Vektory - lineárna závislosť, lineárna nezávislosť

Vypracovala: PaedDr. Elena Šimová

Vektor môžeme definovať ako posunutie. Všetky orientované úsečky, ktoré majú ten istý smer a tú istú veľkosť, znázorňujú ten istý vektor.

Súradnice vektora: Ak ***u*** **= AB**, A $[a_1, a_2, a_3]$, B$[b_1, b_2, b_3]$ súradnicami vektora u v danej sústave súradníc nazveme usporiadanú trojicu čísel $b_1 - a_1$, $b_2 - a_2$, $b_3 - a_3$.(v priestore)

$\boldsymbol{u = [b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3]}$

DEF: Daných je n ľubovoľných vektorov $v_1, v_2, ...,v_n$. Každý vektor $v = a_1.v_1 + a_2.v_2 + ...+ a_n.v_n$, kde $a_1, a_2, ...,a_n$ sú reálne čísla, nazývame lineárnou kombináciou vektorov $v_1, v_2, ...,v_n$..

Pozn.: Pomocou pojmu lineárna kombinácia vektorov sa definujú pojmy lineárna závislosť a lineárna nezávislosť vektorov.

Napr. Ak **z = k . a + l . b**, kde k, l ϵ R, hovoríme, že vektor z je lineárnou kombináciou vektorov ***a, b***.

DEF: Vektory ***u, v, w, ...,z*** sa nazývajú **lineárne závislé** práve vtedy, keď aspoň jeden z nich je lineárnou kombináciou ostatných. Hovoríme tiež, že sústava vektorov ***u, v, w , ...,z*** je lineárne závislá.

Pozn.: Ak je jeden z vektorov nulový, potom sú vektory sústavy lineárne závislé, pretože nulový vektor môžeme pokladať za lineárnu kombináciu ľubovoľných vektorov.

Pozn.: Množina vektorov, ktorá je lineárne závislá, ostane lineárne závislá aj po pridaní ďalšieho vektora.

Veta 1: Vektory ***u, v, w,..., z*** sú lineárne závislé práve vtedy, keď rovnica $\mathbf{k_1.u + k_2.v + k_3.w + ... + k_n.z = 0}$ platí pre čísla $k_1, k_2, k_3, ...k_n$, z ktorých aspoň jedno číslo je rôzne od nuly.

Veta 2: Vektory ***u, v, w,..., z*** sú lineárne nezávislé práve vtedy, keď rovnica $\mathbf{k_1.u + k_2.v + k_3.w + \ldots + k_n.z = 0}$ je splnená len pre $\mathbf{k_1 = k_2 = k_3 = \ldots = k_n = 0}$.

Pozn.: Vektory ***u*** a ***v*** sú v rovine lineárne závislé práve vtedy , keď existujú také čísla $\mathbf{k_1}$ **,** $\mathbf{k_2}$, že aspoň jedno z nich je rôzne od nuly a zároveň platí $\mathbf{k_1.u + k_2.v = 0}$.

Po matematických úpravách môžeme dostať vzťahy:

$\mathbf{v = - k_1 / k_2 . u = t . u}$, kde $\mathbf{t = - k_1 / k_2}$

Z toho môžeme dedukovať, že vektory, u, v sú lineárne závislé v rovine práve vtedy, keď jeden z nich je číselným násobkom druhého, alebo keď ležia na jednej priamke, čiže sú **kolineárne**.

DEF: **Kolineárnosť bodov**: Body A, B, C, nazveme kolineárnymi, ak ležia na jednej priamke. **Platí**: A, B, C sú kolineárne <=> k ϵ R, **AC = k . AB**

S lineárnou závislosťou resp. nezávislosťou sa stretávame v dvoch typoch príkladov.

1. ak máme iba zistiť závislosť / nezávislosť daných vektorov
2. ak máme zistiť hodnoty číselných koeficientov tak, aby dané vektory spĺňali podmienku lineárnej závislosti

Použitá literatúra:

RNDr. Marta Rácová – Matematika – prehľad stredoškolského učiva pre maturantov a uchádzačov o štúdium na vysokých školách

Zdeněk Vošický – krok za krokom k maturite - MATEMATIKA

vlastné poznámky