

OPERÁCIE S LOMENÝMI VÝRAZMI

Rozširovanie lomených výrazov

Rozšíriť lomený výraz znamená vynásobiť čitateľa i menovateľa tým istým číslom alebo výrazom rôznym od nuly.

PRÍKLADY:

1. Rozšírte dané výrazy výrazom a určte podmienky riešiteľnosti:

a) $\frac{2}{s}$ rozšírte č. 4 ... $\frac{2 \cdot 4}{s \cdot 4} = \frac{8}{4s}$ P.: $s \neq 0$

b) $\frac{3x}{4y}$ rozšírte $(x-1)$... $\frac{3x \cdot (x-1)}{4y \cdot (x-1)} = \frac{3x^2 - 3x}{4yx - 4y}$ P.: $4y \neq 0 \Rightarrow y \neq 0$

c) $\frac{1}{2a}$ rozšírte $(-3a)$... $\frac{1 \cdot (-3a)}{2a \cdot (-3a)} = \frac{-3a}{-6a^2} = \frac{3a}{6a^2}$ P.: $2a \neq 0 \Rightarrow a \neq 0$

d) $\frac{a}{3a^2b}$ rozšírte (a) ... $\frac{a \cdot a}{3a^2b \cdot a} = \frac{a^2}{3a^3b}$ P.: $3a^2b \neq 0 \Rightarrow P1: a \neq 0 \quad P2: b \neq 0$

e) $\frac{2x}{x+1}$ rozšírte $(x-1)$ (D.ú.)

f) $\frac{a}{a+b}$ rozšírte $(a+b)$... $\frac{a \cdot (a+b)}{(a+b) \cdot (a+b)} = \frac{a^2 + ab}{a^2 + 2ab + b^2}$ P.: $a+b \neq 0 \Rightarrow a \neq -b$

2. Doplňte tak, aby platila rovnosť:

a) $\frac{3b}{cd^2} = \frac{3b \cdot c^2d}{cd^2 \cdot c^2d} = \frac{3b \cdot c^2d}{c^3d^3}$

b) $\frac{4y}{y-x} = \frac{4y \cdot (y+x)}{(y-x) \cdot (y+x)} = \frac{4y^2 + 4yx}{y^2 - x^2}$

c) $\frac{q+1}{q} = \frac{(q+1) \cdot q}{q \cdot q} = \frac{q^2 + q}{q^2}$

d) $\frac{a-4}{a+3} = \frac{(a-4)(a+3)}{(a+3)(a+3)} = \frac{a^2 - a - 12}{a^2 + 6a + 9}$

e) $\frac{3y}{x+y} = \dots = \frac{\quad}{x^2 - y^2}$ (D.ú.)

f) $\frac{u+v}{u-v} = \frac{\quad}{6u^2 - 6v^2}$

Použité zdroje:

<http://www.goblmat.eu/celok.php?idex=Z924>

http://www-old.gt12.sk/predmety/mat/materialy/tercia/scitanie_odcitanie_lomenych_vyrazov.doc

OPERÁCIE S LOMENÝMI VÝRAZMI

Krátenie lomených výrazov

Krátiť lomený výraz znamená **vydeliť čitateľa i menovateľa tým istým číslom alebo výrazom rôznym od nuly**. Pri krátení lomených výrazov najskôr upravíme čitateľa aj menovateľa na súčin a potom krátime.

PRÍKLADY:

3. Kráťte výrazy a určte podmienky riešiteľnosti:

$$\text{a) } \frac{3abc}{6a^2} = \frac{bc}{2a} \quad \text{P.: } 6a^2 \neq 0 \Rightarrow \underline{a \neq 0}$$

$$\text{b) } \frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{(a-b) \cdot 1}{(a-b)(a+b)} = \frac{1}{(a+b)} \Rightarrow \text{P: } (a-b) \cdot (a+b) \neq 0$$

$$\text{P1: } a-b \neq 0 \Rightarrow \underline{a \neq b}$$

$$\text{P2: } a+b \neq 0 \Rightarrow \underline{a \neq -b}$$

$$\text{c) } \frac{4a^2+8ab}{8ab} = \frac{4a(a+2b)}{8ab} = \frac{a+2b}{2b} \quad \text{P1: } \underline{a \neq 0} \quad \text{P2: } \underline{b \neq 0}$$

$$\text{d) } \frac{4a^2-4}{6a-6} = \frac{4 \cdot (a^2-1)}{6 \cdot (a-1)} = \frac{4 \cdot (a-1) \cdot (a+1)}{6 \cdot (a-1)} = \frac{2 \cdot (a+1)}{3}$$

$$\text{P: } 6(a-1) \neq 0 \Rightarrow a-1 \neq 0 \Rightarrow \underline{a \neq 1}$$

$$\text{e) } \frac{6(a+b)}{8a^3-8ab^2} = \quad \text{(D.ú.)}$$

4. Doplňte tak, aby platila rovnosť:

$$\text{a) } \frac{ab-b}{b} = \frac{b(a-1)}{b} = \frac{\textcolor{red}{a-1}}{1}$$

$$\text{b) } \frac{m^2-mn}{5m-5n} = \frac{\textcolor{red}{m} \cdot (\textcolor{red}{m-n})}{5 \cdot (m-n)} = \frac{m}{5}$$

Použité zdroje:

<http://www.goblmat.eu/celok.php?idex=Z924>

http://www-old.gt12.sk/predmety/mat/materialy/tercia/scitanie_odcitanie_lomenych_vyrazov.doc

OPERÁCIE S LOMENÝMI VÝRAZMI

$$c) \frac{3m}{6m-9m^2} = \frac{3m:3m}{(6m-9m^2):3m} = \frac{1}{2-3m}$$

$$d) \frac{3uv-6v}{2u-4} = \frac{3v(u-v)}{2.(u-2)} = \frac{3v}{2}$$

$$e) \frac{m-2}{7m-14} = \frac{m-2}{m-2} = \frac{1}{7} \quad (\text{D.ú.})$$

$$f) \frac{r^2-4s^2}{3r-6s} = \frac{(r+2s).(\quad)}{3.(r-2s)} = \frac{\quad}{3}$$

Sčítovanie a odčítovanie lomených výrazov

Keďže lomený výraz je výraz v tvare zlomku, pre sčítanie (odčítanie) lomených výrazov platia tie isté pravidlá, ako pre sčítanie (odčítanie) zlomkov. Ak sa výraz dá krátiť, tak ho krátime (upravíme na základný tvar). Nezabúdajme stále určiť podmienky riešiteľnosti.

Lomené výrazy s rovnakým menovateľom sčítame (odčítame) tak, že menovateľ a odpíšeme a jednotlivé výrazy v číateľoch sčítame (odčítame).

Napr.:

$$\frac{2a+b}{3x} + \frac{a-b}{3x} - \frac{a+b}{3x} = \frac{2a+b+a-b-a-b}{3x} = \frac{2a-b}{3x}; \quad 3x \neq 0, x \neq 0$$

Lomené výrazy s rôznymi menovateľmi sčítame (odčítame) tak, že ich najprv upravíme na rovnakého menovateľa, ktorým je najmenší spoločný násobok výrazov v menovateľi, čitatele rozšírime a sčítame (odčítame).

Napr.:

$$a) \frac{2x+1}{y} - \frac{3x+2}{2y} = \frac{2.(2x+1)-(3x+2)}{2y} = \frac{4x+2-3x-2}{2y} = \frac{x}{2y} \quad 2y \neq 0, y \neq 0$$

$$b) \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1).(x+1)} = \frac{1.(x+1)+2}{(x-1).(x+1)} = \frac{x+1+2}{(x-1).(x+1)} = \frac{x+3}{x^2-1} \quad x +$$

$$1 \neq 0, x \neq -1; \quad x-1 \neq 0, x \neq 1;$$

Použité zdroje:

<http://www.goblmat.eu/celok.php?idex=Z924>

http://www-old.gt12.sk/predmety/mat/materialy/tercia/scitanie_odcitanie_lomenych_vyrazov.doc.

