

LINEÁRNA FUNKCIA, JEJ VLASTNOSTI A GRAF

Lineárna funkcia je každá funkcia v množine reálnych čísel, ktorá sa dá upraviť na tvar $y = a \cdot x + b$, kde a a b sú ľubovoľné **reálne čísla**. **Grafom** lineárnej funkcie je **priamka** alebo jej **časti** v závislosti od hodnôt premennej x .

x – nezávislá premenná,

y – závislá premenná.

Lineárnu funkciu $y = a \cdot x + b$, kde $a = 0$ nazývame **konštantná funkcia**. Jej graf je vždy priamka rovnobežná s osou x , ktorá prechádza bodom $[0, q]$.

Ak v predpise lineárnej funkcie $y = a \cdot x + b$ je $b = 0$, potom $y = ax$. V tomto prípade hovoríme o tzv. **priamej úmernosti**, ktorej grafom je priamka, ktorá vždy prechádza začiatkom súradnicového systému, teda bodom $[0; 0]$.

Vlastnosti lineárnej funkcie:

- a) $D(f) = \mathbb{R}$
- b) $H(f) = \mathbb{R}$
- c) Lineárna funkcia $y = a \cdot x + b$ je **rastúca**, ak $a > 0$
- d) Lineárna funkcia $y = a \cdot x + b$ je **klesajúca**, ak $a < 0$
- e) Nie je ohraničená ani zdola, ani zhora.
- f) Nemá extrém.
- g) Je prostá.
- h) Nie je periodická

Príklady:

1. Zostrojte graf lineárnej funkcie $f: y = 2 \cdot x + 1$ a určte či je daná funkcia klesajúca alebo rastúca.

Riešenie:

Za x -ovú premennú si zvolíme ľubovoľné čísla. Napr. -1, 0, 1. Následne ich dosadíme do rovnice lineárnej funkcie a vypočítame y -ovú premennú

