).$$

V každom z týchto intervalov zistíme znamienko dvojčlenov $2x+1,\ 3x+2$ dosadením jednej hodnoty za x a z toho vyjadríme absolútne hodnoty dvojčlenov. Dostaneme tri obory pravdivosti $P_1,\ P_2,\ P_3$. Uvedený postup zostavíme do prehľadnej tabuľky :

	$I_1 = \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$	$I_2 = \left\langle -\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}\right)$	$I_3 = \left\langle -\frac{1}{2}, \infty\right)$
$\lvert 2x+1\rvert$ $\lvert 3x+2\rvert$	$-2x-1$ $-3x-2$	$-2x-1$ $3x+2$	$2x+1$ $3x+2$
$L(x) = P(x)$	$-2x-1+3x+2 = x,$ $x+1 = x,$ $1 = 0.$ *nepravdivývýrok*	$-2x-1-3x-2 = x,$ $-5x-3 = x,$ $-6x = 3,$ $x = -\frac{1}{2} \notin I_2$	$2x+1-3x-2 = x,$ $-x-1 = x,$ $-2x = 1,$ $x = -\frac{1}{2} \in I_3$
	$P_1 = \emptyset$	$P_2 = \emptyset$	$P_3 = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

Teda $P = P_1 \cup P_2 \cup P_3 = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ **.**

11. Riešte v R nerovnicu $|-3x+5| + 2 < |x+2|$.

Riešenie: $M = \left\{-2, \frac{5}{3}\right\},\ \ I_1 = (-\infty, -2),\ \ I_2 = \left\langle -2, \frac{5}{3}\right\rangle,\ \ I_3 = \left(\frac{5}{3}, \infty\right).$

	$I_1 = (-\infty, -2)$	$I_2 = \left\langle -2, \frac{5}{3} \right\rangle$	$I_3 = \left(\frac{5}{3}, \infty \right)$
$\lvert -3x+5 \rvert$ $\lvert x+2 \rvert$	$-3x+5$ $-x-2$	$-3x+5$ $x+2$	$3x-5$ $x+2$
$L(x) < P(x)$	$-3x+5+2 < -x-2$, $-2x < -9$, $x > \frac{9}{2}$. $W_1 = \left(\frac{9}{2}, \infty \right)$	$-3x+5+2 < x+2$, $-4x < -5$, $x > \frac{5}{4}$. $W_2 = \left(\frac{5}{4}, \infty \right)$	$3x-5+2 < x+2$, $2x < 5$, $x < \frac{5}{2}$. $W_3 = \left(-\infty, \frac{5}{2} \right)$
	$P_1 = I_1 \cap W_1 = \emptyset$	$P_2 = I_2 \cap W_2 = \left(\frac{5}{4}, \frac{5}{3} \right\rangle$	$P_3 = I_3 \cap W_3 = \left(\frac{5}{3}, \frac{5}{2} \right)$

Teda $P = P_1 \cup P_2 \cup P_3 = \left(\frac{5}{4}, \frac{5}{2} \right)$.

12. Riešte v R rovnicu $|5-x| - |x-3| = 2|x+1|$.

Riešenie: $M = \{-1, 3, 5\}$.

	$I_1 = (-\infty, -1)$	$I_2 = \langle -1, 3)$	$I_2 = \langle 3, 5 \rangle$	$I_4 = (5, \infty)$
$\lvert 5-x \rvert$ $\lvert x-3 \rvert$ $\lvert x+1 \rvert$	$5-x$ $3-x$ $-x-1$	$5-x$ $3-x$ $x+1$	$5-x$ $x-3$ $x+1$	$x-5$ $x-3$ $x+1$
	$5-x-3+x=$ $=-2x-2$, $2x=-4$, $x=-2 \in I_1$	$5-x-3+x=$ $=2x+2$, $-2x=0$, $x=0 \in I_2$	$5-x-x+3=$ $=2x+2$, $-4x=-6$, $x=\frac{3}{2} \notin I_3$	$x-5-x+3=$ $=2x+2$, $-2x=4$, $x=-2 \notin I_4$

Teda $P = \{-2, 0\}$.