OPERÁCIE S LOMENÝMI VÝRAZMI

PRÍKLADY NA PRECVIČENIE:

5. Vypočítajte lomené výrazy, zjednodušte ich a určte podmienky riešiteľnosti:

$$a) \frac{6a}{y} + \frac{2+c}{y} - \frac{a+c}{y} = \frac{6a+(2+c)-(a+c)}{y} = \frac{5a+2}{y} \quad \text{P: } y \neq 0$$

$$b) \frac{x+1}{x^2+8x+16} + \frac{3x}{x+4} = \frac{x+1}{(x+4)^2} + \frac{3x}{x+4} = \frac{1 \cdot (x+1) + (x+4) \cdot 3x}{(x+4)^2} = \frac{x+1+3x^2+12x}{(x+4)^2} =$$
$$= \frac{3x^2+12x+1}{(x+4)^2} \quad \text{P: } (x+4)^2 \neq 0 \Rightarrow x+4 \neq 0 \Rightarrow \underline{x \neq -4}$$

$$c) \frac{a+b}{3x-3} - \frac{a-b}{x-1} = \frac{a+b}{3(x-1)} - \frac{a-b}{x-1} = \frac{(a+b)-3(a-b)}{3(x-1)} = \frac{a+b-3a+3b}{3(x-1)} = \frac{-2a+4b}{3(x-1)}$$

$$\text{P: } 3 \cdot (x-1) \neq 0 \Rightarrow x-1 \neq 0 \Rightarrow \underline{x \neq 1}$$

$$d) \frac{2}{p-q} - \frac{4}{p^2-q^2} = \frac{2}{p-q} - \frac{4}{(p-q)(p+q)} = \frac{2 \cdot (p+q) - 4 \cdot 1}{(p-q)(p+q)} = \frac{2p+2q-4}{p^2-q^2}$$

$$\text{P: } p^2-q^2 \neq 0 \Rightarrow (p-q) \cdot (p+q) \neq 0 \Rightarrow \text{P1: } p-q \neq 0 \Rightarrow \underline{p \neq q}$$

$$\Rightarrow \text{P2: } p+q \neq 0 \Rightarrow \underline{p \neq -q}$$

$$e) \frac{x}{9x^2-9y^2} + \frac{y}{x+y} = \text{(D.ú.)}$$

$$f) \frac{7}{8m^2-18} - \frac{1}{2m^2+3m} = \text{(D.ú.)}$$

$$g) \frac{5}{a+2} + \frac{2a}{a^2+4a+4} - \frac{4}{a-2} =$$

$$h) \frac{3}{a+2} + \frac{a+1}{a^2-9} + \frac{a-1}{(a-3) \cdot (a+2)} =$$

$$i) \frac{a-b}{5a+5b} - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} =$$

Použité zdroje:

<http://www.goblmat.eu/celok.php?idex=Z924>

http://www-old.gt12.sk/predmety/mat/materialy/tercia/scitanie_odcitanie_lomenych_vyrazov.doc.

OPERÁCIE S LOMENÝMI VÝRAZMI

$$j) \frac{2a-1}{2a} - \frac{2a}{2a-1} - \frac{1}{2a-4a^2} =$$

$$k) \frac{5x^2-2x-1}{x^2 y} + \frac{3x-2}{xy} =$$

$$l) \frac{a.(a-1)}{a^2-25} + \frac{a-2}{5-a} - \frac{a-3}{a+5} =$$

$$m) \frac{r+s}{r} - \frac{s}{r-s} + \frac{rs}{r^2-rs} =$$

Použité zdroje:

<http://www.goblmat.eu/celok.php?idex=Z924>

http://www-old.gt12.sk/predmety/mat/materialy/tercia/scitanie_odcitanie_lomenych_vyrazov.doc.