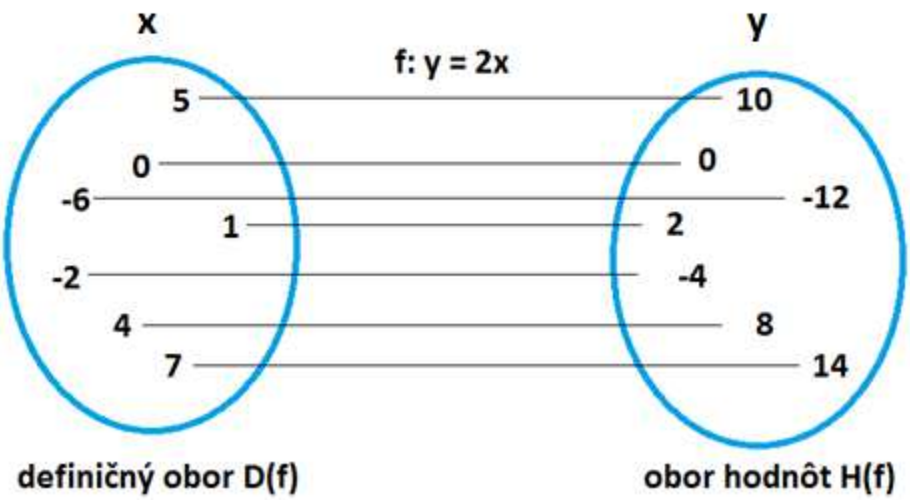
FUNKCIE, GRAFY – základné pojmy

Funkcia f reálnej premennej x je predpis, ktorý každému $x \in A$ priraďuje *najviac jedno* $y \in B$ tak, že y = f(x).
Definičný obor funkcie D(f) je množina všetkých x
Obor hodnôt funkcie H(f) je množina všetkých y
x – argument, nezávislá premenná
y – hodnota funkcie, závislá premenná

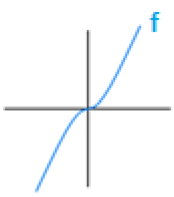


<u>Funkcia môže byť určená:</u>

- množinou usporiadaných dvojíc A = {[1; 5], [3; 4],[5; 6],[-3; 7],[-1; 5],[3; 8]}
- tabuľkou

x	1	2	3	4	5	6
y	-1	0	1	2	3	4

- predpisom f: y = 3x – 1
- grafom



Grafom funkcie je množina všetkých bodov v rovine, ktorých súradnice sú [x; y]; $x \in D(f)$, $y \in H(f)$.

MONOTÓNNOSŤ FUNKCIE

Funkcia f je **rastúca**, ak pre všetky x_1, x_2 z definičného oboru platí, že:
Ak $x_1 < x_2$, potom $f(x_1) < f(x_2)$.
Funkcia f je **klesajúca**, ak pre všetky x_1, x_2 z definičného oboru platí, že:
Ak $x_1 < x_2$, potom $f(x_1) > f(x_2)$.
Funkcia f je **konštantná**, ak pre všetky x_1, x_2 z definičného oboru platí, že:
Ak $x_1 < x_2$, potom $f(x_1) = f(x_2)$.

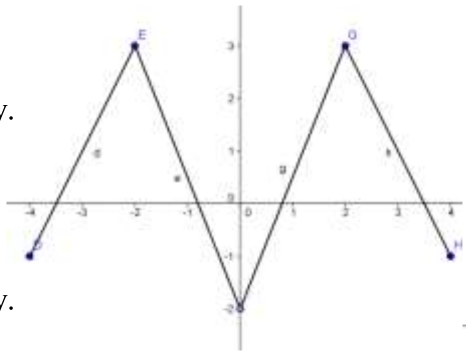
Ak je funkcia na celom definičnom obore rastúca, resp. klesajúca, tak sa nazýva **monotónna** funkcia.

PARITA FUNKCIE

Párna funkcia:

1. Definičný obor je symetrický podľa osi y.
2. Pre všetky *x* z *D(f)* platí: **f(-x) = f(x)**

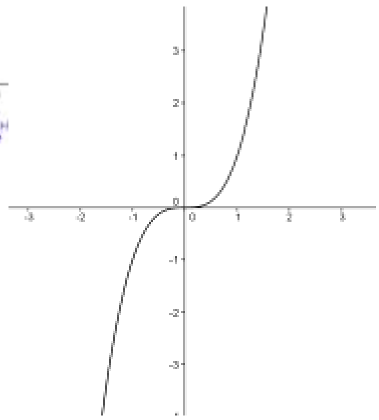
Graf je symetrický podľa osi y.



Nepárna funkcia:

1. Definičný obor je symetrický podľa osi y.
2. Pre všetky *x* z *D(f)* platí: **f(-x) = - f(x)**

Graf je symetrický podľa začiatku súradnicovej sústavy.



PROSTÁ FUNKCIA

Funkcia *f* sa nazýva **prostá,** ak rôznym číslam *x* z *D(f)* priradí rôzne hodnoty *y*.
Ak $x1 \neq x2$, tak potom $f(x1) \neq f(x2)$.

Ak je funkcia monotónna, tak je určite prostá!!!

EXTRÉMY FUNKCIE

Ak budeme hovoriť o maxime a minime na celom definičnom obore funkcie, nazývame ich **globálne**, teda celkové.
Ak však nájdeme maximum alebo minimum len na nejakej časti definičného oboru, budeme ho nazývať **lokálne,** teda miestne.

