



MATURITA 2019

EXTERNÁ ČASŤ

MATEMATIKA

**NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!**

- Test obsahuje **30 úloh**.
- Na vypracovanie testu budete mať **150 minút**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
 - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšete jednotlivé čísllice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačenú polohu desatinnej čiarky.
 - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, prehľad vzťahov na poslednom liste tohto testu a kalkulačku, ktorá nie je súčasťou mobilného telefónu, nedokáže vykresľovať grafy, zjednodušovať algebrické výrazy obsahujúce premenné a počítateľ korene rovníc. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- **Počítajte presne, bez zaokrúhľovania. Ak je to potrebné, zaokrúhlite iba konečný výsledok podľa pokynov uvedených na zadnej strane testu.**
- **Pracujte s hodnotou π , ktorú ponúka kalkulačka.**
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu.**

Želáme vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

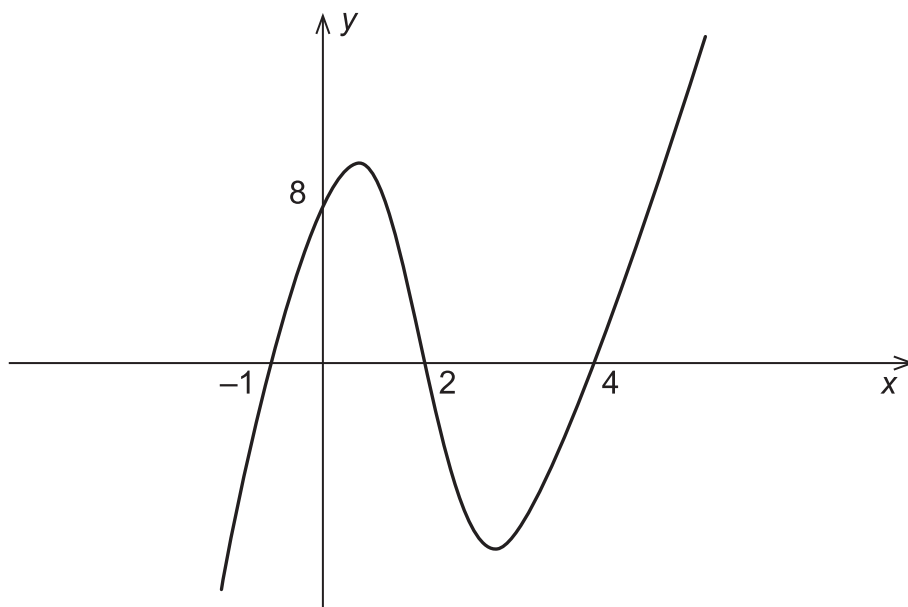
Vyriešte úlohy **01** až **20** a do odpovedového hárka zapíšte vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

- 01** Daný je pravidelný šesťuholník $ABCDEF$. Bod A má súradnice $[1; 3]$ a bod D má súradnice $[4; 7]$. Vypočítajte súčet súradníc stredu jeho opísanej kružnice.

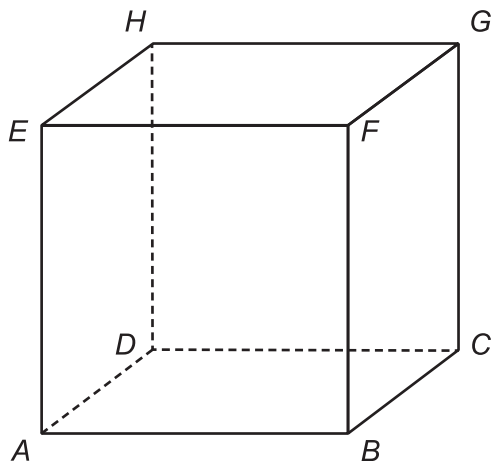
- 02** Ján a Alica majú dnes narodeniny. Ján má o 5 rokov menej ako je dvojnásobok veku Alice. Pred desiatimi rokmi mali spolu 65 rokov. Koľko rokov má Ján dnes?

- 03** Na obrázku je časť grafu funkcie $f(x) = (x + c) \cdot (x - 2) \cdot (x + 1)$. Určte hodnotu c .



