

Jozef Vozár

Maturitné úlohy

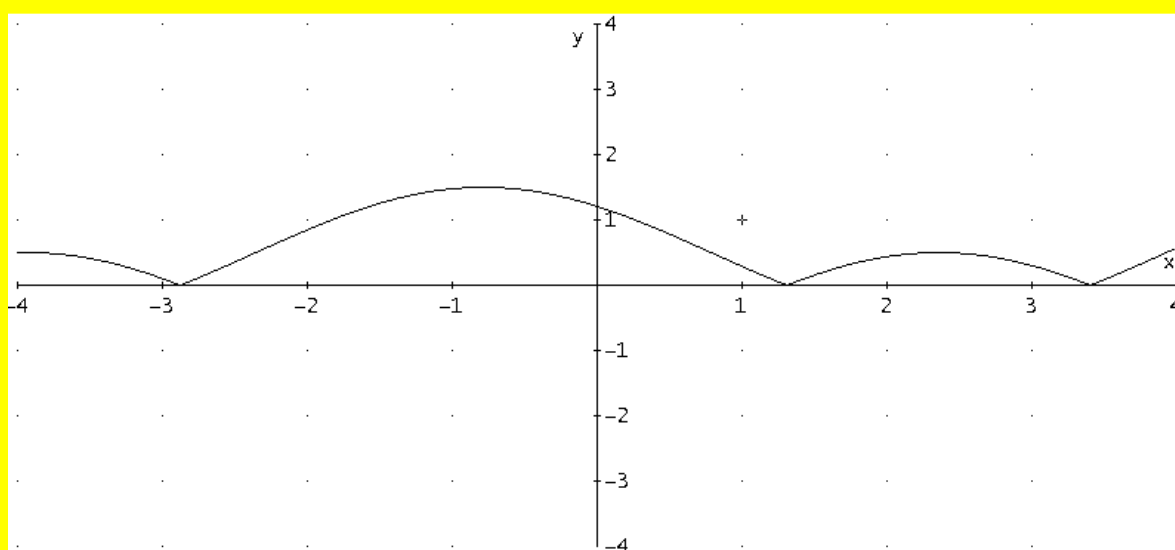
Z

Matematiky

Pre gymnázium

I.

(Úlohy s krátkou odpověďou)



OBSAH

ÚVOD	3
1. ZÁKLADY MATEMATIKY	3
1.1 Logika a množiny.....	3
1.2 Čísla, premenné a výrazy	7
1.3 Teória čísel.....	12
1.4 Rovnice, nerovnice a ich sústavy.....	12
2. FUNKCIE.....	20
2.1 Funkcia a jej vlastnosti, postupnosti.....	20
2.2 Lineárna a kvadratická funkcia, aritmetická postupnosť.....	23
2.3 Mnohočleny a mocninové funkcie, lineárna lomená funkcia.....	37
2.4 Logaritmické a exponenciálne funkcie, geometrická postupnosť	49
2.5 Goniometrické funkcie	57
2.6 Limita a derivácia, geometrický rad	71
2.7 Integrálny počet.....	71
3. PLANIMETRIA	73
3.1 Základné rovinné útvary.....	73
3.2 Analytická geometria v rovine	76
3.3 Množiny bodov daných vlastností a ich analytické vyjadrenie	85
3.4 Zhodné a podobné zobrazenia.....	87
3.5 Konštrukčné úlohy	88
4. STEREOMETRIA	88
4.1 Základné spôsoby zobrazovania priestoru do roviny	88
4.2 Súradnicová sústava v priestore, vektory, analytická metóda.....	88
4.3 Lineárne útvary v priestore - polohové úlohy.....	90
4.4 Lineárne útvary v priestore - metrické úlohy	92
4.5 Telesá	96
5. KOMBINATORIKA, PRAVDEPODOBNOSŤ A ŠTATISTIKA	100
5.1 Kombinatorika a pravdepodobnosť	100
5.2 Štatistika.....	114

ÚVOD

Táto zbierka vznikla ako pomôcka pre učiteľa matematiky strednej školy s maturitou ako pomôcka pre prípravu študentov maturitného ročníka na externú časť maturitnej skúšky. Spracovaná je na úroveň vedomostí, ktoré by mal mať maturant gymnázia v úrovni A. Ako základ boli zobrať cieľové požiadavky na maturitnú skúšku z matematiky zverejnené ŠPÚ, ktoré v nezmenenej podobe uvádzam na začiatku každej kapitoly.

Ku každej časti uvedených cieľových požiadaviek je uvedených niekoľko úloh s voľbou odpovede, kde sú použité úlohy z predchádzajúcich Monitorov, predchádzajúcich ročníkov maturitných skúšok a samozrejme množstvo úloh, ktoré sú vytvorené autorom a jeho kolegami. K niektorým kapitolám je ich viac, v niektorých je menej, to podľa toho s akou frekvenciou sa v externých častiach maturitnej skúšky vyskytovali. Niektoré oblasti sa v externej časti nevyskytujú vôbec, sú však v zbierke uvedené, lebo môžu slúžiť aj na cvičenie. V niektorých kapitolách by zaradenie takýchto úloh bolo príliš násilné i keď možné. Tam však, kde cieľom kapitoly je naučiť niektorým zručnostiam „nepočítavého“, charakteru – napr. rysovanie, by som ani úlohy s výberom odpovede ani nezaraďoval.

1. ZÁKLADY MATEMATIKY

1.1 Logika a množiny

1. Nedôverčiví novinári

Majiteľ istej firmy sa chválil: „O každom svojom zamestnancovi môžem zodpovedne vyhlásiť, že ak u nás pracuje viac ako štyri roky, má plat aspoň 15000 korún.“ Novinári mu neverili a vybrali sa medzi zamestnancov.

Prvý novinár našiel pracovníka, ktorý vo firme pracuje tri roky a má plat 16000 korún.

Druhý novinár našiel pracovníka, ktorý vo firme pracuje dva roky a má plat 12000 korún.

Tretí novinár našiel pracovníka, ktorý vo firme pracuje päť rokov a má plat 14500 korún.

Ktorý z novinárov môže na základe uvedeného zistenia tvrdiť, že majiteľ firmy nehovoril pravdu?

.....

2. Slová

Označme T množinu trojslabičných slov, S množinu šesťpísmenových slov a A množinu slov obsahujúcich písmeno „A“. Ktoré z uvedených slov patrí do množiny $(T \cup S) \cap A$?

a) JAMKA

b) VIETOR

c) MONITOR

d) BUNKA

e) KLAVÍR

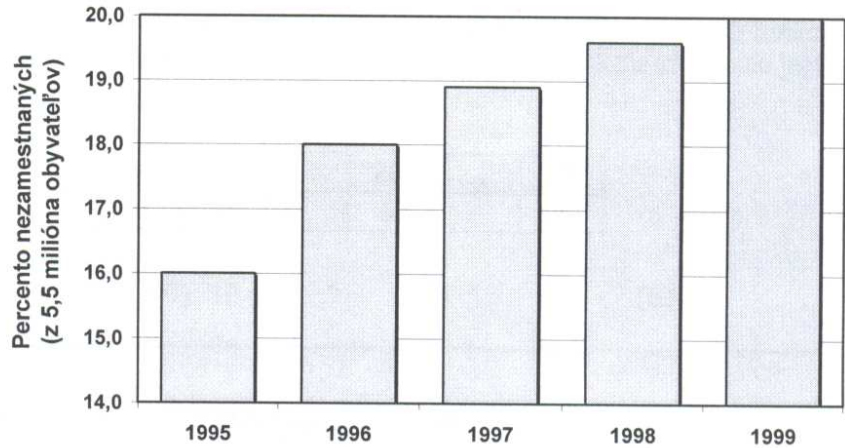
.....

3. Vývoj nezamestnanosti

Na základe grafu na obrázku urobil redaktor v televíznej besede tri závery:

1. V roku 1996 bola nezamestnanosť dvakrát vyššia ako v roku 1995.
 2. Medziročný nárast nezamestnanosti má od roku 1995 neustále klesajúcu tendenciu.
 3. Počet nezamestnaných prvýkrát prekročil magickú hranicu 1 milión obyvateľov v roku 1998.
- Ktorý z týchto záverov bol správny?

Vývoj nezamestnanosti v rokoch 1995 – 1999



4. Konečné a nekonečné množiny

Nech K_1 , K_2 sú ľubovoľné dve konečné množiny a M nech je ľubovoľná nekonečná množina. Ktoré z uvedených tvrdení je potom nepravdivé?

- $K_1 \cup K_2$ je konečná množina.
- $K_1 \cap K_2$ je konečná množina.
- $M \cup K_1$ je nekonečná množina.
- $M \cap K_1$ je nekonečná množina.
- $M - K_1$ je nekonečná množina.

5. Brigádnik

Istý študent sa obhajoval: „Nie je pravda, že som sa na brigáde zúčastnil najviac trikrát.“ Zo študentských slov vyplýva, že sa na brigáde

6. Koláče

Mama sa chystá piecť koláče. Ostatní členovia rodiny vyslovili tieto želania:

Otec: „Upeč makovník alebo orechovník.“

Syn: „Ak upečieš orechovník, tak upeč aj makovník alebo buchty.“

Dcéra: „Ak upečieš buchty aj makovník, tak nepeč orechovník.“

Mama napokon upiekla len orechovník. Komu splnila želanie?

7. Novinová správa

V tlači sa objavila správa: „Vlani každý študent maturoval aspoň z jedného cudzieho jazyka.“ Na druhý deň v novinách priznali, že došlo k omylu a správa nebola pravdivá. Z toho možno usúdiť, že vlani

8.

Nech p, q, r sú ľubovoľné výroky. Potom výrok popísaný formulou:

$$(p \Rightarrow q) \wedge r$$

je pravdivý práve vtedy keď:

.....

9. Nech p, q, r sú ľubovoľné výroky. Potom výrok popísaný formulou:

$$(p \vee q) \Rightarrow r$$

je nepravdivý práve vtedy keď:

.....

10.

Nech p, q, r sú ľubovoľné výroky. Potom výrok popísaný formulou:

$$(p \wedge q) \vee r$$

.....

11.

Negáciou výroku : „Prišli práve traja návštevníci“, je výrok

.....

12.

Nech K_1, K_2 sú ľubovoľné dve konečné množiny a M nech je ľubovoľná nekonečná množina. Ktoré z uvedených tvrdení je potom nepravdivé?

- a. $K_1 \cup K_2$ je konečná množina.
- b. $K_1 \cap K_2$ je konečná množina.
- c. $M \cup K_1$ je nekonečná množina.
- d. $M \cap K_1$ je nekonečná množina.
- e. $M - K_1$ je nekonečná množina.

.....

13.

Označme T množinu dvojslabičných slov, S množinu šesťpísmenových slov a A množinu slov obsahujúcich písmeno „O“. Ktoré z uvedených slov patrí do množiny $(T \cup S) \cap A$?

- a. JAMKA
- b. VIETOR
- c. MONITOR
- d. BUNKA
- e. KLAVÍR

.....

14.

Pomocou Vennovéhó diagramu zjednodušte zápis množiny

$$(M \cap N) \cup N$$

.....

15.

Dané sú výrokové formy $A(x): x^2 < 30$, $B(x): 2x > 5$, kde x sú prirodzené čísla. Obom pravdivosti výrokovej formy $A(x) \wedge B(x)$ je :

.....

16.

Dané sú výrokové formy $A(x): x^2 < 30$, $B(x): 2x > 5$, kde x sú prirodzené čísla
Oborom pravdivosti výrokovej formy $A(x) \Rightarrow B(x)$ je :

.....

17. Negáciou výroku „Nikto nepodal protest“ je výrok

.....

18. Mama sa chystá piecť koláče. Ostatní členovia rodiny vyslovili tieto želania:

Otec: „Upeč makovník alebo orechovník.“

Syn: „Ak upečieš orechovník, tak upeč aj makovník alebo buchty.“

Dcéra: „Ak upečieš buchty aj makovník, tak nepeč orechovník.“

Mama napokon upiekla len orechovník. Komu splnila želanie?

.....

19.

Nech p, q, r sú ľubovoľné výroky. Potom výrok popísaný formulou:

$$(p \Rightarrow q) \wedge r$$

je pravdivý práve vtedy keď:

.....

20.

Nech p, q, r sú ľubovoľné výroky. Potom výrok popísaný formulou:

$$(p \vee q) \Rightarrow r$$

je nepravdivý práve vtedy keď:

.....

21.

Nech p, q, r sú ľubovoľné výroky. Potom výrok popísaný formulou:

$$(p \wedge q) \vee r$$

je nepravdivý

.....

22.

Negáciou výroku : „Prišli práve traja návštevníci“, je výrok

.....

23.

Nech K_1, K_2 sú ľubovoľné dve konečné množiny a M nech je ľubovoľná nekonečná množina. Ktoré z uvedených tvrdení je potom nepravdivé?

A. $K_1 \cup K_2$ je konečná množina.

B. $K_1 \cap K_2$ je konečná množina.

C. $M \cup K_1$ je nekonečná množina.

D. $M \cap K_1$ je nekonečná množina.

E. $M - K_1$ je nekonečná množina.

.....

24.

Označme T množinu dvojslabičných slov, S množinu šesťpísmenových slov a A množinu slov obsahujúcich písmeno „O“. Ktoré z uvedených slov patrí do množiny $(T \cup S) \cap A$?

A. JAMKA

B. VIETOR

C. MONITOR
D. BUNKA
E. KLAVÍR

25.

Pomocou Vennového diagramu zjednodušte zápis množiny

$$(M \cap N) \cup N$$

26.

Dané sú výrokové formy $A(x): x^2 < 30$, $B(x): 2x > 5$, kde x sú prirodzené čísla
Oborom pravdivosti výrokovej formy $A(x) \wedge B(x)$ je :

27.

Dané sú výrokové formy $A(x): x^2 < 30$, $B(x): 2x > 5$, kde x sú prirodzené čísla
Oborom pravdivosti výrokovej formy $A(x) \Rightarrow B(x)$ je :

28.

Negáciou výroku „Nikto nepodal protest“ je výrok

1.2 Čísla, premenné a výrazy

1. Priemerná mzda

Štátny podnik MONITOREX má dva úseky. V úseku výroby pracuje 100 zamestnancov a ich priemerná mzda je 9600 Sk. V úseku odbytu pracuje dvakrát toľko ľudí ako v úseku výroby a ich priemerná mzda je 12000 Sk. Aká je priemerná mzda všetkých pracovníkov MONITOREXu?

2. Nepriamo úmerné veličiny

O dvoch premenných veličinách a , b sa meraniami zistilo, že jedna je nepriamo úmerná druhej. Ktorý z nasledujúcich vzťahov môže vyjadrovať ich závislosť?

