



DÔSLEDKOVÉ ÚPRAVY ROVNÍC (DUR)

RNDr. M. Jenisová

Obory rovníc

O ... Obor premennej rovnice:

- množina čísel, v ktorej danú rovnicu riešime

D ... Definičný obor rovnice:

- podmnožina oboru premennej $x \in O$, pre ktoré je rovnica (nerovnica) definovaná, určujeme ho určením podmienok

P=K ... Obor pravdivosti (koreňov) rovnice:


- podmnožina definičného oboru $x \in D$, pre ktoré sa rovnica (nerovnica) stáva pravdivým výrokcom. Je to množina všetkých koreňov rovnice

Pr.: Riešte rovnicu v \mathbb{R} : $\frac{1}{x} = 1$

$$O = \mathbb{R}$$

$$D = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$K = \{1\}$$



Dôsledkové úpravy rovníc sú také, ktorými **môžeme** zmeniť počet koreňov rovnice, preto je nutnou súčasťou riešenia **skúška** (dôsledok úpravy).

➤ **DUR 1 : Vynásobenie (vydelenie) oboch strán rovnice neznámym výrazom**

➤ **Pozn.** Výraz by mohol nadobúdať nulové hodnoty a nulou nemôžeme deliť (nezmysel) ani násobiť (vynuluje obe strany rovnice).

➤ **DUR 2 : Umocnenie oboch strán rovnice na druhú (párnym mocniteľom)**

➤ **Pozn.** Úprava by mohla zmeniť záporný výraz na kladný.

Pr 1. : Riešte rovnicu: $\sqrt{x^2 + 3} = x - 1$

Určíme podmienky: $P.: x^2 + 3 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq -3$

ale to platí vždy, preto podmienku nepíšeme!

Ďalej určíme definičný obor rovnice : $D = R$

umocníme **DUR 2** :

odpočítame x^2 od oboch strán rovnice **EUR 5** :

$$x^2 + 3 = x^2 - 2x + 1$$

$$3 = -2x + 1$$

pripočítame k oboom stranám x **EUR 5** :

$$2 = -2x$$

vydelíme obe strany -2 **EUR 4** :

$$-1 = x$$

vymeníme strany rovnice **EUR 1** :

$$x = -1$$

SKÚŠKA: $L(-1) = \sqrt{(-1)^2 + 3} = 2$

$$P(-1) = -1 - 1 = -2$$

$$L \neq P$$

Skúška nevychádza, preto množina koreňov rovnice

$$\underline{K = \emptyset}$$

Pr 2. : Riešte rovnicu: $\frac{2x+1}{x-1} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{11}{2}$

Určíme podmienky: $P.: x - 1 \neq 0 \Rightarrow P.: x \neq 1$

potom určíme definičný obor : $D = R - \{1\}$

vynásobíme výrazom $(x - 1)$ **DUR 1** : $2x + 1 + x + 1 = \frac{11(x-1)}{2}$

vynásobíme 2 **EUR 4** : $4x + 2 + 2x + 2 = 11(x - 1)$

upravíme obe strany rovnice **EUR 2** : $6x + 4 = 11x - 11$

doriešime rovnicu

$$x = 3$$

SKÚŠKA: $l'(3) = \frac{2 \cdot 3 + 1}{3 - 1} + \frac{3 + 1}{3 - 1} = \frac{11}{2}$

$$P(3) = \frac{11}{2}$$

$$l' = P$$

Podmienka vychádza a výsledok patrí do Def. oboru, preto

$$\underline{\underline{K = \{3\}}}$$



Kedy sa dôsledkové úpravy stávajú ekvivalentnými

- **ak pri umocnení mám istotu, že obe strany rovnice sú kladné, stáva sa táto úprava ekvivalentnou**
- **ak pri násobení výrazom mám istotu, že výraz je nenulový, stáva sa táto úprava ekvivalentnou** (v pr. 2 mi definičný obor dáva istotu, že výraz je nenulový, čiže nemusím robiť skúšku, úprava je ekvivalentná)