

# **Exponenciálna funkcia**

# Obsah

- Zavedenie exponenciálnej funkcie
- Pojem exponenciálna funkcia
- Graf a vlastnosti exponenciálnej funkcie
- Rozdiel mocninová - exponenciálna
- Cvičenia
- Posunutie grafu funkcie

# Zavedenie exponenciálnej funkcie

## Rozprávka:

*Kde bolo, tam bolo, bolo raz kráľovstvo, v ktorom kráľ prisľúbil tomu, kto rozveselí jeho smutnú dcéru toľko zrníek zlata, koľko sa zmestí na políčka šachovnice tak, že na prvom bude 1 zrnko a na každom d'alšom 2-krát toľko ako na predchádzajúcom...*

*Túto ponuku rýchlo využil istý Jano, lebo vedel, že ...*

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + \dots$$

A to by bolo spolu iba v 1 rade šachovnice 255g a ako vieme, má ich šachovnica ešte 7!!!

(pre zjednodušenie - nech je 1 zrnko cca 1 gram)

Jano asi poriadne zruinoval kráľa...

# Zavedenie exponenciálnej funkcie

Koľko zlata bolo na poslednom políčku?

Bolo ich neuveriteľne veľa:

$$2^{63} \text{ g}$$

a to je asi  $9 \cdot 10^{12}$  ton!!!

Takto veľmi rýchlo rastú tzv. **exponenciálne funkcie**, v našom prípade by to bola funkcia:

$$f: y=2^x$$

# Pojem exponenciálna funkcia

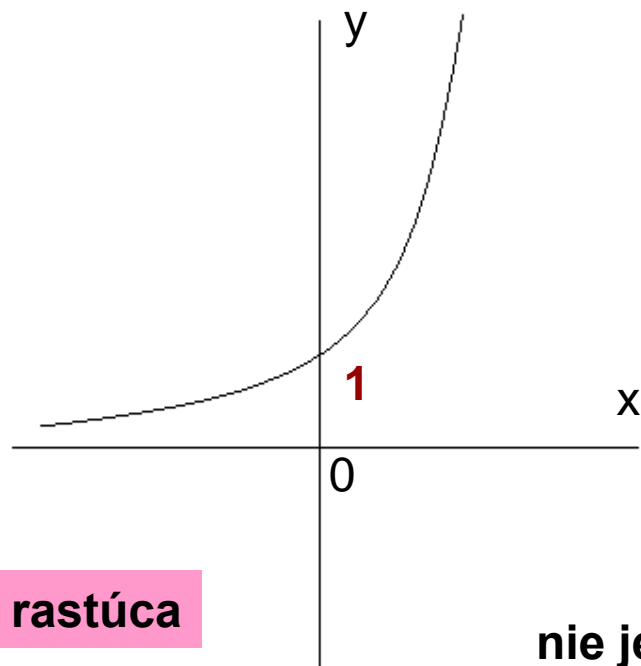
- Exponenciálna funkcia so základom je určená predpisom  $f: y = a^x$ , pričom  $a \in R^+ - \{1\}$
- Grafom exponenciálnej funkcie je EXPONENCIÁLA (exponenciálna krivka)



# Graf exponenciálnej funkcie

$$a > 1$$

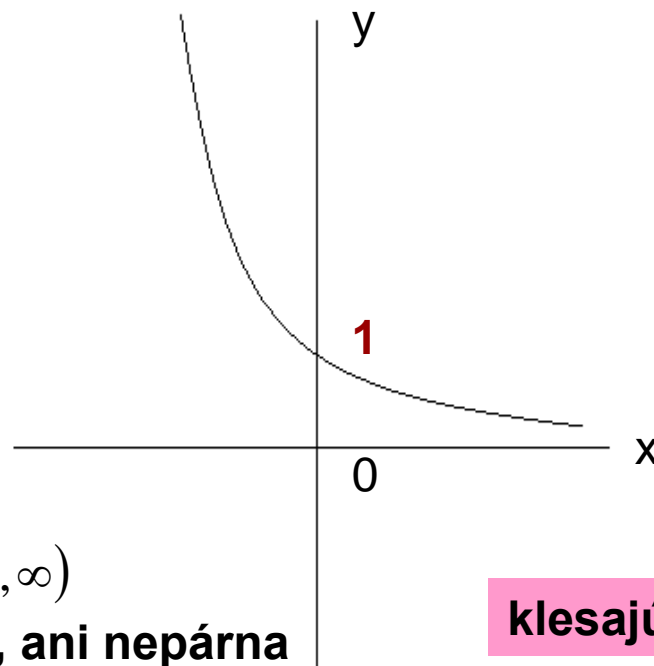
(napr.  $a=2$ ;  $y=2^x$ )