x	-1	0	1
y	-1	1	3

$$x = -1$$

$$y = 2 \cdot (-1) + 1$$

$$y = -2 + 1 = -1$$

$$x = 0$$

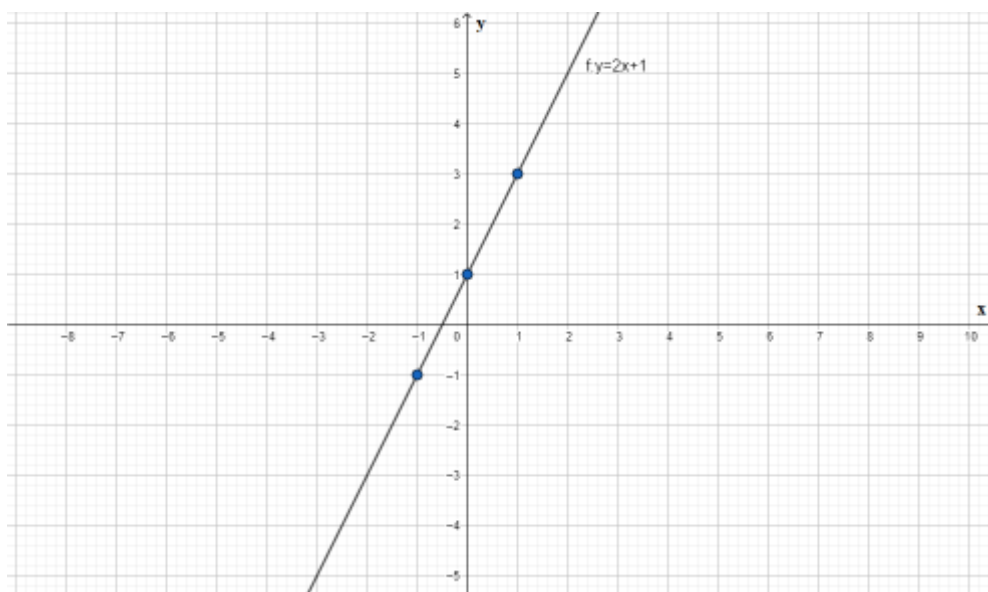
$$y = 2 \cdot 0 + 1$$

$$y = 0 + 1 = 1$$

$$x = 1$$

$$y = 2 \cdot 1 + 1$$

$$y = 2 + 1 = 3$$



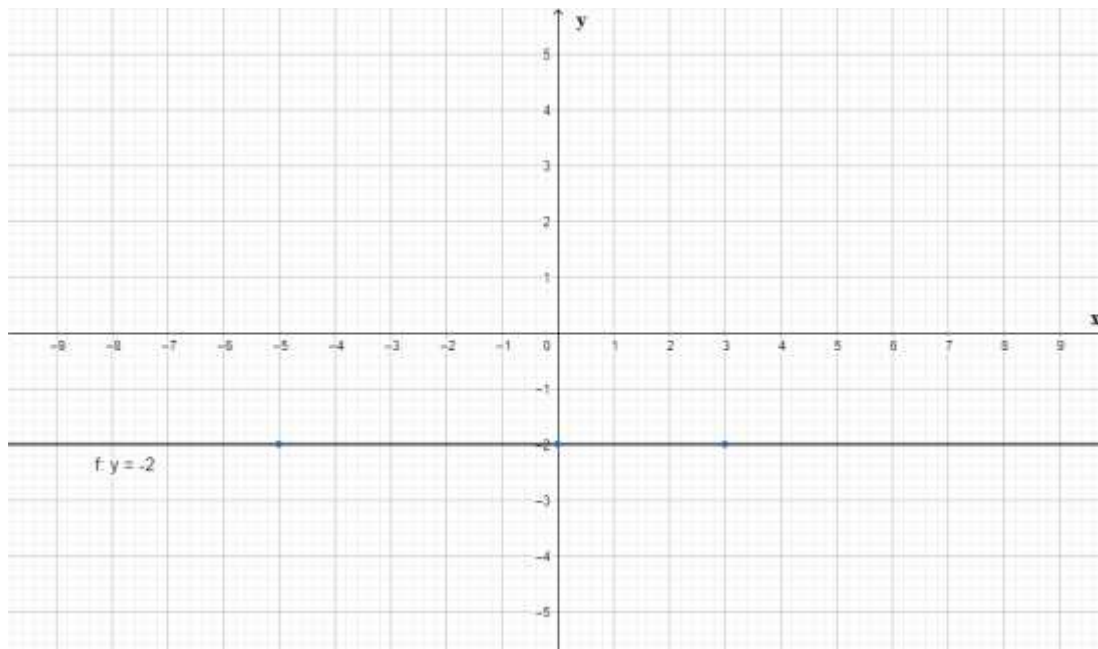
Funkcia je rastúca

LINEÁRNA FUNKCIA, JEJ VLASTNOSTI A GRAF

2. Zostrojte graf lineárnej funkcie $f: y = -2$

Riešenie:

