Nekonečný geometrický rad a desatinné periodické čísla

Desatinné periodické čísla nevieme sčítať, odčítať, násobiť, či deliť.

Ak ich však vyjadríme v tvare zlomku, všetky tieto, ako aj iné počtové operácie, vieme realizovať.

Ukážme si preto, ako môžeme **použiť nekonečný geometrický rad** na **vyjadrenie periodického čísla** v tvare **zlomku v základnom tvare**.

Príklad 1

Majme periodické číslo $0,\overline{6}$.

Vieme, že je to zápis čísla 0,66666......

Toto číslo vieme zapísať aj ako $\frac{6}{10}+\frac{6}{100}+\frac{6}{1000}+\frac{6}{10000}+\frac{6}{100000}+.....$

Číslo 6 je na mieste **desatín, stotín, tisícin, desaťtisícin, stotisícin**, ...

Vznikol nám nekonečný geometrický rad, ktorému vieme určiť **súčet**.

Pre určenie súčtu potrebujeme určiť kvocient $\boldsymbol{q}$ a prvý člen a_1.

$$\frac{6}{10}+\frac{6}{100}+\frac{6}{1000}+\frac{6}{10000}+\frac{6}{100000}+.....$$

$$\cdot\frac{1}{10} \qquad \cdot\frac{1}{10} \qquad \cdot\frac{1}{10} \qquad \cdot\frac{1}{10}$$

Vidíme, že $q=\frac{1}{10}$ a prvý člen radu je $a_1=\frac{6}{10}$.

Keďže platí $-1<\frac{1}{10}<1$, rad je konvergentný a môžeme určiť jeho súčet.

$$s=\frac{a_1}{1-q}=\frac{\frac{6}{10}}{1-\frac{1}{10}}=\frac{\frac{6}{10}}{\frac{9}{10}}=\frac{60}{90}=\frac{2}{3}$$

Potom pre periodické číslo platí $0,\overline{6}=\frac{2}{3}$.

Príklad 2

Majme periodické číslo $0,\overline{12}$.

Vieme, že je to zápis čísla 0,121212......

Toto číslo vieme zapísať aj ako $\frac{12}{100}+\frac{12}{10000}+\frac{12}{1000000}+.....$

Číslo 12 je na mieste **stotín, desaťtisícin, milióntin**, ...

Vznikol nám nekonečný geometrický rad, ktorému určíme **súčet**.

Pre určenie súčtu určujeme kvocient $\boldsymbol{q}$ a prvý člen a_1.

$$\frac{12}{100}+\frac{12}{10000}+\frac{12}{1000000}+.....$$

$$\cdot\frac{1}{100} \qquad \cdot\frac{1}{100}$$

Vidíme, že $q=\frac{1}{100}$ a prvý člen radu je $a_1=\frac{12}{100}$.

Keďže platí $-1<\frac{1}{100}<1$, rad je konvergentný a môžeme určiť jeho súčet.

$$s=\frac{a_1}{1-q}=\frac{\frac{12}{100}}{1-\frac{1}{100}}=\frac{\frac{12}{100}}{\frac{99}{100}}=\frac{1200}{9900}=\frac{12}{99}=\frac{4}{33}$$

Potom $0,\overline{12}=\frac{4}{33}$.

Príklad 3

Majme periodické číslo $3{,}0\overline{7}$.

Vieme, že je to zápis čísla $3{,}0777.....$

Toto číslo vieme zapísať aj ako $3+\frac{7}{100}+\frac{7}{1000}+\frac{7}{10000}+.....$

Číslo 7 je na mieste **stotín, tisícin, desaťtisícin**, ...

Vznikol nám nekonečný geometrický rad:

$$\frac{7}{100}+\frac{7}{1000}+\frac{7}{10000}+.....$$

Určíme jeho **súčet**, teda kvocient $\boldsymbol{q}$ a prvý člen a_1.

Vidíme, že $q=\frac{1}{10}$ a prvý člen radu je $a_1=\frac{7}{100}$.

Keďže platí $-1<\frac{1}{10}<1$, rad je konvergentný a môžeme určiť jeho súčet.

$$s=\frac{a_1}{1-q}=\frac{\frac{7}{100}}{1-\frac{1}{10}}=\frac{\frac{7}{100}}{\frac{9}{10}}=\frac{70}{900}=\frac{7}{90}$$

Potom $3{,}0\overline{7}=3+\frac{7}{90}=\frac{270+7}{90}=\frac{277}{90}$.

Vedomosti nadobudnuté riešením príkladov si teraz precvič s týmito periodickými číslami:

$0{,}\overline{5}$ $\quad 0{,}\overline{4}$ $\qquad 0{,}0\overline{6}$ $\quad 0{,}0\overline{9}$ $\qquad 2{,}0\overline{1}$ $\quad 5{,}0\overline{8}$ $\qquad 0{,}\overline{17}$ $\quad 1{,}0\overline{13}$