**rastúca**

$$0 < a < 1$$

(napr.  $a=0,5$ ;  $y=0,5^x$ )



**klesajúca**

$$D = \mathbb{R}$$

$$H = (0, \infty)$$

nie je párna, ani nepárna

ohraničená (zdola, zhora)

nie prostá

nemá max. ani min.

graf prechádza bodmi  $[0,1]$ ;  $[1,a]$ ;

# Rozdiel mocninová a exponenciálna

- **Mocninové funkcie** majú nezávislú premennú  $x$  v základe mocniny:

$$f: y=x^2$$

- **Exponenciálne funkcie** majú nezávislú premennú  $x$  v exponente:

$$f: y=2^x$$

- Preto **exponenciála** rastie oveľa rýchlejšie ako **parabola**.



# Využitie exponenciálnej funkcie v biológii

## Príklad 1:

- Oploďnené vajíčko sa v tele matky začne deliť najprv na dve, potom každá časť opäť na dve a tým vznikne vždy 2-násobok pôvodného počtu buniek.

Čo z toho vyplýva? Ako súvisí ranný vývoj embrya človeka s matematikou?



# Využitie exponenciálnej funkcie v biológii

## Príklad 2:

Za priaznivých podmienok sa baktérie za 30 minút rozmnožia na 2-násobok. Preto ak sa napríklad do mlieka dostane len 1 choroboplodná baktéria, koľko z nej vznikne za 10 hodín?

za 1. hodinu: 2, 4

za 2. 8, 16

za 3. 32, 64

atď...

Na konci poslednej hodiny ich bude:

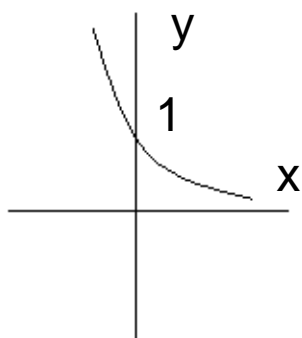
**1 048 576 !**

# Cvičenia

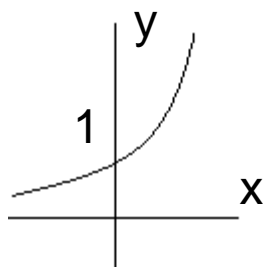
1./ Ktorá z nasledujúcich funkcií je exponenciálna ?

a)  $y = (1/x)^x$     b)  $y = x \cdot 4^x$     c)  $y = 2,5^x + 3$     d)  $y = (x+2)^5$

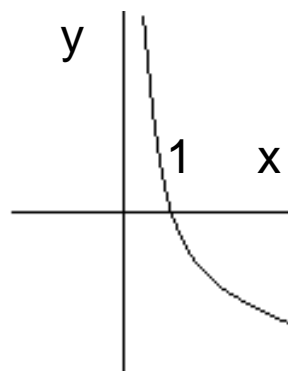
2./ Na ktorom z obrázkov je časť grafu funkcie  $y = 2^x$  ?



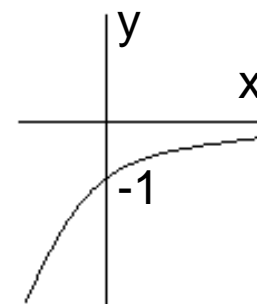
A



B

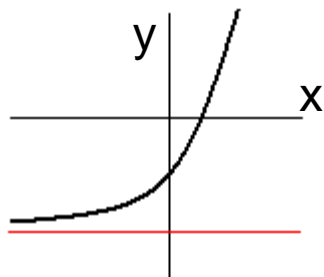


C

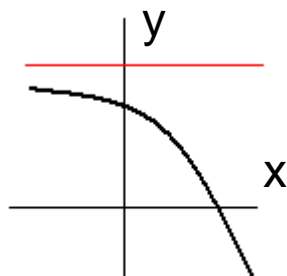


D

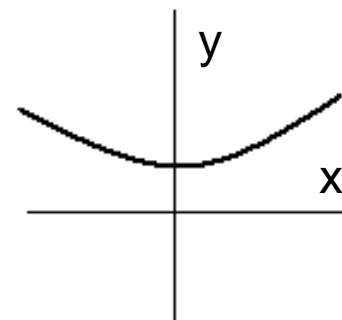
3./ Na ktorom z obrázkov nie je časť grafu exponenciálnej funkcie ?



