

Gymnázium, SNP 1, 056 01 Gelnica

Maturitné zadania internej časti maturitnej skúšky z matematiky

## Školský rok: 2019/2020

**Schválil Predseda predmetovej komisie –––––––––––––––––––––––**

dňa ..................................

**Riaditeľ školy –––––––––––––––––––––––––––––––––––––**

dňa .............................

**Predseda maturitnej komisie –––––––––––––––––––––––––––**

dňa .................................

1. ZADANIE

Úloha č.1:

Definujte aritmetickú postupnosť, popíšte základné vlastnosti aritmetickej postupnosti. Uveďte základné vzťahy, ktoré platia pre výpočet n – tého člena danej postupnosti, vzťahy pre ľubovoľné dva členy postupnosti a vzťah pre súčet prvých n členov postupnosti. Uveďte vhodné príklady na danú postupnosť a aplikujte na nich dané vzorce.

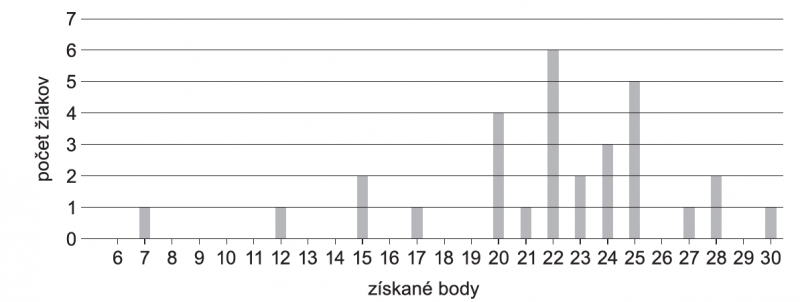
Úloha č.2:

Dokážte, že pre všetky k, nN, n>k platí:



Úloha č.3:

V 4. C písali písomku z goniometrie. Hodnotenie je zaznamenané v diagrame.



Zostavte tabuľku početnosti. Určte relatívnu početnosť znaku 22. Určte rozsah súboru. Koľko bodov priemerne získali žiaci, ktorých hodnotenie písomky bolo lepšie ako modus počtu získaných bodov?

2. ZADANIE

Úloha č.1:

Vysvetlite pojmy: rovnica, nerovnica, koreň rovnice. Vysvetlite rozdiel medzi ekvivalentnými a dôsledkovými úpravami rovníc a nerovníc. Objasnite, načo slúži skúška správnosti a pri ktorých úpravách je nutné ju používať.

Úloha č.2:

Daná je postupnosť  . Načrtnite jej graf a odhadnite, či daná postupnosť je monotónna. Svoje tvrdenie dokážte.

Úloha č.3:

Nádrž na vodu má tvar pravidelného 4 – bokého zrezaného ihlana, pričom hrana hornej štvorcovej podstavy má veľkosť a = 12 m, hrana dolnej štvorcovej podstavy je b = 6 m, výška nádrže je v = 4 m. Zistite, aké množstvo vody sa do nádoby zmestí. Vypočítajte, akú veľkú plochu treba vybetónovať.

3. ZADANIE

Úloha č.1:

Vysvetlite obsah pojmov: štvoruholník, rovnobežník, n - uholník. Charakterizujte štvorec, obdĺžnik, štvorec, lichobežník, kosoštvorec, kosodĺžnik. Popíšte základné prvky daných útvarov a uveďte základné vzťahy na výpočet obvodu a obsahu týchto útvarov.

Úloha č.2:

Dokážte, že výrok  je tautológia.

Úloha č.3:

V triede je 18 chlapcov a 14 dievčat. Určte, aká je pravdepodobnosť voľby troch zástupcov do triedneho výboru, ak v ňom majú byť: a) samí chlapci, b) jeden chlapec a dve dievčatá, c) aspoň jedno dievča? Ako by sa zmenil výsledok, ak by počet chlapcov aj počet dievčat bol 15?