3. Cestovné lístky

Silvia sa venuje d dní v mesiaci tréningu gymnastiky. Z domu na tréning aj z tréningu domov cestuje vždy autobusom. Lístok na jednu cestu stojí 12 korún, mesačný cestovný lístok stojí m korún. V akom vzťahu musia byť hodnoty m a d , aby bolo pre Silviu výhodnejšie kúpiť si mesačný lístok než používať jednorazové cestovné lístky?

.....

4. Fajčiari

20% všetkých predčasných úmrtí majú na svedomí srdcovo-cievne choroby. 40% obetí týchto chorôb tvoria nefajčiari. Koľko percent predčasných úmrtí tvoria fajčiari, ktorí zomreli na srdcovo-cievne choroby?

.....

5. Teploty

V Európe sa teplota vzduchu udáva v stupňoch Celzia, v USA v stupňoch Fahrenheita. Keď Európan pricestuje do USA a chce rozumieť predpovedi počasia, musí použiť na prevod teplôt vzorec $c = \frac{5 \cdot (f - 32)}{9}$, kde c je teplota v $^{\circ}C$ a f je teplota v $^{\circ}F$. Aký vzorec na prevod teplôt by mali používať Američania, keď pricestujú do Európy?

.....

6. Hmotnosť častice

Elementárna častica A má hmotnosť $4 \cdot 10^{-28}$ g. Častica B je 200 – krát ťažšia. Jej hmotnosť je teda

.....

7. Kruhová rýchlosť

Pre veľkosť kruhovej rýchlosti v , ktorou sa pohybuje umelá družica okolo Zeme, platí vzťah $v =$

$$\sqrt{\frac{\kappa \cdot M}{6378 + h}}. \text{ Z neho pre výšku } h \text{ nad povrchom Zeme platí}$$

.....

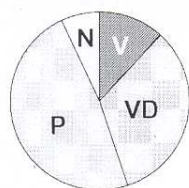
8. Test

Test na prijímacích skúškach obsahuje u úloh. Pätina z nich sa hodnotí jedným bodom, t úloh je trojbodových, zvyšné úlohy sú dvojbodové. Aký maximálny počet bodov sa dá získať z testu?

.....

9. Prospech študentov

Na kruhovom diagrame je znázornené, koľko percent študentov školy prospelo na konci školského roka s vyznamenaním, koľko prospelo veľmi dobre, koľko prospelo a koľko nepospelo. Približne koľko percent žiakov prospelo s vyznamenaním?



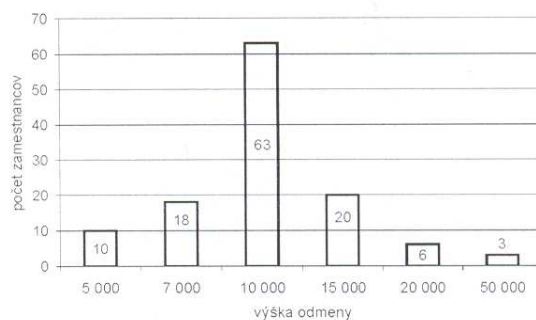
V	prosperlo s vyznamenanim
VD	prosperlo velmi dobre
P	prosperlo
N	neprosperlo

10. Väčšie číslo

Koľkokrát je číslo $1,8 \cdot 10^{a+1}$ väčšie ako číslo $7,2 \cdot 10^{a-2}$?

11. Odmena zamestnancov

Graf znázorňuje, ako boli v istom podniku so 120 zamestnancami rozdelené odmeny. Koľko zamestnancov malo odmenu nižšiu ako bola priemerná odmena v podniku?



12. Nepriama úmernosť

Ak sú dve veličiny nepriamo úmerné, potom musí byť konštantný

13. Vyjadrenie funkcie

Ak predpis funkcie $f: y = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$, pričom $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, vyjadríme pomocou $t = \cos x$, dostaneme

$y =$

14. Vzťah

V prvej sýpke bolo uskladnených x ton obilia, v druhej sýpke trikrát menej. Z prvej sýpky sa denne expedovalo 8 ton obilia, z druhej sýpky štyrikrát menej. Za d dní bolo v obidvoch sýpkach rovnaké množstvo obilia. Aký je vzťah medzi x a d ?

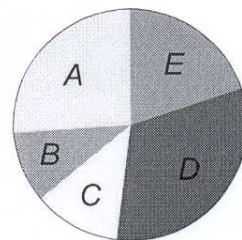
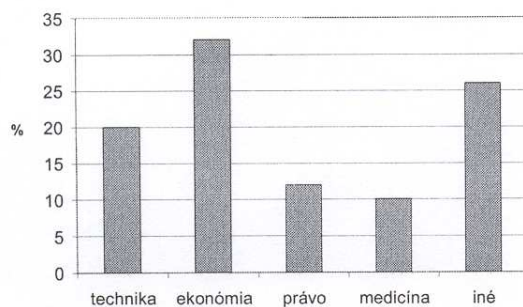
15. Rozpočet

Na schválenie rozpočtu nadácie sú podľa jej stanov potrebné hlasy aspoň troch pätín členov správnej rady. Na zasadnutie správnej rady sa však dostavili iba štyri pätiny jej členov. Najmenej aká časť prítomných členov správnej rady musí návrh rozpočtu posporiť, aby bol schválený v súlade so stanovami nadácie?

.....

16. Študenti

Stĺpcový aj kruhový diagram na obrázku znázorňujú počty študentov istej strednej školy, prijatých na jednotlivé druhy vysokých škôl. Ktorá časť kruhového diagramu zodpovedá počtu študentov prijatých na techniku?



.....

17. Prváci

Na istú fakultu sa vlani prihlásilo p dievčat a štyrikrát toľko chlapcov. Po prijímacích skúškach sa na fakultu dostala štvrtina z dievčat a polovica z chlapcov. Koľko študentov prijali do 1. ročníka tejto fakulty?

.....

18. Kapacita kondenzátorov

Pre veľkosť výslednej kapacity C dvoch sériovo zapojených kondenzátorov s kapacitami C_1 , C_2 platí vzťah $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$. Potom pre kapacitu C_1 platí

.....

19. Priama úmernosť

Veľčina V je priamo úmerná veličine t . Pre $t = 7$ je $V = 98$. Potom V možno vyjadriť pomocou t vzťahom

.....

20. $2^?$

$$\sqrt{2^{1000} + 2^{1000} + 2^{1001}} =$$

.....

21. Kopírovací stroj

Náš kopírovací stroj zväčšuje najviac $\sqrt{2}$ - krát. Ak chceme napríklad zväčšiť obrázok s rozmermi 15 cm x 15 cm na veľkosť 30 cm x 30 cm, musíme to urobiť na dvakrát: v prvom kroku získame

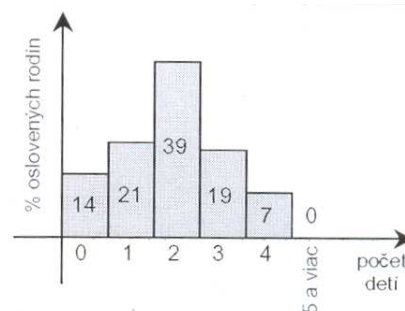
obrázok s rozmermi $15\sqrt{2}$ cm x $15\sqrt{2}$ cm a ten sa v druhom kroku zväčší na požadovanú veľkosť 30 cm x 30 cm. Najmenej koľkokrát musíme použiť kopírovací stroj, ak chceme obrázok s rozmermi 5 cm x 5 cm zväčšiť na 40 cm x 40 cm?

.....

22. Prieskum

Istá agentúra uskutočnila prieskum o počte detí na vzorke 1000 rodín. Graf znázorňuje zistené relatívne početnosti rodín s jednotlivými počtami detí. Aký bol priemerný počet detí v tejto vzorke 1000 rodín?

.....



23. Mol

Ak 1 mol látky obsahuje približne $6,023 \cdot 10^{23}$ častíc, potom 100 molov látky obsahuje približne

.....

24. Cena vizitiek

Firma VIZIT, s.r.o. stanovuje cenu za výrobu sady vizitiek podľa vzťahu $C = 60 + 4p$, kde C je cena v korunách, 60 (Sk) je základný poplatok a p je objednaný počet kusov vizitiek. Od budúceho mesiaca plánuje firma zvýšiť základný poplatok o pätinu a cenu za každý zhotovený kus o pätinu znížiť. Podľa akého vzťahu bude firma po úprave stanovovať cenu?

.....

25. Úprava výrazu

Výraz $\frac{\frac{1}{x} - 1}{1 - \frac{1}{x}}$ možno pre všetky čísla $x \in \mathbb{R} - \{0;1\}$ upraviť na tvar

.....

26. Stážková slávnosť

Keby sa na stužkovej slávnosti zúčastnilo všetkých z žiakov triedy, musel by každý z nich na prenájom miestnosti prispieť sumou k korún. Štyria žiaci sa však na stužkovej nebudú môcť zúčastniť, pretože odišli študovať do zahraničia. Akou sumou musí každý zo zvyšných žiakov triedy prispieť na prenájom miestnosti?

.....

1.3 Teória čísel

1. Vhodné číslice

Keď nahradíme hviezdičku v čísle $5 * 70000000000004$ vhodnou číslicou, dostaneme číslo deliteľné tromi. Existuje niekoľko číslic. Aký je ich súčet?

.....

2. Vhodná číslica

Existuje jediná číslica, ktorej doplnením na miesta dvoch hviezdičiek v čísle $234567*765432*$ vznikne číslo, ktoré je deliteľné 36 – timi. Ktorá z uvedených množín obsahuje túto číslicu?

.....

1.4 Rovnice, nerovnice a ich sústavy

1. Navzájom „opačné“ nerovnice

Učiteľ riešil na tabuľu nerovnicu $x^3 + 2 > x^2$. Správne mu vyšlo, že množinou všetkých jej riešení v obore reálnych čísel je interval $(-1; \infty)$. Vzápätí vyvolal Katku a dal jej nájsť všetky reálne riešenia „opačnej“ nerovnice $x^3 + 2 \leq x^2$. Bez toho, aby nerovnicu riešila, Katka ľahko zistila, že množinou všetkých jej riešení je interval

.....

2. Filmy a fotografie

Za vyvolanie dvoch filmov a 45 fotografií sme zaplatili 230 korún. Za vyvolanie troch filmov a 70 fotografií sme zaplatili 355 korún. Koľko zaplatíme za vyvolanie štyroch filmov a 100 fotografií?

.....

3. Nerovnica

Nech M je množina všetkých riešení nerovnice $x^2 < x$ v obore reálnych čísel. Potom

.....

4. Súčet koreňov

Súčet všetkých koreňov rovnice $(x + 1) \cdot (2x + 1) \cdot (1 - x) = 0$ je

.....

5. Absolútna hodnota

Koľko riešení má v obore reálnych čísel rovnica $|(x - 1)(x - 9)| = 15,8$? (Návod: skúste si načrtnúť graf funkcie $y = |(x - 1)(x - 9)|$.)

.....

6. Prienik intervalov

Istej nerovnici vyhovujú všetky čísla, ktoré sú z intervalu $\langle -4; 7 \rangle$ a súčasne nie sú z intervalu $\langle 1; 12 \rangle$. Riešením tejto nerovnice sú teda všetky čísla z množiny

.....

7. Nerovnica

Nech P je množina všetkých riešení nerovnice $x^2 \leq 5x + 6$ v množine reálnych čísel. Potom

.....

8. Súčet

Pre tri reálne čísla x, y, z platí:

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 23 \\ 2x + 3z &= 2 \\ x + 2z &= 3. \end{aligned}$$

Akú hodnotu má súčet $x + y + z$?

.....

9. Korene rovnice

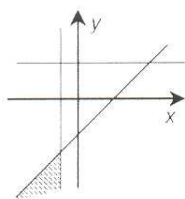
Koľko koreňov má rovnica $\cos^2 x = 1 + 5\sin^2 x$ v intervale $\left\langle 0; \frac{5}{2}\pi \right\rangle$?

.....

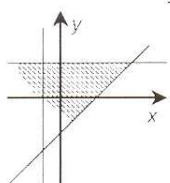
10. Grafické riešenie sústavy nerovnic

Na ktorom z obrázkov môže vyšrafovaná oblasť predstavovať tú časť roviny, ktorá je grafickým riešením sústavy nerovnic

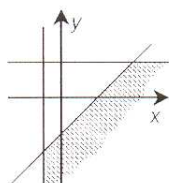
$$\begin{aligned} -2 &\leq 0 \\ x + 1 &\geq 0 \\ y - x + 2 &\leq 0 \end{aligned}$$



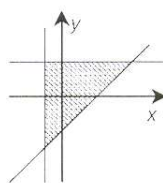
(A)



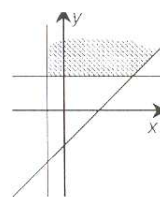
(B)



(C)



(D)



(E)

.....
11.

Daná je nerovnica v množine \mathbb{R}

$$2x^2 - 3x + 4 < 0$$

Počet celých koreňov nerovnice je:

.....

12.

Daná je nerovnica v \mathbb{R}

$$x^2 + 2x - 2 > 0$$

Súčet celých koreňov nerovnice je :

.....

13.

Daná je nerovnica v \mathbb{R}

$$6x^2 - 7x + 2 \geq 0$$

Počet celých koreňov nerovnice je:

.....

14.

Daná je nerovnica v \mathbb{R}

$$5x^2 - 8x - 4 < 0$$

Súčet celých koreňov nerovnice je:

.....

15.

Daná je nerovnica v \mathbb{R}

$$x^2 - 5x + 4 < 0$$

Súčet celých koreňov nerovnice je:

.....

16.

Daná je nerovnica v R

$$x^2 - 8x + 15 \geq 0$$

Ktoré celé číslo nie je koreňom nerovnice:

.....

17.

Daná je rovnica v R

$$|x - 2| = 3 |x - 4|$$

Ktoré prirodzené číslo je koreňom rovnice:

.....

18.

Daná je nerovnica v R

$$|3x - 5| \leq 2x + 10$$

Koľko celých čísel je koreňmi nerovnice:

.....

19.

Daná je nerovnica v R

$$|x| + |2 + x| \geq 4$$

Koľko celých čísel nie je koreňom nerovnice:

.....

20.

Daná je rovnica v R

$$|5 - x| - |x - 3| = 2(x + 1)$$

Koľko koreňov má rovnica:

.....

21.

Daná je nerovnica v R

$$|x + 6| - 2x \geq 3$$

Koľko kladných celých čísel je koreňom nerovnice:

.....

22.

Daná je nerovnica v R

$$|1 - 2x| + |2 + 3x| < 11$$

Koľko kladných celých čísel je koreňom nerovnice:

.....

23

Daná je nerovnica v R

$$5|x - 1| - 3|x - 2| > 5$$

Koľko kladných celých čísel nie je koreňom nerovnice:

.....

