

FUNKCIA NEPRIAMEJ ÚMERNOSTI

NEPRIAMA ÚMERNOSŤ

Nepriama úmernosť sa nazýva funkcia definovaná na množine $\mathbf{R} - \{0\}$ daná rovnicou $y = \frac{k}{x}$, kde $k \in \mathbf{R}, k \neq 0$

k – koeficient nepriamej úmernosti.

Význam nepriamej úmernosti: V akom pomere (koľkokrát) sa **zväčší** (zmenší) jedna veličina x , v takom istom pomere (koľkokrát) sa **zmenší** (zväčší) druhá veličina y .

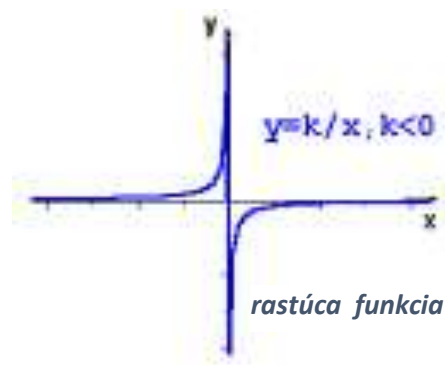
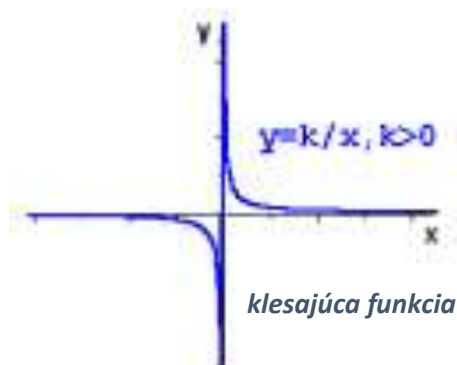
Napr.:

- závislosť počtu robotníkov od času, za ktorý prácu vykonajú
- závislosť rýchlosti naplnenia bazénu od počtu prítokov

Grafom nepriamej úmernosti je krivka nazývaná **hyperbola**. Hyperbola sa skladá z 2 kriviek, ktoré sú stredovo súmerné podľa počiatku súradnicového systému.

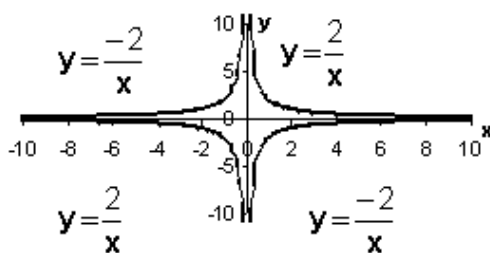
Ak $k > 0$, tak vetvy hyperboly sú v I. a III. kvadrante

Ak $k < 0$, tak vetvy hyperboly sú v II. a IV. kvadrante



Hyperbola je zvláštna tým, že sa bude do nekonečna približovať ku súradnicovým osiam, ale nikdy ich nepretne. Takéto priamky, ktoré tvoria hranicu medzi 2 oddelenými časťami hyperboly nazývame **asymptoty**.

Príklad 1: graf funkcie $f: y = \frac{2}{x}$; $f: y = \frac{-2}{x}$



FUNKCIA NEPRIAMEJ ÚMERNOSTI

ÚLOHA 1: Zostavte tabuľku nepriamej úmernosti danej rovnicou $y = \frac{4}{x}$, zostrojte graf pre $x \in \{0,5; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ a určte vlastnosti funkcie.

