Agentúra
Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu SR
pre štrukturálne fondy EÚ

Operačný program VZDELÁVANIE

Európska únia
Európsky sociálny fond

Mgr. Mariana Sahajdová

2. FUNKCIA A JEJ VLASTNOSTI. LINEÁRNA FUNKCIA

Obsah tematického celku: Definícia funkcie, graf funkcie, definičný obor a obor hodnôt, vlastnosti funkcie, lineárna funkcia, určenie rovnice lineárnej funkcie z grafu

2.1. Definícia funkcie, definičný obor, obor hodnôt

Vo fyzike a v iných prírodných vedách sa často stretávame **s dvoma radmi údajov**, ktoré majú tú vlastnosť, že **každému údaju jedného radu** je **priradený určitý údaj z druhého radu.**

1. príklad: Pre daný **čas t** môžeme z tabuľky priamo čítať príslušné **dráhy** s. Pre akýkoľvek iný čas príslušnú dráhu vypočítame pomocou rovnice **s = 60t**.

Čas (t)	1	2	3	4
Dráha (s)	60	120	180	240

2. príklad:

Čas (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	h
Teploty (y)	0,7	0	-0,3	-1	-1,4	-2,1	-3	-2,6	-1,3	2	5	6,4	8	°C

Každému číslu **x** udávajúcemu čas v hodinách je priradené **jedno číslo y**, ktoré udáva teplotu v stupňoch Celzia meranú v čase x.

V obidvoch prípadoch sme každej ľubovoľne zvolenej hodnote jednej premennej priraďovali práve jednu príslušnú hodnotu druhej premennej podľa určitého predpisu. V 1. prípade to bolo **rovnicou s = 60t** a v 2. prípade bol predpis daný **tabuľkou**.

Predpis, ktorým sa každému číslu x určitého číselného oboru priraďuje práve jedno číslo y, sa nazýva funkcia.

Definícia:
Funkciou f sa nazýva každá usporiadaná množina dvojíc $[x, y] \in M \times R$ pre, ktoré platí, že ku $\forall x \in M$, existuje práve jedno $y \in R$ také, že $\forall [x, y] \in f$.
Matematicky: $f = \{[x, y] \in M \times R, \forall x \in M, \exists\ práve\ jedno\ y \in R, [x, y] \in f\}$

Premennú x nazývame **nezávisle premenná**, lebo si môžeme za x dosadiť ľubovoľné čísla z definičného oboru D(f) funkcie.
Premennú y nazývame **závisle premenná**, pretože závisí od dosadeného čísla x

Čo je definičný obor?

Definičný obor funkcie, ozn. D(f): Je množina všetkých čísel, ktoré môžeme dosadiť za premennú x.

V 1. príklade je zrejmé, že za čas t nemôžeme dosadzovať záporné čísla a teda definičným oborom je interval $< 0;\ \infty)$. (1. riadok tabuľky)
V 2. príklade, keďže deň má 24 hodín, je definičným oborom interval <0; 24).

Definícia:
$D(f) = \{x \in M, \exists\ práve\ jedno\ y \in R; [x, y] \in f\}$ **- definičný obor funkcie je množine kde ku každému x existuje práve jedno y patriace k reálnym číslam.**
Definičný obor určujeme z rovnice funkcie ak je daná, alebo z grafu funkcie – odčítame ho na osi x.

Čo je obor hodnôt funkcie?

Obor hodnôt funkcie, ozn. H(f): Je množina všetkých čísel y, ktoré dostaneme výpočtom po dosadení všetkých hodnôt definičného oboru za premennú x.

V 2. príklade, je oborom hodnôt interval <-2,6; 8). (2. riadok tabuľky)

<u>Definícia:</u>

$\boldsymbol{H(f) = \{y \in R, \exists \text{ aspoň } 1\, x \in M, [x,y] \in f\}}$.

Definičný obor určujeme z rovnice funkcie ak je daná, alebo z grafu funkcie – odčítame ho na osi y.

3. príklad

Napíšte množinu hodnôt funkcie y = 2x, ak definičný obor funkcie D = {-3, -2, 1, 0, 1, 2, 3 }.

Riešenie : Vieme, že množina hodnôt danej funkcie je množina čísel, ktoré sú priradené touto funkciou prvkom z množiny D. Preto postupne dosadíme čísla z množiny D do rovnice danej funkcie. Všetky výsledky tvoria množinu hodnôt tejto funkcie.

ak x = -3 ⇒ y = 2. (-3) = -6
ak x = -2 ⇒ y = 2. (-2) = -4
ak x = -1 ⇒ y = 2. (-1) = -2

ak x = 0 ⇒ y = 2. 0 = 0 ⇒ *H = { -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6 }*

ak x = 1 ⇒ y = 2. 1 = 2
ak x = 2 ⇒ y = 2. 2 = 4
ak x = 3 ⇒ y = 2. 3 = 6

4. príklad:

x	-1	-1	0	1	2
y	-2	-1	1	2	3

Predpis daný touto tabuľkou <u>nie je</u> funkcia. Prečo?
Lebo premennej x = -1 sú priradené dve rôzne hodnoty y, a to y = -2 a y = -1

5. príklad: Množina M nasledovných usporiadaných dvojíc $[x;y]$ **<u>nie je</u> funkcia**: M = $\{[-2;4],[-1;3],[0;2],[-2;1],[2;0]\}$. **Prečo?**
Lebo prvému číslu -2 prvej a štvrtej usporiadanej dvojice sú priradené dve rôzne hodnoty – a to číslo 4 a 1.

6. príklad: Množina N nasledovných usporiadaných dvojíc $[x;y]$ **<u>je</u>** funkcia:
N = $\{[-2;4],[-1;3],[0;2],[1;1],[2;0]\}$. **Prečo?**
Lebo každému číslu x je priradené práve jedno číslo y.

Funkčná hodnota f(x) je hodnota funkcie pre konkrétne číslo x.

7. príklad: Daná je funkcia f: **y = 2x – 6**.

Určte funkčné hodnoty: **a)** f(0), **b)** f(-1), **c)** f(5)
Riešenie: **budeme postupne dosadzovať za x hodnoty 0, -1, a 5**
a) f(0) = 2.0 – 6 = -6
b) f(-1) = 2 . (-1) – 6 = -8
c) f(5) = 2 . 5 – 6 = 4

Funkcia môže byť určená:

- **a) predpisom, vzorcom**
- **b) tabuľkou**
- **c) usporiadanými dvojicami**
- **d) grafom**

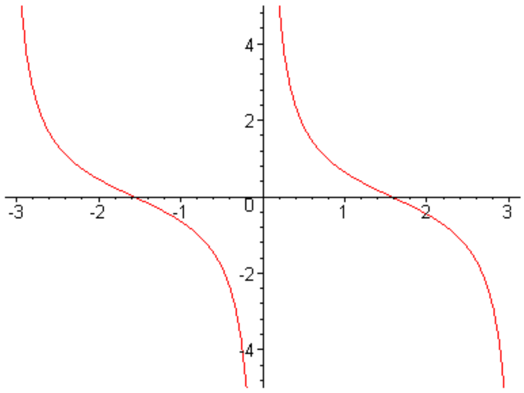
a) predpis, vzorec – napríklad: $y = 4x$; $y = 6x-1$; $y = x^2$; $y = \frac{1}{x}$; $y = 8x^2-1$

b) tabuľka – napríklad:

x	-2	-1	0	1
y	-8	-4	0	4

c) usporiadané dvojice – napríklad:
$\{[-5;5],[-3;3],[-1;1],[1;-1],[2;-2]\}$

d) graf – napríklad:



Kategória A **CVIČENIA** Kategória B

1. Je daná funkcia $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$, $D = \langle 2;1\rangle$ Rozhodnite, ktoré z čísel –2; -1; 0; 0,25; 0,5; 2 patria
a) do definičného oboru danej funkcie
b) do množiny hodnôt danej funkcie.