24.

Daná je rovnica v R

$$\log^2 x + 3\log x - 4 = 0$$

Počet prirodzených koreňov rovnice je:

.....

25.

Daná je rovnica v R

$$\log_3 (x + 1) + \log_3 (x + 3) = 1$$

Počet celých koreňov rovnice je :

.....

26.

Daná je rovnica v R

$$\log_3 (3^x - 8) = 7^{\log_7 (2 - x)}$$

Počet koreňov rovnice je:

.....

27.

Daná je rovnica v R

$$(x + 1)^{\log(x + 1)} = 100(x + 1)$$

Súčet koreňov rovnice je:.....

.....

28.

Daná je rovnica v R

$$1 + \log_2 (x - 1) = \log_{(x-1)} 4$$

Počet celých koreňov rovnice je:

.....

29.

Daná je rovnica v R

$$\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$$

Súčet koreňov rovnice je:

.....

30.

Daná je rovnica v R

$$|x^2 + 3x| - 4 = 0$$

Súčet koreňov rovnice je:.....

31.

Daná je rovnica v \mathbb{R} s neznámou x a reálnym parametrom m

$$(m - 2)x^2 + 2(m - 2)x + 2 = 0$$

Pre koľko celých parametrov m nemá rovnica reálne korene:

.....

32.

Daná je rovnica v \mathbb{R}

$$\log^2 x - \log x^4 + 3 = 0$$

Súčet koreňov rovnice je:

33.

Daná je rovnica v \mathbb{R}

$$27^x - 13 \cdot 9^x - 13 \cdot 3^{x+1} - 27 = 0$$

Súčet koreňov rovnice je:

.....

34.

Daná je rovnica v \mathbb{R}

$$64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x = 0$$

Súčet koreňov rovnice je:

.....

35.

Daná je nerovnica v \mathbb{R}

$$\sqrt{4-x^2} \leq x$$

Počet celých koreňov nerovnice je:

.....

36.

Daná je nerovnica v R

$$\sqrt{2-x} > x$$

Počet nezáporných koreňov nerovnice je:

.....

37.

Daná je nerovnica v R

$$9^x - 2 \cdot 3^x < 3$$

Počet nezáporných koreňov nerovnice je:

.....

38.

Daná je nerovnica v R

$$4^{-x+1/2} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0$$

Počet záporných celých koreňov nerovnice je:

.....

39.

Daná je nerovnica v R

$$\log_{1/2} (x^2 - x - 12) > \log_{1/2} (x + 3)$$

Počet celých koreňov nerovnice je:

.....

40.

Daná je nerovnica v \mathbb{R}

$$\log_2 (1 + \log_{1/9} x - \log_9 x) < 1$$

Počet celých koreňov nerovnice je:

2. FUNKCIE

2.1 Funkcia a jej vlastnosti, postupnosti

1. Periodická funkcia

Tabuľka zachytáva funkčné hodnoty istej funkcie f pre niektoré hodnoty premennej x . O funkcii f vieme, že je periodická s periódou 12. Bez toho, aby ste zisťovali, o akú funkciu ide, určite jej hodnotu v čísle $x = 29$.

X	-1	5	6	20	29
F(x)	12	16	10	5	?

.....

2. Vlastnosti postupnosti

Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je definovaná vzťahom $a_n = 8n - 11$ pre každé $n \in \mathbb{N}$. Ktoré z uvedených tvrdení o tejto postupnosti je pravdivé?

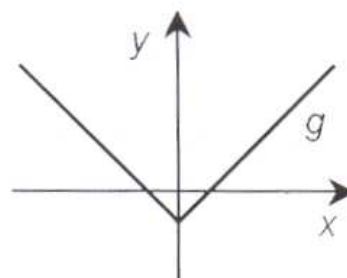
- a) Niektoré členy postupnosti sú párne čísla.
- b) $a_{100} = 811$
- c) Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je klesajúca.
- d) $a_n = 8 \cdot a_{n-1} - 11$ pre každé $n \geq 2$.
- e) Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je zdola ohraničená.

.....

3. Pravda – nepravda

Na obrázku je graf funkcie $g: y = |x| - 1$. Ktoré z tvrdení o funkcii g je nepravdivé?

- a) Funkcia g je párna.
- b) Funkcia g nie je ohraničená.
- c) Funkcia g je prostá.
- d) Definičným oborom funkcie g sú všetky reálne čísla.



e) V obore $x = 0$ nadobúda funkcia g minimum.

.....

4. Definičný obor

Nech D je definičný obor funkcie $y = \sqrt{\frac{x^2 + 4}{x + 2}}$. Potom

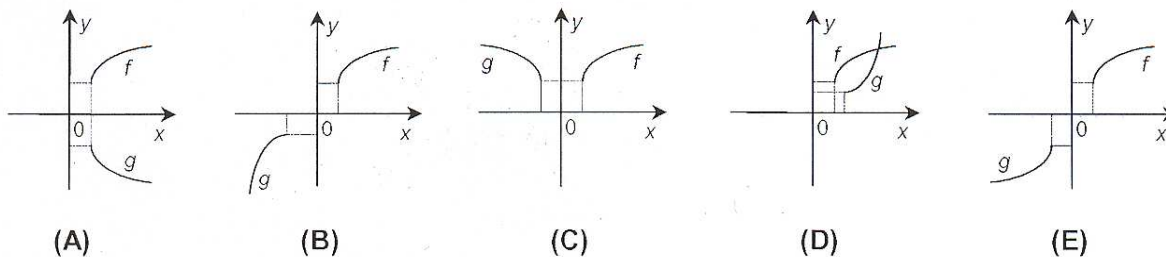
$D =$

5. Rekurentná postupnosť

Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ spĺňa rekurentný vzťah $a_{n+1} = a_n - 2n + 5$. Ak $a_6 = 9$, tak $a_4 =$

6. Inverzné funkcie

Na ktorom z obrázkov sú znázornené grafy dvoch navzájom inverzných funkcií f a g ?



.....

7. Zložená funkcia

Zložením vonkajšej funkcie $f: y = 3x^2 - 2x + 7$ a vnútornej funkcie $h: y = x - 1$ vznikne funkcia

a) $y = 3x^3 - 5x^2 + 7$.

b) $y = 3x^2 - 8x + 12$.

c) $y = 3x^2 - 8x + 8$.

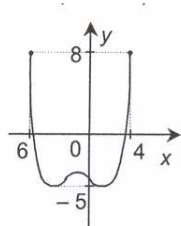
d) $y = 3x^2 - 2x + 6$.

e) $y = 3x^2 - x + 6$.

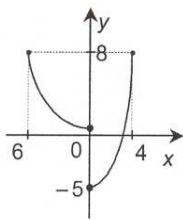
.....

8. ?

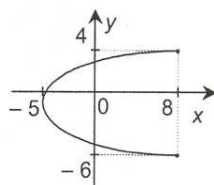
Na ktorom z obrázkov je znázornený graf funkcie s definičným oborom $\langle -5; -8 \rangle$ a s oborom hodnôt $\langle -6; 4 \rangle$?



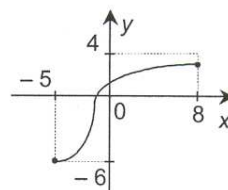
(A)



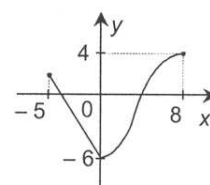
(B)



(C)



(D)



(E)

.....

9. Riešenie nerovnice

Nech M je množina všetkých riešení nerovnice $\frac{x^2 + 9}{x^2 - 4} \leq 0$ v obore reálnych čísel. Potom

$M = \dots\dots\dots$

10. Nerovnica

Nech P je množina všetkých riešení nerovnice $\frac{x^2}{x+3} \geq 0$ v množine reálnych čísel. Potom

$P = \dots\dots\dots$

11. Obor hodnôt

Nech H je obor hodnôt funkcie $f: y = -3 \cos 2x - 1$. Potom

$H = \dots\dots\dots$

12. Inverzná funkcia

Ku ktorej z uvedených funkcií neexistuje inverzná funkcia?

- a) $f_1: y = 2x - 1; x \in \mathbb{R}$ b) $f_2: y = \frac{x+1}{x}; x \in \mathbb{R} - \{0\}$ c) $f_3: y = 3x^3 + 1; x \in \mathbb{R}$
d) $f_4: y = \log_2(x + 4); x \in (0; \infty)$ e) $f_5: y = 2x^2 - 2; x \in \mathbb{R}$

.....

13. Kladné hodnoty funkcie

Nech P je množina všetkých reálnych čísel x , pre ktoré nadobúda funkcia $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 3}$ kladné hodnoty. Potom

$P = \dots\dots\dots$

2.2 Lineárna a kvadratická funkcia, aritmetická postupnosť

1. Vrchol paraboly

Aké súradnice má vrchol V paraboly $y = x^2 + 4x + 1$?

V

2. Obrázok

Časť grafu znázornená na obrázku patrí funkcii

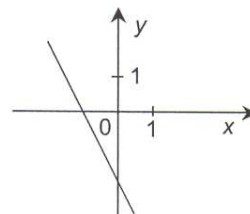
a) $y = -2x + 2$.

b) $y = -\frac{1}{2}x - 2$.

c) $y = -2x - 2$.

d) $y = 2x - 2$.

e) $y = 2x + 2$.



.....

3. Parabola

Grafom ktorej z uvedených funkcií je parabola s vrcholom v bode $[2;7]$?

a) $y = x^2 - 4x + 7$

b) $y = x^2 - 4x + 11$

c) $y = x^2 - 2x + 7$

d) $y = x^2 + 4x - 5$

e) $y = x^2 + 4x + 7$

.....

4. Štadión

V rohu štadióna tvoria počty sedadiel v jednotlivých radoch aritmetickú postupnosť. Vo štvrtom rade je 10 sedadiel, v dvanástom rade je 26 sedadiel. Koľko sedadiel je v dvadsiatom štvrtom rade?

.....

5. Ktorá z nasledujúcich postupností je aritmetická:

a) 10, 8, 6, 4, 2, ...

b) 2, -2, 2, -2, 2, ...

c) 0, 1, 2, 0, 1, 2, ...

d) 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

e) 2, 2, 2, 2, 2, 2, ...

.....

6. Ak viete, že v aritmetickej postupnosti prvý člen je tri a desiaty je 39, určte jej diferenciu:

.....

7. $5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 150 =$

.....

8. $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n =$

.....

9. Z troch postupností, definovaných na množine všetkých prirodzených čísel a určených svojím n-tým členom, vyberte tú, ktorá je ohraničená:

.....

10. K tomu, aby bola postupnosť konvergentná (aby mala limitu), stačí, aby bola

- a) rastúca b) rastúca a ohraničená c) ohraničená

.....

11. Vypočítajte $\lim_{n \rightarrow \infty} (n+2)/n$

.....

12. Ktorý z nasledujúcich nekonečných radov nemá súčet (nie je konvergentný)?

- a) $1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots$
 b) $100 + 10 + 1 + 0,1 + 0,01 + \dots$
 c) $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$

13. Súradnice vrcholu

Aké súradnice má vrchol paraboly $y = x^2 + 8x + 19$?

14. Priesečník

V tabuľke sú uvedené dve hodnoty lineárnej funkcie f. V ktorom z bodov pretína graf tejto funkcie os y?

x	-4	12
f(x)	60	40

15. Rozmnožovanie baktérií

Štyria vedci skúmali rozmnožovanie rôznych druhov baktérií. Každé ráno o 8.00 hod. zisťovali počty baktérií v skúmavkách. Tu sú ich výpovede o tom, čo pozorovali:

Vedec 1: „Počet baktérií A v skúmavke každý deň klesne o 5 % oproti počtu z posledného merania.“

Vedec 2: „Počet baktérií B v skúmavke sa každý deň zväčší o 10 000.“

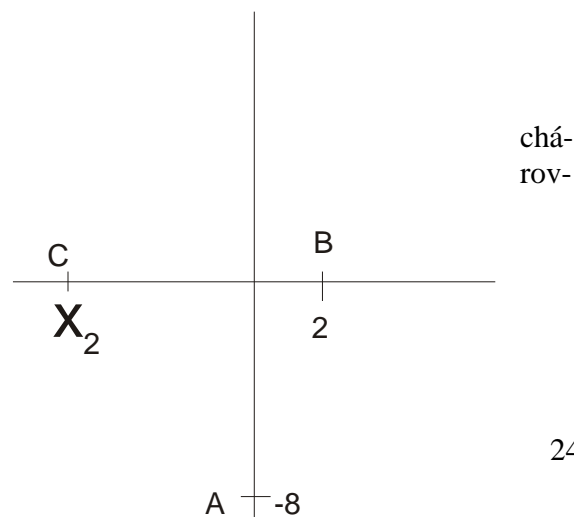
Vedec 3: „Počet baktérií C v skúmavke sa každý deň zväčší na jeden a pol násobok.“

Vedec 4: „Počet baktérií D v skúmavke sa každý deň zmenší o tretinu oproti počtu z posledného merania.“

Ak by všetci štyria vedci každé ráno zapisovali počty jednotlivých typov baktérií v skúmavkách, koľkí z nich by tak dostali aritmetickú postupnosť?

16. Priamka AC

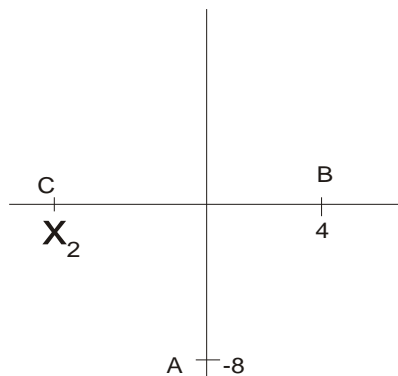
Graf kvadratickej funkcie $f: y = x^2 + bx + c$, prechádza bodmi A, B, C podľa obrázku. Priamka AC má



17. Rovnica priamky

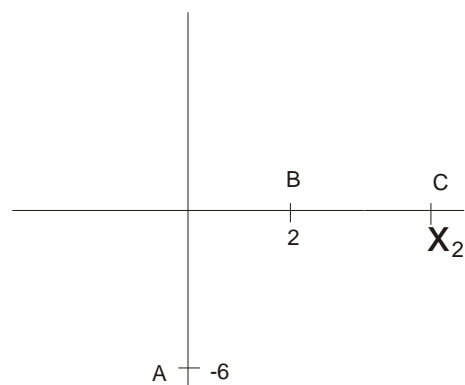
Graf kvadratickej funkcie $f: y = x^2 + bx + c$, prechádza bodmi A,B,C podľa obrázku. Priamka AC má rovnicu:

.....

