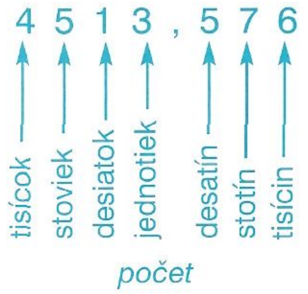
4 MOCNINY ČÍSLA 10 A VEDECKÝ ZÁPIS ČÍSEL

V predchádzajúcej kapitole sme sa sústredili na zápis prirodzených a celých čísel. Teraz pripomenieme zápis desatinných čísel a ukážeme, ako sa dajú prehľadne zapisovať veľmi veľké a veľmi malé čísla.

4.1 Desatinné čísla

Zápis desatinných čísel je prirodzené rozšírenie myšlienky zápisu celých čísel v desiatkovej sústave. Napríklad desatinné číslo 4 513,576 je

$$4\,513 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{6}{1\,000}, \text{ čo je to isté ako } 4\,513 + \frac{576}{1\,000}$$



$$\mathbf{4\,513{,}576} = \mathbf{4}\cdot 1\,000 + \mathbf{5}\cdot 100 + \mathbf{1}\cdot 10 + \mathbf{3}\cdot 1 + \mathbf{5}\cdot\frac{1}{10} + \mathbf{7}\cdot\frac{1}{100} + \mathbf{6}\cdot\frac{1}{1\,000}$$

miesto desatinnej čiarky

Porovnajme tento zápis s podobným zápisom celého čísla na začiatku článku 3.2 *Princíp pozičnej sústavy* na s. 42. Všimnime si, že pre čísla

$$1\,000,\ 100,\ 10,\ 1,\ \frac{1}{10},\ \frac{1}{100},\ \frac{1}{1\,000}$$

napísané v druhom riadku zápisu v modrom rámiku platí to isté, čo platilo pri zápise celých čísel: každé z týchto čísel je desaťnásobok čísla vpravo od neho.

4.2 Vedecký zápis čísel

- Mocniny čísla 10
- Celočíselné záporné mocniny čísla 10
- Pravidlá $10^r \cdot 10^s = 10^{r+s}$ a $10^r : 10^s = 10^{r-s}$ platia pre kladné aj záporné exponenty r, s
- Vedecký zápis čísel

Okrem „normálne veľkých" čísel, ako 23 alebo − 315,6 existujú aj čísla, ktoré sú veľmi malé alebo veľmi veľké. Veľmi malé je napríklad číslo

$$0{,}\underbrace{000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,0}_{\text{40 núl}}1$$

veľmi veľké je napr. číslo

$$1\underbrace{00\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}_{\text{29 núl}}$$

Sami uznáte, že obidva tieto zápisy sú možno presné, ale určite neprehľadné. Zisťovať, ktoré z čísel

0,000 000 000 000 000 000 000 000 025 a 0,000 000 000 000 000 000 000 000 025

je menšie, je dosť náročné.

Tieto ťažkosti môže odstrániť *vedecký zápis čísel.* V ňom sa počet núl pred alebo za číslom vyjadrí pomocou mocniny čísla 10.

MOCNINY ČÍSLA 10

S mocninami 10^2 alebo 10^4 sme sa už stretli. Ak n je prirodzené číslo, tak 10^n je číslo, v ktorom je na prvom mieste 1 a za ňou n núl (n nazývame exponent):

$10^2 = 100$
$10^3 = 1\,000$
$10^4 = 10\,000$
$10^5 = 100\,000$
$10^6 = 1\,000\,000$ atď.

číslo n v zápise 10^n nazývame **exponent**

V súlade s týmto opisom možno číslo 10 zapísať ako 10^1 (jednotka a za ňou 1 nula) a číslo 1 ako 10^0 (jednotka a za ňou žiadna nula).

$$10^7 = 10\,000\,000$$
$$10^0 = 1$$
$$38\,276 = 3 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$$

ÚLOHY

1. Sformulujte a vysvetlite pravidlo na výpočet súčinu $10^r \cdot 10^s$ (r, s sú prirodzené čísla).
2. Skontrolujte, že pravidlo z úlohy 1 platí aj v prípade, ak niektoré z čísel r, s je nula.
3. Vysvetlite, ako jednoducho vypočítať podiely $10^{12} : 10^3$, $10^4 : 10^1$.
4. Možno pravidlo, ktoré ste použili v úlohe 3, použiť aj na výpočet podielu $10^{21} : 10^0$?