Funkcia f má v bode a ϵ M **maximum na množine M** práve vtedy, keď pre všetky x ϵ M platí $f(x) \leq f(a)$.
Funkcia f má v bode b ϵ M **minimum na množine M** práve vtedy, keď pre všetky x ϵ M platí $f(x) \geq f(b)$.

OHRANIČENOSŤ FUNKCIE

Funkcia f sa nazýva **zhora ohraničená na množine M** $\subset$ D práve vtedy, ak existuje také číslo h, že pre všetky x ϵ M platí $f(x) \leq h$. Číslu h hovoríme horné ohraničenie (horná hranica).
Funkcia f sa nazýva **zdola ohraničená na množine M** $\subset$ D práve vtedy, ak existuje také číslo d, že pre všetky x ϵ M platí $f(x) \geq d$. Číslu d hovoríme dolné ohraničenie (dolná hranica).
Funkcia f sa nazýva **ohraničená na množine M** $\subset$ D práve vtedy, ak je na množine M ohraničená zhora a súčasne aj zdola.

PERIODICKOSŤ FUNKCIE

Funkcia f sa nazýva **periodická** práve vtedy, keď existuje také kladné číslo p, že pre každé celé číslo k platí:

1) ak x ϵ D(f), tak aj x + k.p ϵ D(f)
2) f(x + k.p) = f(x).

Číslo p nazývame perióda funkcie f.

LINEÁRNA FUNKCIA

Lineárna funkcia je každá funkcia v množine reálnych čísel, ktorá sa dá upraviť na tvar
$\boldsymbol{y = a.x + b}$, kde **a** a **b** sú ľubovoľné **reálne čísla**. **Grafom** lineárnej funkcie je **priamka** alebo **jej časti** v závislosti od hodnôt premennej x.
x – nezávislá premenná,
y – závislá premenná.
Lineárnu funkciu $\boldsymbol{y = a.x + b}$, kde a = 0 nazývame **konštantná funkcia.** Jej graf je vždy priamka rovnobežná s osou **x,** ktorá prechádza bodom $[0, q]$.
Ak v predpise lineárnej funkcie $\boldsymbol{y = a.x + b}$ je b = 0, potom y = ax. V tomto prípade hovoríme o tzv. **priamej úmernosti**, ktorej grafom je priamka, ktorá vždy prechádza začiatkom súradnicového systému, teda bodom [0; 0].

<u>Vlastnosti lineárnej funkcie:</u>

a) **D(f) = R**
b) **H(f) = R**
c) Lineárna funkcia $\boldsymbol{y = a.x + b}$ je **rastúca,** ak $\boldsymbol{a > 0}$
d) Lineárna funkcia $\boldsymbol{y = a.x + b}$ je **klesajúca,** ak $\boldsymbol{a < 0}$
e) Nie je ohraničená ani zdola, ani zhora.
f) Nemá extrémy.
g) Je prostá.
h) Nie je periodická

KVADRATICKÁ FUNKCIA

Kadratickou funkciou nazývame každú funkciu **f: y = *a*x² + *b*x + *c***
kde $a \neq 0$, $a, b, c \in$ R

<u>Graf kvadratickej funkcie</u>:

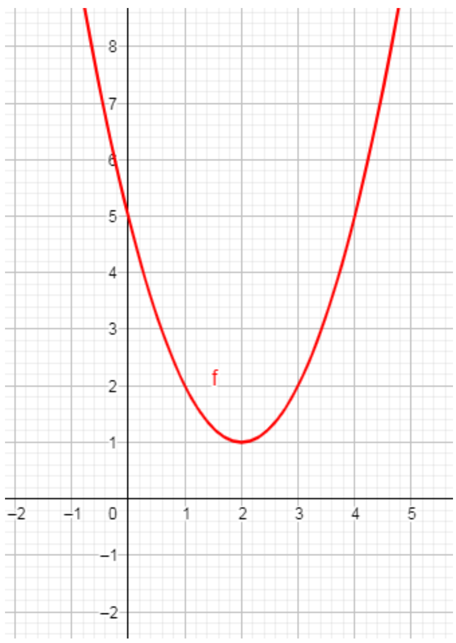
Grafom každej kvadratickej funkcie je krivka, ktorú nazývame **<u>parabola</u>**. Parabola je súmerná podľa osi o rovnobežne so súradnicovou osou y.

<u>Vrchol paraboly</u>:

Súradnice vrchola paraboly sú $\mathbf{V}\left[-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right]$, kde a je kvadratický koeficient a b je lineárny koeficient v predpise $y = ax^2 + bx + c$.

<u>Priesečník s y-ovou osou</u>:
Ak máme predpis kvadratickej funkcie upravený na tvar: $y = ax^2 + bx + c$, tak priesečník s osou y je $\mathbf{P_y = [0; c]}$.

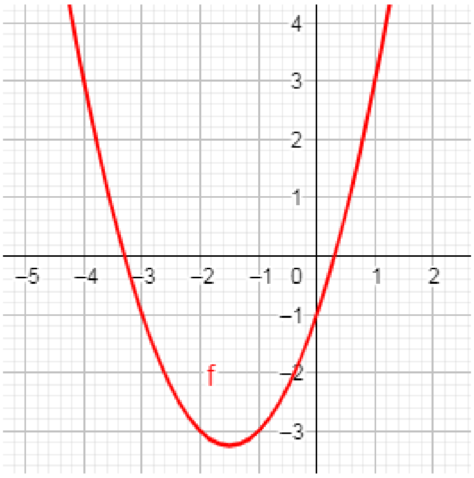
Pr. f: $y = x^2 - 4x + 5$



V [2; 1], $P_y = [0; 5]$

Tvar paraboly:

pre a > 0 je tvar ∪



pre a < 0 je tvar ∩