**18.**

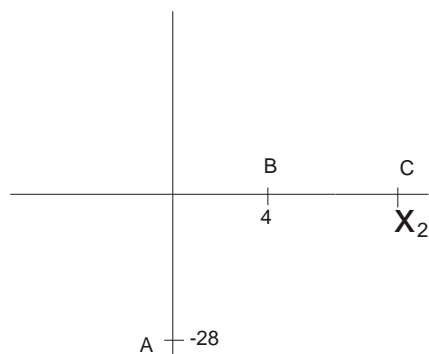
Graf kvadratickej funkcie $f: y = -x^2 + bx + c$, prechádza bodmi A,B,C podľa obrázku. Priamka AC má rovnicu:

.....

**19. Rovnica AC**

Graf kvadratickej funkcie $f: y = -x^2 + bx + c$, prechádza bodmi A,B,C podľa obrázku. Priamka AC má rovnicu:

.....

**20. Obsah trojuholníka**

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú vrchol a priesečníky grafu funkcie $f: y = x^2 - 8x + 7$ s osou x .

.....

21. Trojuholník

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú vrchol a priesečníky grafu funkcie $f: y = x^2 - 6x - 7$ s osou x .

.....

22. Obsah

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú vrchol a priesečníky grafu funkcie $f: y = x^2 - 9$ s osou x .

.....

23. Obsah trojuholníka

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú vrchol a priesečníky grafu funkcie $f: y = x^2 + 6x + 5$ s osou x .

.....

24. Zase trojuholník?

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú vrchol a priesečníky grafu funkcie $f: y = x^2 + 8x + 12$ s osou x .

.....

25. Trojuholník

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú vrchol a priesečníky grafu funkcie $f: y = x^2 - 8x + 12$ s osou x .

.....

26. Obsah

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú vrchol a priesečníky grafu funkcie $f: y = x^2 - 6x + 5$ s osou x .

.....

27. Obsah trojuholníka

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú vrchol a priesečníky grafu funkcie $f: y = x^2 - 8x$ s osou x .

.....

28. Trojuholník

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú vrchol a priesečníky grafu funkcie $f: y = x^2 + 6x$ s osou x .

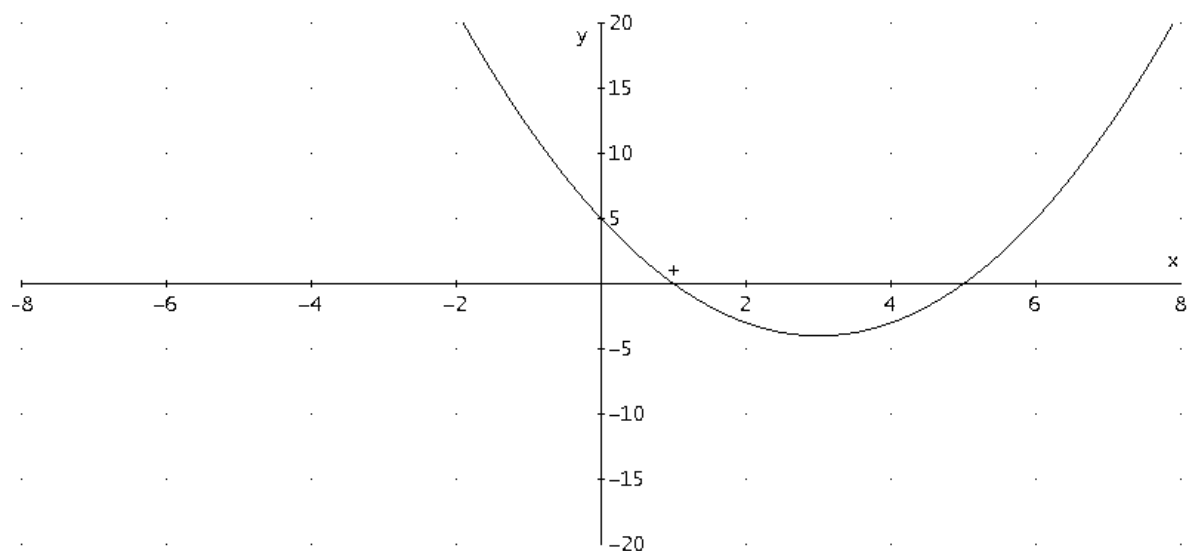
.....

29. Obsah trojuholníka

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú vrchol a priesečníky grafu funkcie $f: y = x^2 + 2x - 3$ s osou x .

.....

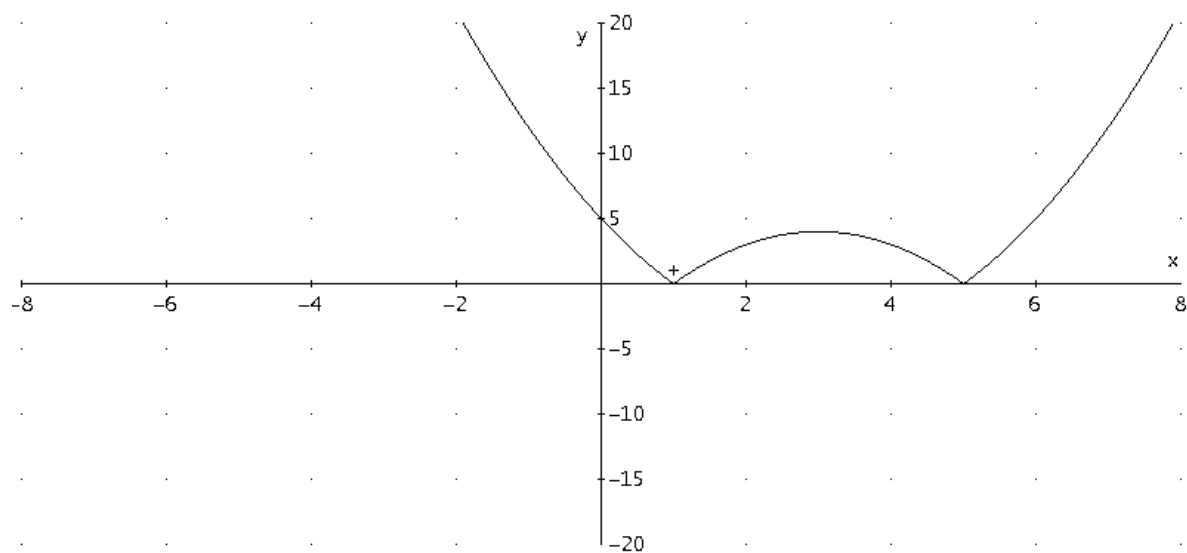
22.



Na obrázku je graf funkcie:

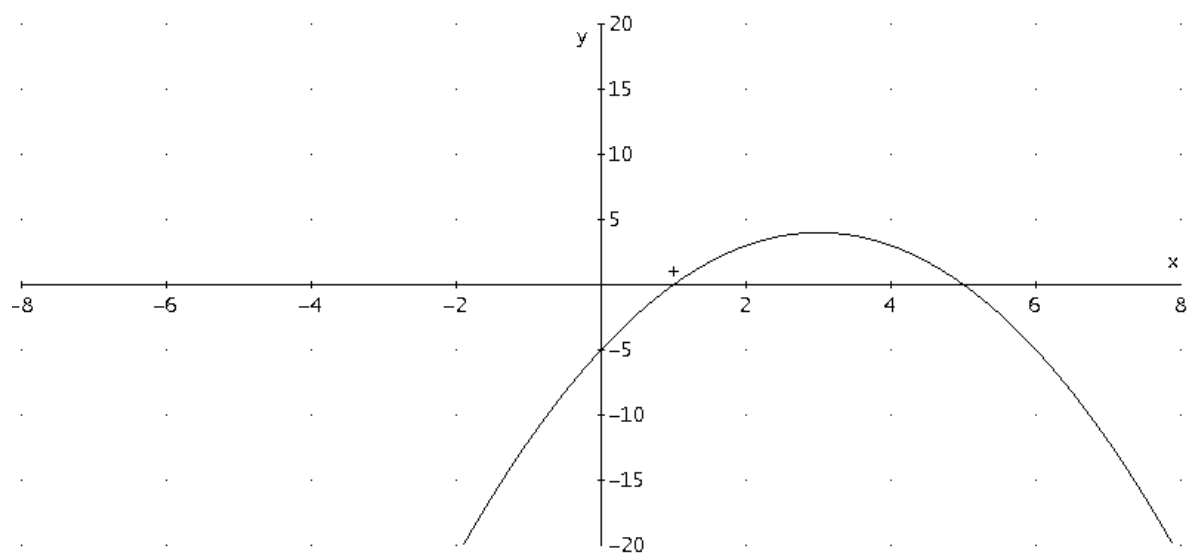
.....

23.



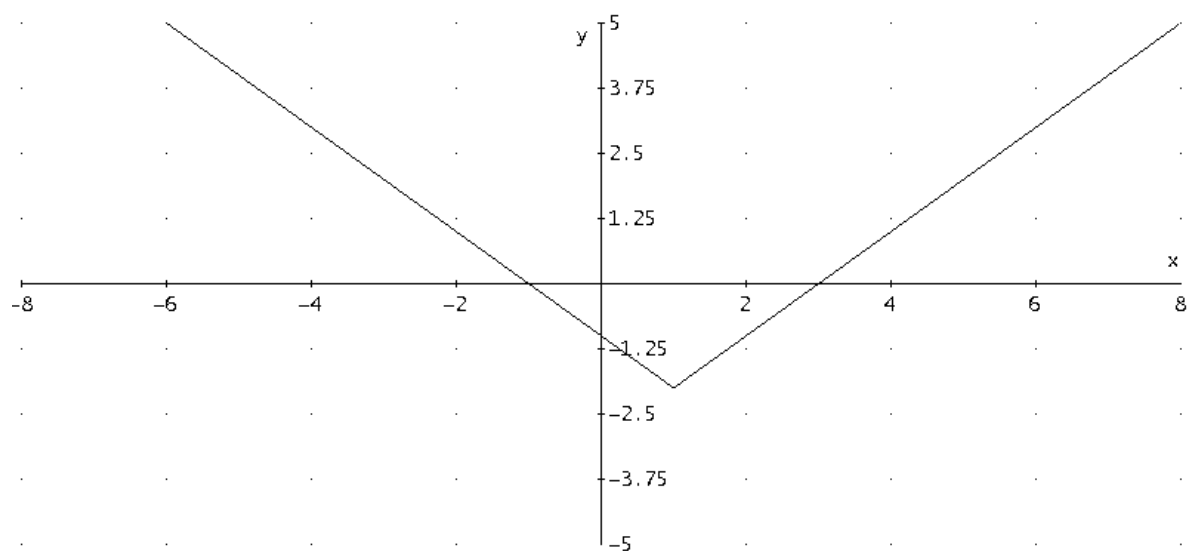
Na obrázku je graf funkcie:

.....
24.



Na obrázku je graf funkcie:

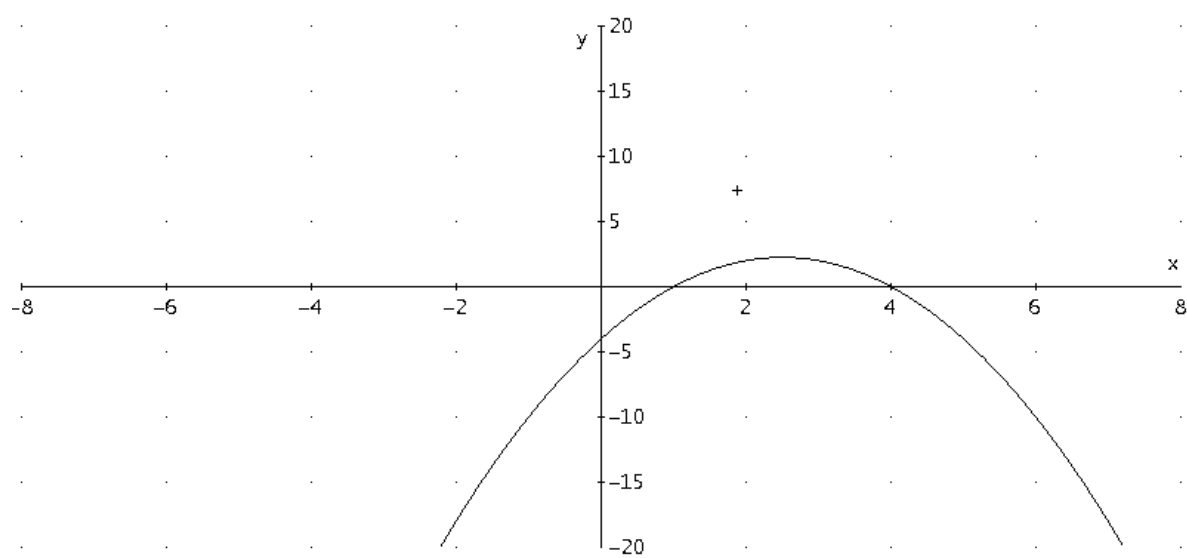
.....
25.



Na obrázku je graf funkcie:

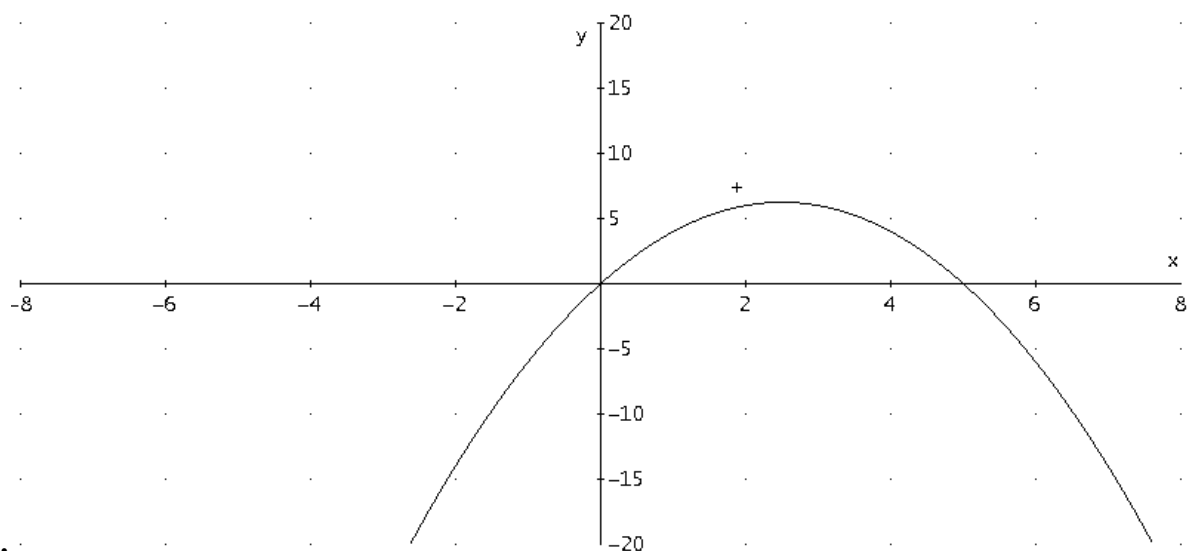
.....