Riešenie:

$$y = \frac{4}{x} = \frac{4}{0,5} = 8$$

$$y = \frac{4}{x} = \frac{4}{3} = 1,\overline{3}$$

$$y = \frac{4}{x} = \frac{4}{6} = 0,\overline{6}$$

$$y = \frac{4}{x} = \frac{4}{1} = 4$$

$$y = \frac{4}{x} = \frac{4}{4} = 1$$

$$y = \frac{4}{x} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y = \frac{4}{x} = \frac{4}{5} = 0,8$$

x	0,5	1	2	3	4	5	6
y	8	4	2	1, $\overline{3}$	1	0,8	0, $\overline{6}$



Vlastnosti funkcie nepriamej úmernosti:

D(f) = H(f) = Nulové body: x =

Extrémy:

Ohraničenosť:

Monotónnosť:

Parita:

Periodicita:

Prostá:

FUNKCIA NEPRIAMEJ ÚMERNOSTI

Ďalšie úlohy:

- Traja maliari vymaľujú budovu za 90 hodín.
 - Koľko hodín by maľovalo tú istú budovu 2,4,5,6 maliarov?
 - Nájdite koeficient k a zapíšte rovnicu závislosti.
 - Vytvorte tabuľku závislosti počtu hodín od počtu maliarov a narysujte graf.
 - Závislosť je rastúca, alebo klesajúca?
- Z daných rovníc vypíš rovnice nepriamej úmernosti a urči ich koeficienty:
 a) $y = 5x$; b) $y = 0,3x$; c) $y = \frac{3}{2x}$; d) $y = \frac{18}{x}$; e) $y = \frac{3}{4}x$; f) $y = \frac{10,8}{x}$;
- Určte, ktorý z bodov
 $A[1,4]; B[-2,4]; C[1,8]; D[2,4]; E[2,-4]; F[-1,8]; G[-1,-8]; H[-2,-4]$ leží na
 grafe nepriamej úmernosti danej rovnicou $y = \frac{8}{x}$.
- Nasledujúci bod leží na grafe nepriamej úmernosti. Nájdite jej rovnicu.
 - $M[4; \frac{3}{4}]$
 - $E[5; 5,2]$
 - $D[0,4; 16]$
- Body $D[2; 6,4]$ a $E[4; y]$ ležia na grafe tej istej nepriamej úmernosti. Určte chýbajúcu súradnicu y .

$$\frac{0,4}{x}$$
- Funkcia $g: y = \frac{0,4}{x}$ Zapíš chýbajúce súradnice bodov (D.ú.)
 - $A; B; C$ patriacich funkcii g $A[-2; y]; B[x; 0,4]; C[x; y]$
 - $D; E; F$ nepatriacich funkcii g $D[4; y]; E[x; -1]; F[x; y]$
- Zisti, ktorý z bodov $A[1,1], B[-3,4], C[2,-6], D[0,0]$, patrí úmernosti danej rovnicou: $y = 1/x, y = -12/x, y = -3x, y = x$ (D.ú.)
- Zostroj tabuľku a graf nepriamej úmernosti. Použi aspoň 6 bodov. (D.ú.)
 - $y = \frac{2}{x}, x \in \mathbb{R}$
 - $y = -\frac{2}{x}, x \in \mathbb{R}$
- Tabuľky určujú funkciu nepriamej úmernosti. Určte koeficienty, zapíšte rovnicu a doplňte tabuľku

a)	x		-20	5		0,1
	y	4	0,5		-2	

b)	x	-3		1,5		0,4
----	---	----	--	-----	--	-----

FUNKCIA NEPRIAMEJ ÚMERNOSTI

y	-2	1		0,2	

10. Zistite, ktoré z tabuliek určuje funkciu PÚ, ktoré NÚ a ktoré neurčuje funkcie. Pri funkciách PÚ a NÚ urč koeficienty

a)

x	2	3	0,25	- 4	0,1
y	1	4	7	2	5

b)

x	-1	-2	5	-40	3,2
y	8	4	-1,6	0,2	-2,5

c)

x	12	3	-6	1,8	-10,5
y	8	2	-4	1,2	-7

d)

x	5	4	0,5	1,5	3
y	6	4,8	0,6	1,8	3,6

11. Narysuj graf úmernosti danej tabuľkou. Urč druh úmernosti.

x	8	2	1	1 / 2
y	1 / 4	1	2	4