2. Zostavte tabuľku závislosti povrchu kocky od dĺžky jej hrany a, ak a∈{1 cm, 2 cm, 3 cm, 5 cm, 10 cm}.

3. Do nádrže s objemom 90 m^3 pritečie za každú minútu 300 litrov vody. Zostavte tabuľku závislosti množstva vody v nádrži (v m^3) od času (v celých hodinách).

4. Zostavte tabuľku funkcie danej rovnicou $S = \frac{1}{2} z. v$, ak platí z ∈{2 cm, 4 cm, 6 cm, 8 cm}, v∈{3 cm, 7 cm, 9 cm}. Vypíšte všetky možnosti.

5. Určite rovnice funkcií daných tabuľkou :

a)

x	1	2	3	4
y	2	4	6	8

b)

x	1	2	3	4	5
y	3	4	5	6	7

c)

x	1	2	3	4	5	6
y	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3

6. Vyjadrite hmotnosť žrde 1 m dlhej, ktorá má štvorcový prierez , ako funkciu dĺžky strany štvorca.

7. Vyjadrite hmotnosť 1 m dlhého hliníkového drôtu kruhového prierezu ako funkciu polomeru prierezu.

8. Určte definičný obor daných funkcií :
a) $y = 3x - 3$
b) $y = \frac{1}{x}$
c) $y = \sqrt{x}$
d) $y = \frac{1}{x-2}$
e) $y = x + 1$
f) $y = \frac{1}{x+3}$
g) $y = \frac{1}{x} - \frac{-2}{x+3}$
h) $y = \frac{2}{x-2} - \frac{3}{x+3}$

1. Zapíšte množinu hodnôt funkcie $y=2x - 1$, pre D = {-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3}.

2. Je daná funkcia $y = \frac{1}{3}x + 3$, D = {-2; -1,5; -1; -0,5; 0; 0,5; 1; 1,5; 2 }. Rozhodnite, ktoré z čísel 1; 2; 2,5; 3,15; 3,75; 5 patria do množiny hodnôt tejto funkcie.

3. Zapíšte aspoň 10 hodnôt funkcií :
a) $y = 3x + 5$, D = R
b) $y = x^2$, D = R
c) $y = \frac{2x}{x+1}$, D = R.

4. Z daných tabuliek vyberte tie, ktoré môžu byť zadaním funkcie.

a)

x	1	2	3	4	5
y	2	4	6	8	10

b)

x	1	2	2	3	3
y	1	2	3	4	5

c)

x	1	2	3	4	5
y	1	1	2	2	3

5. Každému prvku množiny D = { $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$ }je priradené číslo k nemu prevrátené. Je týmto predpisom daná funkcia ? Ak áno, zapíšte ju tabuľkou.

6. Cena 1 kg tovaru je 24 Sk. Zostavte tabuľku závislosti ceny tovaru od jeho hmotnosti m, ak m = {0,5 kg, 1 kg, 1,5 kg, 2 kg, 5 kg }.

7. Zostavte tabuľku funkcie danej rovnicou $m = \rho. V$, kde $\rho = 7,8 \frac{g}{cm^3}$ a V ∈ { 1 cm^3, 2 cm^3, 5 cm^3, 6 cm^3 }.

8. Zostavte tabuľku funkcie danej rovnicou $S = \frac{1}{2} z. v$, ak z = 5 cm, v ∈ {1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm}.

9. Predpisom zapíšte vyjadrenie funkcie, ktorá :
a) každému reálnemu číslu priraďuje dané reálne číslo
b) každému reálnemu číslu priraďuje číslo k nemu opačné
c) každému reálnemu číslu priraďuje jeho absolútnu hodnotu.

2.2. Graf funkcie

Grafom funkcie f : x→ y ; x ∈ D nazývame <u>množinu všetkých bodov</u> <u>roviny, ktoré majú súradnice [x, y], kde y = f(x).</u>

Vzhľadom na zadanie a definičný obor funkcie, môže byť grafom

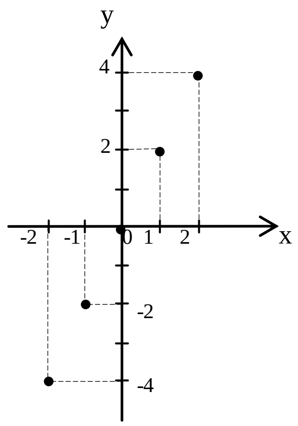
- množina izolovaných bodov (ak D je množina čísel, napr.{–5, -3, 0, })
- úsečka (ak D je uzavretý interval čísel, napr. $1 \leq x \leq 5$)
- polpriamka (ak D je polouzavretý interval čísel, napr. x ∈<5,∞))
- priamka (ak D je množina všetkých reálnych čísel)
- časť krivky (ak D je polouzavretý interval čísel, napr. x ∈ <5,∞))
- krivka (ak D je množina všetkých reálnych čísel)

Príklad 1

Zostrojte graf funkcie danej rovnicou f: y = 2x , D(f) = {0, 1, 2, -1, -2 }.

Riešenie : K danej rovnici zostavíme tabuľku s príslušnými hodnotami :

x	0	1	2	-1	-2
y	0	2	4	-2	-4



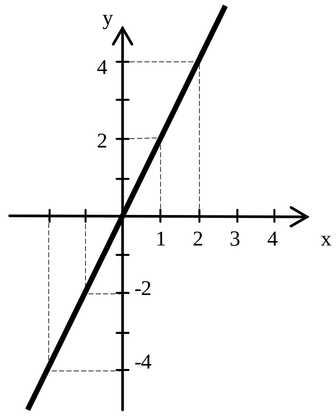
Príklad 2

Zostrojte graf funkcie danej rovnicou f: y = 2x , D(f) = R.

Riešenie : Vzhľadom na to, že definičným oborom danej funkcie je množina všetkých reálnych čísel, nie je možné vypísať súradnice všetkých bodov tejto funkcie. Na zostrojenie grafu stačí zistiť súradnice dvoch bodov , pretože grafom tejto funkcie bude priamka.