JEDNODUCHÉ PRAVIDLÁ NA VÝPOČET SÚČINU A PODIELU DVOCH MOCNÍN ČÍSLA 10

Pri násobení dvoch mocnín desiatky stačí sčítať ich exponenty, teda

$$10^r \cdot 10^s = 10^{r+s}$$

Podobne pri výpočte podielu $10^{15} : 10^{12}$ stačí vypočítať rozdiel exponentov: $15 - 12 = 3$, preto

$$10^{15} : 10^{12} = 10^{15-12} = 10^3.$$

Všimnite si, že pravidlá o počítaní s mocninami čísla 10 prirodzene súvisia s pravidlami, ktoré sme používali pri počítaní spamäti v článku 1.3 *Počítame spamäti a premieňame jednotky* na s. 9 – 10 (napr. „tisícky krát stotiny sú desiatky", „deliť číslom 1 000 000 znamená posunúť desatinnú čiarku o 6 miest doľava" a pod.).

CELOČÍSELNÉ ZÁPORNÉ MOCNINY ČÍSLA 10

Ak číslo 10^3 (teda 1 000) vydelíme číslom 10^5 (teda 100 000), je výsledok 0,01. Ak chceme zachovať predchádzajúce pekné pravidlo o výpočte podielu dvoch mocnín desiatky ($10^r : 10^s = 10^{r-s}$), je prirodzené sa dohodnúť, že číslo 0,01 označíme ako 10^{-2} (pretože $3 - 5 = -2$).

Tak sa matematici skutočne aj dohodli: Ak n je prirodzené číslo, tak zápis 10^{-n} označuje číslo tvaru

nula, desatinná čiarka, za ňou $n - 1$ núl a potom jednotka:

$$10^{-n} = 0{,}\underbrace{0\ldots0}_{n-1 \text{ núl}}1$$

PRAVIDLÁ $10^r \cdot 10^s = 10^{r+s}$ a $10^r : 10^s = 10^{r-s}$ PLATIA PRE KLADNÉ AJ ZÁPORNÉ EXPONENTY r, s

Z pravidiel uvedených v článku 1.3 *Počítame spamäti a premieňame jednotky* vyplýva napr. aj toto: deliť nejaké číslo číslom 0,01 (teda jednou stotinou) je to isté,

ako vynásobiť dané číslo číslom 100. Napríklad 1 000 : 0,01 je to isté ako 100 000 : 1 (desatinnú čiarku sme posunuli o 2 miesta doprava, teda deliteľa aj delenca sme vynásobili 100). Ak toto delenie 1 000 : 0,01 zapíšeme pomocou mocnín čísla 10, dostaneme $10^3 : 10^{-2} = 10^5$. To znamená, že pravidlo $10^r : 10^s = 10^{r-s}$ platí aj v prípade, že s je záporný exponent (lebo $3 - (-2) = 5$). Podobnými úvahami môžeme overiť, že pravidlá $10^r \cdot 10^s = 10^{r+s}$ a $10^r : 10^s = 10^{r-s}$ platia nielen pre kladné, ale aj pre záporné exponenty r, s.

100 000	10^5	
10 000	10^4	
1 000	10^3	
100	10^2	
10	10^1	
1	10^0	
0,1	10^{-1}	$\frac{1}{10}$, t. j. $\frac{1}{10^1}$
0,01	10^{-2}	$\frac{1}{100}$, t. j. $\frac{1}{10^2}$
0,001	10^{-3}	$\frac{1}{1\,000}$, t. j. $\frac{1}{10^3}$
0,000 1	10^{-4}	$\frac{1}{10\,000}$, t. j. $\frac{1}{10^4}$
0,000 01	10^{-5}	$\frac{1}{100\,000}$, t. j. $\frac{1}{10^5}$

$$0{,}352\,8 = 3 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-4}$$

Aj tá najľahšia vec sa ti bude zdať obtiažnou, ak ju budeš nerád robiť.
Tarentius

VEDECKÝ ZÁPIS ČÍSEL

Pri vedeckom zápise vyjadríme číslo ako násobok vhodnej mocniny čísla 10.

