GONIOMETRIA – pokračovanie, úprava výrazov, rovnice

1. Bez určenia argumentu x, určte hodnoty ostatných goniometrických funkcií v bode x, ak platí

   a) $\cos x = 0{,}8 \wedge x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ b) $\sin x = -\frac{5}{13} \wedge x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ *c) $tg\, x = \frac{15}{8} \wedge x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

2. Určte hodnotu výrazu $\sin x . \cos x$, ak viete, že platí $\sin x + \cos x = 0{,}5$.

3. Zjednodušte výrazy, určte podmienky

   a) $1 + tg^2 x =$ b) $\sin^4 x - \cos^4 x + \cos^2 x =$ c) $\frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\cos x - \sin x} =$

4. Bez určenia argumentu x, určte hodnoty $\cos 2x$, $\sin 2x$, ak platí

   a) $\cos x = 0{,}6 \wedge x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ b) $\sin x = -0{,}2 \wedge x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

5. Zjednodušte výrazy, určte podmienky (vzorce pre dvojnásobný argument)

   a) $\frac{\cos^2 x - \cos 2x}{\sin 2x} =$ b) $\frac{1 + \cos 2x}{\sin 2x} =$ c) $\frac{1 + \cos 2x}{(\sin x + \cos x)^2} =$ d) $\cos 2x + \sin 2x \cdot \mathrm{tg}\, x =$

6. Riešte v R

   a) $\sin 4x = 0{,}5$ b) $2\cos\left(5x - \frac{5\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}$ c) $\cos(2x - \pi) = 0{,}5$

   d) $\frac{1}{4}\sin\left(\frac{x - \pi}{2}\right) = 1$ e) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 - \cos\frac{\pi}{3}$ f) $\mathrm{tg}\left(\frac{4x - \pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

7. Riešte v R

   a) $2\sin^2 x + \sin x = 0$ b) $1 - \cos x = \sin^2 x$ c) $2\cos^2 x = \sqrt{3}\cos x$

   d) $\mathrm{tg}\, x = 2\sin x$ e) $4\cos^3 x = \cos x$ f) $\sin x + \sin(2x) = 0$

   g) $\sin 2x = (\cos x - \sin x)^2$ h) $\sin^2 x . \cos^2 x = 0{,}125$ i) $\cos 2x + \sin x \cos x = 1$

8. Riešte v R (úlohy vedúce na riešenie kvadratických rovníc)

   a) $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$ b) $\cos^2 x - 3 = 3\sin x$ c) $2\sin^2 x + 3\sqrt{2}\cos x = 4$

9. Riešte v R

   a) $\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $tg\, x < -\sqrt{3}$ c) $\cos\frac{x}{2} > 0$

10. Dokážte

   a) $\sin(\pi + x) + \sin(x - \pi) = -2\sin x$ b) $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$ c) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

Výsledky

2a $\sin x = 0{,}6;\ \ tg\ x = \frac{3}{4};\ \ \cot g\ x = \frac{4}{3}$

2b $\cos x = -\frac{12}{13};\ \ tg\ x = \frac{5}{12};\ \ \cot g\ x = \frac{12}{5}$

2c $\sin x = \frac{15}{17};\ \ \cos x = \frac{8}{17};\ \ \cot g\ x = \frac{8}{15}$

3 $\sin x . \cos x = -0{,}375$

4a $\sin 2x = \pm \frac{24}{25};\ \ \cos 2x = \frac{7}{25};$

4b $\sin 2x = \pm \frac{4\sqrt{6}}{25};\ \ \cos 2x = \frac{23}{25};$

5a $\frac{1}{2} tgx;\ \ \text{podm.}\ \ x \neq \frac{k\pi}{2}$

5b $\cot g\ x;\ \ \text{podm.}\ \ x \neq \frac{k\pi}{2}$

5c $\frac{2\cos^2 x}{1 + \sin 2x};\ \ \text{podm.}\ \ x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi$

5d $1;\ \ \text{podm.}\ \ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

6a $\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2};\ \ \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$

6b $\frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{5};\ \ \frac{2k\pi}{5}$

6c $\frac{\pi}{3} + k\pi;\ \ \frac{2\pi}{3} + k\pi$

6e $\frac{7\pi}{24} + k\pi;\ \ \frac{23\pi}{24} + k\pi$

6d $x \in \{\ \}$

6f opravené zadanie $\text{tg}\left(\frac{4x - \pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ vysl. $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2};$

7a $k\pi;\ \ \frac{7\pi}{6} + 2k\pi;\ \ \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$

7b $2k\pi;\ \ \frac{\pi}{2} + k\pi;$

7c $\frac{\pi}{2} + k\pi;\ \ \frac{\pi}{6} + 2k\pi;\ \ \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$

7d $k\pi;\ \ \frac{\pi}{3} + 2k\pi;\ \ \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$

7e $\frac{\pi}{2} + k\pi;\ \ \frac{5\pi}{3} + 2k\pi;\ \ \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

7f $k\pi;\ \ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi;\ \ \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

7g $\frac{\pi}{12} + k\pi;\ \ \frac{5\pi}{12} + k\pi$

7h $\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}$

7i $k\pi;\ \ \text{arctg}\left(\frac{1}{2}\right) + k\pi$

8a $\frac{2\pi}{3} + 2k\pi;\ \ \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

8b $\frac{3\pi}{2} + 2k\pi$

8c $\frac{\pi}{4} + 2k\pi;\ \ \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$

9a $\bigcup_{k \in Z} \left(\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \right)$

9b $\bigcup_{k \in Z} \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; -\frac{\pi}{3} + k\pi \right)$

9c $\bigcup_{k \in Z} \left(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right)$