26.



Na obrázku je graf funkcie:

.....

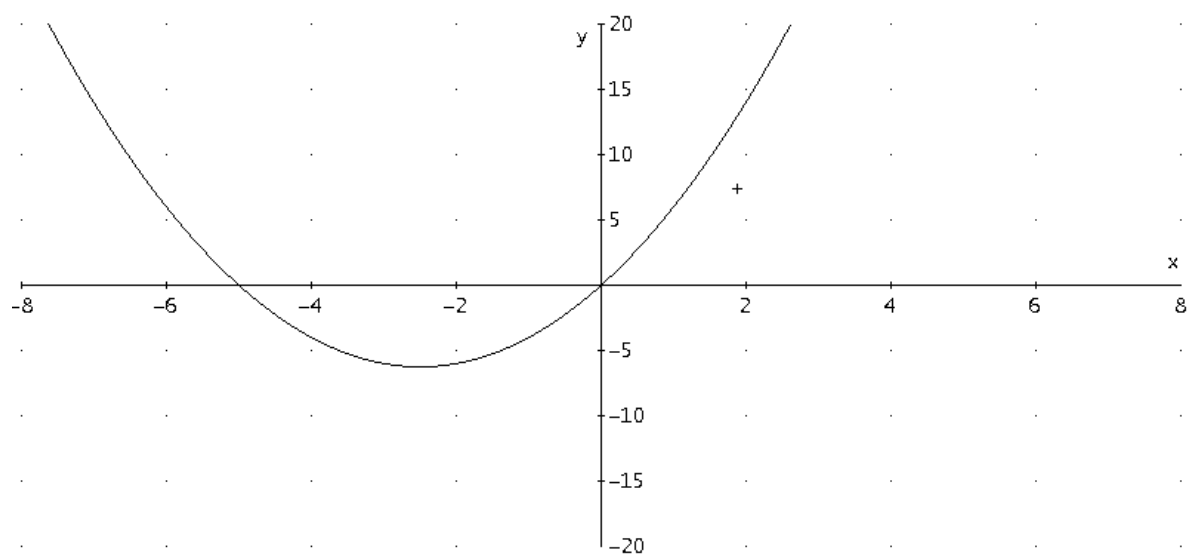


27.

Na obrázku je graf funkcie:

.....

28.



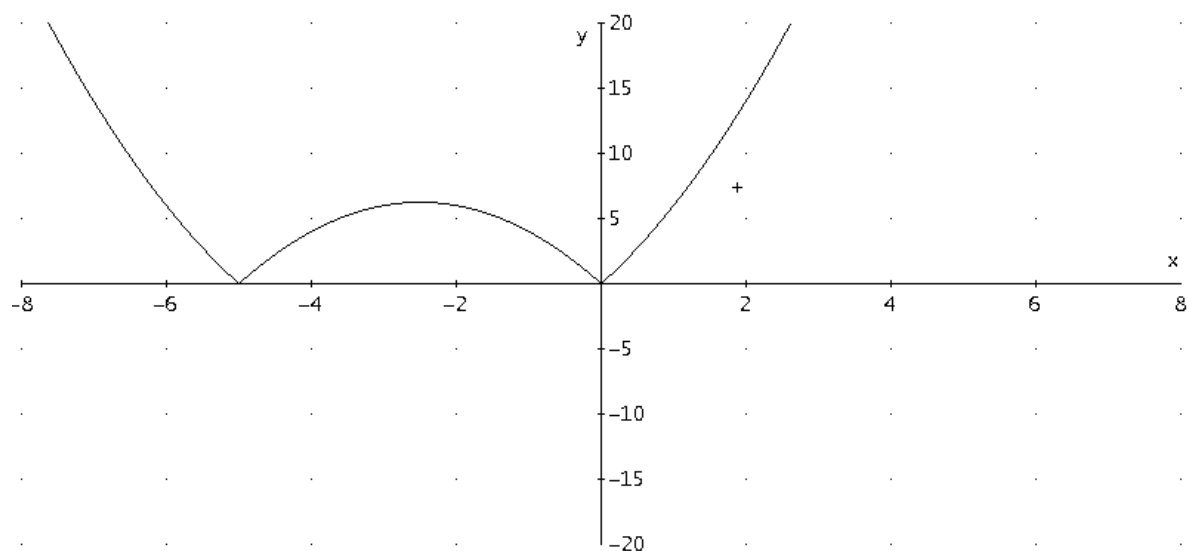
Na obrázku je graf funkcie:

.....

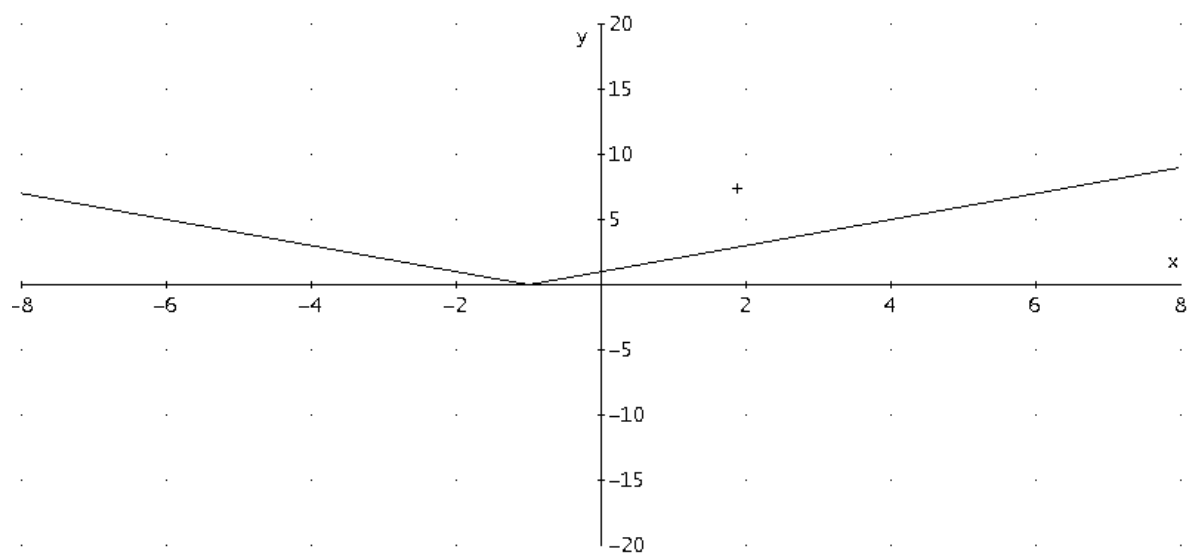
29.

Na obrázku je graf funkcie:

.....



30.



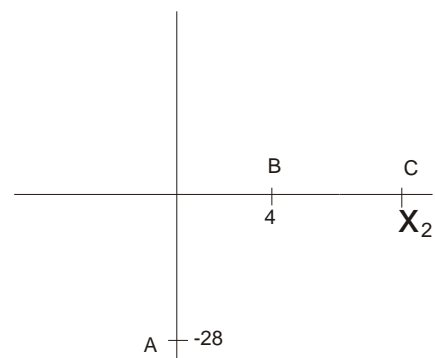
Na obrázku je graf funkcie:

.....

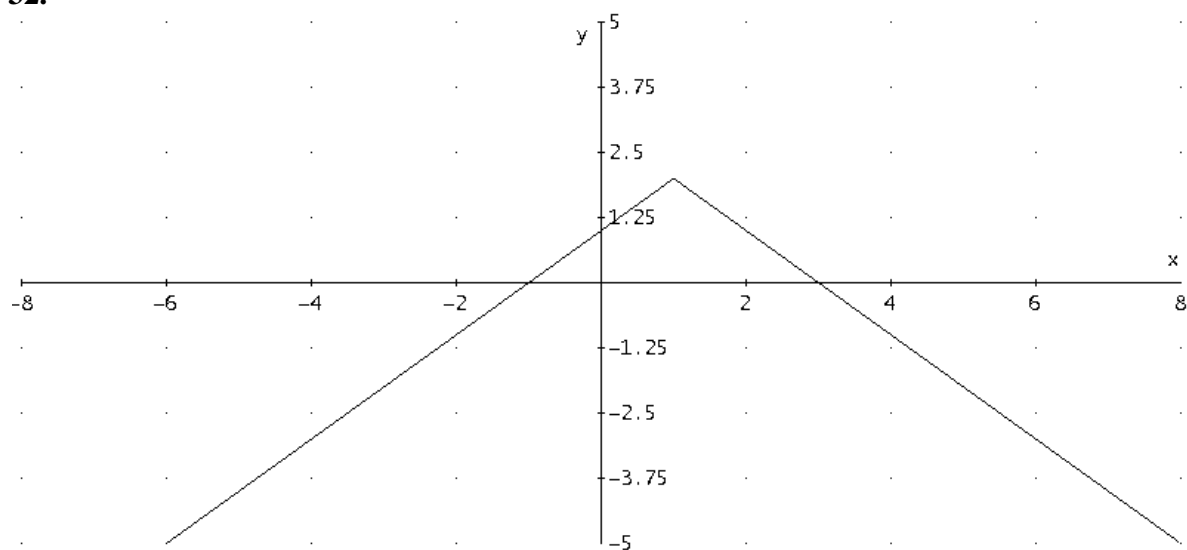
31.

Graf kvadratickej funkcie $f: y = -x^2 + bx + c$, prechádza bodmi A, B, C podľa obrázku. Priamka AC má rovnicu:

.....



32.



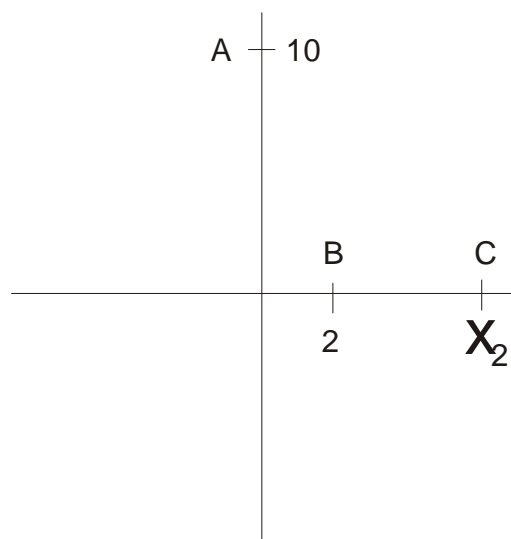
Na obrázku je graf funkcie:

.....

33.

Graf kvadratickej funkcie $f: y = x^2 + bx + c$, prechádza bodmi A,B,C podľa obrázku. Priamka AC má rovnicu:

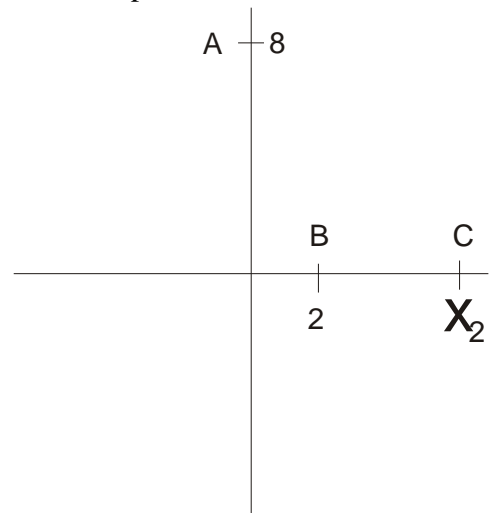
.....



34.

Graf kvadratickej funkcie $f: y = x^2 + bx + c$, prechádza bodmi A,B,C podľa obrázku. Priamka AC má rovnicu:

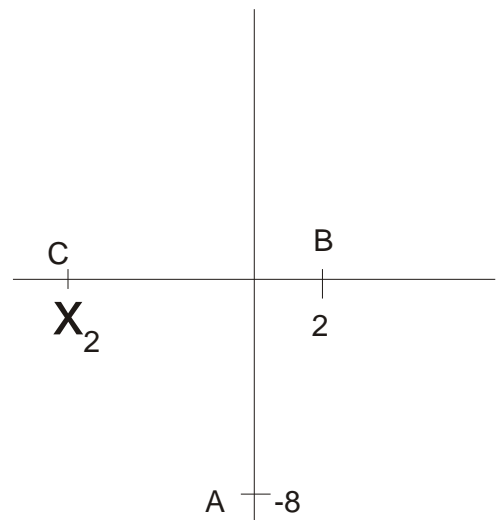
.....



35.

Graf kvadratickej funkcie $f: y = x^2 + bx + c$, prechádza bodmi A,B,C podľa obrázku. Priamka AC má rovnicu:

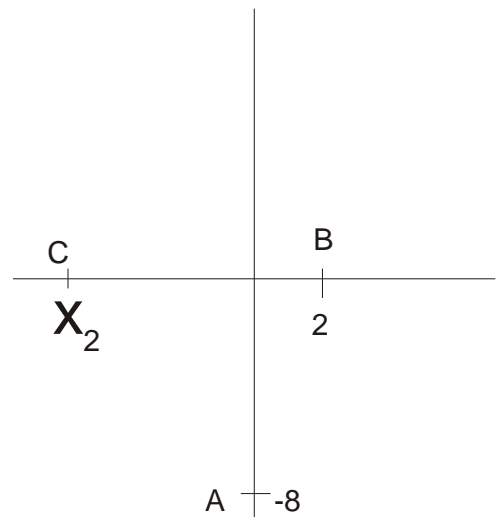
.....



36.

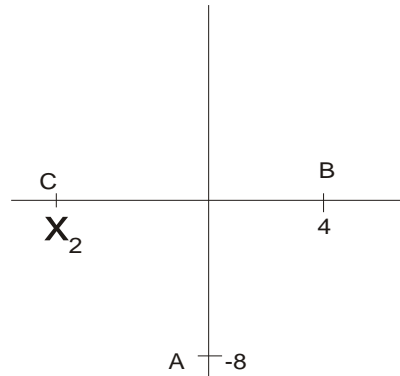
Graf kvadratickej funkcie $f: y = x^2 + bx + c$, prechádza bodmi A,B,C podľa obrázku. Priamka AC má rovnicu:

.....



37.

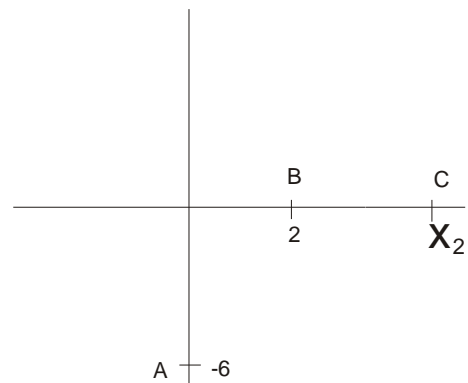
Graf kvadratickej funkcie $f: y = x^4 + bx + c$, prechádza bodmi A,B,C podľa obrázku. Priamka AC má rovnicu:



.....

