

VLASTNOSTI FUNKCIE 2

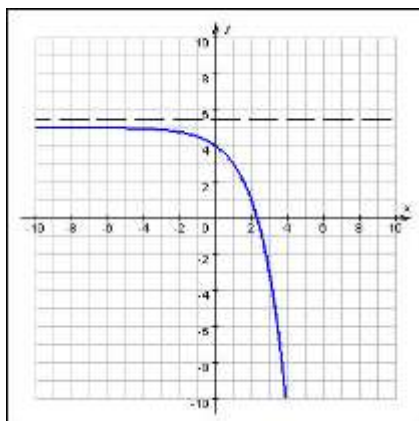
(ohraničenosť, extrém, periodickosť)

OHRANIČENOSŤ FUNKCIE

<https://www.youtube.com/watch?v=s6shlJBGOuk>

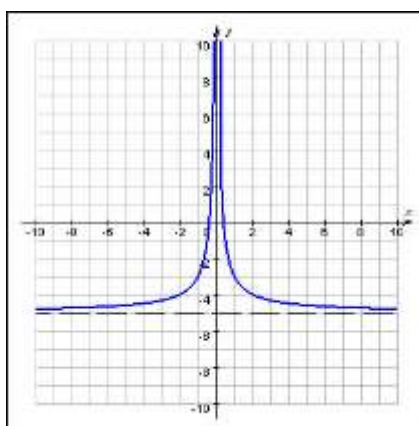
Definícia:

Funkcia je **zhora ohraničená** na $D(f)$, ak existuje reálne číslo h také, že pre všetky $x \in D(f)$ platí : $f(x) \leq h$



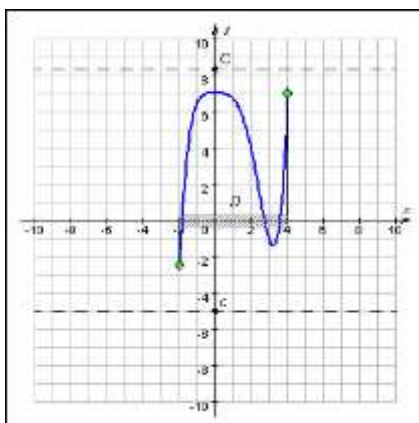
$$h = 6$$

Funkcia je **zdola ohraničená** na $D(f)$, ak existuje reálne číslo d také, že pre všetky $x \in D(f)$ platí : $d \leq f(x)$



$$d = -5$$

Funkcia je **ohraničená** na $D(f)$, ak je ohraničená zhora aj zdola.



$$h = 7$$

$$d = -3$$

Ak nie je ohraničená ani zdola ani zhora, nazýva sa **neohraničená** funkcia.

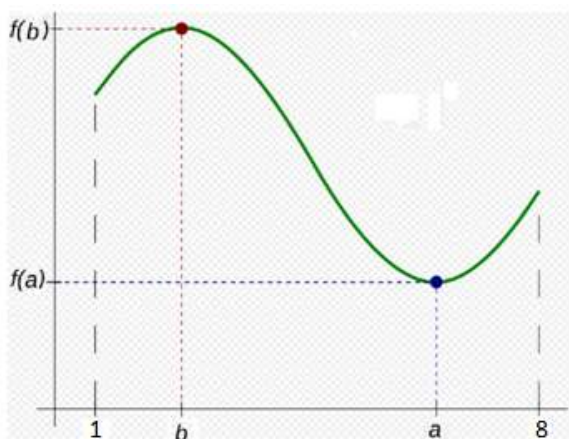
EXTRÉMY FUNKCIÍ

<https://www.youtube.com/watch?v=4pG5wccILIA>

Definícia:

Funkcia má v bode **minimum** na množine M , ak existuje reálne číslo a také, že pre všetky $x \in M$ platí : $f(a) \leq f(x)$. Ak je takýto bod jediný, ide o **ostré minimum**.

Funkcia má v bode **maximum** na množine M , ak existuje reálne číslo b také, že pre všetky $x \in M$ platí : $f(x) \leq f(b)$. Ak je takýto bod jediný, ide o **ostré maximum**.



na množine $M = \langle 1; 8 \rangle$ má funkcia f

minimum v bode a

maximum v bode b

Lokálny extrém (lokálne maximum alebo lokálne minimum) je najväčšia/najmenšia hodnota, ktorú daná funkcia nadobúda na určitej podmnožine jej definičného oboru.

