

4. Intervaly

Znakom $(0;1)$ označujeme množinu všetkých reálnych čísel väčších ako nula a menších ako 1.

Znakom $\langle 0;1 \rangle$ označujeme množinu všetkých reálnych čísel väčších alebo rovných 0 a menších alebo rovných 1.

Znakom $(0;1]$ označujeme množinu všetkých reálnych čísel väčších ako 0 a menších alebo rovných 1.

Znakom $\langle 0;1 \rangle$ označujeme množinu všetkých reálnych čísel väčších alebo rovných 0 a menších ako 1.

Znakom $(-\infty;1)$ označujeme množinu všetkých reálnych čísel menších ako 1.

Znakom $(-\infty;1] \rangle$ označujeme množinu všetkých reálnych čísel menších alebo rovných 1.

Znakom $(1;\infty)$ označujeme množinu všetkých reálnych čísel väčších ako 1.

Znakom $\langle 1;\infty \rangle$ označujeme množinu všetkých reálnych čísel väčších alebo rovných 1.

Zátvorky \langle , \rangle používame vtedy, ak hraničný bod do intervalu patrí.

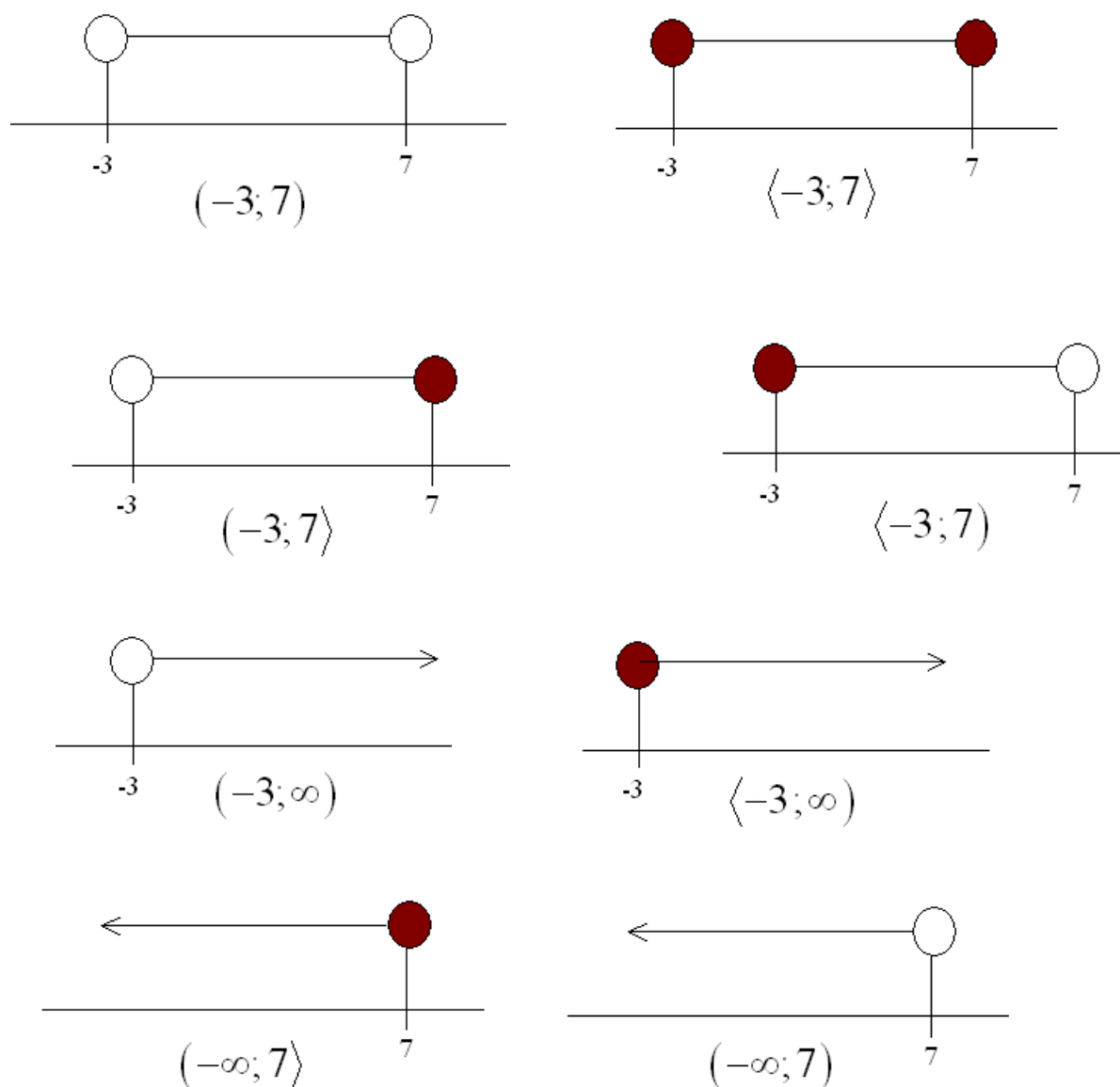
Zátvorky $($, $)$ používame vtedy, ak hraničný bod do intervalu nepatrí.