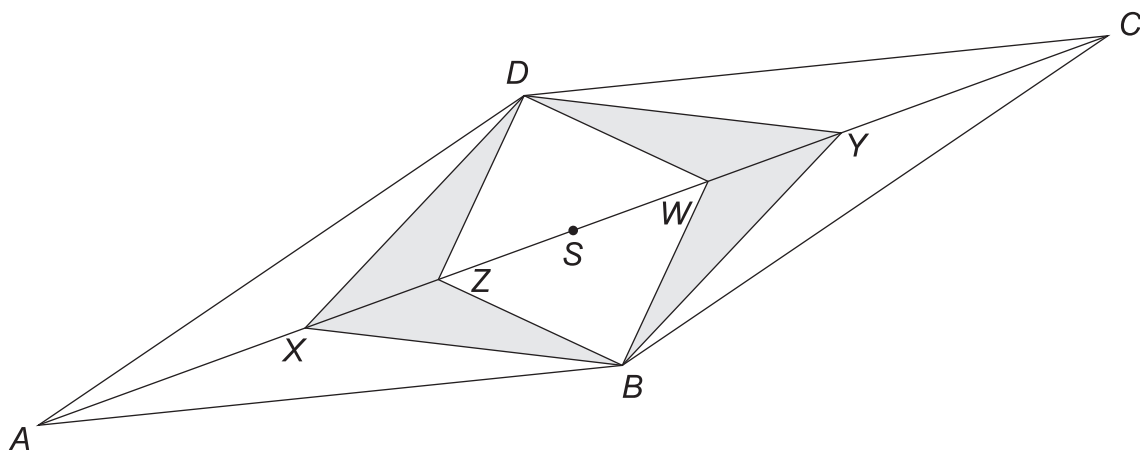
- 04** Vyriešte rovnicu $\frac{1 - \frac{x}{2}}{3} - \frac{2 - \frac{x}{4}}{4} + 1 = 0$.

- 05** Daná je kocka $ABCDEFGH$ s dĺžkou hrany 4 cm a bod X , ktorý je stredom úsečky AB . Rozrezaním kocky rovinou EHX vzniknú dve telesá. Vypočítajte objem väčšieho z nich. Výsledok uveďte v centimetroch kubických.



- 06** Peter každý deň trénuje na polmaratón. Prvý deň prebehol 1000 m a každý ďalší deň zvyšoval dĺžku tréningu o 250 m. V určitý deň Peter zabehol na tréningu 21 km. V ten deň si spočítal celkovú dráhu, ktorú zabehol od začiatku trénovania. Koľko kilometrov Peter spolu zabehol?

- 07** Na obrázku je rovnobežník $ABCD$, body S, X, Y, Z, W sú postupne stredy úsečiek AC, AS, SC, XS a SY . Koľko percent obsahu rovnobežníka $ABCD$ tvorí vyfarbená časť?

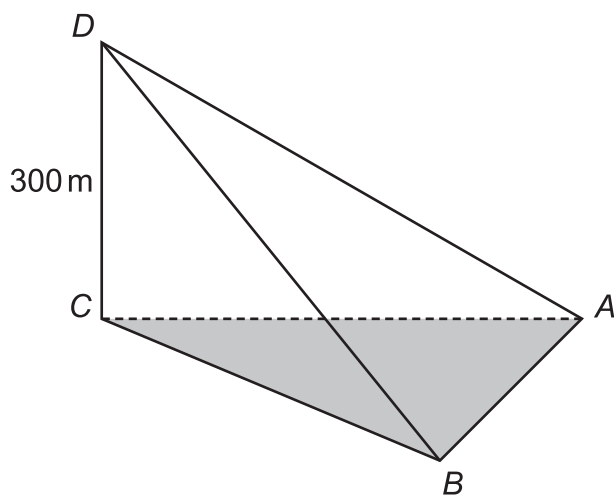


- 08** Daná je funkcia $f(x) = 2^x - 2$. Koľko spoločných bodov má graf funkcie $f(x)$ a funkcie k nej inverznej?

