# DÔKAZOVÉ ÚLOHY O DELITEĽNOSTI

## A. Priame dôkazy (vynímaním deliteľa pred zátvorku)

**9. $\forall n \in N;\ 6/n^3 + 11n$ (d.ú.)**
**Pomôcka:** stačí dokázať, že je deliteľné 2 (n=2k a n=2k+1) a 3 (n=3k, n=3k+1, n=3k+2) zároveň podobne ako v úlohe 13

**13. $\forall n \in N;\ 12/n^5 - n^3 \iff \forall n \in N;\ 3/n^5 - n^3$ a $4/n^5 - n^3$**

Č. je del. 12 práve vtedy, keď je deliteľné 3 a 4

A) dokazujem, že platí $3/(n^5 - n^3) = n^3.(n^2 - 1)$

Prípad A1: $n = 3k \Rightarrow n^3.(n^2 - 1) = (3k)^3.[(3k)^2-1]=27k^3.[9k^2-1]=3.9.k^3.[9k^2-1] \Rightarrow 3/(n^5 - n^3)$

Prípad A2: $n = 3k+1 \Rightarrow n^3.(n^2 - 1) = (3k+1)^3.[(3k+1)^2-1] = (3k+1)^3.[9k^2 + 6k + 1 - 1] = (3k+1)^3.[9k^2 + 6k] = 3.(3k+1)^3.[3k^2 + 2k] \Rightarrow 3/(n^5 - n^3)$

Prípad A3: $n = 3k+2 \Rightarrow n^3.(n^2 - 1) = (3k+2)^3.[(3k+2)^2-1] = (3k+2)^3.[9k^2 + 12k + 4 - 1] = (3k+2)^3.[9k^2 + 12k + 3] = 3.(3k+1)^3.[3k^2 + 6k + 1] \Rightarrow 3/(n^5 - n^3)$

Dokázali sme deliteľnosť číslom 3.

B) dokazujem, že platí $4/(n^5 - n^3) = n^3.(n^2 - 1)$

Prípad B1: $n = 2k \Rightarrow n^3.(n^2 - 1) = (2k)^3.[(2k)^2-1]=8k^3.[4k^2-1]=4.2.k^3.[4k^2-1] \Rightarrow 4/(n^5 - n^3)$

Prípad B2: $n = 2k+1 \Rightarrow n^3.(n^2 - 1) = (2k+1)^3.[(2k+1)^2-1] = (2k+1)^3.[4k^2 + 4k + 1 - 1] = (2k+1)^3.[4k^2 + 4k] = 4.(3k+1)^3.[k^2 + 1] \Rightarrow 4/(n^5 - n^3)$

Dokázali sme deliteľnosť číslom 4.

Keďže je deliteľné č. 3 aj 4, je deliteľné aj číslom 12. => VETA PLATÍ

## B. Nepriame dôkazy viet

**6. $\forall n \in N;\ 5/n^2 + 1 \Rightarrow 10 \nmid n$ (D.ú.)**
**Pomôcka:** Po vytvorení obmeny stačí dokázať pre n=10k

**7. $\forall n \in N;\ 10 \nmid n \Rightarrow 20 \nmid n$ (D.ú.)**
**Pomôcka:** Po vytvorení obmeny stačí dokázať pre n=20k