Napríklad:

3 260	zapíšeme	$3{,}26 \cdot 10^3$
530	zapíšeme	$5{,}3 \cdot 10^2$
6 950 000	zapíšeme	$6{,}95 \cdot 10^6$
−35 000 000 000	zapíšeme	$-3{,}5 \cdot 10^{10}$
0,12	zapíšeme	$1{,}2 \cdot 10^{-1}$
0,000 35	zapíšeme	$3{,}5 \cdot 10^{-4}$
−0,002 8	zapíšeme	$-2{,}8 \cdot 10^{-3}$

Najmúdrejšie je číslo.
Pytagoras

Z uvedených príkladov je už princíp jasný: vedecký zápis nenulového čísla má tvar $a \cdot 10^n$ alebo $-a \cdot 10^n$ a (podľa toho, či je dané číslo kladné alebo záporné), pričom pre číslo a platí $1 \le a < 10$.

vedecký zápis čísla: $a \cdot 10^n$ alebo $-a \cdot 10^n$ pre $1 \le a < 10$

$847\,000\,000\,000 = 8{,}47 \cdot 10^{11}$ $\quad$ $0{,}000\,075 = 7{,}5 \cdot 10^{-5}$

S vedeckým zápisom sa môžete stretnúť napr. na kalkulačke pri zápise príliš veľkých alebo príliš malých čísel.

ÚLOHA

5. Zapíšte vedeckým zápisom čísla:
a) 8 500, d) −0,000 25,
b) 0,068, e) −456 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000,
c) 235 000 000 000, f) 0,000 000 000 000 000 000 074 3.

ÚLOHA

6. Opíšte, ako na základe tohto porovnania zistíte, ktoré z daných dvoch kladných čísel je väčšie.

MANTISA A EXPONENT

VO VEDECKOM ZÁPISE $a \cdot 10^n$ SA NIEKEDY ČÍSLO a NAZÝVA *MANTISA*. AK MÁME POROVNAŤ DVE ČÍSLA ZAPÍSANÉ VEDECKÝM ZÁPISOM, STAČÍ POROVNAŤ ICH MANTISY A ICH EXPONENTY.

POMENOVANIE MOCNÍN ČÍSLA 10

NA SVETE SA POUŽÍVAJÚ DVA RÔZNE SYSTÉMY POMENOVANIA MOCNÍN 10. JEDEN SA NAZÝVA *KRÁTKY SYSTÉM* (KRÁTKA ŠKÁLA), DRUHÝ *DLHÝ*. OBIDVA POUŽÍVAJÚ NÁZVY BILIÓN, TRILIÓN A KVADRILIÓN, ALE V RÔZNOM VÝZNAME:

	dlhý systém (používa sa najmä v Európe)	***krátky systém*** *(používajú ho najmä anglicky hovoriace krajiny)*
10^6	milión	*milión*
10^9	miliarda	*bilión*
10^{12}	bilión	*trilión*
10^{15}	biliarda	*kvadrilión*
10^{18}	trilión	*kvintilión*
10^{21}	triliarda	*sextilión*

ÚLOHY

7. Prečítajte nasledujúce zápisy (napr. 10^3 je tisíc, 10^5 stotisíc a 10^{-4} desaťtisícina):
10^{-3}, 10^3, 10^{-6}, 10^6, 10^9, 10^{12}, 10^4, 10^7, 10^8, 10^5, 10^{-5},
$4 \cdot 10^6$, $3 \cdot 10^{-6}$, $2 \cdot 10^5$, $7 \cdot 10^{-5}$, $8 \cdot 10^{10}$.

8. Zapíšte nasledujúce čísla vedeckým zápisom:

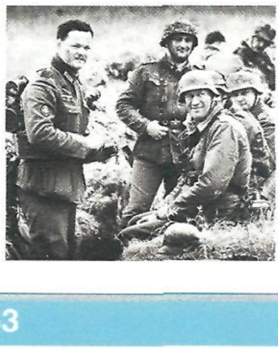
päťtisíc, deväť miliónov, tri desaťtisíciny, tri a pol miliardy, dva a štvrť milióna, jeden a pol tisíciny, tri a tri štvrte stotiny.

9. V populárnom článku sa Adam dočítal: 1 *bilión* (10^{12}) *baktérií má spolu hmotnosť asi* 1 *gram*. Akú priemernú hmotnosť má podľa tejto informácie 1 baktéria?