Napíšeme si teda niekoľko prvkov danej funkcie do tabuľky :

x	0	1	2	-1	-2
y	0	2	4	-2	-4



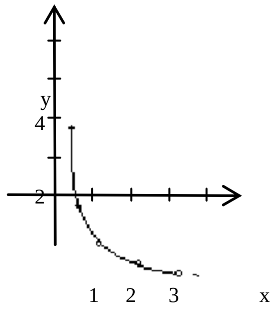
Príklad 3

Zostrojte graf funkcie danej rovnicou f: y = $\frac{1}{x}$, D(f) je množina všetkých kladných reálnych čísel.

Riešenie : Tak ako v predchádzajúcich príkladoch, zistíme si niekoľko súradníc bodov patriacich tejto funkcii. Zapíšeme ich do tabuľky. (Pozor ! Definičným oborom sú len kladné reálne čísla.)

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3
y	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

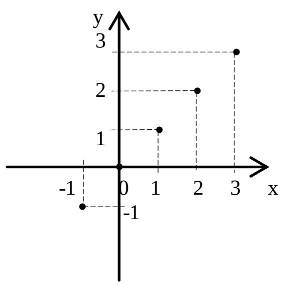
Graf zostrojíme tak, že zakreslíme body, ktorých súradnice máme určené a spojíme ich súvislou čiarou.



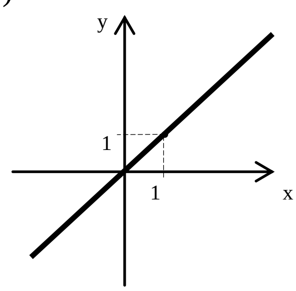
ÚLOHA :

Zapíšte definičné obory a obory hodnôt týchto funkcií :

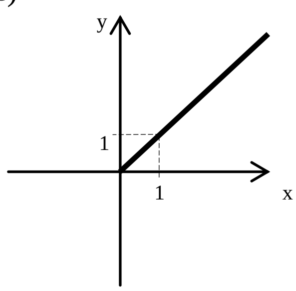
a)



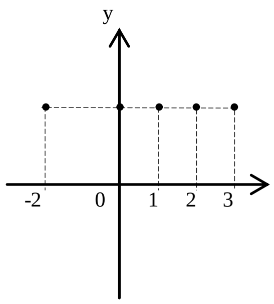
b)



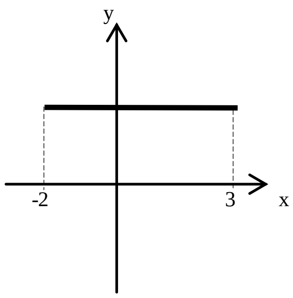
c)



d)



e)



CVIČENIA

Kategória A

1. Nakreslite do jedného obrázka grafy funkcií :
a) $y = x$, $y = x + 1$, $y = x - 1$
b) $y = x$, $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$
c) $y = x^2$, $y = x^2 + 1$, $y = x^2 - 1$
d) $y = |x|$, $x \in R$
$y = |x| + 1$, $x \in R$
$y = -|x|$, $x \in R$

2. Zostrojte graf funkcie vyjadrujúci závislosť hmotnosti telesa od jeho objemu, ak je vyrobené z :
a) hliníka b)olova
Hustotu jednotlivých kovov vyhľadajte v tabuľkách.

3. Nech symbol [x] predstavuje celú časť desatinného čísla menšiu alebo rovnajúcu sa danému číslu. Napr. [x] pre x = 1,032 sa rovná 1, [-2,51] = -3, [7,892] = 7 atď. Nakreslite grafy funkcií :
a) $y = [x]$, $x \in R$
b) $y = [x] - 3$ pre $-10 < x < 10$ a súčasne $x \in R$.

Kategória B

1. Nakreslite grafy funkcií :
a) $y = 2x$ a súčasne $x \in R$
b) $y = 2x$, $D = \{-2, -1, 0, 1\}$
c) $y = 2x + 1$, $x \in R$
d) $y = 3x - 1$, $D = \{0, 1, -1, -2\}$
e) $y = x - 2$, $x > 2$ a súčasne $x \in R$
f) $y = \frac{1}{2}x - 1$, $x \in A$

2. Zostrojte graf funkcie $y = x + 1$, ktorej definičným oborom je :
a) $D = \{0, 1, 2, 3, -1, -2, -3\}$
b) $D = R$.

3. Daná je funkcia $y = 2x^2$, $D = R$. Zostrojte graf tejto funkcie.

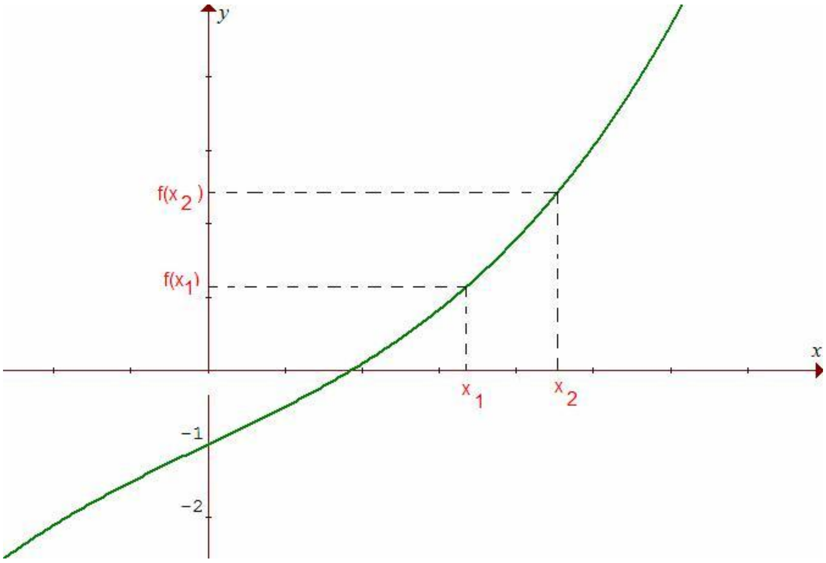
4. Zostrojte graf funkcie $y = \frac{x^2}{2}$, ktorej definičným oborom je
a) množina všetkých nezáporných reálnych čísel,
b) množina všetkých reálnych čísel.