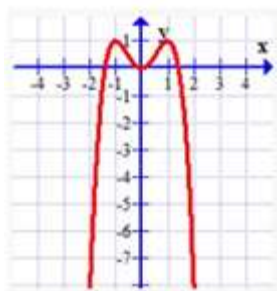
Globálny extrém (globálne maximum alebo globálne minimum) je najväčšia/najmenšia hodnota, ktorú daná funkcia nadobúda na celom jej definičnom obore.

Veľmi pekne vysvetlené vo videu:

<https://www.youtube.com/watch?v=PSqcz2duXoU>

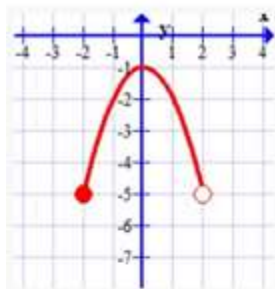
ÚLOHY:

1./ Zistite, či je funkcia zhora ohraničená, či je zdola ohraničená na svojom definičnom obore. Potom rozhodnite, či je daná funkcia ohraničená na svojom definičnom obore.



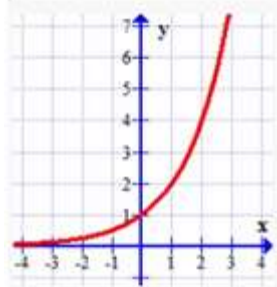
Úloha a)

$d = \text{neex.}$
 zdola ohraničená: NIE
 $h = 1$
 zhora ohraničená: ÁNO
 ohraničená funkcia: NIE



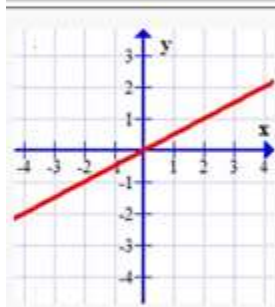
Úloha b)

$d = -5$
 zdola ohraničená: ÁNO
 $h = -1$
 zhora ohraničená: ÁNO
 ohraničená funkcia: ÁNO



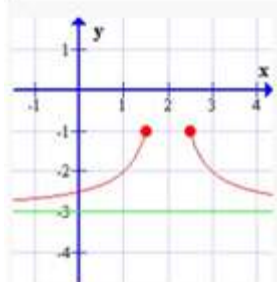
Úloha c)

$d = 0$
 zdola ohraničená: ÁNO
 $h = \text{nemá}$
 zhora ohraničená: NIE
 ohraničená funkcia: NIE



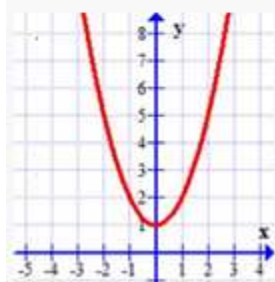
Úloha d)

$d = \text{nemá}$
 zdola ohraničená: NIE
 $h = \text{nemá}$
 zhora ohraničená: NIE
 ohraničená funkcia: NIE



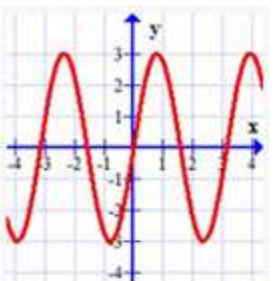
Úloha e)

$d = -3$
 zdola ohraničená: ÁNO
 $h = -1$
 zhora ohraničená: ÁNO
 ohraničená funkcia: ÁNO



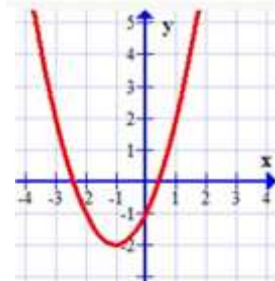
Úloha f)

$d = 1$
 zdola ohraničená: ÁNO
 $h = \text{nemá}$
 zhora ohraničená: NIE
 ohraničená funkcia: NIE



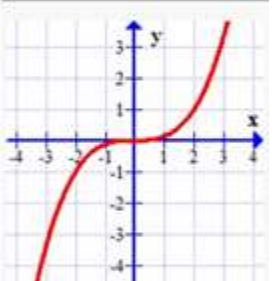
Úloha g)

$d = -3$
 zdola ohraničená: ÁNO
 $h = 3$
 zhora ohraničená: ÁNO
 ohraničená funkcia: ÁNO



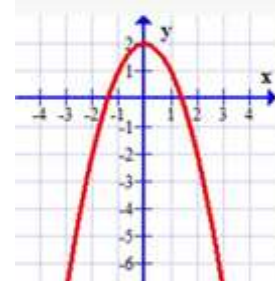
Úloha h)

