

## Analytická geometria – Guľová plocha

### Rovnice guľovej plochy a gule

1. Napíšte všeobecnú rovnicu guľovej plochy, ak:

a/  $S[2; -2; 1], r = 2$ .

b/  $S[0; 4; 2], r = 5$

c/  $S[-5; 0; 3], r = \sqrt{5}$

d/  $S[-2, 5; 1, 2; 0, 4], r = \sqrt{7}$

2. Zistite či nasledujúci bod leží vnútri, zvonka alebo na guľovej ploche

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 17$$

a/  $A[2; -2; 0]$

B/  $B[0; 4; 2],$

c/  $C[5; -4; 1]$

D/  $D[-2; 1; 3],$

3. Nakreslite a pomenujte útvar daný analytickým vyjadrením, určte S a polomer r.

a/  $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 9$

b/  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 < 16$

c/  $(x+7)^2 + (y-7)^2 + (z-3)^2 > 1$

d/  $(x+4)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 \leq 32$

4. Daná je guľová plocha  $\kappa: x^2 + y^2 + z^2 + 4x = 0$ . Akú rovnicu má guľová plocha so stredom v bode  $S[1, -3, 1]$  a s rovnakým polomerom ako guľová plocha  $\kappa$ ?

5. Dokážte, že nasledujúce rovnice predstavujú guľové plochy a ak áno, určte ich polomer a stred:

a/  $\kappa: x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 1 = 0$

b/  $\kappa: x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 6y - 4z + 9 = 0$

c/  $\kappa: x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 7 = 0$

d/  $\kappa: x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 16z + 25 = 0$

e/  $\kappa: x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 3z - 12 = 0$

f/  $\kappa: x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 5x - 4z + 11 = 0$

g/  $x^2 + y^2 + z^2 + 12x - 14y + 16z - 100 = 0$

6. Napíšte analytické vyjadrenie najmenšej gule, ktorá má stred  $S[1; 2; -3]$  a obsahuje body  $A[1; 0; 0]; B[1; -3; 0]; C[6; 2; 1]$ .

### Vzájomné polohy guľovej plochy a roviny (priamky)

8. Napíšte rovnicu guľovej plochy  $\kappa$ , ktorá má stred  $S[1; 0; -5]$  a polomer  $r=4$ . Rozhodnite o vzájomnej polohe tejto guľovej plochy a súradnicových rovín  $xy, yz, zx$ .
9. Určte priesečníky nasledujúcich guľových plôch so súradnicovými osami  $x, y, z$ .
- a)  $\kappa(S[4; -1; 6]; r=8)$
- b)  $\tau: (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 9$
- c)  $\pi(S[0; 1; 2]; r=\sqrt{2})$
- d)  $\sigma: (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 < 16$
10. Je daná guľová plocha  $\kappa$  so stredom  $S[3; -2; 1]$ , ktorá prechádza počiatkom súradnicovej sústavy a priamka  $p$  prechádzajúca bodmi  $A[3; 1; 1]; B[4; 0; -2]$ . Určte ich spoločné body.
11. Vypočítaj súradnice spoločných bodov nasledujúcej guľovej plochy a priamky:
- a)  $\kappa: (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9; p: \{x = 1 - t; y = 3 + t; z = 2 + t; t \in \mathbb{R}\}$
- b)  $\tau: (x-2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 44; p = EF, \text{ kde } E[8; 4; 2]; F[-1; -3; -5].$
- c)  $\pi: x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 10y - 18 = 0; p: \{x = 2 - t; y = 3 + 2t; z = -4 + t; t \in \mathbb{R}\}$

### Dotyčnica guľovej plochy

12. Napíšte dotykové roviny guľovej plochy  $\kappa: (x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 38$  v jej bodoch:
- a)  $A[-1; 1; 3];$  b)  $B[-2; -1; 0];$  c)  $C[1; 3; -1];$
13. Napíšte rovnicu guľovej plochy  $\kappa$ , ktorá má stred  $S[5; 0; 0]$  a polomer  $r=\sqrt{24}$ . Napíšte rovnice dotykových rovín guľovej plochy, ktoré sa jej dotýkajú v bodoch:
- a)  $A[1; 2; 2];$  (D.ú.) b)  $B[3; 2; -4];$  c)  $C[7; 4; -2];$

14. Daná je guľová plocha  $\pi : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 10z = 0$  a dva jej body  $E[-4; -4; 4]$ ;  $F[-3; 0; 3]$ . Určte rovnice všetkých rovín, ktoré sa dotýkajú danej guľovej plochy v bodoch E,F.
15. Napiš rovnicu guľovej plochy, ktorá má stred  $S [2; 0; -3]$  a dotýka sa roviny:
- a)  $\rho: x + y - 3 = 0$  (D.ú.)      b)  $\rho: x + 2y + 3z - 1 = 0$       c)  $\rho: 5x - y + 2z - 5 = 0$