Pri znakoch ∞ a $-\infty$ používame vždy zátvorky $($, $)$.

Všimnime si slovný opis nasledujúcich intervalov:

Množina všetkých čísel väčších ako 5 a menších alebo rovných 7.	$(5;7]$
Množina všetkých čísel väčších alebo rovných ako -3 a menších ako -2.	$\langle -3;-2 \rangle$
Množina všetkých čísel väčších ako 5.	$(5;\infty)$
Množina všetkých čísel menších alebo rovných -11.	$(-\infty;-11]$
Množina všetkých čísel väčších ako 7 a menších ako 30.	$(7;30)$

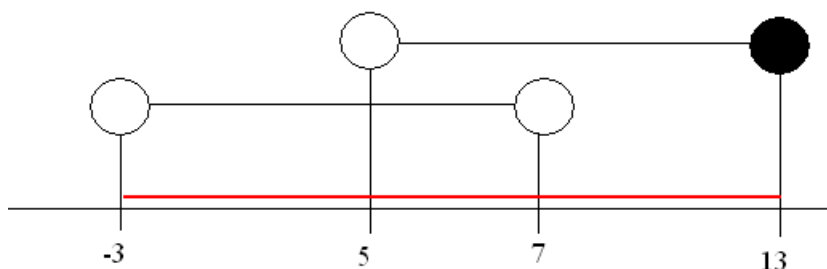
Intervaly možno znázorniť aj graficky tak, ako to vidíme na nasledujúcich obrázkoch.



Takéto znázornenie je užitočné pri operáciách s intervalmi, ako to uvidíme na nasledujúcich úlohách.

Úloha: Graficky znázorníte a zapíšete v jednoduchšom tvare $(-3; 7) \cup (5; 13)$.

Riešenie: Do obrázka vyznačíme oba intervaly $(-3; 7)$ a $(5; 13)$. Prvok patrí do zjednotenia intervalov, ak patrí aspoň

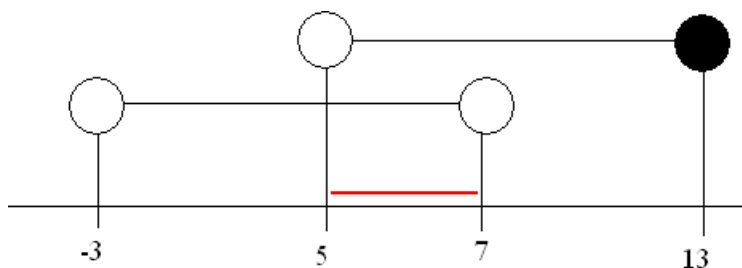


do jedného intervalu. Časť patriacu aspoň jednému intervalu zakreslíme červenou farbou. Zapišeme výsledok: $(-3;7) \cup (5;13) = (-3;13)$.

Úloha: Graficky znázorníte a zapíšete v jednoduchšom tvare $(-3;7) \cap (5;13)$.

Riešenie: Do obrázka vyznačíme oba intervaly $(-3;7)$ a $(5;13)$.