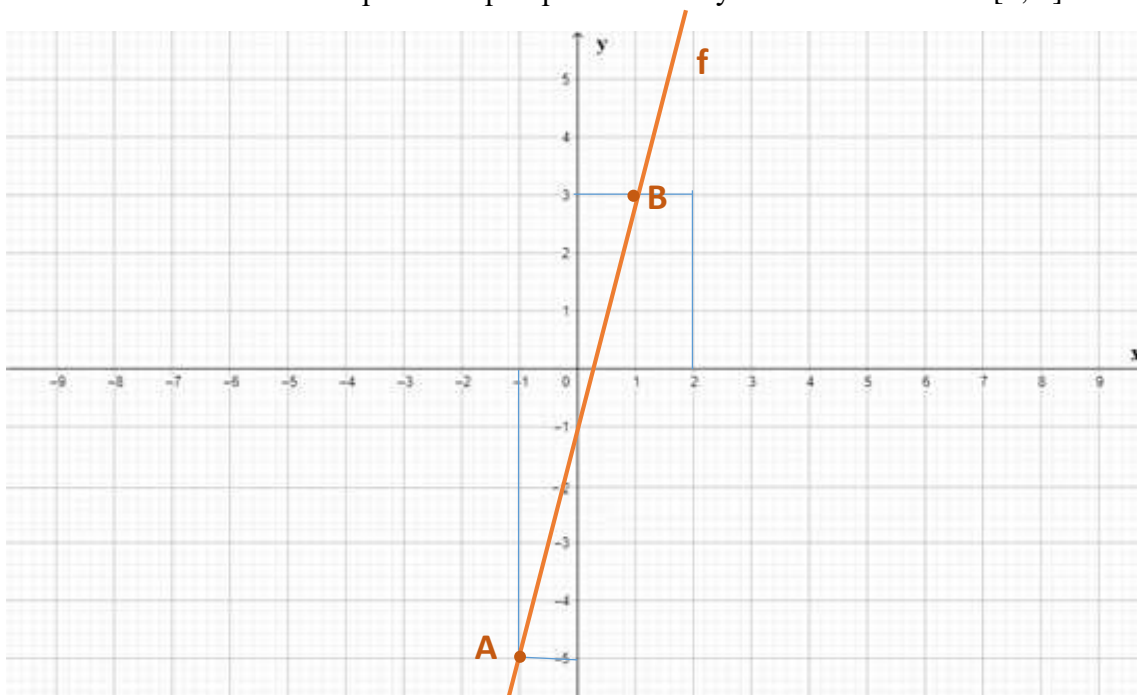
Ako vidíme zo zadania, jedná sa o konštantnú funkciu, kde grafom je priamka rovnobežná s osou x a prechádzajúca bodom $[0, -2]$



4. Zostrojte grafy nasledujúcich lineárnych funkcií a určte, či ide o rastúce alebo klesajúce funkcie:

a) $f: y = 4x - 1$

- Zvolím si $x = -1$ a doplním do predpisu funkcie $y = 4 \cdot (-1) - 1 = -5 \Rightarrow A[-1; -5]$
- Zvolím si $x = 1$ a doplním do predpisu funkcie $y = 4 \cdot 1 - 1 = 3 \Rightarrow B[1; 3]$

