2 PARAMETRICKÉ VYJADRENIE PRIAMKY V ROVINE

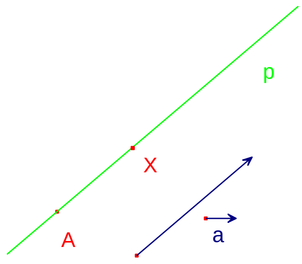
Na určenie priamky potrebujeme poznať jeden jej bod a smer. Smer priamky sa dá definovať viacerými spôsobmi. Jeden z nich je pomocou vektora, s ktorým je priamka rovnobežná (smerového vektora priamky).

Označme:

$X[x;y]$ ... ľubovoľný bod priamky p

$A[x_0;y_0]$ ... bod, ktorým je priamka určená

$\vec{a}=(a_1;a_2)$ ... smerový vektor priamky



Hľadáme vzťah, pomocou ktorého určíme súradnice každého bodu X priamky p.

Vektory $\overrightarrow{AX}$ a $\vec{a}$ sú lineárne závislé, teda platí:

$\overrightarrow{AX}=t.\vec{a}$

$X-A=t.\vec{a}$

$X=A+t.\vec{a}$

Parametrické vyjadrenie priamky v rovine: $X=A+t.\vec{a}$

Parametrické rovnice priamky: $p:\ x=x_0+t.a_1$
$\quad\quad y=y_0+t.a_2$

Napríklad: $p:\ x=7+2t$
$\quad\quad y=3-t$

Príklad 2 . 1

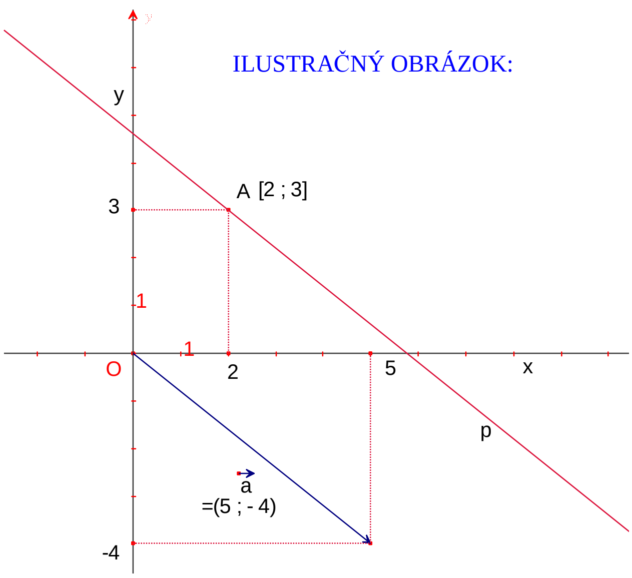
Napíšte parametrické rovnice priamky p, ktorá prechádza bodom $A[2;3]$ a je rovnobežná s vektorom $\vec{a}=(5;-4)$

Riešenie:

Parametrické vyjadrenie priamky je: $X=A+t.\vec{a}$

Parametrické rovnice priamky p sú:

$$\boxed{\begin{aligned} p:\ x&=2+5t\\ y&=3-4t\end{aligned}}$$



Príklad 2 . 2

Napíšte parametrické rovnice priamky p, ktorá prechádza bodmi $A[-9;2]$ a $B[-1;5]$.

Riešenie:

K parametrickému vyjadreniu priamky potrebujeme poznať jeden bod ktorým priamka prechádza a jej smerový vektor. Bod poznáme. Nájdeme smerový vektor tejto priamky. Môže to byť napríklad $\overrightarrow{AB}$, pretože body A a B ležia na tejto priamke.

$\vec{a} = \overrightarrow{AB} = B - A = (-1-(-9);5-2) = (8;3)$

Parametrické rovnice priamky p sú:

$$\boxed{\begin{aligned} p:\ x &= -9+8t \\ y &= \ \ 2+3t \end{aligned}}$$

Príklad 2 . 3

Napíšte parametrické rovnice priamky q, ktorá prechádza bodom $A[-4;7]$ a je rovnobežná s priamkou $\begin{aligned} p:\ x &= -2+\ t \\ y &= \ \ 5+2t \end{aligned}$.

