# ROVNICE

## Kvadratické rovnice

# ÚPLNÁ KVADRATICKÁ ROVNICA

- **Kvadratickou rovnicou (KVARO)** s neznámou x nazývame každú rovnicu tvaru $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$, kde a, b, c sú reálne čísla a x je premenná, pričom $\boldsymbol{a \neq 0}$.
- $\boldsymbol{ax^2}$ – **kvadratický člen,**
- $\boldsymbol{bx}$ – **lineárny člen,**
- $\boldsymbol{c}$ – **absolútny člen kvadratickej rovnice.**


$$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$$

$$a, b, c \in R;\ a \neq 0$$

**ÚPLNÁ KVADRATICKÁ ROVNICA**

# NEÚPLNÁ KVADRATICKÁ ROVNICA

**TYP A)**

Ak $b = 0$, tak rovnica má tvar

$$\boxed{ax^2 + c = 0}$$

a nazýva sa rýdzo kvadratická rovnica (kvaro bez lineárneho člena);



**TYP B)**

Ak $c = 0$, tak rovnica má tvar

$$\boxed{ax^2 + bx = 0}$$

a nazýva sa kvadratická rovnica bez absolútneho člena.

# Ako riešiť kvadratickú rovnicu?

## ➢ neúplná kvadratická rovnica

- vynímanie pred zátvorku
- rozklad podľa vzorcov (napr. $\boldsymbol{a^2 - b^2 = (a+b).(a-b)}$)

## ➢ úplná kvadratická rovnica

- použitie vzorca na riešenie kvadratickej rovnice

# Riešenie KVARO bez lineárneho člena

- Upravíme na súčinový tvar:

PR.1: $x^2 - 5 = 0$

$$\left(x-\sqrt{5}\right)\left(x+\sqrt{5}\right) = 0$$

$$x = \sqrt{5} \lor x = -\sqrt{5}$$

$$\underline{K = \left\{\pm\sqrt{5}\right\}}$$

Postup:

- výraz rozložíme na súčin pomocou vzorca $a^2 - b^2 = (a-b).(a+b)$, prípadne aj vynímaním
- dostaneme rovnicu v súčinovom tvare (predchádzajúce učivo)
- súčin sa rovná nule, ak sa aspoň jeden z činiteľov rovná nule

PR.2: $-5x^2 + 5 = 0$

$$-5(x^2 - 1) = 0$$

$$-5(x-1)(x+1) = 0$$

$$x = 1 \lor x = -1$$

$$\underline{K = \{\pm 1\}}$$

Poznámka:

- ak úpravou dostaneme výraz $a^2 + b^2$, ten sa nedá rozložiť => kvadratická rovnica nemá riešenie

$$K = \{\ \ \}$$

- súčet dvoch kladných čísel (druhá mocnina je vždy kladná) nikdy nebude nula

# Riešenie KVARO bez absolútneho člena

- Upravíme na súčinový tvar:

**PR3:** $x^2 - 2x = 0$

$$x(x-2) = 0$$

$$x = 0 \vee x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

$$\underline{K = \{0; 2\}}$$

**PR4 :** $-4x^2 + 6x = 0$

$$-2x(2x-3) = 0$$

$$-2x = 0 \vee 2x - 3 = 0$$

$$x = 0 \vee 2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\underline{K = \left\{0; \frac{3}{2}\right\}}$$

Postup:

- vyberieme x pred zátvorku
- dostaneme rovnicu v súčinovom tvare (predchádzajúce učivo)
- súčin sa rovná nule, ak sa aspoň jeden z činiteľov rovná nule

# Riešenie úplnej KVARO - vzorec

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- o tom, či daná rovnica má alebo nemá riešenie, resp. aké sú hodnoty koreňov danej kvadratickej rovnice rozhoduje

**DISKRIMINANT** $D = b^2 - 4ac$

**TRI PRÍPADY:**

- ak **D > 0**, tak KVARO má 2 reálne korene
- ak **D = 0**, tak KVARO má 1 reálny koreň
- ak **D < 0**, tak KVARO nemá riešenie v obore reálnych čísel

V prípade, že je $\mathbf{D \geq 0}$, pokračujeme **VZORCOM PRE KORENE KVARO:**

$$\boxed{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

# Úplná KVARO - príklad

$\boldsymbol{PR.5}$: $5x^2 - 2x - 3 = 0$

Postup:

- určíme koeficienty a, b, c
- vypočítame podľa vzorca diskriminant, $\boldsymbol{D = b^2 - 4ac}$
- vypočítame korene $x_1, x_2$, $\boldsymbol{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}}$

$a = 5 \qquad D = (-2)^2 - 4.5.(-3)$

$b = -2 \qquad D = 4 + 60$

$c = -3 \qquad D = 64 \geq 0$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2.5} = \frac{2 \pm 8}{10}$$

$$x_1 = \frac{2+8}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

$$x_2 = \frac{2-8}{10} = \frac{-6}{10} = -\frac{3}{5}$$

$$\boldsymbol{K = \left\{-\frac{3}{5}; 1\right\}}$$