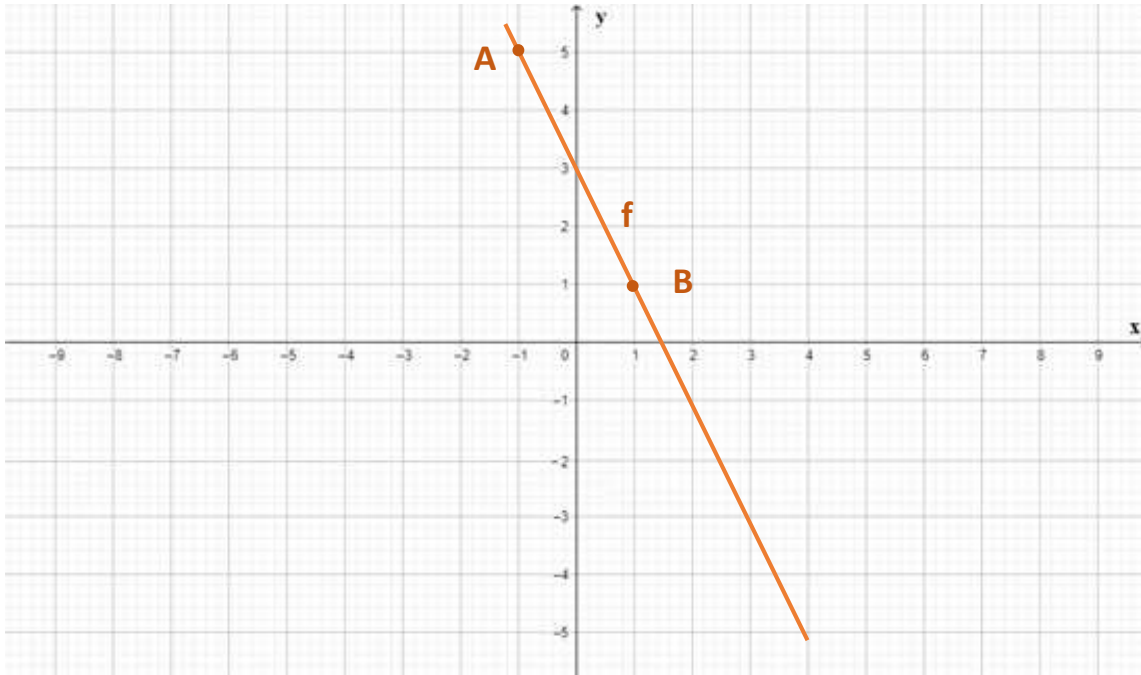


f je rastúca

LINEÁRNA FUNKCIA, JEJ VLASTNOSTI A GRAF

b) $f: y = -2x + 3$

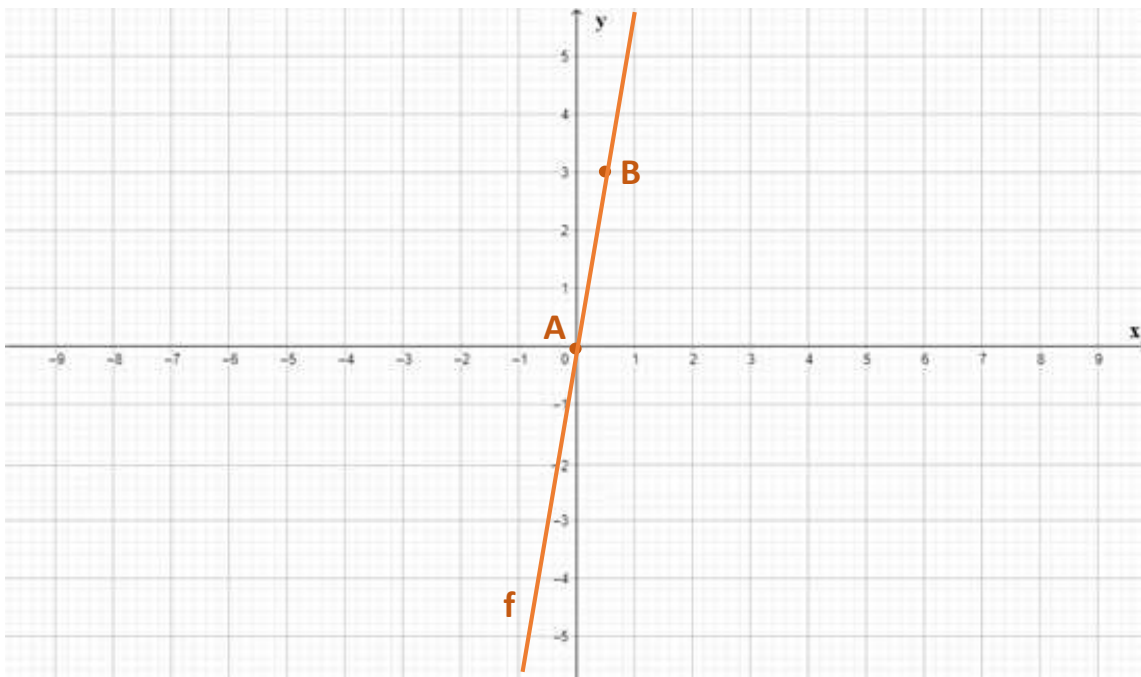
- Zvolím si $x = -1$ a doplním do predpisu funkcie $y = -2 \cdot (-1) + 3 = 5 \Rightarrow A[-1; 5]$
- Zvolím si $x = 1$ a doplním do predpisu funkcie $y = -2 \cdot 1 + 3 = 1 \Rightarrow B[1; 1]$