Prvok patrí do prieniku intervalov, ak patrí do oboch intervalov. Časť spoločnú obo

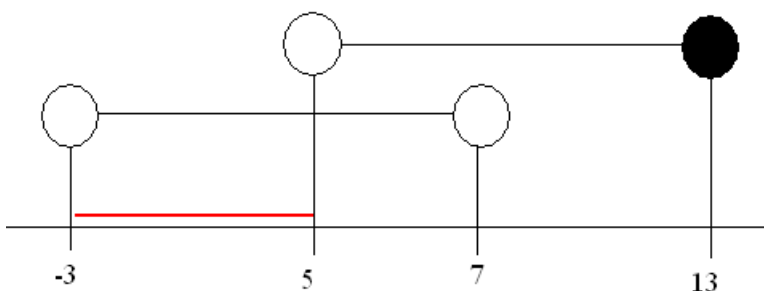


intervalom zakreslíme červenou farbou. Zapišeme výsledok: $(-3;7) \cap (5;13) = (5;7)$.

Úloha: Graficky znázorníte a zapíšete v jednoduchšom tvare $(-3;7) - (5;13)$.

Riešenie: Do obrázka vyznačíme oba intervaly

$(-3;7)$ a $(5;13)$. Prvok patrí do rozdielu intervalov, ak patrí do prvého intervalu a nepatrí do druhého intervalu. Príslušnú

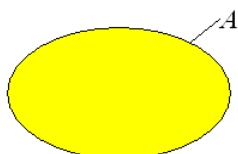


časť zakreslíme do obrázka červenou farbou. Zapišeme výsledok: $(-3;7) - (5;13) = (-3;5)$.

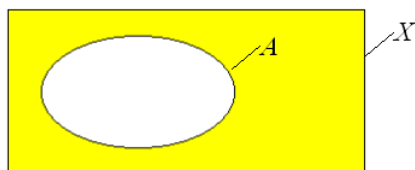
(Uvedomme si, že číslo 5 patrí do rozdielu intervalov, lebo patrí do prvého intervalu a nepatrí do druhého.)

5. Vennove diagramy

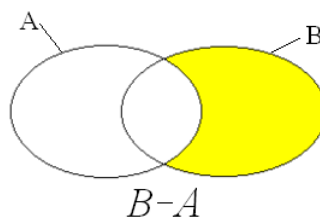
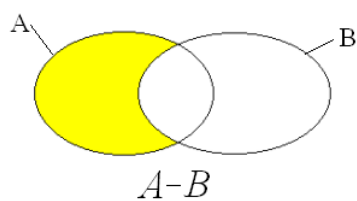
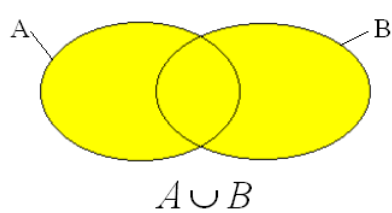
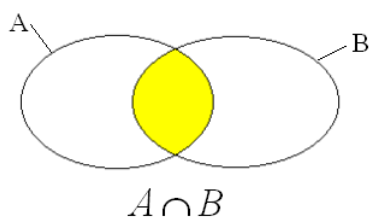
Množinu v rovine znázorňujeme tak, že ju reprezentuje množina všetkých bodov vo vnútri uzavretej krivky.



