Nekonečný geometrický rad a desatinné periodické čísla

Desatinné periodické čísla nevieme sčítať, odčítať, násobiť, či deliť.

Ak ich však vyjadríme v tvare zlomku, všetky tieto, ako aj iné počtové operácie, vieme realizovať.

Ukážme si preto, ako môžeme **použiť nekonečný geometrický rad** na **vyjadrenie periodického čísla** v tvare **zlomku v základnom tvare**.

Príklad 1

Majme periodické číslo $0,\overline{6}$.

Vieme, že je to zápis čísla 0,66666...Toto číslo vieme zapísať aj ako $\frac{6}{10} + \frac{6}{100} + \frac{6}{10000} + \frac{6}{100000} + ...$

Číslo 6 je na mieste desatín, stotín, tisícin, desat'tisícin, stotisícin,

Vznikol nám nekonečný geometrický rad, ktorému vieme určiť súčet.

Pre určenie súčtu potrebujeme určiť kvocient \mathbf{q} a prvý člen \mathbf{a}_1 .

$$\frac{6}{10} + \frac{6}{100} + \frac{6}{1000} + \frac{6}{10000} + \frac{6}{100000} + \dots$$

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$$

Vidíme, že $q = \frac{1}{10}$ a prvý člen radu je $a_1 = \frac{6}{10}$.

Keďže platí $-1 < \frac{1}{10} < 1$, rad je konvergentný a môžeme určiť jeho súčet.

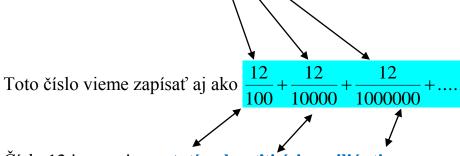
$$s = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{\frac{6}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{9}{10}} = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$$

Potom pre periodické číslo platí $0, \overline{6} = \frac{2}{3}$.

Príklad 2

Majme periodické číslo $0,\overline{12}$.

Vieme, že je to zápis čísla 0,121212.....



Číslo 12 je na mieste stotín, desať tisícin, milióntin,

Vznikol nám nekonečný geometrický rad, ktorému určíme súčet.

Pre určenie súčtu určujeme kvocient \mathbf{q} a prvý člen \mathbf{a}_1 .

$$\frac{12}{100} + \frac{12}{10000} + \frac{12}{10000000} + \dots$$

$$\cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100}$$

Vidíme, že $q = \frac{1}{100}$ a prvý člen radu je $a_1 = \frac{12}{100}$.

Keďže platí $-1 < \frac{1}{100} < 1$, rad je konvergentný a môžeme určiť jeho súčet.

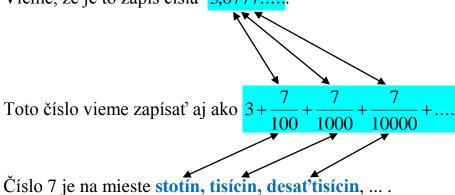
$$s = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{\frac{12}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{\frac{12}{100}}{\frac{99}{100}} = \frac{1200}{9900} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$$

Potom
$$0, \overline{12} = \frac{4}{33}$$
.

Príklad 3

Majme periodické číslo 3,07.

Vieme, že je to zápis čísla 3,0777....



Vznikol nám nekonečný geometrický rad:

$$\frac{7}{100} + \frac{7}{1000} + \frac{7}{10000} + \dots$$

Určíme jeho súčet, teda kvocient \mathbf{q} a prvý člen \mathbf{a}_1 .

Vidíme, že $q = \frac{1}{10}$ a prvý člen radu je $a_1 = \frac{7}{100}$.

Keďže platí $-1 < \frac{1}{10} < 1$, rad je konvergentný a môžeme určiť jeho súčet.

$$s = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{\frac{7}{100}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{\frac{7}{100}}{\frac{9}{10}} = \frac{70}{900} = \frac{7}{90}$$

Potom
$$3.0\overline{7} = 3 + \frac{7}{90} = \frac{270 + 7}{90} = \frac{277}{90}$$

Vedomosti nadobudnuté riešením príkladov si teraz precvič s týmito periodickými číslami:

 $0, \bar{4}$

 $0,0\overline{6} \quad 0,0\overline{9} \qquad 2,0\overline{1} \quad 5,0\overline{8} \qquad 0,\overline{17} \quad 1,0\overline{13}$