f je klesajúca

c) $f: y = 6x$

- Zvolím si $x = 0$ a doplním do predpisu funkcie $y = 6 \cdot 0 = 0 \Rightarrow A[0; 0]$
- Zvolím si $x = 0,5$ a doplním do predpisu funkcie $y = 6 \cdot 0,5 = 3 \Rightarrow B[0,5; 3]$

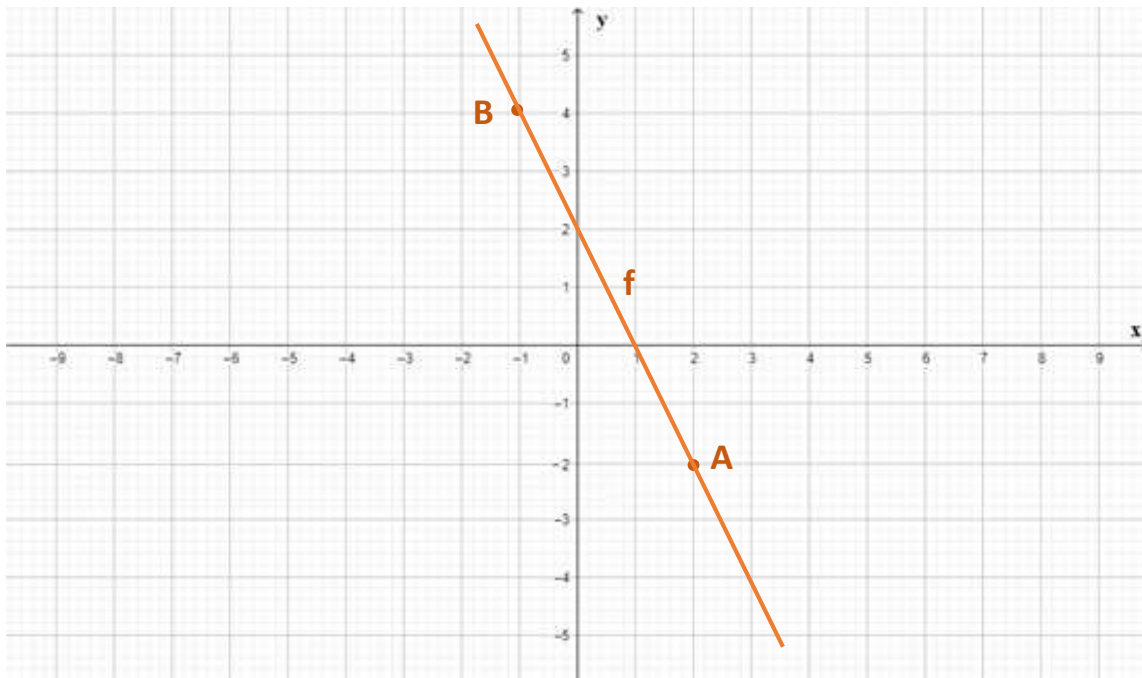


f je rastúca

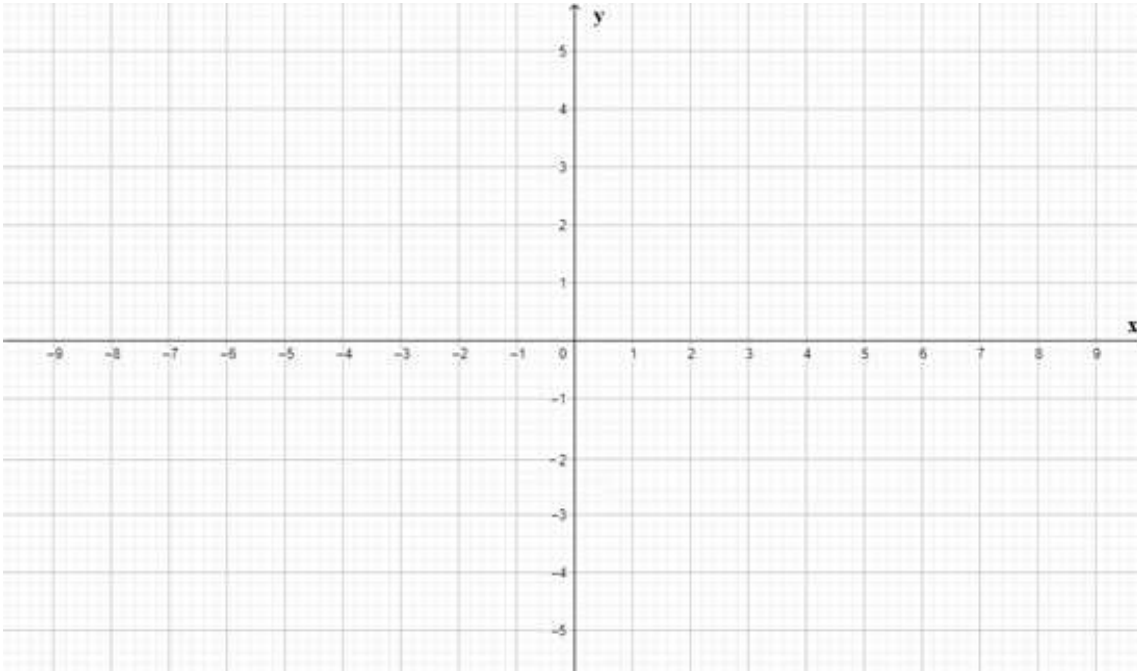
LINEÁRNA FUNKCIA, JEJ VLASTNOSTI A GRAF