10. Bez počítania na kalkulačke odhadnite, koľko stál priemerne 1 deň prvej a 1 deň druhej svetovej vojny.

NÁKLADY NA VOJNU

NÁKLADY NA 2. SVETOVÚ VOJNU SA ODHADUJÚ NA 2 091 000 000 000 DOLÁROV, NÁKLADY PRVEJ SVETOVEJ VOJNY NA 196 500 000 000 DOLÁROV (PREPOČÍTANÉ NA HODNOTU DOLÁRA V R. 1990). PRVÁ SVETOVÁ VOJNA TRVALA 1 597 DNÍ (OD 28. 6. 1914 DO 11. 11. 1918), DRUHÁ 2 193 DNÍ (OD 1. 9. 1939 DO 2. 9. 1945).



Zemný plyn

V roku 2007 v novinách napísali: „Svetové zásoby zemného plynu sa odhadujú na 176 biliónov m^3. Súčasná ročná ťažba je 2 618 miliárd m^3, ročná spotreba je 2 591 miliárd m^3."

(Pojem platná číslica sme uviedli v závere článku 1.5 Odhadujeme na s. 13.)

11. Vyjadrite zásoby zemného plynu v kubických kilometroch.
12. Priemerne koľko m^3 zemného plynu sa vyťaží za 1 deň? Výsledok zaokrúhlite na 3 platné číslice.
13. Priemerne za aký čas sa spotrebuje 100 km^3 plynu? Výsledok zaokrúhlite na celé dni.
14. Ak by sa nezmenila veľkosť ročnej ťažby ani spotreby, za koľko desaťročí by sa vyťažili všetky zásoby zemného plynu?

Svetelný rok

Svetelný rok je vzdialenosť, ktorú prejde svetlo vo vákuu za 1 tropický rok. Rýchlosť svetla vo vákuu je približne $2{,}998 \cdot 10^8$ m/s, dĺžka tropického roka je 365,242 199 1 dňa, to je približne $3{,}156 \cdot 10^7$ sekúnd.

15. Najprv bez počítania na kalkulačke odhadnite veľkosť svetelného roka v kilometroch. Potom túto veľkosť vypočítajte a výsledok zapíšte vedeckým zápisom s presnosťou na dve platné číslice.
16. Aká vzdialenosť v km je 100 svetelných rokov? Výsledok zapíšte vedeckým zápisom s presnosťou na dve platné číslice.

V populárnom článku sa Monika dočítala: V súhvezdí Veľkej medvedice je niekoľko jasných galaxií. Jedna z nich sa nazýva Messier 81. Možno ju vidieť aj pomerne malým ďalekohľadom. Od Mliečnej dráhy je vzdialená 12 miliónov svetelných rokov.

17. Vyjadrite túto vzdialenosť v km vedeckým zápisom s presnosťou na 1 platnú číslicu.

Používame pravidlá

$$10^r \cdot 10^s = 10^{r+s}$$
$$10^r : 10^s = 10^{r-s}$$

18. Vypočítajte a výsledok zapíšte vedeckým zápisom:
    a) $(3{,}54 \cdot 10^{27}) \cdot (2{,}1 \cdot 10^{11})$,
    b) $(5{,}1 \cdot 10^{3}) \cdot (1{,}4 \cdot 10^{-2})$,
    c) $(2{,}83 \cdot 10^{-4}) \cdot (4{,}9 \cdot 10^{-5})$,
    d) $(9{,}81 \cdot 10^{4}) : (1{,}25 \cdot 10^{6})$,
    e) $(8{,}7 \cdot 10^{-5}) : (1{,}6 \cdot 10^{3})$,
    f) $(2{,}15 \cdot 10^{4}) : (6{,}25 \cdot 10^{-2})$,
    g) $(7{,}41 \cdot 10^{-5}) : (2{,}5 \cdot 10^{-3})$.

Naša Zem

19. Priemerná rýchlosť, ktorou Zem obieha okolo Slnka, je 29,783 km/s, doba obehu je 365,256 96 dňa. Vypočítajte dĺžku obežnej dráhy Zeme a zapíšte ju vedeckým zápisom v kilometroch s presnosťou na 2 platné číslice.
20. Predstavme si Zem ako ideálnu guľu s polomerom 6 372,8 km. Vypočítajte jej povrch v štvorcových kilometroch. Výsledok zapíšte vedeckým zápisom s presnosťou na 3 platné číslice.
21. Hmotnosť Zeme je približne $5{,}973\,6 \cdot 10^{24}$ kg, jej objem asi $1{,}083\,2 \cdot 10^{12}$ km^3. Vypočítajte priemernú hustotu Zeme v kg/m^3 (teda priemernú hmotnosť 1 m^3 v kilogramoch). Výsledok zapíšte vedeckým zápisom s presnosťou na tri platné číslice.