38.

Graf kvadratickej funkcie $f: y = -x^2 + bx + c$, prechádza bodmi A,B,C podľa obrázku. Priamka AC má rovnicu:

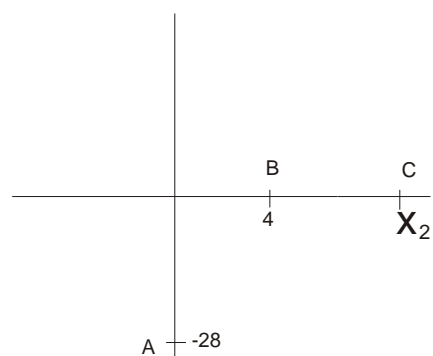


.....

39.

Graf kvadratickej funkcie $f: y = -x^7 + bx + c$, prechádza bodmi A,B,C podľa obrázku. Priamka AC má rovnicu:

bodmi



.....

40.

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú : vrchol a priesečníky grafu funkcie

$$f: y = x^2 + (-8,00)x + (7,00) \text{ s osou } x.$$

.....

41.

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú : vrchol a priesečníky grafu funkcie

$$f: y = x^2 + (-6,00)x + (-7,00)$$

s osou x .

.....

42.

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú : vrchol a priesečníky grafu funkcie

$$f: y = x^2 + (0,00)x + (-9,00)$$

s osou x .

.....

43.

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú : vrchol a priesečníky grafu funkcie

$$f: y = x^2 + (6,00)x + (5,00)$$

s osou x .

.....

44.

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú : vrchol a priesečníky grafu funkcie

$$f: y = x^2 + (8,00)x + (12,00)$$

s osou x.

.....

45.

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú : vrchol a priesečníky grafu funkcie

$$f: y = x^2 + (-8,00)x + (12,00)$$

s osou x.

.....

46.

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú : vrchol a priesečníky grafu funkcie

$$f: y = x^2 + (-6,00)x + (5,00)$$

s osou x.

.....

47.

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú : vrchol a priesečníky grafu funkcie

$$f: y = x^2 + (-8,00)x + (0,00)$$

s osou x.

.....

48.

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú : vrchol a priesečníky grafu funkcie

$$f: y = x^2 + (6,00)x + (0,00)$$

s osou x.

.....

49.

Vypočítajte obsah trojuholníka, ktorého tri vrcholy sú : vrchol a priesečníky grafu funkcie

$$f: y = x^2 + (2,00)x + (-3,00)$$

s osou x.

.....

2.3 Mnohočleny a mocninové funkcie, lineárna lomená funkcia

1. Rovnica

Rovnica $\frac{49}{14-x} - x = 0$ v množine reálnych čísel

Má korene

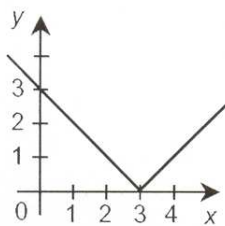
2. Obsah kruhu

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x - 1)^3 - 1|$ so súradnicovými osami.

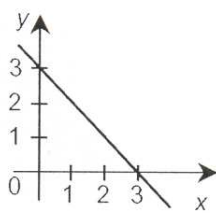
.....

3. Graf

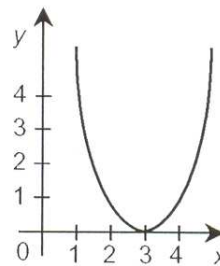
Na ktorom z obrázkov je časť grafu funkcie $y = \sqrt{(3-x)^2}$?



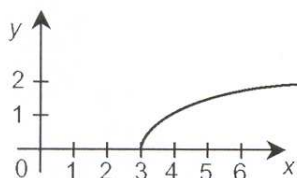
(A)



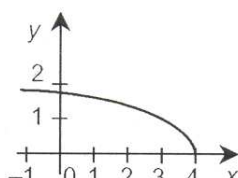
(B)



(C)



(D)



(E)

4. Obsah

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x - 2)^3 - 2|$ so súradnicovými osami.

.....

5. Kruh

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x + 1)^3 + 1|$ so súradnicovými osami.

.....

6. Obsah kruhu?

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x + 2)^3 + 2|$ so súradnicovými osami.

.....

7. Obsah

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x + 5)^3 + 5|$ so súradnicovými osami.

.....

8. Kruh

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x + 4)^3 + 4|$ so súradnicovými osami.

.....

9. Kruhový obsah

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x + 3)^3 + 3|$ so súradnicovými osami.

.....

10. Obsah kruhu

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x - 3)^3 - 3|$ so súradnicovými osami.

.....

11. Kruh

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x - 4)^3 - 4|$ so súradnicovými osami.

.....

12. Obsah

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x - 5)^3 - 5|$ so súradnicovými osami.

.....

13. Obsah trojuholníka

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie $f: y = |(x - 4)^4 - 16|$ je

.....

14. Obsah cez extrémny

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie $f: y = |(x - 2)^4 - 1|$ je

.....

15. Extrémny a obsah

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie $f: y = |(x + 1)^4 - 1|$ je

.....

16. Obsah a extrémny

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie $f: y = |(x - 2)^4 - 16|$ je

.....

17. Extrémny + obsah

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie $f: y = |(x - 2)^4 - 81|$ je

.....

18. Obsah + extrém

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrém funkcie $f: y = |(x - 1)^4 - 16|$ je

.....

19. Obsah trojuholníka

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrém funkcie $f: y = |(x - 1)^4 - 1|$ je

.....

20. Extrém

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrém funkcie $f: y = |(x - 4)^3 - 1|$ je

.....

21. Obsah

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrém funkcie $f: y = |(x - 4)^4 - 81|$ je

.....

22. Obsah trojuholníka

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrém funkcie $f: y = |(x - 3)^4 - 16|$ je

.....

23. Obsah trojuholníka cez extrém

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrém funkcie $f: y = |(x - 3)^4 - 81|$ je

.....

24. Obsah kruhu

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x - 3)^5 - 3|$ je

.....

25. Kruh

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x - 1)^5 - 1|$ je:

.....

26. Kruhový obsah

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x - 2)^5 - 2|$ je:

.....

27. Obsah

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x - 4)^5 - 4|$ je:

.....

28. Kruh

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x - 5)^5 - 5|$ je:

.....

29. Obsah kruhu?

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x + 1)^3 + 1|$ je:

.....

30. Kruhový obsah?

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x + 2)^5 + 2|$ je:

.....

31. Obsah

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x + 3)^5 + 3|$ je:

.....

32. Kruh

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x + 4)^3 + 4|$ je:

.....

33. Obsah

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x + 5)^3 + 5|$ je:

.....

34.

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - 1,00)^3 - 1,00|$$

so súradnicovými osami

.....

35.

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - 2,00)^3 - 2,00|$$

so súradnicovými osami

.....

36.

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - (-1,00))^3 - (-1,00)|$$

so súradnicovými osami

.....

37.

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - (-2,00))^3 - (-2,00)|$$

so súradnicovými osami

.....

38.

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - (-5,00))^3 - (-5,00)|$$

so súradnicovými osami

.....

39.

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - (-4,00))^3 - (-4,00)|$$

so súradnicovými osami

.....

40.

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - (-3,00))^3 - (-3,00)|$$

so súradnicovými osami

.....

41.

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - (3,00))^3 - (3,00)|$$

so súradnicovými osami

.....

42.

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - (4,00))^3 - (4,00)|$$

so súradnicovými osami

.....

43.

Vypočítajte obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - (5,00))^3 - (5,00)|$$

so súradnicovými osami

.....

44.

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie

$$f: y = |(x - (4,00))^4 - (16,00)|$$

.....

45.

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie

$$f: y = |(x - (2,00))^4 - (1,00)|$$

.....

46.

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie

$$f: y = |(x - (-1,00))^4 - (1,00)|$$

.....

47.

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie

$$f: y = |(x - (2,00))^4 - (16,00)|$$

.....

48.

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie

$$f: y = |(x - (2,00))^4 - (81,00)|$$

.....

49.

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie

$$f: y = |(x - (1,00))^4 - (16,00)|$$

.....

50.

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie

$$f: y = |(x - (1,00))^4 - (1,00)|$$

.....

51.

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie

$$f: y = |(x - (4,00))^3 - (1,00)|$$

.....

52.

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie

$$f: y = |(x - (4,00))^4 - (81,00)|$$

.....

53.

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie

$$f: y = |(x - (3,00))^4 - (16,00)|$$

.....

54.

Obsah trojuholníka, ktorého vrcholy sú extrémny funkcie

$$f: y = |(x - (3,00))^4 - (81,00)|$$

.....

55.

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy

a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami

$$f: y = |(x - (3,00))^5 - (3,00)| \text{ je}$$

.....

56.

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy

a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami

$$f: y = |(x - 1,00)^5 - 1,00|$$

je:

.....

57.

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy
a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami

$$f: y = |(x - 2,00)^5 - 2,00|$$

je:

.....

58.

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy
a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami

$$f: y = |(x - 4,00)^5 - 4,00|$$

je:

.....

59.

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy
a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami

$$f: y = |(x - 5,00)^5 - 5,00|$$

je:

.....

60.

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy
a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami

$$f: y = |(x - (-1,00))^3 - (-1,00)|$$

je:

.....

61.

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy
a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami

$$f: y = |(x - (-2,00))^5 - (-2,00)|$$

je:

.....

62.

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy
a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami

$$f: y = |(x - (-3,00))^5 - (-3,00)|$$

je:

.....

63.

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy
a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami

$$f: y = |(x - (-4,00))^3 - (-4,00)|$$

je:

.....

64.

Obsah kruhu, ktorého hraničná kružnica prechádza stredom súradnicovej sústavy

a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami

$$f: y = |(x - (-5,00))^3 - (-5,00)|$$

je:

.....

2.4 Logaritmické a exponenciálne funkcie, geometrická postupnosť

1. Exponenciálna rovnica

Rovnica $4^x = 8$ má jediné reálne riešenie. V ktorom z uvedených intervalov sa nachádza?

.....

2. Logaritmus

Ak platí $2a = \log b$, potom

.....

3. Logaritmy

Ak $a = \log 2$, $b = \log 7$, $c = \log_2 49$, potom

.....

4. Geometrická postupnosť

O geometrickej postupnosti kladných reálnych čísel $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ vieme, že $b_1 + b_2 = 320$, $b_9 = \frac{1}{16} \cdot b_7$.

Čomu sa rovná b_8 ?

.....

5. Krivka

Krivka na obrázku môže predstavovať časť grafu funkcie

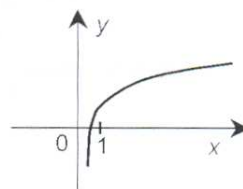
a) $y = 6^x + 1$. b) $y = \left(\frac{1}{6}\right)^x + 1$. c) $y = \log_6 x + 1$.

d) $y = \log \frac{1}{6} x + 1$. e) $y = \log_6(x + 1)$.

.....

6. Riešenie nerovnice

Nech P je množina všetkých riešení nerovnice $3 + \log_{0,5} x > 0$ v obore reálnych čísel. Potom



.....

7. Kladné riešenia

Množinou všetkých kladných riešení nerovnice $x^{20} > 3^{900} \cdot x^5$ je interval

.....

8. Kladné funkčné hodnoty

Ak M je množina všetkých $x \in \mathbb{R}$, pre ktoré nadobúda logaritmická funkcia $f: y = \log_{0,2}(4x - 1)$ kladné funkčné hodnoty, tak $M =$

.....

9. Dekadický logaritmus

Dekadický logaritmus čísla $\underbrace{0,000\dots01}_{26\text{núl}}$ sa rovná

.....

10. Polčas rozpadu

Nuklid uhlíka ^{14}C má polčas rozpadu 5560 rokov. Za tento čas sa rozpadne polovica daného množstva uhlíka ^{14}C , za ďalších 5560 rokov sa rozpadne polovica zvyšného množstva atď. Aká časť pôvodného množstva uhlíka ^{14}C zostane po 33 360 rokoch?

.....

11. Koreň

Rovnica $9^{2x-3} = \frac{1}{81}$ má v množine reálnych čísel jediný koreň, ktorý leží v intervale

.....

12. Logaritmus

Ak platí $\log T = \log p + 2 \cdot \log r$, tak

.....

13. Postupnosť

V istej geometrickej postupnosti je 10. člen 9 – krát väčší ako 8. člen. Koľkokrát je v tejto postupnosti 8. člen väčší ako 4. člen?

.....

14. Množina M

Nech M je množina všetkých reálnych čísel x , pre ktoré platí $\log(x + 3) = \log x + \log 3$. Potom

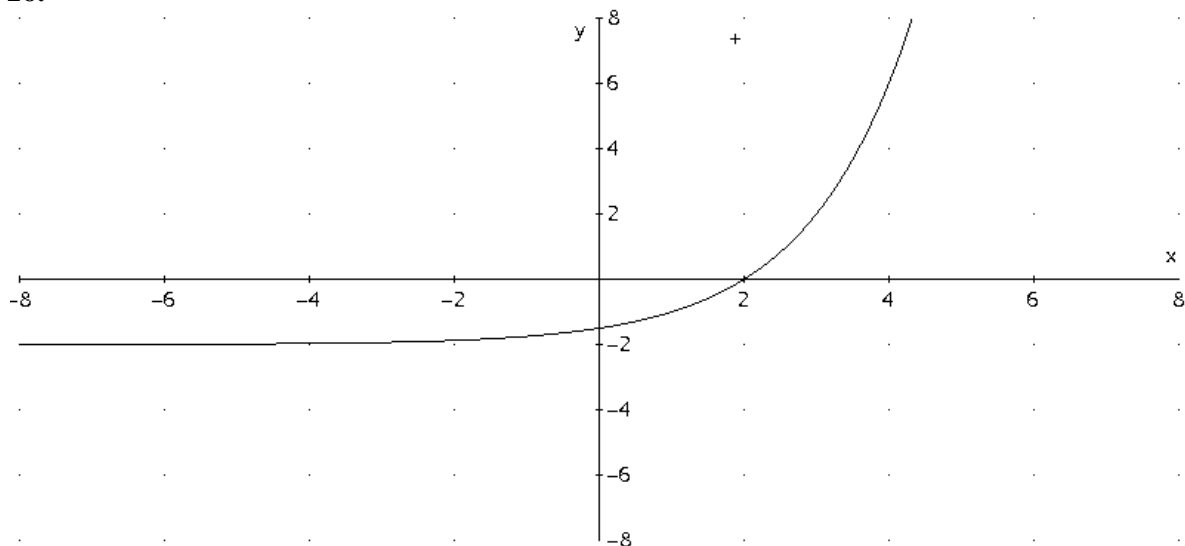
.....