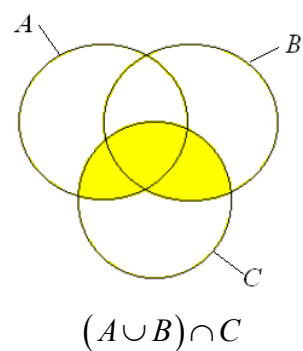
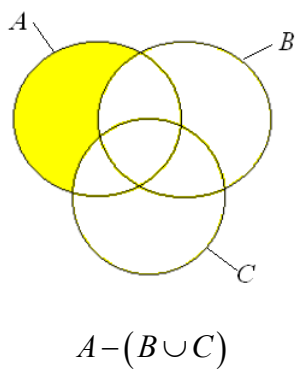
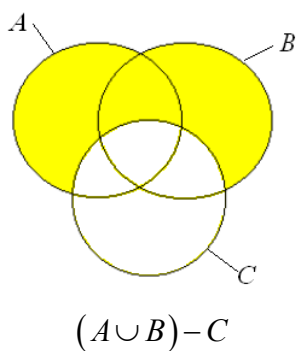
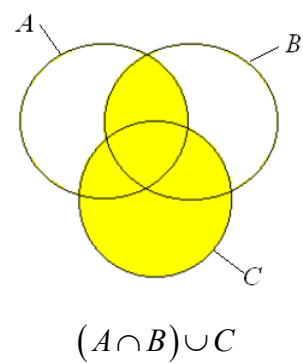
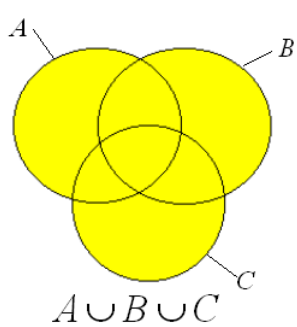
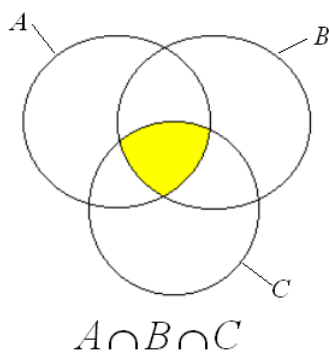
Na nasledujúcom obrázku vidíme Vennov diagram pre doplnok množiny A v základnom priestore X .



Na nasledujúcich obrázkoch vidíme Vennove diagramy pre zjednotenie, prienik a rozdiel dvoch množín.



Na nasledujúcich obrázkoch vidíme Vennove diagramy pre tri množiny.



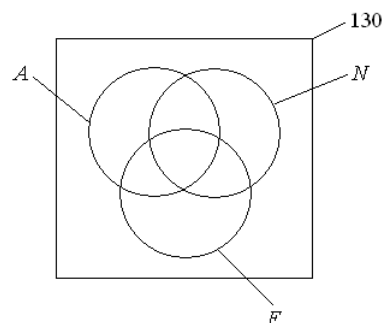
Výhodnosť použitia Vennových diagramov si ukážeme na riešení nasledujúcej úlohy.

Úloha: 130 žiakov osemročného gymnázia sa učí angličtinu (A), nemčinu (N) alebo francúzštinu (F). Každý žiak sa učí aspoň dva jazyky, pričom 20 sa učia všetky tri. A a N sa učí presne toľko žiakov ako A a F. N a F sa učí o 10 menej žiakov ako je tých, ktorí sa učia všetky tri jazyky.

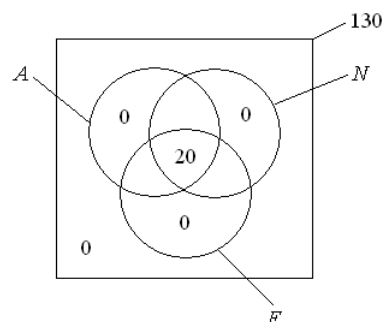
Koľko žiakov sa učí jednotlivé jazyky?

Riešenie:

Nakreslíme si prázdny Vennov diagram pre množiny A, N, F reprezentujúce jazyky.



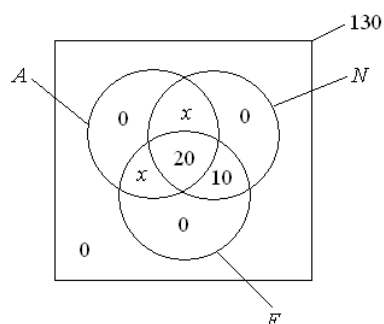
„Každý žiak sa učí aspoň dva jazyky, pričom 20 sa učia všetky tri.“



„A a N sa učí presne toľko žiakov ako A a F.“

Počet žiakov, ktorí sa učia súčasne A a N si označíme x . Počet žiakov, ktorí sa učia súčasne A a F si označíme taktiež x .