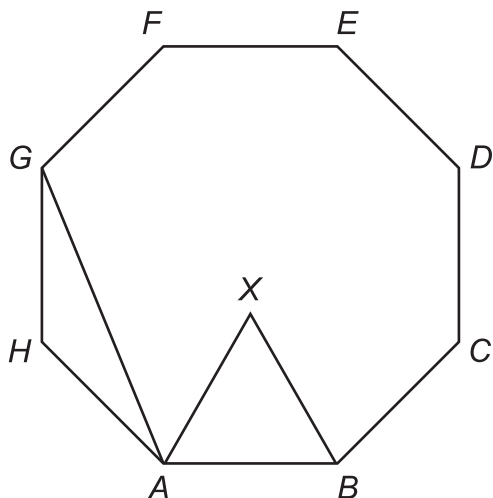
- 09** V meteorologickej stanici v Liptovskom Mikuláši namerali za posledných 24 hodín celkový úhrn zrážok 1,5 litra vody na meter štvorcový. Ako vysoko siaha voda v meracej nádobe tvaru valca, ktorého podstava má obsah 1 m^2 ? Výsledok uveďte v milimetroch.

- 10** Na výpočet obsahu kruhu s polomerom 20 cm sme použili približnú hodnotu $\pi \doteq \frac{22}{7}$ a dostali sme výsledok $S = \frac{22}{7} \cdot 400 \text{ cm}^2$. Vieme, že presná hodnota čísla π leží medzi číslami $\frac{22}{7} - 0,003$ a $\frac{22}{7} + 0,003$. Presný obsah preto leží medzi číslami $\left(\frac{22}{7} - 0,003\right) \cdot 20^2 \text{ cm}^2$ a $\left(\frac{22}{7} + 0,003\right) \cdot 20^2 \text{ cm}^2$, t. j. leží v intervale $\langle S - k; S + k \rangle$. Vypočítajte v cm^2 hodnotu k .

- 11** Lietajúci dron zameriaval územie pre architekta. Vzlietol kolmo z bodu C do bodu D . Bol vo výške 300 m nad rovinou ABC . Dron z bodu D zameral uhol $|\angle BDC| = 43^\circ$. Vypočítajte v metroch vzdialenosť bodov C a B .

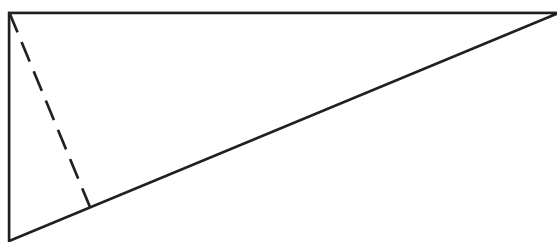


- 12** Na obrázku je pravidelný osemuholník $ABCDEFGH$ a rovnostranný trojuholník ABX . Zistite v stupňoch veľkosť uhla GAX .



- 13** Koľko riešení má rovnica $|(x - 1)(x - 3)| = 1$?

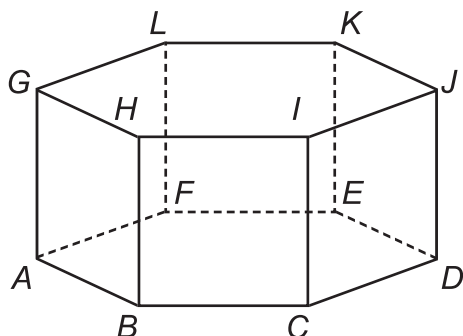
- 14** Starému otcovi ostal v záhrade voľný priestor v tvare pravouhlého trojuholníka s odvesnami dlhými 5 metrov a 12 metrov. Rozhodol sa ho rozdeliť na dve časti a to výškou na preponu. Na menšej časti vytvorí skalku, na väčšiu zaseje trávku. Koľko metrov štvorcových má väčšia časť?



- 15** Na jednej malej škole na Morave pracuje spolu 10 učiteľov. Mesačný plat každého z nich je 21 500 CZK alebo 21 800 CZK alebo 22 500 CZK podľa ich vzdelania a veku. Priemerný mesačný plat učiteľa tejto školy je 21 850 CZK. Koľko učiteľov tejto školy zarobí mesačne 22 500 CZK?

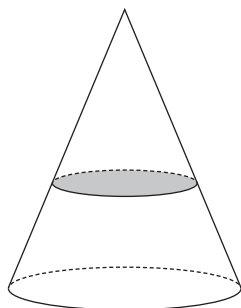
(Poznámka: CZK je označenie Českej koruny.)

- 16** Daný je pravidelný šesťboký hranol $ABCDEF GHIJKL$, ktorý má všetky hrany rovnakej dĺžky. Zistite v stupňoch veľkosť uhla, ktorý zvierajú úsečky BK a CL .