13. Riešte v R rovnicu $|2x+5| = x+4$.

Riešenie: 1. Ak $2x+5 \geq 0$, $t.j.$ $x \geq -\frac{5}{2}$ $\Rightarrow$ $|2x+5| = 2x+5$.

Pre $x \in I_1 = \left\langle -\frac{5}{2}, \infty \right)$ máme rovnicu $2x+5 = x+4$.

Odtiaľ $x = -1 \in I_1 \Rightarrow P_1 = \{-1\}$.

2. Ak $2x+5 < 0$, $t.j.$ $x < -\frac{5}{2}$ $\Rightarrow$ $|2x+5| = -(2x+5)$.

Pre $x \in I_2 = \left(-\infty, -\frac{5}{2}\right)$ máme rovnicu $-2x - 5 = x + 4$.

Odtiaľ $3x = -9 \Rightarrow x = -3 \in I_2 \Rightarrow P_2 = \{-3\}$.

Záver: $P = P_1 \cup P_2 \Rightarrow P = \{-3, -1\}$.

14. Riešte v R nerovnicu $|2x - 3| \geq |3x - 2|$.

A	B	C	D	E
$x \in R$	*nemá riešenie*	$x \in \langle -1, 1 \rangle$	$x \in \langle -1, 1 \rangle \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\}$	$x \in (-\infty, 1\rangle$

15. Riešte v R nerovnicu $\frac{5-x}{x-1} + \frac{1+4x}{2x+2} \leq 1$.

A	B	C	D	E
nemá riešenie	$x \in \left(-\infty, -\frac{11}{5}\right\rangle$	$x \in R$	$x \in (-1, 1)$	$x \in \left(-\infty, -\frac{11}{5}\right\rangle \cup (-1, 1)$

16. Riešte v R sústavu nerovníc $|x - 2| < 7 \wedge |x + 1| \geq 3$.

A	B	C	D	E
$x \in \langle 3, 7 \rangle$	$x \in \langle 2, \infty)$	*nemá riešenie*	$x \in (-5, -4\rangle \cup \langle 2, 9)$	$x \in R$

17. Riešte v R rovnicu $\frac{3-x}{2} - \left(\frac{7-x}{3} - \frac{x+3}{4}\right) + \frac{7-x}{6} - \frac{9+7x}{8} + x = 0$.

A	B	C	D	E
$x = -1$	$x = 1$	$x = 2$	$x = -2$	*nemá riešenie*

18. Riešte v R rovnicu $\frac{3+2x}{2} - \left(\frac{7}{6} - \frac{12x-1}{3}\right) = 5x$.

A	B	C	D	E
nemá riešenie	$x = 0$	$x = 1$	$x = -1$	$x \in R$

19. Riešte v R rovnicu $\frac{3x-1}{3} - (x-1) = \frac{3x-2}{6} - \frac{x}{2}$.

A	B	C	D	E
$x = 0$	*nemá riešenie*	$x = 1$	$x \in R$	$x = 5$

20. Riešte v R rovnicu $\frac{3}{x+1} = \frac{2}{x+3} + \frac{1}{x-2}$.

A	B	C	D	E
$x = 0$	$x \in R$	$x = 17$	$x = 2$	*nemá riešenie*

21. Riešte v R rovnicu $\dfrac{x+2}{x-2}-1=\dfrac{3x^2+x+9}{3x^2-12}-\dfrac{x-2}{x+2}$.

A	**B**	**C**	**D**	**E**
$x=27$	$x=2$	$x\in R$	$x=0$	$x=1$

22. Riešte v R rovnicu $\dfrac{1}{x^2+x}+\dfrac{1}{x^2-x}+\dfrac{x^2-2}{x^2-1}=1$.

A	**B**	**C**	**D**	**E**
$x=0$	$x=1$	$x\in R$	$x=-1$	*nemá riešenie*

23. Riešte v R rovnicu $\dfrac{2}{1-x^2}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{1}{1-x}$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x=1$	$x=-1$	*nemá riešenie*	$x\in R$	$x\in R\setminus\{-1,1\}$