2. 3 Vlastnosti funkcie

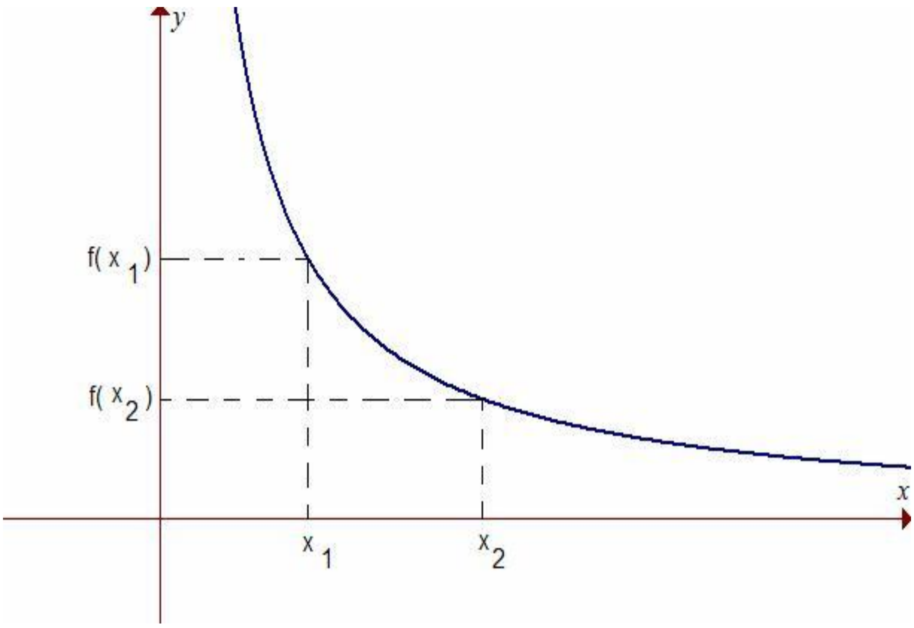
MONOTÓNNOSŤ FUNKCIE

Daná je funkcia f definovaná na množine $A \subseteq D(f)$. Ak pre $\forall x_1, x_2 \in A$, kde $x_1 < x_2$, platí:

1. $f(x_1) < f(x_2)$, tak sa f nazýva RASTÚCA FUNKCIA na A



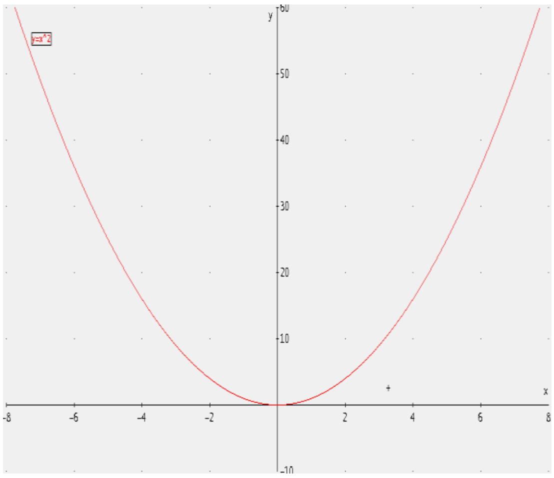
2. $f(x_1) > f(x_2)$, tak sa f nazýva KLAESAJÚCA FUNKCIA na A



PÁRNA A NEPÁRNA FUNKCIA

$f: y = x^2$, $D(f) = R$

x	-1	1	-2	2	0
y	1	1	4	4	0



PÁRNA FUNKCIAy– f-cia f sa nazýva párna funkcia, práve vtedy, ak súčasne platia 2 podmienky:

1. $x \in D(f) \;\; => \;\; -x \in D(f)$
2. $\forall x \in D(f)\,; f(-x) = f(x)$ hodnota funkcie v bode –x sa rovná hodnote funkcie v bode x

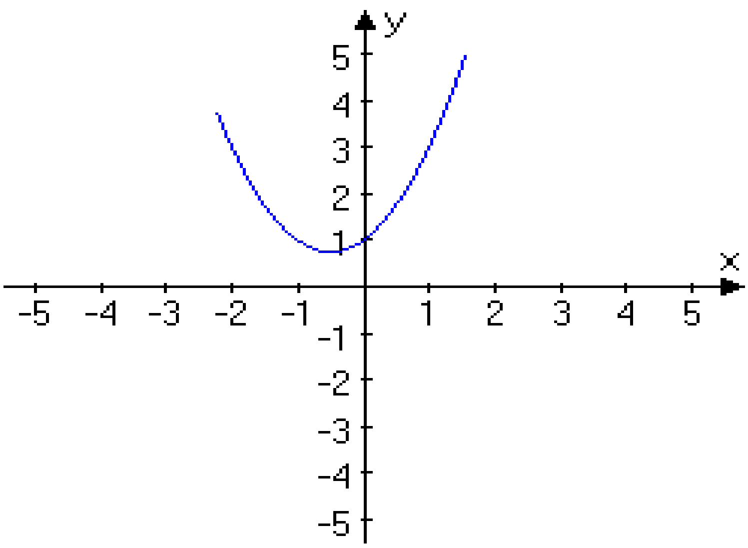
NEPÁRNA FUNKCIA – f-cia f sa nazýva nepárna funkcia, práve vtedy, ak súčasne platia 2 podmienky:

1. $x \in D(f) \;\; => \;\; -x \in D(f)$
2. $\forall x \in D(f)\,; f(-x) = -f(x)$ hodnota funkcie v bode –x sa rovná opačnej hodnote funkcie v bode x

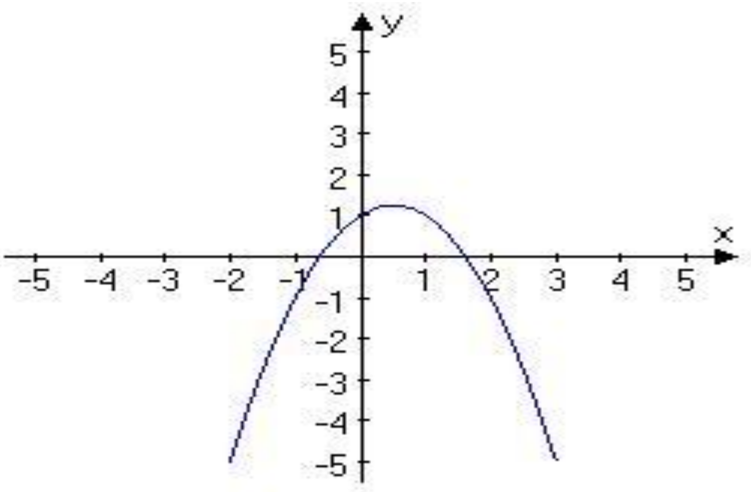
OHRANIČENOSŤ FUNKCIE

Ak je funkcia f definovaná na množine $A \subseteq D(f)$, tak je

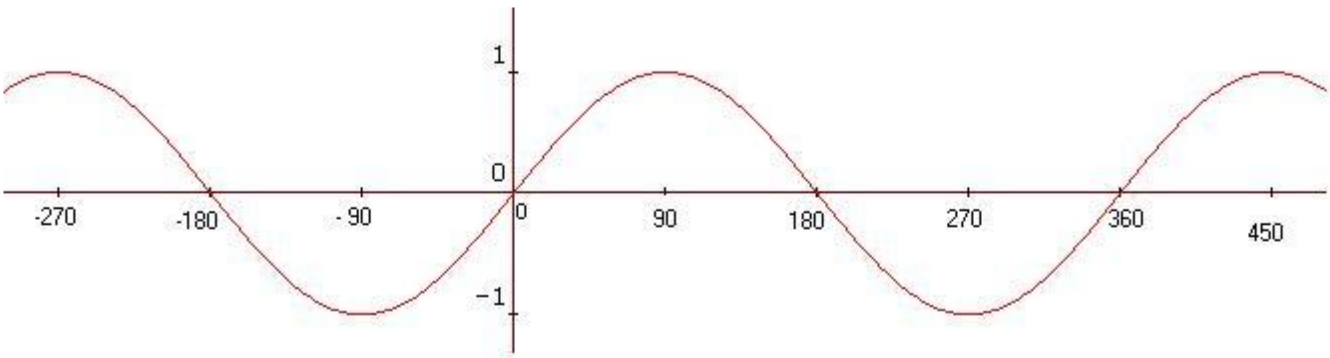
1. na množine A **ZDOLA OHRANIČENÁ** práve vtedy, keď existuje také číslo $d \in R$, že pre $\forall x \in A$ je $f(x$