d) $f: y = 2 - 2x$

- Zvolím si $x = 2$ a doplním do predpisu funkcie $y = 2 - 2 \cdot 2 = -2 \Rightarrow A[2; -2]$
- Zvolím si $x = -1$ a doplním do predpisu funkcie $y = 2 - 2 \cdot (-1) = 4 \Rightarrow B[-1; 4]$



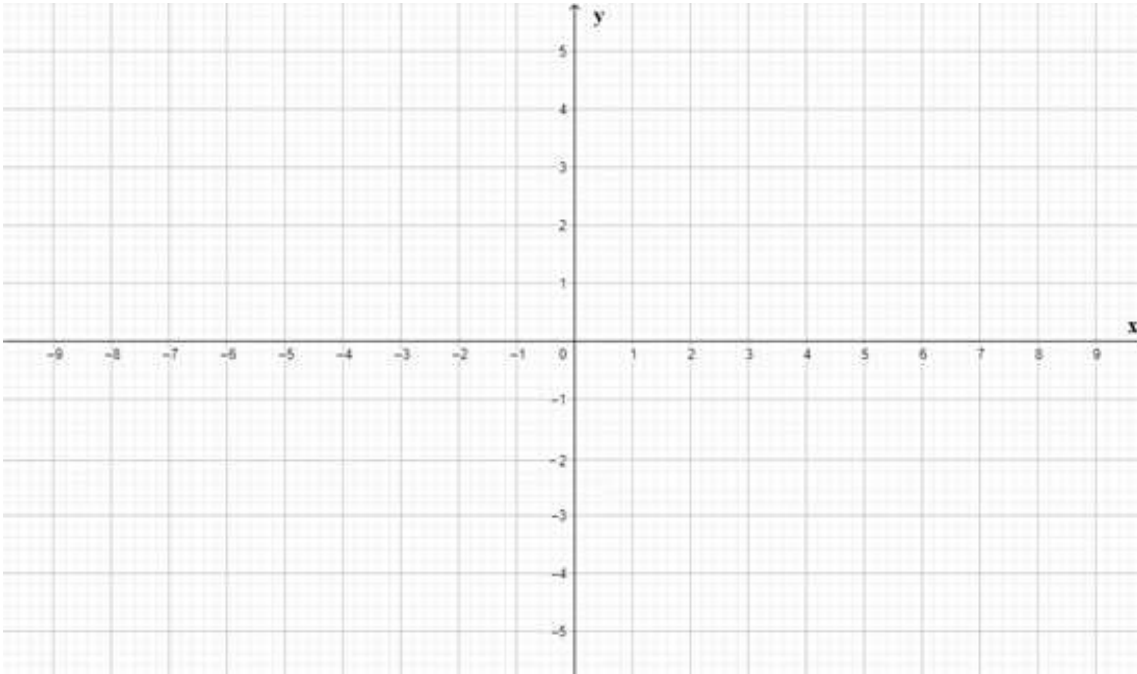
5. Zostrojte graf lineárnej funkcie $f: y = 0,5 \cdot x - 3; x \in (2; -4>$