24. Riešte v R rovnicu $\dfrac{x+3}{x-3}+\dfrac{x-1}{x-5}=4$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x\in\{3,5\}$	$x\in\{4,9\}$	*nemá riešenie*	$x=6$	$x=0$

25. Riešte v R rovnicu $\dfrac{x-1}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}=\dfrac{5}{2}$.

A	B	**C**	**D**	**E**
nemá riešenie	$x\in\{1,2\}$	$x\in R$	$x\in\{0,3\}$	$x=-1$

26. Riešte v R rovnicu $\dfrac{\frac{x}{3}-\frac{x-1}{2}}{\frac{x}{3}-\frac{x+1}{4}}=x$.

A	B	**C**	**D**	**E**
nemá riešenie	$x=0$	$x=-2$	$x\in\{-2,3\}$	$x=3$

27. Riešte v R rovnicu $\dfrac{4x-7}{6x-13}=\dfrac{2x-4}{3x-7}$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x=\dfrac{7}{3}$	$x=\dfrac{13}{6}$	$x\in\left\{\dfrac{13}{6},\dfrac{7}{3}\right\}$	$x=3$	$x=0$

28. Riešte v R rovnicu $3+4|x-2|=5x$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x\in\left\{-5,\frac{11}{9}\right\}$	*nemá riešenie*	$x\in R$	$x=0$	$x=\frac{11}{9}$

29. V obore reálnych čísiel riešte rovnicu $|2x-7|+|x-2|=3$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x\in\langle 2,\infty)$	$x=2$	$x=4$	*nemá riešenie*	$x\in\{2,4\}$

30. Riešte v R rovnicu $3x-|2x-1|=x+1$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x=2$	$x\in\left\langle\frac{1}{2},\infty\right)$	$x=\frac{1}{2}$	$x\in R$	*nemá riešenie*

31. Riešte v R rovnicu $|3x-2|+4=|2x+3|$.

A	B	**C**	**D**	**E**
nemá riešenie	$x=1$	$x\in\left\{\frac{3}{5},1\right\}$	$x=\frac{3}{5}$	$x\in R$

32. Riešte v R nerovnicu $\frac{1-3x}{x+4}<2$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x\in(-\infty,-4)$	$x\in(-4,\infty)$	*nemá riešenie*	$x\in R$	$x\in(-\infty,-4)\cup\left(-\frac{7}{5},\infty\right)$

33. Riešte v R nerovnicu $\frac{x+2}{1-x}\le -2$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x\in(1,4\rangle$	$x\in R$	$x\in\langle 4,\infty)$	*nemá riešenie*	$x\in(1,\infty)$

34. Riešte v R nerovnicu $\frac{3x-1}{x+1}<2$.

A	B	**C**	**D**	**E**
nemá riešenie	$x\in(-1,3)$	$x\in(-1,\infty)$	$x\in(3,\infty)$	$x\in R$

35. Riešte v R nerovnicu $\frac{x^2+x}{x^2+1}\le 1$.

A	B	**C**	**D**	**E**
nemá riešenie	$x\in R$	$x\in\langle 0,\infty)$	$x\in(-\infty,1\rangle$	$x\in\langle 1,\infty)$

36. Riešte v R nerovnicu $|3x-2|<5+|x+1|$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x\in(-1,4)$	$x\in\left\langle \frac{2}{3},4\right)$	$x\in\left(-1,\frac{2}{3}\right)$	$x\in R$	*nemá riešenie*

37. Riešte v R nerovnicu $|2x+1|-|3-x|<x$.

A	B	**C**	**D**	**E**
nemá riešenie	$x\in\left(-2,-\frac{1}{2}\right)$	$x\in R$	$x\in\left\langle -\frac{1}{2},1\right)$	$x\in(-2,1)$

38. Riešte v R nerovnicu $\frac{x-1}{x}<\frac{x-2}{x-1}$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x\in R\setminus\{0,1\}$	$x\in(-\infty,0)$	$x\in(0,1)$	$x\in(1,\infty)$	*nemá riešenie*