2. na množine A z $\in R$, že pre $\forall x \in A$ je $f(x$



3. na množine A **OHRANIČENÁ** práve vtedy, keď je ohraničená zdola i zhora.

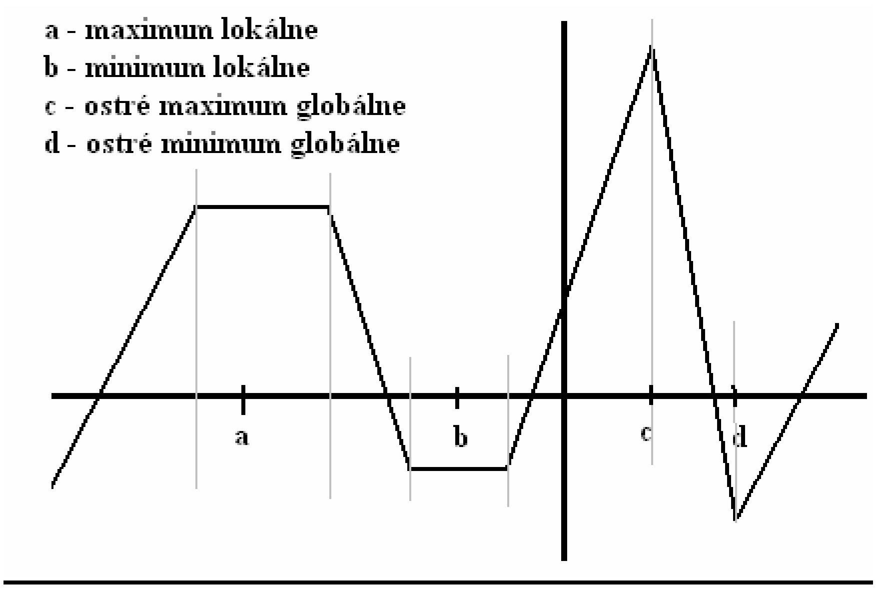


MAXIMUM, MINIMUM FUNKCIE

Funkcia f má v bode **a** na množine M $\subset$ D(f) **lokálne maximum** práve vtedy, ak pre $\forall$ x $\in$M, platí f(x) ≤ f(a).
Funkcia f má v bode **b** na množine M$\subset$ D(f) **lokálne minimum** práve vtedy, ak pre $\forall$ x $\in$M, platí f(x) ≥ f(b).
Funkcia f má v bode **a** na množine D(f) **globálne maximum** práve vtedy, ak pre $\forall$ x $\in$D(f), platí f(x)≤ f(a).
Funkcia f má v bode **b** na množine D(f) **globálne minimum** práve vtedy, ak pre $\forall$ x $\in$D(f), platí f(x)≥ f(b).
Funkcia f má v bode **a** na množine M $\subset$ D(f) **lokálne ostré maximum** práve vtedy, ak pre $\forall$ x$\in$M, platí f(x) > f(a).
Funkcia f má v bode **b** na množine M $\subset$ D(f)**lokálne ostré minimum** práve vtedy, ak pre $\forall$ x$\in$M, platí f(x) < f(b).

SPOJITOSŤ FUNKCIE
Funkcia je **spojitá na D(f)** ak je spojitá v každom bode tohto intervalu.
Funkcia je **spojitá v bode c**, ak je definovaná f(c).

PROSTÁ FUNKCIA
Funkcia f je na množine M $\subset$ D(f) **prostá** práve vtedy, ak pre $\forall$ x1,x2$\in$M platí: ak x1≠ x2 tak, f(x1) ≠ f(x2). Každá rastúca alebo klesajúca funkcia je prostá.

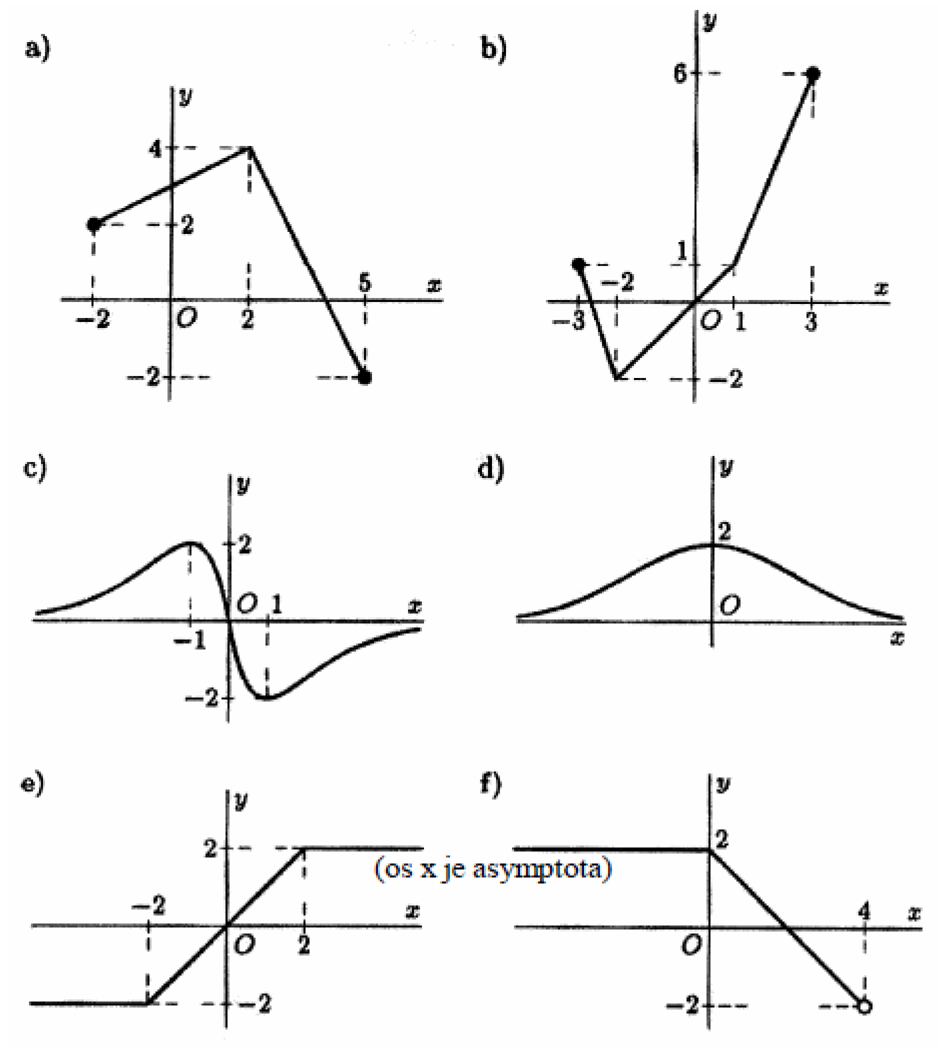


Cvičenia

1) Zistite, ktoré z daných funkcií sú párne, nepárne.:
a) f: $y = 2x$, $x \in \langle -4; 5 \rangle$ b) f: $y = 2 - x$ c) f: $y = 1/x^3$ d) f: $y = x^2 : (x^2 + 4)$