- Určte monotónnosť funkcie (rastúca, klesajúca alebo konštantná).
- Aká je hodnota funkcie pre $x = 27$?
- Zistite, či body $A[5,5]$ a $B[0, 4]$ patria do grafu lineárnej funkcie?
- Určte súradnice priesečníkov s osou x a osou y .

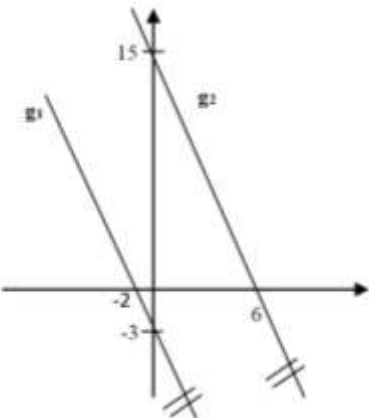
LINEÁRNA FUNKCIA, JEJ VLASTNOSTI A GRAF

6. Zostrojte graf lineárnej funkcie $f: y = -2x + 4; x \in (-1; 4)$



- a) Určte monotónnosť funkcie (rastúca, klesajúca alebo konštantná).
- b) Aká je hodnota funkcie pre $x = 19$?
- d) Zistite, či body $A[3,5]$ a $B[0,4]$ patria do grafu lineárnej funkcie?
- d) Určte súradnice priesečníkov s osou x a osou y.

7. Pre funkcie na obrázku nájdite ich predpis (vzorec).



funkcia g_1 : $y = a.x + b$

$$[-2; 0] \in g_1 \Rightarrow 0 = a.(-2) + b$$

$$[0; -3] \in g_1 \Rightarrow -3 = a.0 + b \Rightarrow b = -3 \Rightarrow 0 = -2a - 3 \quad +3$$

$$3 = -2a \quad /:(-2)$$

$$a = -3/2 \Rightarrow g_1: y = -3/2.x - 3$$

funkcia g_2 : $y = a.x + b$

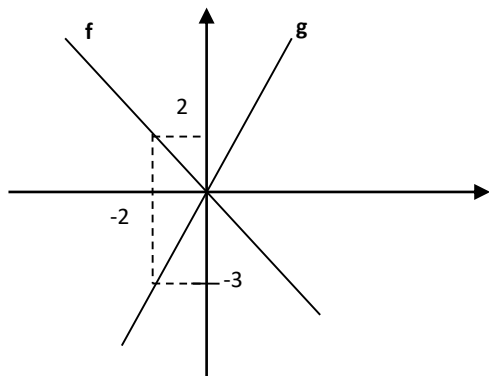
$$[0; 15] \in g_2 \Rightarrow 15 = a.0 + b \Rightarrow b = 15 \Rightarrow 0 = 6a + 15 \quad -15$$

$$[6; 0] \in g_2 \Rightarrow 0 = a.6 + b \quad -15 = 6a \quad /:6$$

$$-15/6 = a = -2,5$$

$$\Rightarrow g_2: y = -2,5.x + 15$$

LINEÁRNA FUNKCIA, JEJ VLASTNOSTI A GRAF



(D.ú.)