4. ZADANIE

Úloha č.1:

Charakterizujte a zapíšte spôsoby analytického vyjadrenia priamky v rovine. Klasifikujte vzájomné polohy dvoch priamok v rovine. Vysvetlite, ako sa dá určiť vzájomná poloha dvoch priamok z ich analytického vyjadrenia.

Úloha č.2:

Dokážte platnosť výroku: 

Úloha č.3:

Daná je lineárna funkcia *f* pre ktorú platí: *f*(–2) = –5; *f*(1) = 2,5; D(*f*) = R.

1. Určte rovnicu tejto funkcie a zostrojte jej graf.
2. Určte, pre ktoré x D(f) funkcia nadobúda záporné funkčné hodnoty .
3. Zostrojte graf funkcie *g*, ktorá sa od funkcie *f* líši len definičným oborom D(*g*) = (–2; 4).

5. ZADANIE

Úloha č.1:

Objasnite pojem úsečka, orientovaná úsečka a vektor. Vymenujte operácie medzi vektormi. Vysvetlite, čo je skalárny súčin vektorov, uveďte vzťah na výpočet uhla dvoch vektorov.

Úloha č.2:

Dokážte, že súčet prvých tisíc párnych prirodzených čísel je väčší ako súčet prvých tisíc nepárnych prirodzených čísel.

Úloha č.3:

Zo zastávky Stretnutie odchádzajú tri autobusy. Jeden autobus odchádza v intervaloch 8 minút, druhý v intervaloch 12 minút a tretí v intervaloch 15 minút. Prvýkrát súčasne odišli o 5.20 h. Koľkokrát budú odchádzať súčasne, ak posledný raz odchádzajú súčasne o 21.20 h?

6. ZADANIE

Úloha č.1:

Vysvetlite pojmy: postupnosť, člen postupnosti, konečná a nekonečná postupnosť, graf postupnosti. Opíšte možnosti zadania postupnosti a základné vlastnosti postupnosti.

Úloha č.2:

Dokážte, že rozdiel čísel a (1 + r) sa rovná ich podielu a rozhodnite, za akých podmienok táto rovnosť platí.

Úloha č.3:

Určte rovnicu priamky, ktorej smernica má hodnotu k =a prechádza priesečníkom priamok p: x – 2y + 2 = 0; q: x + 5y + 11 = 0. Aký uhol zvierajú priamky p a q?

7. ZADANIE

Úloha č.1:

Vysvetlite pojmy: kvadratická rovnica a kvadratická nerovnica. Popíšte riešenie úplnej a neúplnej kvadratickej rovnice. Vysvetlite, ako postupujeme pri riešení kvadratickej nerovnice.

Úloha č.2:

Dokážte, že zložený výrok je tautológia:

Úloha č.3:

Medzi čísla 1 a 5 vložte toľko reálnych čísel tak, aby vznikla aritmetická postupnosť, ktorej súčet je 51. Dané členy postupnosti vypíšte. Ako sa zmení riešenie v prípade, že pôjde o geometrickú postupnosť?

8. ZADANIE

Úloha č.1:

Vysvetlite obsah pojmu: funkcia, funkčná hodnota, D(f), H(f), graf funkcie, monotónnosť funkcie, prostá funkcia. Demonštrujte uvedené vlastnosti na grafe ľubovoľnej funkcie f(x).

Úloha č.2:

Dané sú body A [3,2], B[4,1], C[2,1]. Dokážte, že tieto body sú vrcholy trojuholníka. Dokážte, že platí trojuholníková nerovnosť. Overte, či nie je pravouhlý.

Úloha č.3:

V triede je 16 chlapcov a 12 dievčat. Piati žiaci sa na základe žrebovania zúčastnia na poznávacom zájazde. Aká je pravdepodobnosť, že to budú:

1. samí chlapci,
2. štyria chlapci a jedno dievča,
3. štyri dievčatá a jeden chlapec?

9. ZADANIE

Úloha č.1:

Definujte kružnicu a kruh ako množinu bodov. Zapíšte stredovú a všeobecnú rovnicu týchto útvarov. Vysvetlite ako zistíme, či daný bod patrí alebo nepatrí kružnici a kruhu. Vysvetlite, ako nájdete stred a polomer kružnice, ak je daná všeobecnou rovnicou.