39. Riešte v R nerovnicu $\frac{1}{|2x-3|}\geq 5$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x\in\left\langle \frac{7}{5},\frac{3}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{2},\frac{8}{5}\right\rangle$	$x\in\left\langle \frac{7}{5},\frac{8}{5}\right\rangle$	$x\in\left\langle \frac{15}{10},\frac{16}{10}\right\rangle$	$x\in\left(\frac{3}{2},\frac{8}{5}\right\rangle$	*nemá riešenie*

40. Určte reálnu hodnotu parametru a tak, aby rovnica $6a-ax+2x=15$ s neznámou $x\in R$ mala kladný koreň .

A	B	**C**	**D**	**E**
$a\in(-\infty,2)$	$a=2$	$a\in(-\infty,2)\cup\left(\frac{5}{2},\infty\right)$	*nemá riešenie*	$a\in\left(\frac{5}{2},\infty\right)$

41. Určte reálnu hodnotu parametra a tak, aby rovnica $\frac{x-2}{3}-\frac{ax+1}{2}=\frac{a-1}{2}$ s neznámou $x\in R$ mala kladný koreň .

A	**B**	C	**D**	**E**
nemá riešenie	$a=1$	$a\in R$	$a\in\left(-\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$	$a\in(2,3\rangle$

42. Riešte v R rovnicu $|x+2|+|x-1|=3$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x\in\langle -2,1\rangle$	$x=1$	$x\in\langle -2,1)$	*nemá riešenie*	$x\in R\setminus\langle -2,1\rangle$

43. Riešte v obore prirodzených čísiel nerovnicu $\frac{3x+9}{2-x} \leq 0$.

A	B	**C**	**D**	**E**
nemá v N riešenie	$x \in N$	$x \in \left(-\infty, -\frac{7}{4}\right) \cup (2, \infty)$	$x = 1$	$x \in \{3, 4, 5, ...\}$

44. Určte všetky reálne čísla x, pre ktoré platí : $2|x| + |1-x| = 2 - |x-1|$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x = 0$	$x = 0 \vee x = 1$	*nemá riešenie*	$x \in R$	$x \in \langle 0, 1 \rangle$

45. Určte všetky reálne čísla x pre ktoré platí : $\left||x-1| - 4\right| > 3$.

A	B	**C**	**D**	**E**
nemá riešenie	$x \in R$	$x \in (-\infty, -6) \cup (0, 2) \cup (8, \infty)$	$x = -1$	$x \in \langle 4, 5 \rangle$

46. Určte všetky reálne čísla, pre ktoré platí : $\left|3 - |x-5|\right| = |4-x|$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x \in R$	$x \in \{3, 6\}$	*nemá riešenie*	$x = 1$	$x = 0$

47. Pre ktorý reálny parameter k má rovnica $(2+k) \cdot (k-x) = k \cdot (x+3)$ s neznámou x nenulový koreň ?

A	B	**C**	**D**	**E**
$k \neq 0$	*nemá riešenie*	$k = 3$	$k \in R \setminus \{-1, 0, 1\}$	$k \in R$

48. Riešte v obore prirodzených čísiel rovnicu $1 - \frac{2x-5}{6} = \frac{3-x}{4}$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x = 13$	*nemá riešenie*	$x = 0 \vee x = 1$	$x = -1$	$x \in R$

49. Riešte v R nerovnicu $\frac{(2-x)(x+2)(x-1)}{(3-x)(x-4)} \leq 0$.

A	B	**C**	**D**	**E**
$x \in \langle 3, 4 \rangle$	$x \in (-\infty, -2\rangle \cup \langle 1, 2 \rangle \cup (3, 4)$	$x \in R$	$x \in (-\infty, 1\rangle$	*nemá riešenie*

50. Riešte v R nerovnicu $\frac{(2x+3)(x-5)(4-x)}{3x(x+6)(x-7)} > 0$.

A	**B**	**C**	**D**	**E**
$x \in \langle -6, 7 \rangle$	$x \in \emptyset$	$x \in \left(-6, -\frac{3}{2}\right) \cup (0, 4) \cup (5, 7)$	$x \in (0, 10) \cup (13, 20)$	$x \in R \setminus \{-6, 0, 7\}$