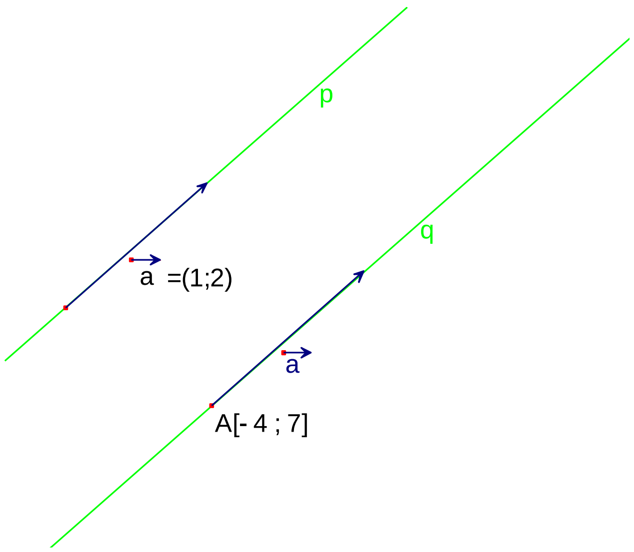
Riešenie:

Keďže priamky p a q sú rovnobežné, majú rovnaké smerové vektory:

$\overrightarrow{a_p} = \overrightarrow{a_q} = (1;2)$

Výsledok: Parametrické rovnice priamky „q“ sú: $\boxed{\begin{aligned} q:\ x &= -4+\ t \\ y &= \ \ 7+2t \end{aligned}}$

ILUSTRAČNÝ OBRÁZOK:



Príklad 2 . 4

Napíšte parametrické rovnice priamky q, ktorá prechádza bodom $A[3;-1]$ a je kolmá na priamku $\begin{aligned} p:\ x &= \ \ 5+2t \\ y &= -4+\ t \end{aligned}$.

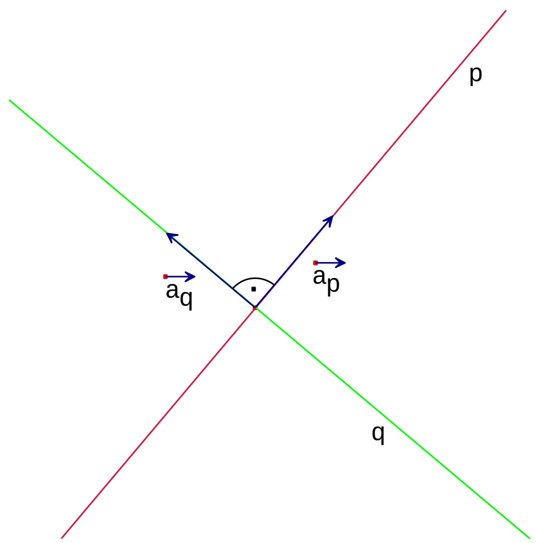
Riešenie:
Keďže priamky p a q sú na seba kolmé, skalárny súčin ich smerových vektorov sa rovná nule. Nájdeme smerový vektor priamky q.

$\overrightarrow{a_p} = (2\,;\ 1)$ (súradnice $\overrightarrow{a_q}$ doplníme tak, aby platilo: 2 . 1 + 1 . (-2) = 0)

$\overrightarrow{a_q} = (1\,;-2)$

Výsledok: Parametrické rovnice priamky „q“ sú: $\boxed{\begin{aligned} q:\ x &= \ \ 3 + t \\ y &= -1 - 2t \end{aligned}}$

ILUSTRAČNÝ OBRÁZOK:



Príklad 2 . 5

Nájdite dva body K, L, ktoré ležia na priamke
$$p:\ x = \ \ 4 + 3t$$
$$y = -1 + \ 5t$$

Riešenie:
Súradnice každého bodu priamky p dostaneme tak, že si za „t“ zvolíme ľubovoľné reálne číslo. Napríklad:

t = 2
$$p:\ x = \ \ 4 + 3.2 = 4 + 6 = 10$$
$$y = -1 + \ 5.2 = -1 + 10 = 9$$
$$\boxed{K[10\,;9]}$$

t = -1
$$p:\ x = \ \ 4 + 3.(-1) = 4 - 3 = 1$$
$$y = -1 + \ 5.(-1) = -1 - 5 = -6$$
$$\boxed{L[1\,;-6]}$$

Príklad 2 . 6

Zistite, či body $M[3;-2]$ *a* $N[-4;6]$ ležia na priamke

$$p:\ x = 1-5t$$
$$y = 2+4t$$

Riešenie:

Do parametrických rovníc priamky p dosadíme súradnice bodu M (za x = 3, za y = –2) a z každej rovnice vypočítame t. Ak sa vypočítané čísla budú rovnať, bod M leží na priamke p, ak budú rôzne, bod M na priamke p neleží. To isté urobíme aj s bodom N.

M:

$$3 = 1-5t \qquad -2 = 2+4t$$
$$2 = -5t \qquad -4 = 4t$$
$$t = -\frac{2}{5} \qquad t = -1$$

$$\boxed{-\frac{2}{5} \neq -1 \quad \Rightarrow \quad M \notin p}$$

N:

$$-4 = 1-5t \qquad 6 = 2+4t$$
$$-5 = -5t \qquad 4 = 4t$$
$$t = 1 \qquad t = 1$$

$$\boxed{1 = 1 \quad \Rightarrow \quad N \in p}$$