Úloha č.2:

Dokážte pravdivosť daného tvrdenia 

Úloha č.3:

Riešte výpočtom v R rovnice:

1. ****
2. log (x - 1) + log (x + 1) = 3 log 2 + log (x - 2)

Zistite ako sa zmenia množiny koreňov, ak zmeníme základy na 9:

10. ZADANIE

Úloha č.1:

Definujte kvadratickú funkciu. Načrtnite základné typy grafov kvadratických funkcií v závislosti od koeficienta pri kvadratickom člene a popíšte ich vlastnosti.

Úloha č.2:

Dokážte, že pre prístupné hodnoty  sa výraz  rovná výrazu  .

Úloha č.3:

Z 320 študentov sa v školskej jedálni nestravuje 78 študentov. Na obedy nechodí 112 študentov a na večere nechodí 207 študentov. Koľko študentov chodí len na obedy, len na večere, na obedy aj večere?

11. ZADANIE

Úloha č.1:

Vysvetlite pojmy: číslica, číslo, ciferný súčet čísla, prvočíslo a zložené číslo, násobok, deliteľ, najväčší spoločný deliteľ a najmenší spoločný násobok dvoch prirodzených čísel, prvočíselný rozklad zloženého čísla. Naformulujte kritériá deliteľnosti číslami: 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10.

Úloha č.2:

Dokážte, že pre všetky platí:  .

Úloha č.3:

Určte postupne definičné obory funkcií:

a) 

b)

Zmení sa definičný obor pre funkciu f ak sa jej predpis bude ?

12. ZADANIE

Úloha č.1:

Charakterizujte mocninovú funkciu f: y = xn , kde n Є Z. Načrtnite grafy a porovnajte vlastnosti mocninových funkcií s prirodzeným exponentom a záporným celočíselným exponentom. Napíšte základné vzťahy využívané pri práci s mocninami.

Úloha č.2:

Dokážte, že spojnica bodov, ktoré na ciferníku označujú 3 a 6, je kolmá na spojnicu

4 a 11.

Úloha č.3:

Riešte v R rovnicu: a) 2cos2 x – 7cos x +3 = 0

b)

c) tg(2x + 300 ) = -1

Zmení sa množina koreňov rovnice, ak v rovnici a) nahradíme kosínus za sínus?

13. ZADANIE

Úloha č.1:

Vysvetlite pojem kombinačného čísla a zapíšte vzťah pre výpočet kombinačného čísla. Uveďte základné vlastnosti kombinačných čísel a demonštrujte ich na Pascalovom trojuholníku.

Úloha č.2:

Dokážte, že funkcia f: y = je klesajúca na svojom definičnom obore.

Úloha č.3:

Daná je kružnica k so S[-3, 3] a r = 5. Vypočítajte dĺžku tetivy, ktorú priamka p: x – y – 1 = 0 vytína na kružnici. Zmení sa dĺžka tetivy, ak stred kružnice umiestnime do bodu [0,0]?

14. ZADANIE

Úloha č.1:

Definujte rotačné telesá: valec, kužeľ, guľa. Načrtnite ich a popíšte ich základné parametre a vlastnosti. Uveďte vzorce pre výpočet objemov a povrchov týchto telies. Vysvetlite význam parametrov nachádzajúcich sa v daných vzorcoch.

Úloha č.2:

Dokážte tvrdenie, že stredový uhol je dvojnásobkom ľubovoľného obvodového uhla patriacemu tomu istému oblúku.

Úloha č.3:

Určte hodnoty goniometrických funkcií *sin 2x, cos 2x, tg 2x*, ak platí *cos x =* – 0,6; . Ako by sa zmenili výsledné hodnoty v prípade, že by *x* patrilo do 4. kvadrantu?

Konkrétne pomôcky:

modely telies

15. ZADANIE

Úloha č.1:

Definujte lineárnu funkciu. Načrtnite graf lineárnej funkcie a popíšte jej vlastnosti.