- 17** Jakub dostal za úlohu nájsť všetky prirodzené čísla n , pre ktoré je aj zlomok $\frac{364}{2n-1}$ prirodzeným číslom. Koľko je takýchto prirodzených čísel n ?

- 18** Daný je kužeľ s polomerom podstavy 10 cm a výškou 12 cm. V akej výške nad podstavou ho máme rozdeliť rezom rovnobežným s podstavou, aby objemy oboch vzniknutých telies boli rovnaké? Výsledok uveďte v centimetroch.



- 19** V internetovom článku sme sa dočítali, že na Slovensku sa podľa dlhodobých štatistík rodí 94 chlapcov na 100 dievčat. Predpokladajme, že tieto údaje sú správne. Určte v percentách pravdepodobnosť, že v náhodne vybratej slovenskej rodine s tromi deťmi sú práve dvaja chlapci.

- 20** Daná je kružnica k : $x^2 + y^2 = 9$ a priamka p : $y = 2x + 7$. Na kružnici k leží bod A a na priamke p bod B . Nájdite polohu bodov A a B tak, aby bola úsečka AB najkratšia možná. Zistite dĺžku tejto úsečky.

Časť II

V každej z úloh **21** až **30** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**. Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka.

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 Ktorý z bodov je vrcholom paraboly $y = 2x^2 - 6x + 1$?

(A) $[0; 1]$

(B) $\left[\frac{3}{2}; \frac{13}{4}\right]$

(C) $\left[\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right]$

(D) $\left[\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}\right]$

(E) $[2; -3]$

22 Koľko existuje všetkých permutácií vytvorených zo všetkých písmen slova MATEMATIKA, ak písmeno T bude aj na začiatku, aj na konci permutácie?

(Napríklad: TAMEMAIKAT)

(A) $\frac{8!}{2!3!}$

(B) $\frac{8!}{2!2!3!}$

(C) $\frac{10}{2!2!3!}$

(D) $\frac{10}{2!3!}$

(E) $\frac{8!}{5!}$

23 Funkcia $f(x) = 5\sin\left(6x + \frac{\pi}{4}\right) + 2$ je periodická. Jej perióda je:

- (A) $\frac{\pi}{2}$
- (B) $\frac{\pi}{3}$
- (C) $\frac{\pi}{4}$
- (D) $\frac{\pi}{5}$
- (E) $\frac{\pi}{6}$

24 Dané sú výroky K, L, M, N.

K: Existuje párne prvočíslo.

L: Ak je prirodzené číslo deliteľné číslami 2 a 4, tak je deliteľné aj číslom 8.

M: Pre všetky reálne čísla $x < 1$ platí, že $x^2 < 1$.

N: Ak je ciferný súčet daného čísla 9, tak je toto číslo deliteľné číslom 9.

Z výrokov K, L, M, N sú pravdivé práve dva. Ktoré sú to?

- (A) K, L
- (B) K, M
- (C) K, N
- (D) L, N
- (E) M, N

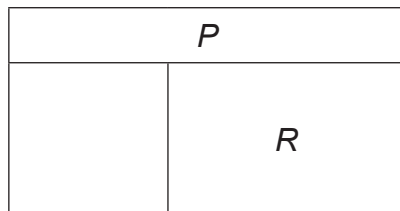
25 Dané sú dve funkcie $f(x) = \frac{4}{x-2}$ a $g(x) = x + 1$. Nájdite množinu všetkých riešení nerovnice $f(x) \geq g(x)$.

- (A) $(-2; 3)$
- (B) $\langle -2; 3 \rangle$
- (C) $[-2; 3]$
- (D) $(-\infty; -2) \cup (2; 3)$
- (E) $(-\infty; -2) \cup \langle 3; \infty \rangle$

- 26** Vypočítajte súčet všetkých párných celých čísel deliteľných 13, ktoré sú väčšie ako 400 a zároveň menšie ako 600.

(A) 3 549
(B) 3 952
(C) 4 056
(D) 7 176
(E) 8 008

- 27** Obdĺžnik s obvodom 60 cm je rozdelený na dva obdĺžniky P a R a štvorec tak, ako to vidíme na obrázku. Obvod obdĺžnika P je 44 cm a obvod obdĺžnika R je 40 cm. Vypočítajte obsah štvorca v centimetroch štvorcových.