$d = -2$
 zdola ohraničená: ÁNO
 $h = \text{nemá}$
 zhora ohraničená: NIE
 ohraničená funkcia: NIE



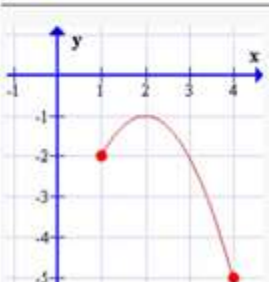
Úloha i)

$d = \text{nemá}$
 zdola ohraničená: NIE
 $h = \text{nemá}$
 zhora ohraničená: NIE
 ohraničená funkcia: NIE



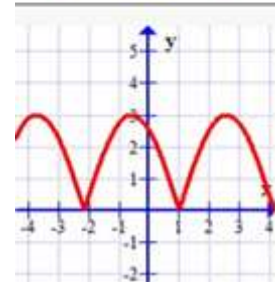
Úloha j)

$d = \text{nemá}$
 zdola ohraničená: NIE
 $h = 2$
 zhora ohraničená: ÁNO
 ohraničená funkcia: NIE



Úloha k)

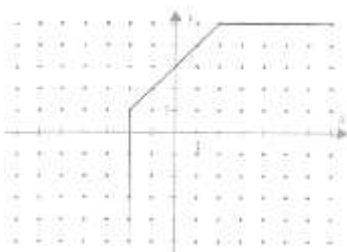
$d =$
 zdola ohraničená:
 $h =$
 zhora ohraničená:
 ohraničená funkcia:



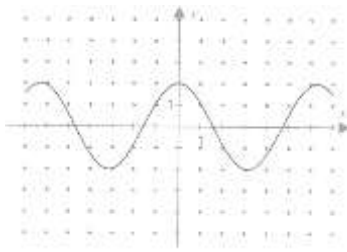
Úloha l)

$d =$
 zdola ohraničená:
 $h =$
 zhora ohraničená:
 ohraničená funkcia:

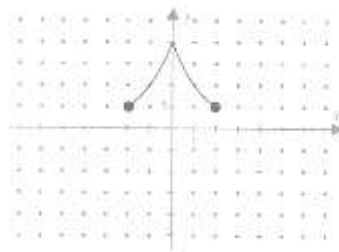
2./ Rozhodnite, ktoré z nasledujúcich funkcií sú periodické. Ak sú, určte ich periódy.



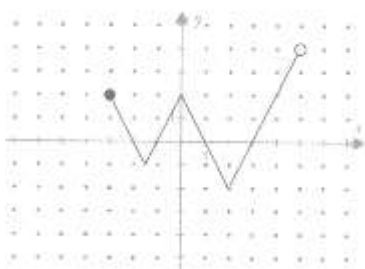
a) NIE JE PERIOD.



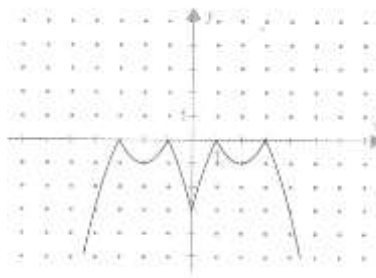
b) je period., $p = 6$



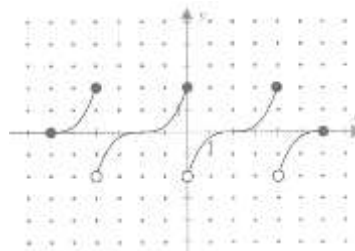
c) nie je period.



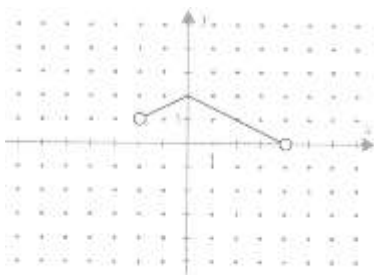
d) nie je period.



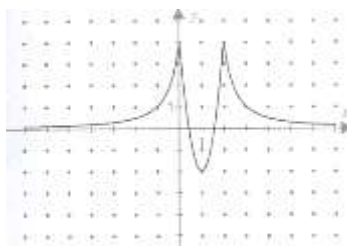
e) nie je period.



