

Goniometrické výrazy

1) Vypočítajte hodnoty ostatných goniometrických funkcií, ak:

a) $\cos x = 0,6; x \in \left(\frac{1}{2}\pi, \pi\right);$

b) $\sin x = \frac{12}{13}; x \in \left(0, \frac{1}{2}\pi\right);$

c) $\cotg x = -\frac{3}{4}; x \in \left(\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right);$

d) $\tg x = \frac{4}{3}; x \in \left(\pi, \frac{3}{2}\pi\right).$

2) Upravte goniometrické výrazy:

a) $\sin^2 x + \cos^2 x + \tg^2 x$

b) $\sin x \cdot \cos^2 x + \sin^3 x =$

c) $\sin x - \sin x \cdot \cos^2 x =$

d) $\cos x - \cos x \cdot \sin^2 x =$

e) $\sin 2x (\tg x + \cot g x)$

3) Zjednodušte jednoduché výrazy v podielovom tvare (určte podmienky):

a) $\frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$

b) $\frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} =$

c) $\frac{\tg x \cdot \cos^2 x}{1 - \cos^2 x} =$

d) $\frac{\cos x - \sin x}{1 - \tg x} =$

e) $\frac{\sin 2x}{\cos^2 x}$

f) $\frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$

g) $\frac{1 - \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x}$

h) $\frac{\sin x - \sin^3 x}{\cos x - \cos^3 x}$

i) $\frac{\tg x}{1 + \tg^2 x}$

4) Zjednodušte zložitejšie výrazy v podielovom tvare (určte podmienky):

a) $\frac{1 - \cos 2x + \sin 2x}{1 + \cos 2x + \sin 2x}$

b) $\frac{1}{1 + \sin x} + \frac{1}{1 - \sin x}$

c) $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x} \quad (\text{D.ú.})$

5) Zjednodušte goniometrické výrazy v súčinovom tvare (určte podmienky):

a) $\frac{1 + \sin 2x}{\sin x + \cos x} [\sin x + \cos x]$

b) $\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{2 \tg x \cdot \cos^2 x} [\cot g 2x]$

c) $\left(\frac{1}{\cos x} - \tg x\right) \left(\frac{1}{\cos x} + \tg x\right) \quad (\text{D.ú.})$

d) $\frac{\tg x}{1 - \tg^2 x} \cdot \frac{\cot g^2 x - 1}{\cot g x}$

e) $\frac{\sin x (1 + \sin x - \cos^2 x)}{\cos^2 x (1 + \sin x)} [\tg^2 x]$

f) $\frac{1 + \cos 2x}{\cos x} - \frac{\sin x \cdot \sin 2x}{1 - \cos 2x} [\cos x]$

6) Dokážte, že platí rovnosť :

a) $\frac{1 - \sin^2 x}{\cot g^2 x} = 1 - \cos^2 x \quad (\text{D.ú.})$

b) $\frac{1}{\sin^2 x} - 1 = \cot g^2 x$

c) $1 + \tg^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

d) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \tg^2 \alpha = 1$

e) $\frac{\sin^3 x}{\cos x - \cos^3 x} = \tg x$

f) $\sin^2 x + \cos^2 x + \tg^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

g) $\tg x + \cot g x = \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}$

h) $\frac{1 - \cos^2 x}{1 + \tg^2 x} - \frac{\cos^2 x}{1 + \cot g^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} - 1 = \tg^2 x$

$$\text{i) } \frac{2 \sin x - \sin 2x}{2 \sin x + \sin 2x} = \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}$$

$$\text{j) } \left(\frac{1}{\cos x} + \operatorname{tg} x \right) \left(\frac{1}{\cos x} - \operatorname{tg} x \right) = 1$$