A



B



C

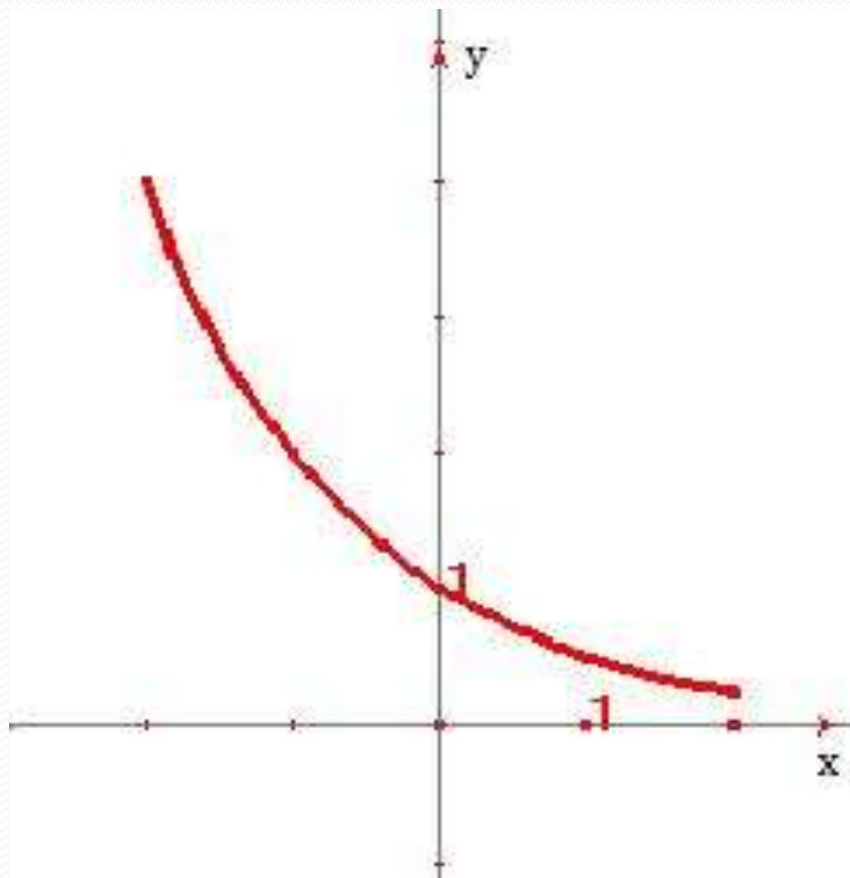
4./ Na základe vlastností exponenciálnej funkcie,  
doplňte znak nerovnosti:

1.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2,5}$        $\left(\frac{1}{2}\right)^{2,4}$

2.  $\left(\frac{4}{3}\right)^{1,3}$        $\left(\frac{4}{3}\right)^{1,8}$

3.  $\left(\frac{7}{2}\right)^{0,8}$        $(3,5)^{0,9}$

4.  $(0,3)^0$        $(0,3)^{0,5}$



# Posunutie grafu funkcie

$$f : y = a^{x-p} + q$$

Parameter **p** – posúva graf po osi **x**

Parameter **q** – posúva graf po osi **y**



5./ Načrtnite grafy a určte vlastnosti nasledujúcich funkcií:

a)  $f: y = 2^{x+1}$

b)  $f: y = \left(\frac{1}{4}\right)^x + 1$

c)  $f: y = 3^{x+3}$

d)  $f: y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2}$



# ZHRNUTIE

- $y = a^x$  je exponenciálna funkcia, pričom  $a > 0$  a tiež  $a \neq 1$ .
- Definičný obor funkcie je množina  $\mathbb{R}$ .
- Obor hodnôt funkcie je množina všetkých kladných reálnych čísel.
- Graf tejto funkcie je exponenciála.
- Táto funkcia je pre  $a > 1$  rastúca a pre  $a \in (0, 1)$  klesajúca.

**Ďakujem za Vám pozornosť.**