15. Súčet členov postupnosti

Rozdiel medzi štvrtým a prvým členom istej geometrickej postupnosti je 52. Súčet prvých troch členov postupnosti je 26. Potom súčet prvých šiestich členov tejto postupnosti je

.....

16.

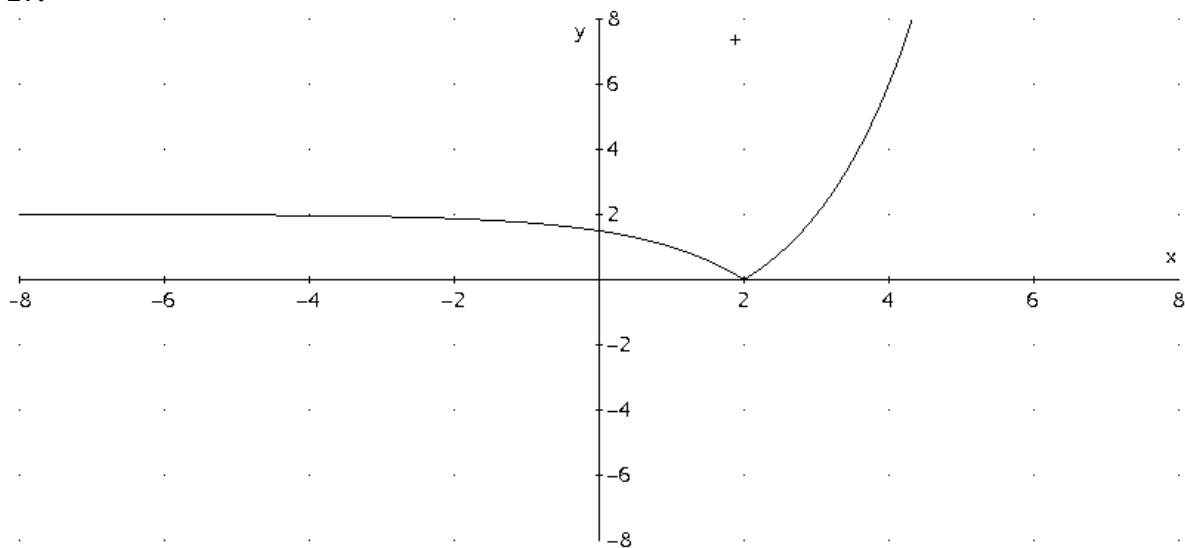


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = 2^{x-1} - 2$
- b) $f: y = 2^{x-1} + 2$
- c) $f: y = 2^{x+1} - 2$
- d) $f: y = 2^{x-1} - 1$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

17.

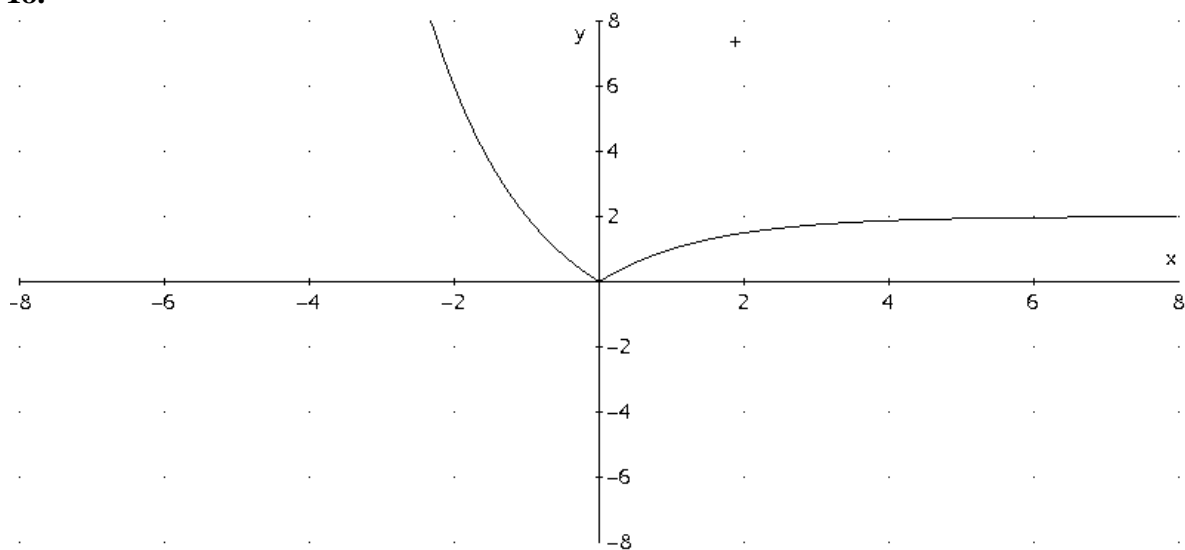


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = |2^{x-1} - 2|$
- b) $f: y = |2^{x-1} + 2|$
- c) $f: y = |2^{x+1} - 2|$
- d) $f: y = |2^{x-1} - 1|$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

18.



Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = |1/2^{x-1} - 2|$
- b) $f: y = |1/2^{x-1} + 2|$
- c) $f: y = |1/2^{x+1} - 2|$
- d) $f: y = |1/2^{x-1} - 1|$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

19.

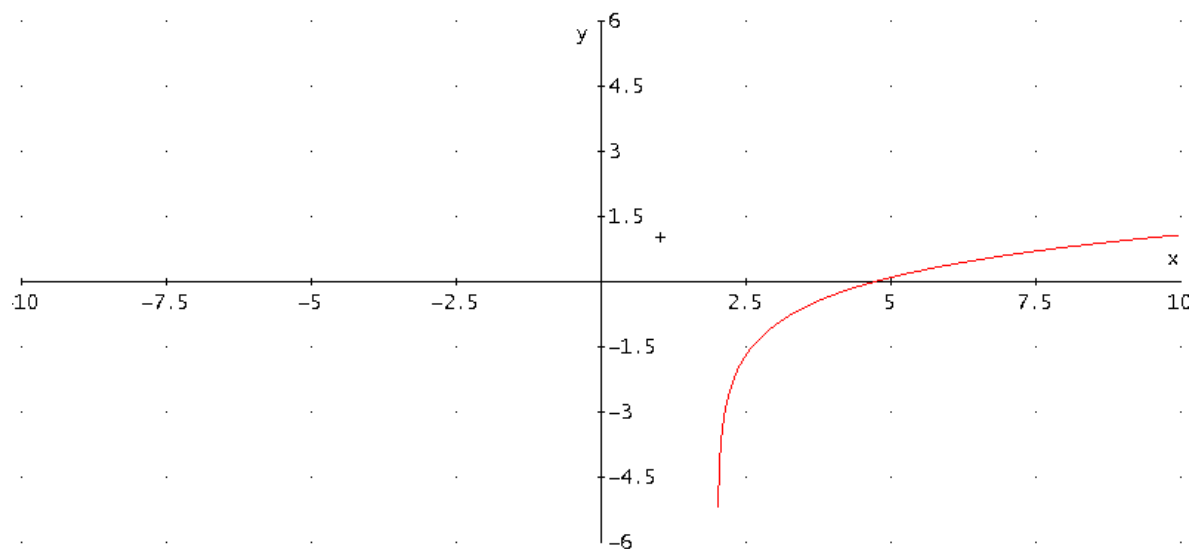
Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = \log(x - 1) - 2$
- b) $f: y = \log(x - 1) + 2$

c) $f: y = \log(x + 1) - 2$

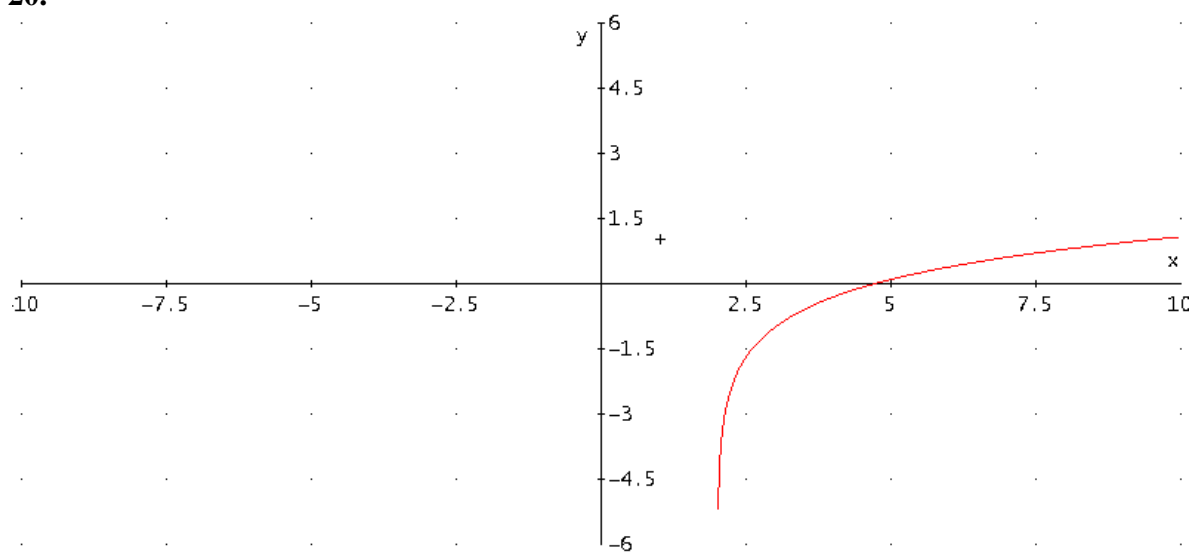
d) $f: y = \log(x + 1) + 2$

e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna



.....

20.

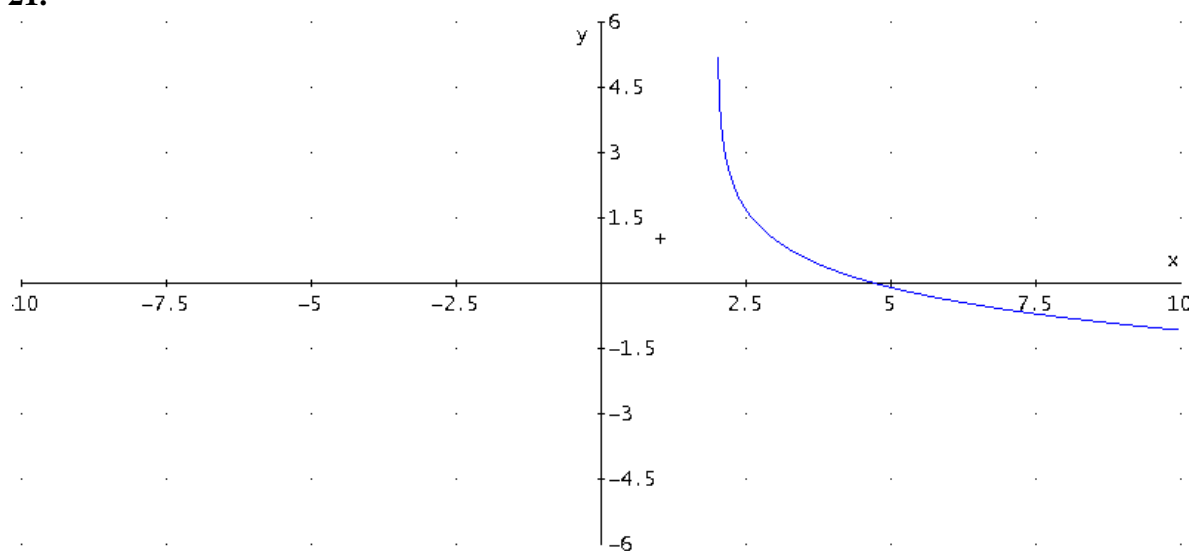


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = \log(x - 1) - 2$
- b) $f: y = \log(x - 1) + 2$
- c) $f: y = \log(x + 1) - 2$
- d) $f: y = \log(x + 1) + 2$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

21.

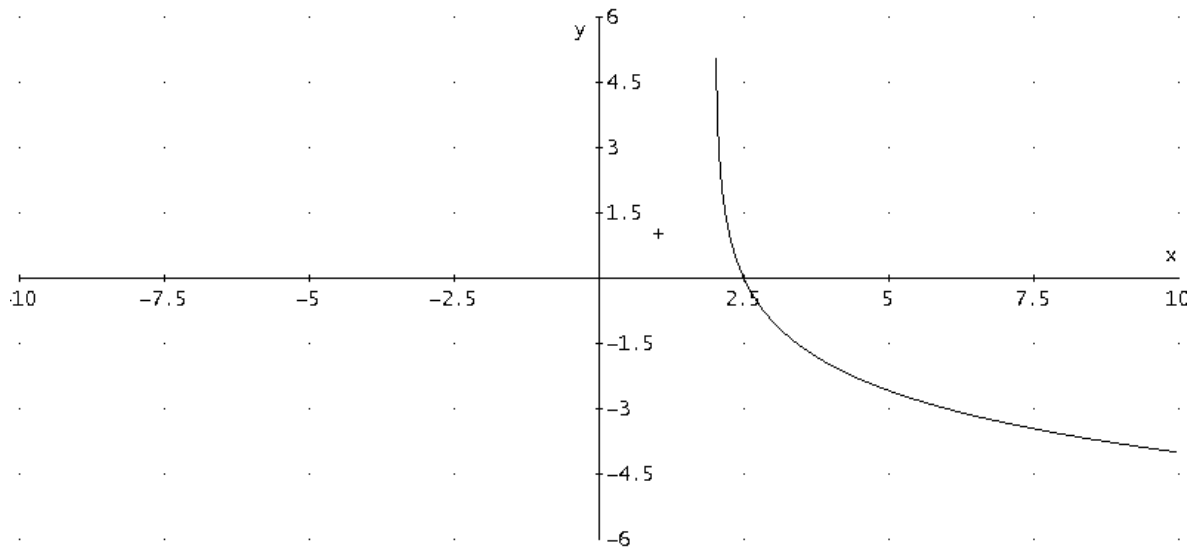


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = -(\log(x - 1) - 2)$
- b) $f: y = -(\log(x - 1) + 2)$
- c) $f: y = -(\log(x + 1) - 2)$
- d) $f: y = -(\log(x + 1) + 2)$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

22.