Vysvetlite pojmy: smernica, smernicový tvar rovnice priamky. Vysvetlite súvis koeficientov lineárnej funkcie a koeficientov smernicového tvaru rovnice priamky.

Úloha č.2:

Odvoďte vzťah pre výpočet koreňov kvadratickej rovnice.

Úloha č.3:

Dva rotačné valce majú výšky v1 = 64, v2 = 27. Obsah plášťa každého z nich sa rovná obsahu podstavy druhého valca. Aký je pomer objemov valcov?

16. ZADANIE

Úloha č.1:

Definujte pojem trojuholník. Klasifikujte rôzne typy trojuholníkov. Vymenujte a charakterizujte základné prvky trojuholníka. Vysvetlite, čo znamená riešiť trojuholník a aké vety používame na riešenie pravouhlého a všeobecného trojuholníka.

Úloha č.2:

Dokážte vzťah pre sínus a kosínus dvojnásobného uhla.

Úloha č.3:

Do morského akvária, ktorého dĺžka je 12m a telesová uhlopriečka má dĺžku 13m je možné naliať po horný okraj až 144m3 vody. Akú šírku a výšku má akvárium? Ako by sa zjednodušil výpočet, ak by sme nepoznali objem akvária, ale vedeli by sme, že menšia bočná stena má tvar štvorca?

17. ZADANIE

Úloha č.1:

Definujte exponenciálnu funkciu. Načrtnite jej graf v závislosti od základu, určte definičný obor, obor hodnôt a popíšte jej vlastnosti.

Úloha č.2:

Dokážte, že pre prístupné hodnoty x a y platí:



Úloha č.3:

Dané sú body K[-1;1]; L[5;4]; M[2;7]. Vypočítajte obvod trojuholníka KLM a určte veľkosť jeho vnútorného uhla α pri vrchole K. Ako sa zmení veľkosť tohto uhla, ak by sme bod K umiestnili do bodu [0,0]?

18. ZADANIE

Úloha č.1:

Definujte uhol dvoch priamok, vzdialenosť dvoch bodov, vzdialenosť bodu od priamky, vzdialenosť dvoch rovnobežných priamok a uveďte vzťahy na ich výpočet v rovine.

Úloha č.2:

Daná je funkcia f: y = 3x2 + 12x +13. Dokážte, že táto funkcia je na množine M =  rastúca.

Úloha č.3:

Vstupný test u žiakov 1. ročníka dopadol takto: 12 žiakov dostalo známku 1, 36 žiakov dostalo známku 2, 30 žiakov dostalo známku 3, 12 žiakov dostalo známku 4 a 10 dostali známku 5. Vytvorte tabuľku početnosti daného znaku, vypočítajte priemernú známku, modus, medián a zostrojte spojnicový diagram. Po priznaní dodatočne nájdených bodov učiteľ zlepšil 5 žiakom známku z 2 na 1. Ako to ovplyvní priemernú známku, modus, medián?

19. ZADANIE

Úloha č.1:

Definujte logaritmickú funkciu. Načrtnite jej graf v závislosti od základu, určte definičný obor, obor hodnôt a popíšte jej vlastnosti. Uveďte základné vety, ktoré využívame pri práci s logaritmami.

Úloha č.2:

Nepriamo dokážte tvrdenie: Pre každé prirodzené číslo n platí, ak 3 delí n2 + 2, tak 3 nedelí n.

Úloha č.3:

Vypočítajte objem telesa, ktoré vznikne rotáciou pravouhlého trojuholníka s odvesnami dlhými 10cm a 24cm okolo kratšej z nich. Dané teleso načrtnite. Tú istú úlohu riešte pre prípad, ak by teleso vzniklo rotáciou okolo dlhšej odvesny.

20. ZADANIE

Úloha č.1

Vysvetlite obsah pojmov: výrok, pravdivostná hodnota výroku, negácia výroku. Uveďte príklady negácií výrokov s údajmi o počte (najviac, aspoň, práve, nikto, všetci...). Vymenujte základné logické spojky a určte ich pravdivostné hodnoty.