8. Graf lineárnej funkcie f prechádza bodmi $K[-3, 3]$, $L[2, 7]$.

a) Určte predpis pre funkciu f .

funkcia f : $y = a \cdot x + b$

$$K[-3; 3] \in f \Rightarrow 3 = a \cdot (-3) + b \quad](-)$$

$$L[2; 7] \in f \Rightarrow 7 = a \cdot 2 + b \Rightarrow 7 = 2 \cdot 0,8 + b$$

$$-4 = -5a \quad /:(-5) \quad 7 = 1,6 + b \quad /-1,6$$

$$a = 4/5 = 0,8 \quad b = 5,4 \Rightarrow f: y = 0,8x + 5,4$$

b) Zistite, či bod $M[5; 9]$ leží na grafe funkcie f .

$$M[5; 9] \in f \quad \text{?????} \quad 9 \neq 0,8 \cdot 5 + 5,4 \quad ?$$

$$9 \neq 4 + 5,4$$

$9 \neq 9,4 \Rightarrow M[5; 9]$ nepatrí funkcii f (lebo nevyhovuje predpisu funkcie)

c) Určte priesečníky grafu funkcie f s osou x .

$$f \cap o_x = ? \quad \text{priesečník s osou } x \text{ musí mať } y=0$$

$$\Rightarrow 0 = 0,8 \cdot x + 5,4 \quad /-5,4$$

$$\Rightarrow -5,4 = 0,8x \quad /: 0,8$$

$$\Rightarrow x = 6,75 \Rightarrow f \cap o_x = [6,75; 0]$$

9. Graf lineárnej funkcie g prechádza bodmi $A[-3, -3]$, $B[4, -7]$. (D.ú.)

a) Určte predpis pre funkciu g .

b) Zistite, či bod $C[6; -7, 5]$ leží na grafe funkcie g .

c) Určte priesečníky grafu funkcie g s osou y .

10. Zistite chýbajúce súradnice bodov, ak viete, že všetky tri patria grafu tej istej lineárnej funkcie:

a. $K[2, 1]$, $L[5, -5]$, $M[?, 9]$

Z prvých 2 bodov K, L určím predpis pre funkciu a potom dopočítam x -ovú súradnicu bodu M :

funkcia f : $y = a \cdot x + b$

$$K[2; 1] \in f \Rightarrow 1 = a \cdot 2 + b \quad](-)$$

$$L[5; -5] \in f \Rightarrow -5 = a \cdot 5 + b \Rightarrow -5 = (-2) \cdot 5 + b$$

$$6 = -3a \quad /:(-3) \quad -5 = -10 + b \quad /+10$$

$$a = -2 \quad b = 5 \Rightarrow f: y = -2 \cdot x + 5$$

$$\text{a teraz do funkcie dosadím } M[x; 9] \Rightarrow 9 = -2 \cdot x + 5 \quad /-5$$

$$\Rightarrow 4 = -2 \cdot x \quad /:(-2)$$

$$x = -2 \Rightarrow M[-2; 9]$$

b. $D[2, 8]$, $E[5, 5]$, $F[8, ?]$ (D.ú.)

LINEÁRNA FUNKCIA, JEJ VLASTNOSTI A GRAF

11. Daná je funkcia $f: y = 3x - 2$, $D(f) \in (-4; 8)$.

- a) Aký je jej obor hodnôt?
- b) Vypočítajte $f(-3)$ a $f(1,5)$.

12. Daná je funkcia $f: y = -5x - 2$, $D(f) \in (-3; 7)$.

- a) Aký je jej obor hodnôt?
- b) Vypočítajte $f(-2)$ a $f(1,5)$.