(A) 100 cm^2
(B) 64 cm^2
(C) 32 cm^2
(D) 16 cm^2
(E) 8 cm^2

- 28** Na začiatku každého zo štyroch rokov vložíme na sporiaci účet sumu 500€. Banka nám na konci každého roka pripíše úroky. Po celý čas sporenia je úroková miera banky 4,5 % ročne. Vypočítajte, ktorá suma bude na účte po pripísaní úrokov na konci štvrtého roka, ak neplatíme žiadne ďalšie poplatky ani dane.

(A) 590€
(B) 596,26€
(C) 1 639,10€
(D) 2 225€
(E) 2 235,35€

- 29** Koľko existuje päťciferných čísel utvorených iba z číslíc 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 tak, aby číslica na začiatku čísla bola párna a číslica na konci čísla bola nepárna. Čísllice vo vytvorenom čísle sa nemôžu opakovať.

(A) 60
(B) 360
(C) 2520
(D) 1260
(E) 720

- 30** Daná je funkcia $f(x) = \frac{1}{\cos(2x)}$. Určte jej definičný obor.

(A) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{(2k+1)\pi}{4} \right\}, k \in \mathbb{Z}$

(B) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{(2k+1)\pi}{2} \right\}, k \in \mathbb{Z}$

(C) $\mathbb{R} - \{(2k+1)\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

(D) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\}, k \in \mathbb{Z}$

(E) $\mathbb{R} - \{k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

KONIEC TESTU

PREHLAD VZŤAHOV

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 & \operatorname{tg} x &= \frac{\sin x}{\cos x} \\ \sin 2x &= 2 \cdot \sin x \cdot \cos x & \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \cos x & \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \sin x \end{aligned}$$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x \quad \log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ $s_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!$ $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ $C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! k!}$

$$P' = (n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad V' = (k, n) = n^k \quad C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analytická geometria: Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u}, t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky $p: ax + by + c = 0$: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Pokyny na vyplňovanie odpoved'ového hárka

Odpoved'ové hárky budú skenované, nesmú sa kopírovať, krčiť ani prehýbať.

Dodržite nasledujúce pokyny, aby skener vedel prečítať vaše odpovede.

- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Výsledok úlohy s krátkou odpoveďou vyjadrite pomocou celého čísla alebo desatinného čísla. Ak je výsledok celé číslo alebo desatinné číslo s najviac dvoma desatinnými miestami, zapíšte ho **presný**. Ak je výsledok desatinné číslo s viac ako dvoma desatinnými miestami, zapíšte ho **zaokrúhlený na dve desatinné miesta**.
- Jednotlivé číslice výsledku zapíšte do príslušných políček. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu alebo znamienko „–“ (mínus).
- Pri zápise rešpektujte predtlačenú polohu desatinnej čiarky. Znamienko „–“ (mínus) napíšte do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- Ak je váš výsledok celé číslo, nevypĺňajte políčka za desatinnou čiarkou.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty,...) nezapisujte.

Napríklad:

výsledok 4 633 zapíšte:

4 6 3 3 ,

výsledok 81,424 61 m zapíšte:

□ □ □ □ □ □ 8 1 , 4 2 □ □

výsledok (pomer) $1 : 8 = 0,125$ zapíšte:

0, 13

výsledok (zlomok) $\frac{5}{3} = 1,\bar{6}$ zapíšte:

1 ,

- V prípade chybného zápisu výsledku nepožadujte nový odpoveďový hárok. Políčko s chybným údajom úplne zaplníte a správny údaj napíšete pred alebo za zaplnené políčko.

- **Správne** zapísaný výsledok – 3,1:

- 3, 1

- **Nesprávne** zapísaný výsledok – 3,1:

- , 3 , 1

- Oprava predchádzajúceho zápisu:

□ □ □ □ □ - 3 □ , □ □ □ 1

- 3 , 1

- Odpoveď na úlohu s výberom odpovede zaznačte krížikom **X** do príslušného políčka.

- **Správne** zaznačenie odpovede (C):

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- **Nesprávne** zaznačenie odpovede (C):

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

A B C D E

☐ ☐ ☒ ☐ ☐


- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko s nesprávnym krížikom a urobte nový krížik:

A B C D E

☒ ☐ ☒ ☐ ☐

- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku:

A B C D E



Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!