Kvadratická funkcia

Kvadratická funkcia je každá funkcia daná predpisom $f: y = ax^2 + bx + c$ pričom $a, b, c \in R$ a $a \neq 0$. Grafom je parabola, ktorá má os rovnobežnú s osou *y* a vrchol paraboly je jej priesečník s jej osou. Pretína y-ovú os v hodnote absolútneho člena *c*, x-ovú os v hodnotách koreňov príslušnej kvadratickej rovnice.

Súradnice vrcholu paraboly

Zistíme ich na základe posunutia „základnej" paraboly $y = x^2$, ktorá má vrchol v bode $V[0; 0]$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c$$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - a\frac{b^2}{4a^2} + c$$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a} + c$$

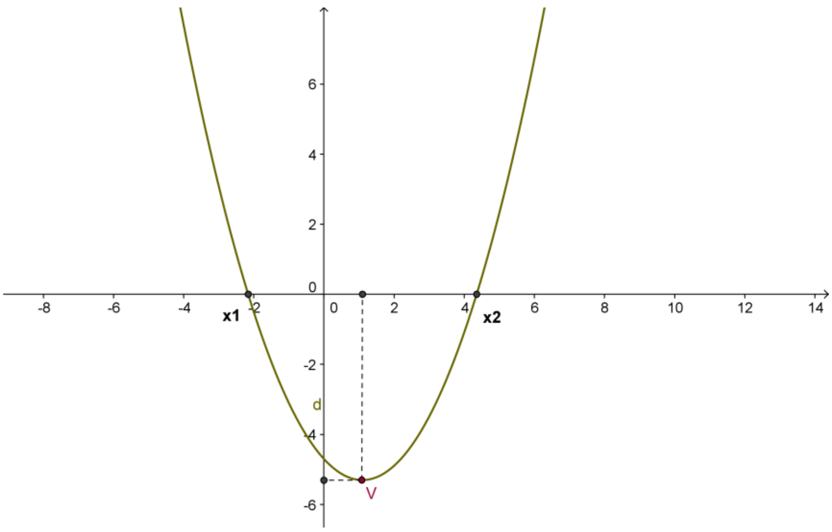
$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$$

Vrchol sa teda posunul oproti pôvodnému do bodu

$$V\left[-\frac{b}{2a}; c - \frac{b^2}{4a}\right]$$

Druhy kvadratických funkcií

Podľa hodnoty parametra *a* delíme funkcie na:



a* > *0

$$D(f) = R$$

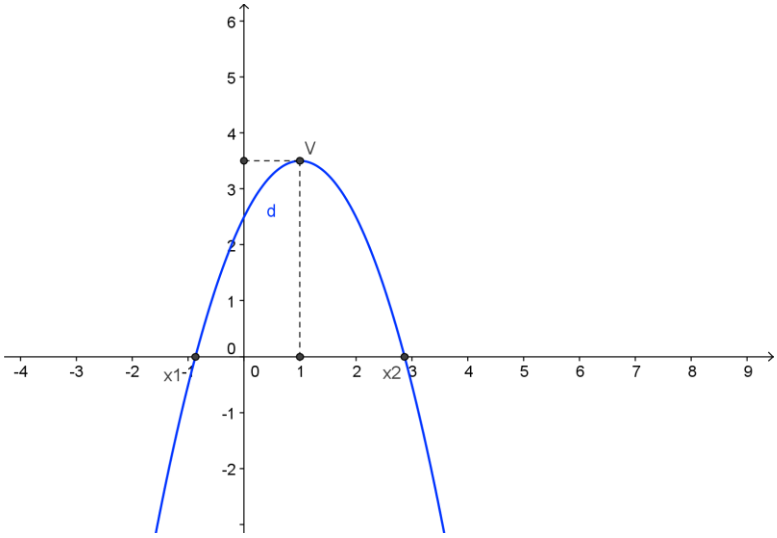
$$H(f) = \langle c - \frac{b^2}{4a}; \infty)$$

Funkcia je rastúca na intervale $\langle -\frac{b}{2a}; \infty)$, klesajúca na intervale $(-\infty; -\frac{b}{2a}\rangle$, zdola ohraničená hodnotou $c - \frac{b^2}{4a}$, zhora neohraničená, dosahuje ostré minimum v bode $-\frac{b}{2a}$, maximum nemá, je párna v prípade, že *b* = *0*, inak nie je ani párna ani nepárna, nie je prostá. Je konvexná na celom definičnom obore.

a* < *0

$$D(f) = R$$

$$H(f) = \left(-\infty; c - \frac{c^2}{4a}\right\rangle$$



Funkcia je klesajúca na intervale $\langle -\frac{b}{2a}; \infty)$, rastúca na intervale $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right\rangle$, zhora ohraničená hodnotou $c - \frac{b^2}{4a}$, zdola neohraničená, dosahuje maximum v bode $-\frac{b}{2a}$, minimum nemá, je párna v prípade, že $b = 0$, inak nie je ani párna ani nepárna, nie je prostá. Je konkávna na celom definičnom obore.

Ak príslušná kvadratická rovnica $ax^2 + bx + c = 0$ má dva korene grafom je parabola, ktorá pretína os x v dvoch bodoch, ak má jeden dvojnásobný koreň, tak má parabola vrchol na osi x, ak nemá korene, nemá graf s osou x spoločné body. S osou y má jeden priesečník vždy.