„N a F sa učí o 10 menej žiakov ako je tých, ktorí sa učia všetky tri jazyky.“



Zostavíme rovnicu a vypočítame x :

$$x + x + 10 + 20 = 130$$

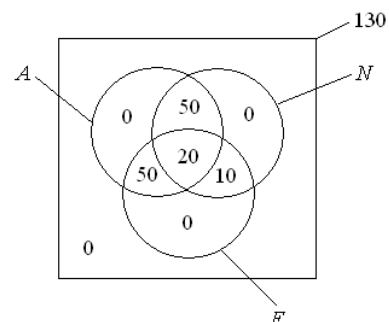
$$x = 50$$

Dosadíme za x číslo 50 a zapíšeme odpoveď.

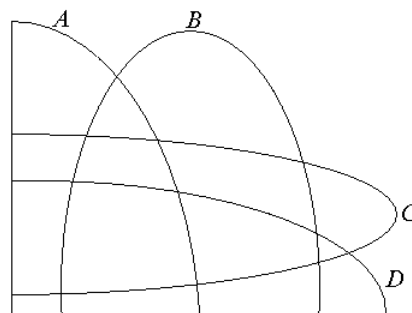
Angličtinu sa učí 120 žiakov.

Nemčinu sa učí 80 žiakov.

Francúzštinu sa učí 80 žiakov.



V závere kapitoly si všimnite obrázok, ktorý znázorňuje, ako vyzerá Vennov diagram pre štyri množiny.



Test č. 6

V nasledujúcom teste je 30 úloh z oblasti intervalov a Vennových diagramov.

Na nich si prakticky precvičíme:

- zápis intervalu,
- grafické znázornenie intervalov,
- zjednotenie, prienik a rozdiel intervalov,
- Vennove diagramy pre dve množiny,
- Vennove diagramy pre tri množiny.

Test č. 6 nájdeme aj v elektronickej verzii v súbore 6.exe.

1. Prirad'ite intervalu zodpovedajúci slovný opis.

- | | |
|----------------------------|--|
| a) $\langle -1; 4 \rangle$ | 1. Množina všetkých reálnych čísel väčších ako -1 a menších ako 4. |
| b) $(-1; 4]$ | 2. Množina všetkých reálnych čísel väčších alebo rovných -1 a menších alebo rovných 4. |
| c) $(-1; 4)$ | 3. Množina všetkých reálnych čísel väčších ako -1 a menších alebo rovných 4. |
| d) $\langle -1; 4 \rangle$ | 4. Množina všetkých reálnych čísel väčších alebo rovných -1 a menších ako 4. |

2. Prirad'ite intervalu zodpovedajúci slovný opis.

- | | |
|---------------------------------|--|
| a) $(-\infty; 4)$ | 1. Množina všetkých reálnych čísel väčších ako -1. |
| b) $(-\infty; 4]$ | 2. Množina všetkých reálnych čísel menších ako 4. |
| c) $\langle -1; \infty \rangle$ | 3. Množina všetkých reálnych čísel menších alebo rovných 4. |
| d) $(-1; \infty)$ | 4. Množina všetkých reálnych čísel väčších alebo rovných -1. |

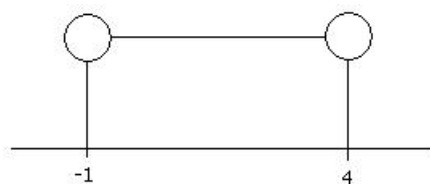
3. Na obrázku je znázornený interval:

a) $\langle -1; 4 \rangle$

b) $(-1; 4 \rangle$

c) $(-1; 4)$

d) $\langle -1; 4 \rangle$



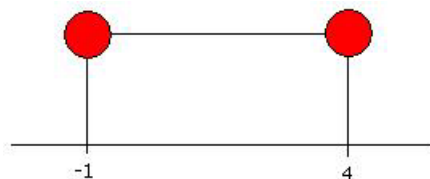
4. Na obrázku je znázornený interval:

a) $\langle -1; 4 \rangle$

b) $(-1; 4 \rangle$

c) $(-1; 4)$

d) $\langle -1; 4 \rangle$



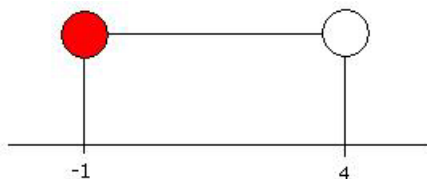
5. Na obrázku je znázornený interval:

a) $\langle -1; 4 \rangle$

b) $(-1; 4 \rangle$

c) $(-1; 4)$

d) $\langle -1; 4 \rangle$



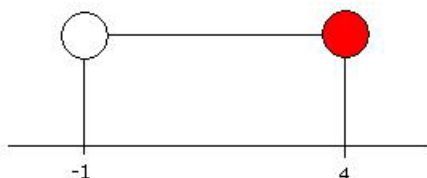
6. Na obrázku je znázornený interval:

a) $\langle -1; 4 \rangle$

b) $(-1; 4 \rangle$

c) $(-1; 4)$

d) $\langle -1; 4 \rangle$

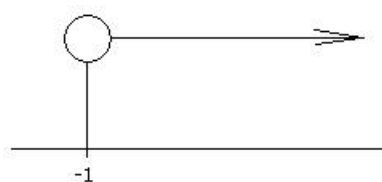


7. Na obrázku je znázornený interval:

a) $(-\infty; 4)$

b) $(-\infty; 4 \rangle$

c) $\langle -1; \infty)$



d) $(-1; \infty)$

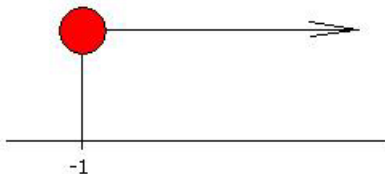
8. Na obrázku je znázornený interval:

a) $(-\infty; 4)$

b) $(-\infty; 4]$

c) $\langle -1; \infty)$

d) $(-1; \infty)$



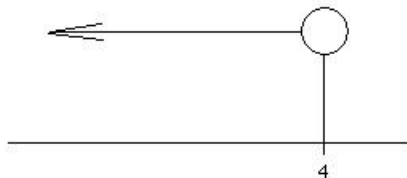
9. Na obrázku je znázornený interval:

a) $(-\infty; 4)$

b) $(-\infty; 4]$

c) $\langle -1; \infty)$

d) $(-1; \infty)$



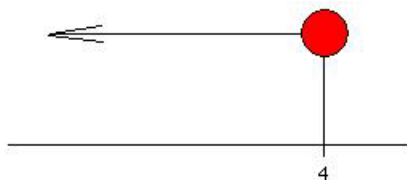
10. Na obrázku je znázornený interval:

a) $(-\infty; 4)$

b) $(-\infty; 4]$

c) $\langle -1; \infty)$

d) $(-1; \infty)$



11. Prirad'ite k nerovnici interval, ktorý je oborom jej pravdivosti.

a) $x \leq 7$

1. $(-\infty; 7)$

b) $x \geq 7$

2. $\langle 7; \infty)$

c) $x > 7$

3. $(-\infty; 7]$

d) $x < 7$

4. $(7; \infty)$

12. Prirad'ite k nerovnici interval, ktorý je oborom jej pravdivosti.

a) $-2 < x < 5$

1. $\langle -2; 5]$

b) $-2 < x \leq 5$ 2. $(-2; 5)$

c) $-2 \leq x < 5$ 3. $\langle -2; 5 \rangle$

d) $-2 \leq x \leq 5$ 4. $(-2; 5]$

13. $(3; 7) \cup (5; 11) =$

a) $(3; 11)$

b) $(5; 7)$

c) $(3; 5)$

d) $(7; 11)$

14. $(3; 7) \cap (5; 11) =$

a) $(3; 11)$

b) $(5; 7)$

c) $(3; 5)$

d) $(7; 11)$

15. $(3; 7) - (5; 11) =$

a) $(3; 5)$

b) $\langle 3; 5 \rangle$

c) $\langle 3; 5 \rangle$

d) $(3; 5]$

16. $(3; 7) - \langle 5; 11 \rangle =$

a) $(3; 5)$

b) $\langle 3; 5 \rangle$

c) $\langle 3; 5 \rangle$

d) $(3; 5]$

17. $(-\infty; 4) - \langle 1; \infty) =$

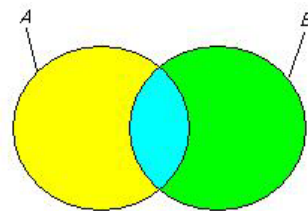
- a) $(-\infty; 1\rangle$
- b) $(-\infty; 1)$
- c) $\langle 1; 4)$
- d) $(1; 4)$