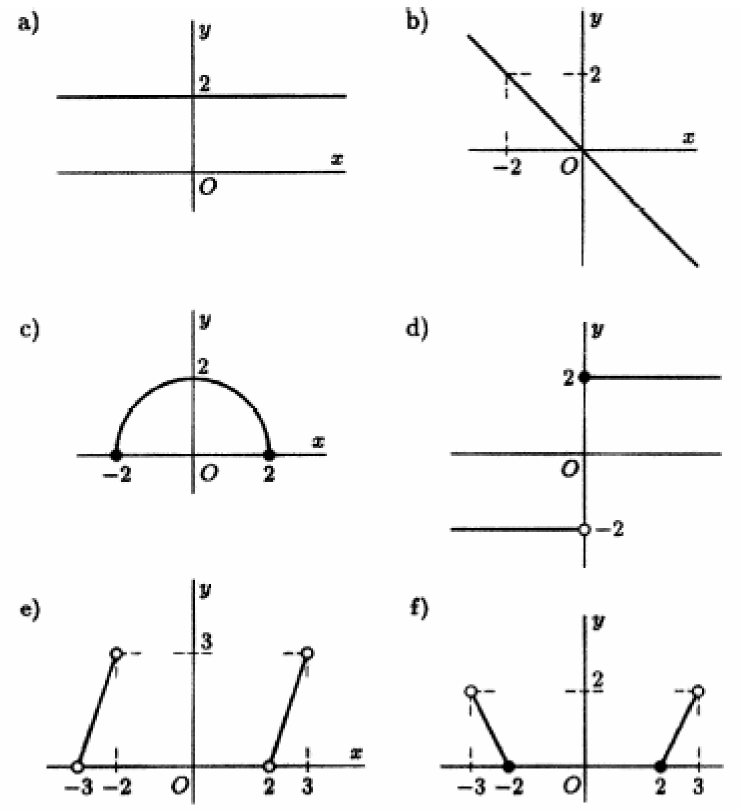
2) Zistite, ktoré z daných funkcií sú párne, nepárne.:
a) f: $y = x + x^3$, b) f: $y = 1 / (1 + x^2)$, c) f: $y = 1/x$, d) f: $y = 1 / x^4$
e) f: $y = 1 + \sqrt{x}$, f) f: $y = x^2 + x$

3) Určte intervaly monotónnosti a extrémy funkcií znázornených na obrázku. Rozhodnite o párnosti, resp. nepárnosti nasledujúcich funkcií, zapíšte ich definičmý obor a obor hodnôt.



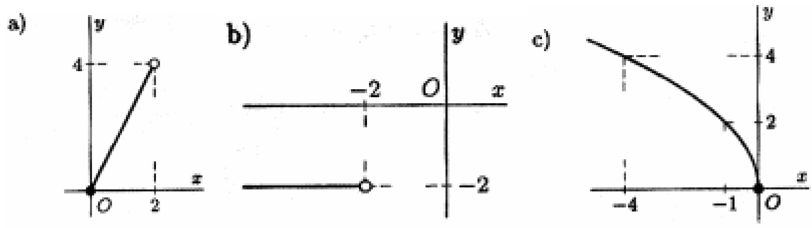
4) Rozhodnite o párnosti, resp. nepárnosti funkcií a) $y = x.|x|$, b) $y = \dfrac{1}{x^2+1}$ c) $y = 1 + \sqrt{x}$

5) Rozhodnite, ktoré z funkcií znázornených na obrázkoch sú párne alebo nepárne.

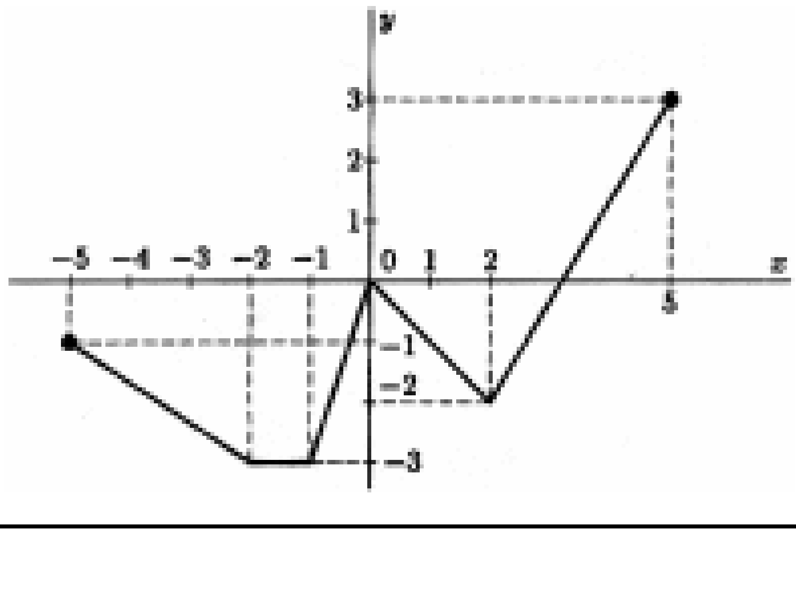


6) Čo môžete povedať o hodnote *f*(0), ak je známe, že *f* je funkcia a) párna b) nepárna?

7) Doplňte grafy na obrázku tak, aby znázorňovali a) párne funkcie b) nepárne funkcie



8) Na obrázku je znázornený graf funkcie *f*.
a) Určite jej vlastnosti (obor definície, obor hodnôt, intervaly monotónnosti, …).
b) Upravte časť grafu tak, aby nová funkcie bola na intervale <□5; 5> nepárna.
c) Upravte časť grafu tak, aby nová funkcie bola na intervale <□5; 5> párna.



2. 4 Lineárna funkcia

Lineárna funkcia je každá funkcia typu

$y = ax + b$, $a, b \in R$

Čísla a, b nazývame konštanty.

Definičným oborom lineárnej funkcie je množina všetkých reálnych čísel.

Grafom lineárnej funkcie je priamka.