Úloha č.2

Dokážte, že pre prístupné hodnoty n platí: n+n2(n-1)!+(n+1)!=(3n+2)n!

Úloha č.3

Daná je kocka ABCDEFGH s dĺžkou hrany a =4 cm. Vypočítajte uhol priamok BH, DM, kde M je stred hrany BC.

Konkrétne pomôcky:

model kocky

21. ZADANIE

Úloha č.1

Vysvetlite obsah pojmov: sústava súradníc na priamke, v rovine a v priestore, súradnice bodu, súradnice stredu úsečky, vzdialenosť dvoch bodov. Dané pojmy objasnite pre dva rôzne body v prvom kvadrante súradnicovej sústavy.

Úloha č.2

Dokážte, že funkcia f je na intervale ( 5; ∞) rastúca.

f : 

Úloha č.3

Kupujúci chce kúpiť vrecko mlieka a konzervu. V obchode majú 30 vreciek mlieka, z toho 8 z minulého dňa a 20 konzerv s nečitateľným dátumom výroby. Z toho určite 4 po záručnej lehote. Aká je pravdepodobnosť, že zákazník kúpi dve čerstvé mlieka a konzervu v záruke? Zmení sa riešenie ak budú všetky konzervy v záručnej lehote a všetky mlieka čerstvé?

22. ZADANIE

Úloha č.1

Vysvetlite pojmy: variácie, permutácie, kombinácie bez opakovania. Uveďte základné vzťahy pre výpočet počtu prvkov týchto množín. Vysvetlite pojem n!.

Úloha č.2

Dokážte, že postupnosť nie je aritmetická.

Úloha č.3

Daný je trojuholník ABC, bod A[4,-2], B[0,-5], C[-1,3]. Daný trojuholník zobrazte v karteziánskej súradnicovej sústave. Napíšte rovnicu priamky p, na ktorej leží ťažnica na stranu a. Nájdite rovnicu priamky *q*, ktorá je rovnobežná s *p* a prechádza bodom B.

23. ZADANIE

Úloha č.1

Vysvetlite pojmy: štatistický súbor, rozsah štatistického súboru, štatistický znak. Vysvetlite pojmy modus, medián, aritmetický priemer (aj viac ako dvoch čísel) stredná hodnota, smerodajná odchýlka, rozptyl.

Úloha č.2

Dokážte, že pre  platí daná rovnosť: 

Úloha č.3

Dĺžky strán pravouhlého trojuholníka tvoria tri za sebou idúce členy aritmetickej postupnosti. Dlhšia odvesna má dĺžku 24 cm. Aký je obvod a obsah trojuholníka? Ako sa zmení výsledok v prípade, že 24 cm je dĺžka kratšej z odvesien?

24. ZADANIE

Úloha č.1

Charakterizujte pojmy: pravdepodobnosť javu, doplnková pravdepodobnosť javu, náhodný jav, priaznivý, nepriaznivý jav. Uveďte vzťahy pre výpočet pravdepodobnosti javu, vzťah pre pravdepodobnosť doplnkového javu a nezávislých javov.

Úloha č.2

Dokážte, že rozdiel štvorcov dvoch za sebou idúcich nepárnych čísel je deliteľný číslom 8.

Úloha č.3

Určte čísla a, b funkcie pre x є R tak, aby platilo a a zistite, pre ktoré x je funkčná hodnota záporná.

25. ZADANIE

Úloha č.1

Vysvetlite pojem sústava lineárnych rovníc. Uveďte a demonštrujte základné metódy algebrického riešenia sústavy dvoch rovníc s dvomi neznámymi. Vysvetlite, čo znamená riešiť sústavu graficky.

Úloha č.2

Dokážte, že pre všetky x, y, pre ktoré sú výrazy definované, platí:



Úloha č.3

Šírka, dĺžka a výška kvádra sú v pomere 6 : 8 : 15. Uhlopriečka podstavy má dĺžku 51. Vypočítajte objem kvádra s presnosťou na 2 desatinné miesta. O koľko by sa tento objem zmenil, ak by 51 vyjadrovala dĺžku uhlopriečky väčšej bočnej steny?