18. Označte množiny, ktoré obsahujú číslo 2.

- a) $(-\infty; 7) - (2; 9)$
- b) $(-\infty; -7) - (2; 9)$
- c) $(-\infty; 7) - \langle 2; 9\rangle$
- d) $(-\infty; 11) - (1; 19)$

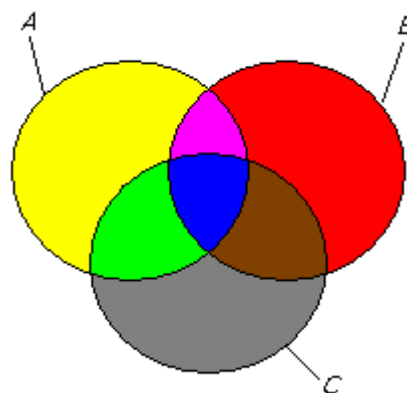
19. Prirad'te operáciám s množinami zodpovedajúcu oblasť vyznačenú na Vennovom diagrame.

- a) $A - B$ 1. žltá+modrá+zelená
- b) $B - A$ 2. modrá
- c) $A \cap B$ 3. žltá
- d) $A \cup B$ 4. zelená



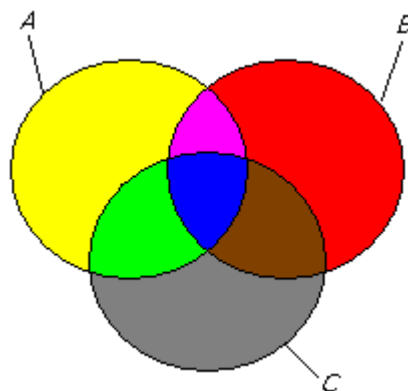
20. Označte farebné oblasti Vennovho diagramu, ktoré patria do množiny $(A \cap B) - C$.

- a) žltá
- b) fialová
- c) červená
- d) zelená
- e) modrá
- f) hnedá
- g) sivá



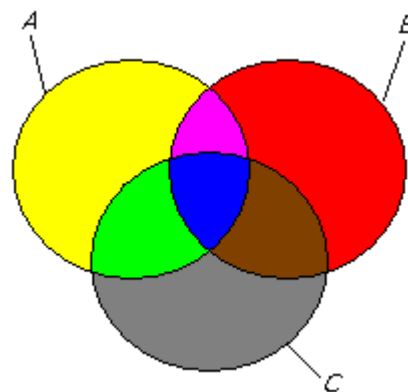
21. Označte farebné oblasti Vennovho diagramu, ktoré patria do množiny $(A \cup B) - C$.

- a) žltá
- b) fialová
- c) červená
- d) zelená
- e) modrá
- f) hnedá
- g) sivá



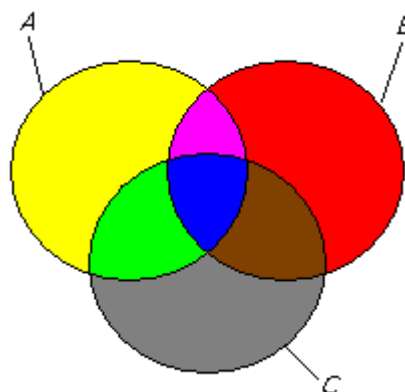
22. Označte farebné oblasti Vennovho diagramu, ktoré patria do množiny $(A - B) \cap C$.

- a) žltá
- b) fialová
- c) červená
- d) zelená
- e) modrá
- f) hnedá
- g) sivá



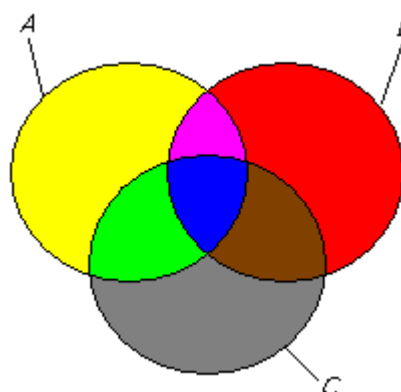
23. Označte farebné oblasti Vennovho diagramu, ktoré patria do množiny $(A - B) \cup C$.