Konštanta a :

1. $a > 0$……………..funkcia je rastúca………..……...$y = 3x + 2$
2. $a < 0$……………..funkcia je klesajúca………………..$y = -3x + 2$
3. $a = 0$……………..funkcia je konštantná …….………$y = 0 . x + 2 = 2$

Konštanta b :

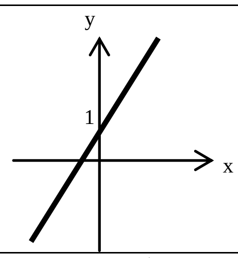
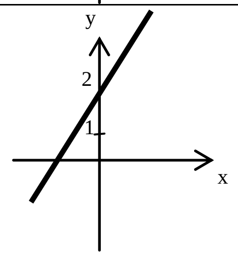
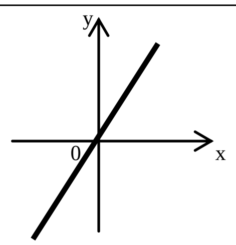
1. $b \neq 0$ …………..graf funkcie pretína os y v bode so súradnicami [0;b]
2. $b = 0$……..……graf prechádza začiatkom sústavy súradníc[0;0]

Lineárnu funkciu $y = ax + b$, kde $a = 0$, nazývame **konštantná** funkcia. Jej grafom je vždy priamka rovnobežná s osou x, ktorá prechádza bodom [0;b].

Príklad 1

Zostrojte grafy funkcií $y = 2x + 1$; $y = 2x + 2$; $y = 2x$

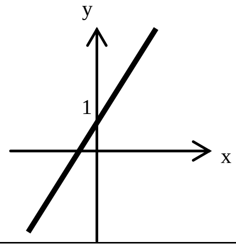
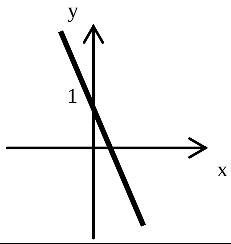
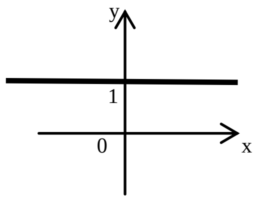
Určte priesečník s osou y.

$y = 2x + 1$	$a = 2$ $b = 1$		[0;1]
$y = 2x + 2$	$a = 2$ $b = 2$		[0;2]
$y = 2x$	$a = 2$ $b = 0$		[0;0]

Príklad 2

Zostrojte grafy funkcií $y = 2x + 1$; $y = -2x + 1$; $y = 0 . x + 1 = 1$

Určte, či je funkcia rastúca, klesajúca, alebo konštantná.

y = 2x + 1	a = 2 b = 1		funkcia rastúca
y = -2x + 1	a = -2 b = 1		funkcia klesajúca
y = 1	a = 0 b = 1		funkcia konštantná

Príklad 3
Určte priesečníky grafu funkcie f : y = 2x + 1 s osami x a y. Narysujte graf.

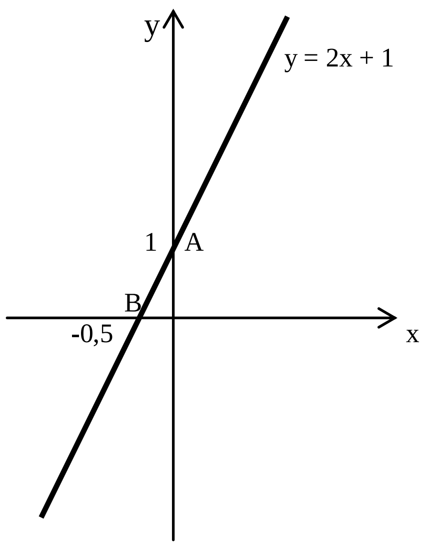
Riešenie :
Všetky body, ktoré ležia na osi x, majú **y-ovú** súradnicu rovnajúcu sa nule.
Všetky body, ktoré ležia na osi y, majú **x-ovú** súradnicu rovnajúcu sa nule.

<u>y = 2 . x + 1</u>

Ak x = 0 ⇒ y = 2 . 0 + 1 ⇒ y =1 ⇒ A[0;1]

Ak y = 0 ⇒ 0 = 2 . x + 1 ⇒ x = - 0,5 ⇒ B[-0,5;0]

Graf :



Kategória A CVIČENIA Kategória B

Kategória A

1. Rozhodnite, či je daná lineárna funkcia rastúca alebo klesajúca a odôvodnite prečo:
a) y = -3x
b) y = 2x – 1
c) y = 5x + 2
d) y = - $\frac{2}{5}$ x + 2
e) y = -0,7x – 1
f) y = $\frac{-x+2}{3}$.

2. Napíšte ľubovoľnú rastúcu lineárnu funkciu a zostrojte jej graf.

3. Napíšte ľubovoľnú klesajúcu lineárnu funkciu a zostrojte jej graf.

4. V tej istej sústave súradníc zostrojte grafy lineárnych funkcií :
a) y = 0,5x
b) y = 0,5x + 2
c) y = 0,5x – 2
d) y = 0,5x – 3.
Nájdite zhodné zobrazenia, v ktorých je graf funkcie y = 0,5x vzorom a grafy funkcií určené v úlohách b), c), d) obrazom.

5. Určite priesečníky grafov lineárnych funkcií :
a) y = x – 1
y = 2x
b) y = 6
y = 2x + 1
c) y = -2x + 3
y = 4x +1
d) y = 3x + 1
y = x + 2
e) y = 0,5x – 2
y = $\frac{1}{2}$ x + 3.

6. Pre ktoré hodnoty konštanty b prechádza graf funkcie y = $\frac{1}{3}$ + b
a) začiatkom
b) bodom A [6, 6]
c) bodom B [-2, -3]
d) bodom C [3, -9].

7. Vyberte z daných lineárnych funkcií tie, ktorých grafy sú rovnobežné s grafom funkcie y = 2x – 1 :
a) y = 2x + 3
b) y = -2x + 1
c) y = 2(x – 3)
d) y = $\frac{4x-5}{2}$.

8. Určte lineárnu funkciu, ktorej graf je rovnobežný s grafom funkcie y = 2x – 1 a prechádza bodom so súradnicami :
a) [0, 0] b) [0, 5] c) [0, -3]

Kategória B

1. Vyberte z daných funkcií lineárne funkcie:
a) y = 2x + 3, x ∈ R
b) y = 3
c) y = x^2 + 1, x ∈ R
d) y = 3 – 2x, x ∈ R
e) y = x^3 , x ∈ R
f) y = -2x., x ∈ R
g) y = 5x – 3, x ∈ R
h) y = $\frac{4x+7}{3}$, x ∈ R
i) y = $\frac{2x+1}{x}$, x ∈ R, x ≠ 0
j) y = 0x – 4, x ∈ R.

2. Určte hodnotu konštanty b v zadaní lineárnej funkcie y = 0,3x + b, ak graf tejto funkcie pretína os y v bode so súradnicami :
a) [0, 0] b) [0, 2] c) [0, -2] d) [0; 2,3].