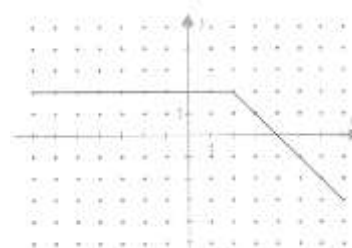
f) je period. (ak by pokrač. vľavo aj vpravo), $p = 4$



g) nie je period.

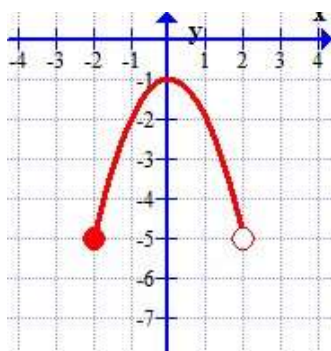


h) nie je period.

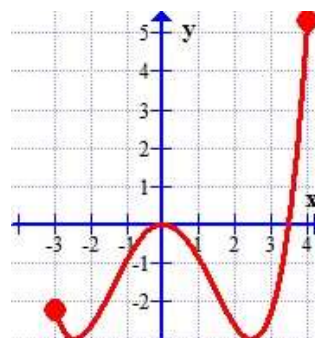


i) nie je period.

3./ Určte extrémny funkcie f:

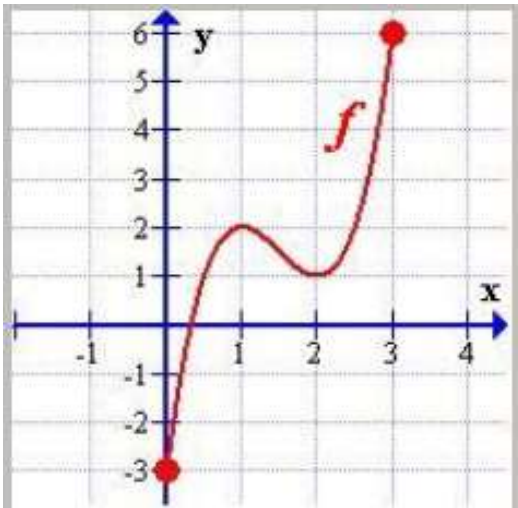


a) min: $x = -2$
max: $x = 0$



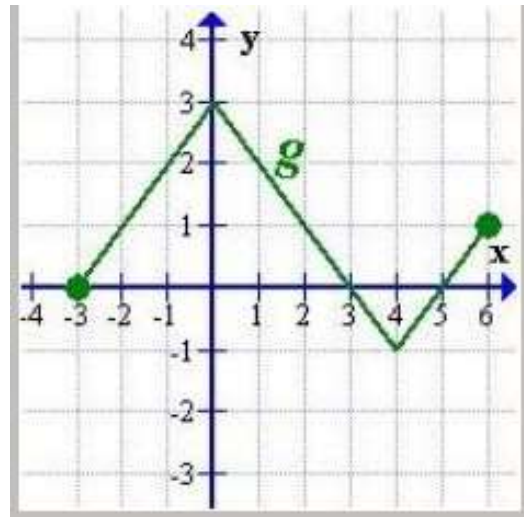
b) min: $x_1 = -2,5$ $x_2 = 2,5$
max: $x = 4$

4./ Na obrázku sú grafy dvoch funkcií: f = červená, g = zelená. Nájdite stanovené extrémny funkcií.



Max. funkcie f na $[0; 3]$ v bode $x = 3$
Min. funkcie f na $[1; 3]$ v bode $x = 2$
Min. funkcie f na $[0; 2]$ v bode $x = 0$
Max. funkcie f na $[1; 2]$ v bode $x = 1$
Min. funkcie f na $[2; 3]$ v bode $x = 2$
Min. funkcie f na $[0; 3]$ v bode $x = 0$

Lokálne maximum f v bode $x = 1$
Lokálne minimum f v bode $x = 2$
Globálne maximum f v bode $x = 3$
Globálne minimum f v bode $x = 0$



Min. funkcie g na $[-3; 6]$ v bode $x = 4$
Max. funkcie g na $[-3; 6]$ v bode $x = 0$
Min. funkcie g na $[5; 6]$ v bode $x = 5$
Max. funkcie g na $[3; 6]$ v bode $x = 6$
Min. funkcie g na $[-3; 0]$ v bode $x = -3$
Min. funkcie g na $[-3; 2]$ v bode $x = -3$

Lokálne maximum g v bode $x = 0$
Lokálne minimum g v bode $x = 4$
Globálne maximum g v bode $x = 0$
Globálne minimum g v bode $x = 4$