- a) žltá
- b) fialová
- c) červená
- d) zelená
- e) modrá
- f) hnedá
- g) sivá



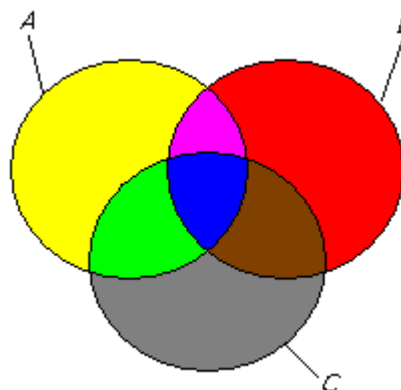
24. Označte farebné oblasti Vennovho diagramu, ktoré patria do množiny $(A \cup C) - B$.

- a) žltá
- b) fialová
- c) červená
- d) zelená
- e) modrá
- f) hnedá
- g) sivá



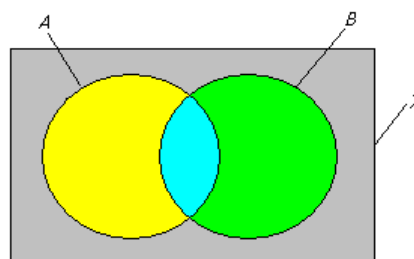
25. Označte farebné oblasti Vennovho diagramu, ktoré patria do množiny $(A \cup B) - (A \cap B)$.

- a) žltá
- b) fialová
- c) červená
- d) zelená
- e) modrá
- f) hnedá
- g) sivá



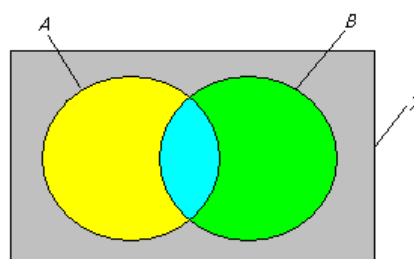
26. Označte farebné oblasti Vennovho diagramu, ktoré patria do doplnku zjednotenia množín A a B v základnom priestore X .

- a) žltá
- b) modrá
- c) zelená
- d) sivá



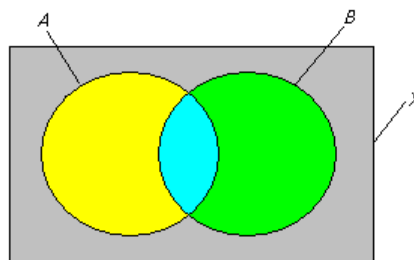
27. Označte farebné oblasti Vennovho diagramu, ktoré patria do doplnku prieniku množín A a B v základnom priestore X .

- a) žltá
- b) modrá
- c) zelená
- d) sivá



28. Označte farebné oblasti Vennovho diagramu, ktoré patria do doplnku rozdielu množín $A-B$ v základnom priestore X .

- a) žltá
- b) modrá
- c) zelená
- d) sivá



29. V 8.A triede je 29 žiakov. Každý žiak vie hrať aspoň na jeden hudobný nástroj z dvojice flauta, klavír. Na flautu vie hrať 22 žiakov, na klavír 14. Koľko žiakov vie hrať na oba nástroje?

30. V triede 8.A je 32 žiakov. 26 žiakov vie hrať na flautu, 14 na klavír. Navyše, 12 žiakov vie hrať na oba nástroje. Koľko žiakov nevie hrať na žiaden nástroj?

Test č. 6 – správne riešenia

1. a4,b3,c1,d2	7. d	13. a	19. a3,b4,c2,d1	25. acdf
2. a2,b3,c4,d1	8. c	14. b	20. b	26. d
3. c	9. a	15. d	21. abc	27. acd
4. d	10. b	16. a	22. d	28. bcd
5. a	11. a3,b2,c4,d1	17. b	23. adefg	29. 7
6. b	12. a2,b4,c3,d1	18. a	24. adg	30. 4