3. Daná je lineárna funkcia y = 2x + 3. Zistite, či body so súradnicami
A [2, 7], B [-2, -1], C [1, 0], D [-3, 5], E [0, 3] ležia na grafe tejto funkcie.

4. Určte druhé súradnice bodov A [0, y], B [-2, y], C [2, y], ktoré ležia na grafe funkcie y = x + 2.

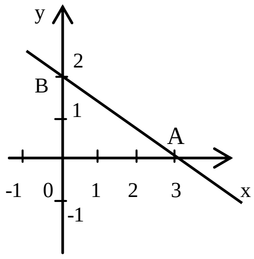
5. Zostrojte grafy konštantných funkcií :
a) y = 3
b) y = -3
c) y = - $\frac{2}{4}$
d) y = 5.

6. Určite priesečníky grafov daných lineárnych funkcií s osou y :
a) y = -x + 5
b) y = $\frac{-3}{4}$ x – 2
c) y = 2x + 11
d) y = -0,2x – 0,5
e) y = 2x + 2
f) y = -x – 1
g) y = $\frac{-1}{2}$ x - $\frac{1}{4}$.

7. Zostrojte grafy lineárnych funkcií :
a) y = 2x + 1
b) y = 2x
c) y = 2x – 3
d) y = 2x + 3
e) y = -2x + 3
f) y = -x –1
g) y = x + 1
h) y = $\frac{1}{2}$ x
i) y = $\frac{x}{4}$
j) y = x
k) y = $\frac{x}{5}$ - 3
l) y = -x + 0,5.

2.5 Určenie rovnice lineárnej funkcie z grafu

Príklad 1
Zapíšte zadanie lineárnej funkcie danej grafom na obrázku.



Z grafu určíme súradnice bodov A, B. Tieto body ležia na grafe funkcie, preto ich súradnice môžeme dosadiť do všeobecnej rovnice lineárnej funkcie.

$$y = a\ .\ x + b$$

$$\left.\begin{array}{ll} A[0;2] & 2 = a\ .\ 0 + b \\ B[3;0] & 0 = a\ .\ 3 + b \end{array}\right\}$$ sústava dvoch lineárnych rovníc s dvoma neznámymi

$$\Downarrow$$

$$a = -\frac{2}{3};\ b = 2$$

Rovnica funkcie danej grafom na obrázku je $y = -\frac{2}{3}x + 2$.

Príklad 2

Graf lineárnej funkcie prechádza cez dva body A[1;2] , B[1;1]. Napíšte rovnicu lineárnej funkcie .

Riešenie:

	$y = a\ .\ x + b$
A[1;2]	$2 = a\ .\ 1 + b$
B[2;1]	$1 = a\ .\ 2 + b \Rightarrow$ sústava dvoch lineárnych rovníc s dvoma neznámymi

$$\Downarrow$$

$$\begin{array}{l} 2 = a + b\ /\ .\ (-1) \\ \underline{1 = 2a + b} \\ -2 = -a - b \\ \underline{1 = 2a + b} \\ -1 = a \Rightarrow 2 = -1 + b \Rightarrow b = 3 \end{array}$$

Rovnica lineárnej funkcie, ktorej graf prechádza bodmi A, B, je $y = -x + 3$.

CVIČENIA

Kategória A

1. Rozhodnite, či je daná lineárna funkcia rastúca alebo klesajúca. Zostrojte jej graf a určte jeho priesečník s osou y a osou x :
a) y = 3x c) y = 5
b) y = $-\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$ d) y = 0,5x – 0,75

2. Určite rovnice lineárnych funkcií , na ktorých grafe ležia body :
a) A[1,1], B[2, 2] b) C[-2, 1], D[$\frac{1}{2}$, -1]
c) E[1, 1], F[-2, -8] d) G[6, -2], H[0, 3].

3. Rozhodnite, či lineárna funkcia, ktorej graf prechádza bodmi A, B je rastúca alebo klesajúca :
a)A[1, 3], B[3, 1] b)A[1, 4], B[-3, -1]
c)A[-3, 0], B[3, 3] d)A[-5, -3], B[-2, -2]
e)A[-1, -2], B[-2, -1] f)A[-3, -5], B[-5, -7].

4. Určite konštanty a, b tak, aby graf danej lineárnej funkcie y = ax + b prechádzal bodmi so súradnicami :
a) [1, 1], [2, 3] c)[-2, 1], [$\frac{1}{2}$, -1]
b) [-1, 0], [4, 5] d)[6, -2], [0, 3]

5. Vypočítajte obsah trojuholníka ohraničeného osami súradníc a grafom
a) y = -0,4x + 2
b) y = $\frac{4}{3}x - 4$.

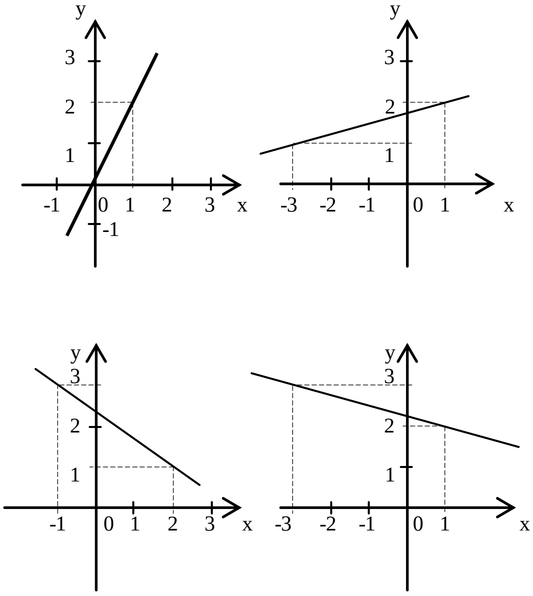
Kategória B

1. Určite priesečníky grafov daných lineárnych funkcií s osou x :
a) y = x – 1
b) y = 2x + 4
c) y = $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$
d) y = 0,5x – 1
e) y = -x + 2
f) y = -3x + 0,5
g) y = $\frac{3x-6}{2}$.

2. Určte priesečníky grafov daných lineárnych funkcií s osou x a y :
a) y = 2x + 3
b) y = $\frac{1}{2}x$
c) y = - x – 0,5
d) y = $\frac{2}{7}x - \frac{1}{3}$
e) y = 4,5x
f) y = x + $\sqrt{5}$
g) y = 4
h) y = 0.

3. Určite rovnice lineárnych funkcií, ktorých grafy majú priesečníky s osami x a y :
a) A[-2, 0], B[0, 3]
b) A[$\frac{1}{4}$, 0], B[0, $-\frac{1}{4}$]
c) A[-1, 0], B[0, -1]
d) A[$\frac{5}{2}$, 0], B[0, 5].

6. Určte rovnice lineárnych funkcií daných grafmi :



4. Určte rovnice lineárnych funkcií daných grafmi :