26. ZADANIE

Úloha č.1

Popíšte hranaté telesá: kváder, kocka, ihlan, štvorsten. Načrtnite ich, popíšte ich vlastnosti (z hľadiska počtu stien, hrán a vrcholov). Napíšte vzorce pre výpočet objemov a povrchov týchto telies. Vysvetlite význam parametrov nachádzajúcich sa v daných vzorcoch.

Úloha č.2

Dokážte, že postupnosť  je geometrická a rastúca.

Úloha č.3

Nájdite stredy a polomery kružníc daných rovnicami x2 + y2 + 2x + 4y + 1 = 0; x2 + y2 – 8x + 6y + 9 = 0. Napíšte rovnicu priamky, ktorá je určená ich stredmi. Nachádza sa stred kružnice (x+1)2 + (y+3)2 = 9 na tejto priamke?

Konkrétne pomôcky:

modely telies

27. ZADANIE

Úloha č.1

Objasnite pojmy: kružnica, kruh, polomer a priemer kružnice, stred, tetiva. Uveďte vzťahy pre výpočet obvodu kružnice a obsah kruhu. Klasifikujte vzájomné polohy kružnice a priamky, dvoch kružníc.

Úloha č.2

Overte, či pre všetky prípustné  platí:



Úloha č.3

Stan tvaru ihlana má drevenú podlahu tvaru štvorca, ktorého hrana má dĺžku 2 m. Výška stanu je 3 m. Približne koľko m2 plátna treba na zhotovenie bočných stien? Bude nám stačiť 8 m2 plátna, ak znížime výšku stanu o 1m?

28. ZADANIE

Úloha č.1

Charakterizujte pojem množina, uveďte spôsoby ich určenia. Vysvetlite a demonštrujte na Vennových diagramoch nasledujúce pojmy: podmnožina, rovnosť množín, prienik, zjednotenie, rozdiel množín, doplnok množiny, disjunktné množiny.

Úloha č.2

Dokážte, že .

Úloha č.3

Určte predpis kvadratickej funkcie *f*, ktorej graf prechádza bodmi A(0; -3,5), B(2; -7,5), C(5; 16,5). Vypočítajte súradnice vrcholu, načrtnite graf danej funkcie a určte všetky reálne čísla x, pre ktoré je funkčná hodnota nezáporná. Ako sa zmení graf tejto funkcie, ak predpis funkcie bude v absolútnej hodnote?

29. ZADANIE

Úloha č.1

Vymenujte a charakterizujte zhodné zobrazenia v rovine, čím sú jednoznačne určené. Vymenujte útvary, ktoré sú osovo alebo stredovo súmerné.

Úloha č.2:

Dokážte, že pre každé prirodzené číslo n platí: „číslo n3 - n je deliteľné štyrmi“

Úloha č.3

Daný je vektor **b** = (-2;3;5). Určte súradnicu a1 vektora **a** = (a1;7,;4), aby vektory **a,** **b** boli navzájom kolmé. Určte veľkosť oboch vektorov, veľkosť ich súčtu, rozdielu a určte uhol medzi nimi.

30. ZADANIE

Úloha č.1:

Definujte funkciu f: y = cos x v pravouhlom trojuholníku a na jednotkovej kružnici. Načrtnite graf tejto funkcie a popíšte jej vlastnosti na intervale .

Úloha č.2

Dokážte, že rovnica x2 + y2 – 6x - 10y + 29 = 0 je všeobecnou rovnicou kružnice, určte súradnice stredu a jej polomer.

Úloha č.3:

Pri zisťovaní veku poslucháčov jednej študijnej skupiny boli zistené tieto hodnoty: 19, 18, 18, 18, 19, 18, 20, 21, 22, 22, 18, 18, 18, 19, 19, 18, 21, 19, 20. Zostavte tabuľku rozdelenia početností jednotlivých hodnôt znaku „vek“ a určte relatívnu početnosť pre hodnotu 18. Určte aritmetický priemer, modus a medián znaku „vek“.