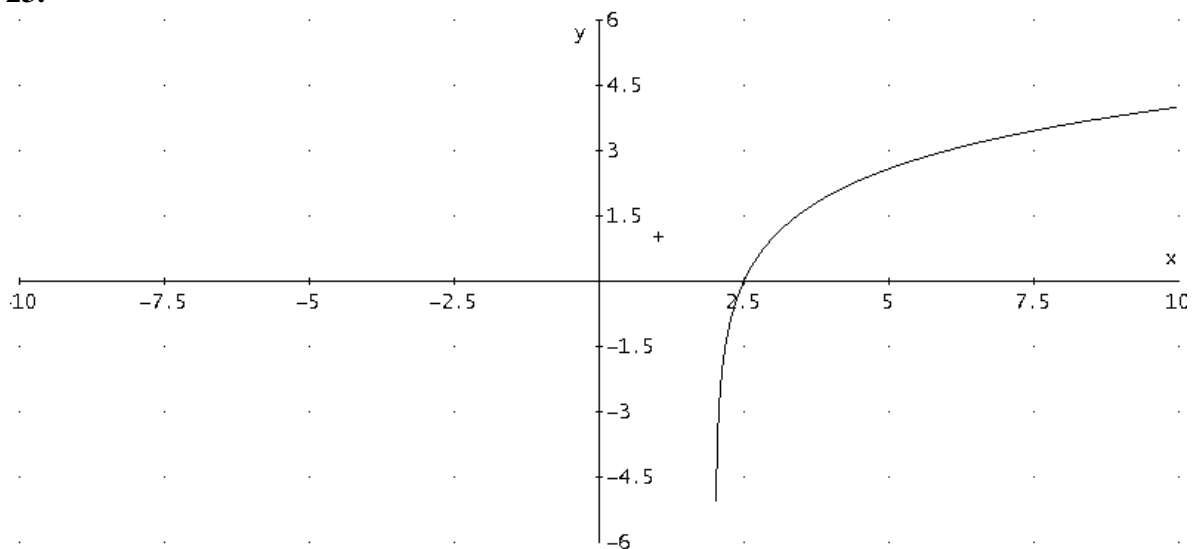


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = \log_{0,5}(x - 1) - 2$
- b) $f: y = \log_{0,5}(x + 1) - 2$
- c) $f: y = \log_{0,5}(x + 1) + 2$
- d) $f: y = \log_{0,5}(x - 1) + 2$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

23.

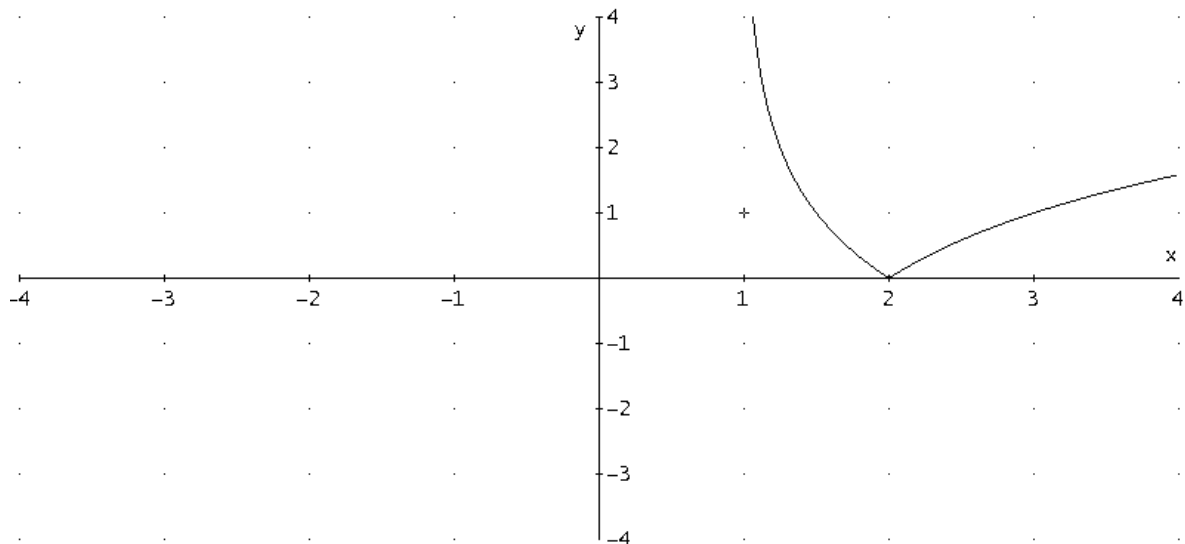


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = -(\log_{0,5}(x - 1) - 2)$
- b) $f: y = -(\log_{0,5}(x + 1) - 2)$
- c) $f: y = -(\log_{0,5}(x + 1) + 2)$
- d) $f: y = -(\log_{0,5}(x - 1) + 2)$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

24.

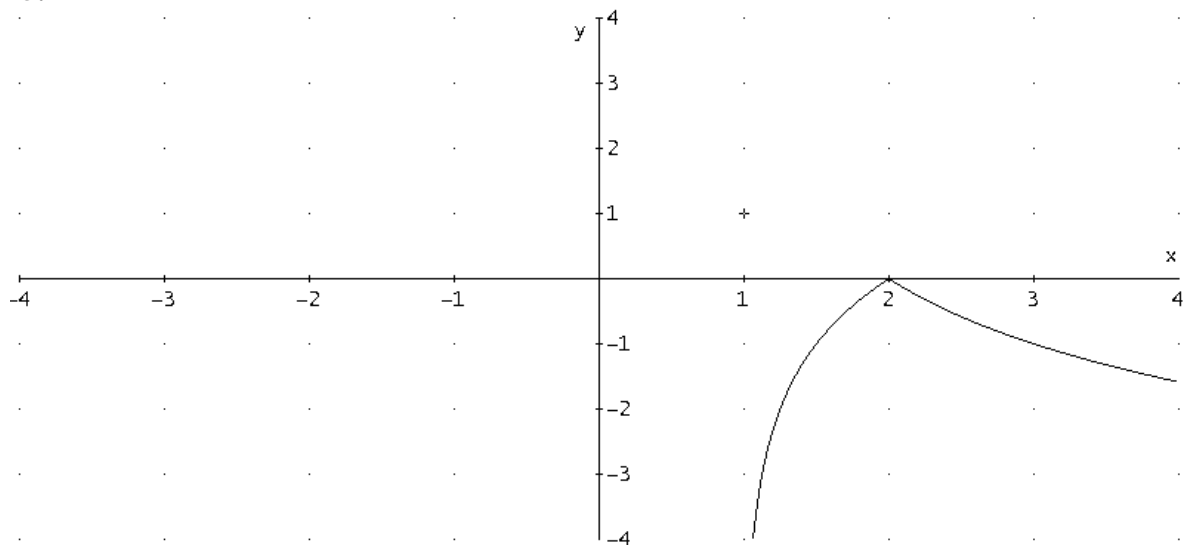


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = |(\log_{0,5}(x - 1))|$
- b) $f: y = |(\log_{0,5}(x + 1))|$
- c) $f: y = |(\log_{0,5}(x + 1) + 2)|$
- d) $f: y = |(\log_{0,5}(x - 1) + 2)|$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

25.



Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = - | (\log_{0,5}(x - 1)) |$
- b) $f: y = - | (\log_{0,5}(x + 1)) |$
- c) $f: y = - | (\log_{0,5}(x + 1) + 2) |$
- d) $f: y = - | (\log_{0,5}(x - 1) + 2) |$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

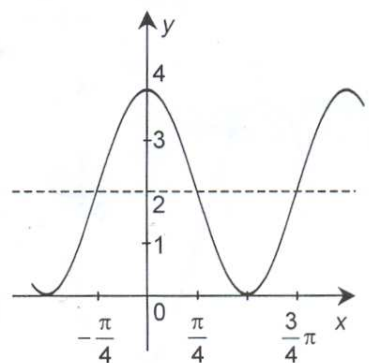
2.5 Goniometrické funkcie

1. Graf funkcie

Na obrázku je časť grafu funkcie

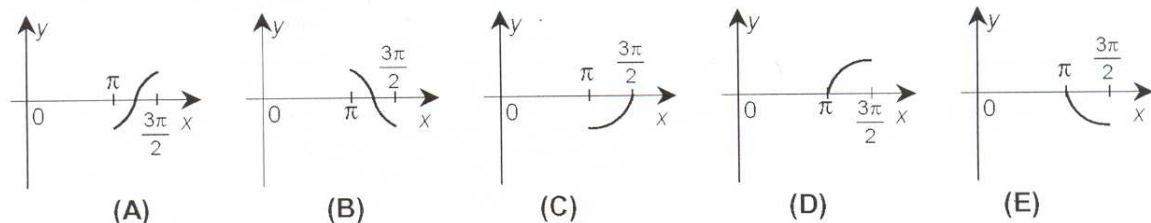
- a) $y = 2 \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 2$
- b) $y = 2 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 2$
- c) $y = 2 \cdot \cos(2x) + 2$
- d) $y = 2 \cdot \cos(2x + 2)$
- e) $y = 2 \cdot \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 2$

.....



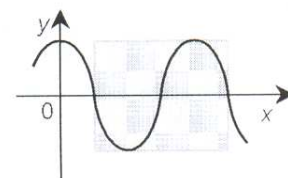
2. Sínus

Na ktorom z nasledujúcich obrázkov je časť grafu funkcie $y = \sin x$, pre $x \in \left\langle \pi; \frac{3}{2}\pi \right\rangle$?



3. Obsah obdĺžníka

Na obrázku je časť grafu funkcie $y = 3 \cdot \cos \frac{x}{2}$. Aký obsah má vyfarbený obdĺžnik?

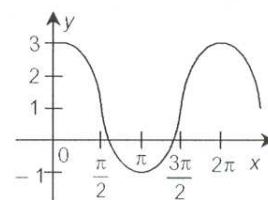


4. Kosínus

Na obrázku je časť grafu funkcie

a) $y = -2\sin x + 2$. b) $y = \cos x + 2$. c) $y = 2\cos x + 1$.

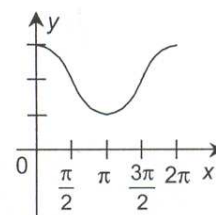
d) $y = 3\cos x$. e) $y = -3\sin x$.



5. Graf

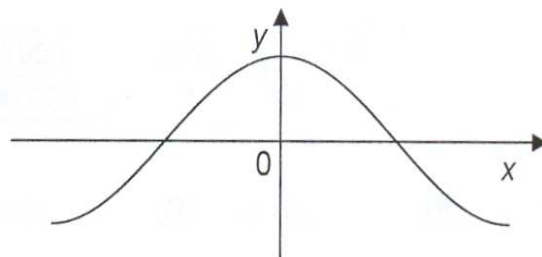
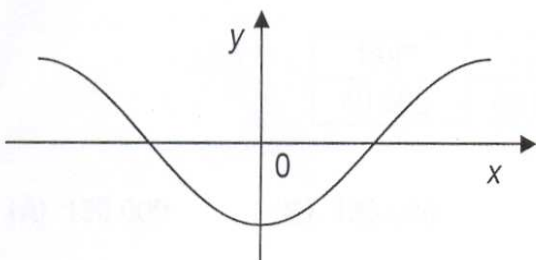
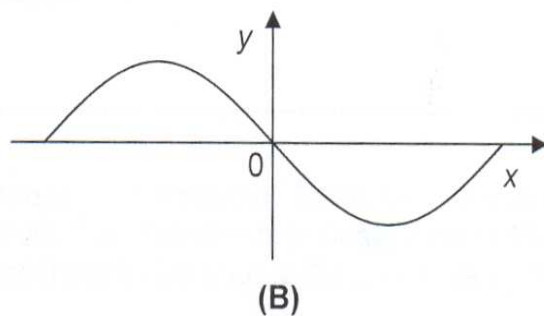
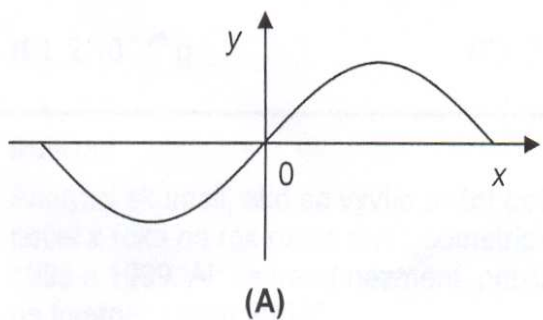
Na obrázku je časť grafu funkcie

a) $y = 2 + \sin x$. b) $y = 2 + \cos x$ c) $y = 3 + \sin x$
d) $y = 3 + \cos x$ e) $y = 3 \cdot \cos x$



6. Graf funkcie kosínus

Na ktorom z obrázkov by mohla byť časť grafu funkcie $y = \cos x$?



7. Riešenie rovnice

Rovnica $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$ má v intervale $(0; \pi)$ jediné riešenie. Ktorá z uvedených množín obsahuje toto riešenie?

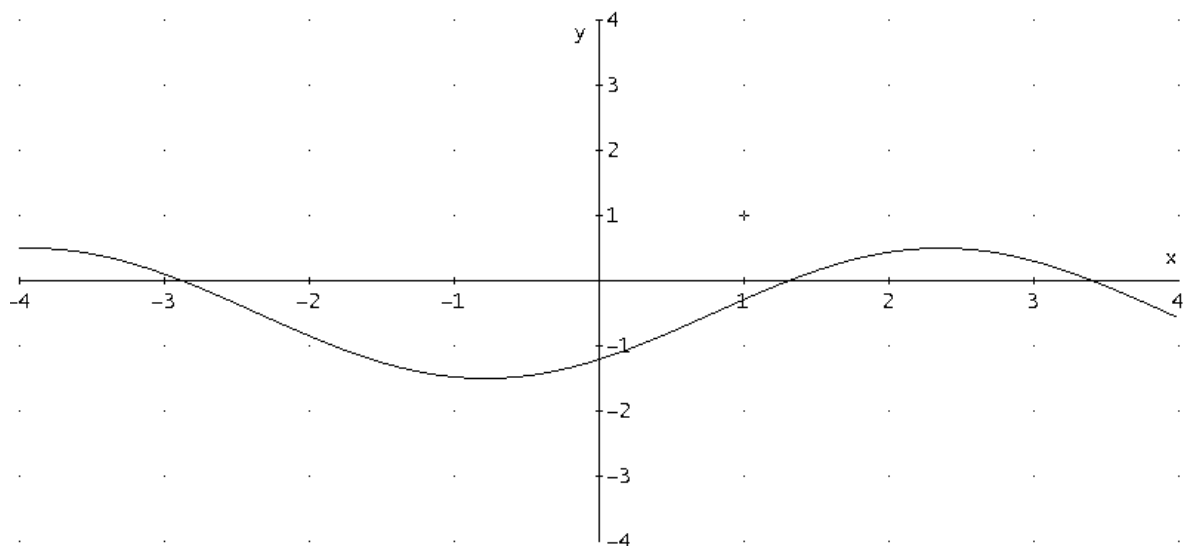
.....

8. Rovnica

Rovnica $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$ má v intervale $(3\pi; 4\pi)$ jediné riešenie. Ktorá z uvedených množín obsahuje toto riešenie?

.....

9.

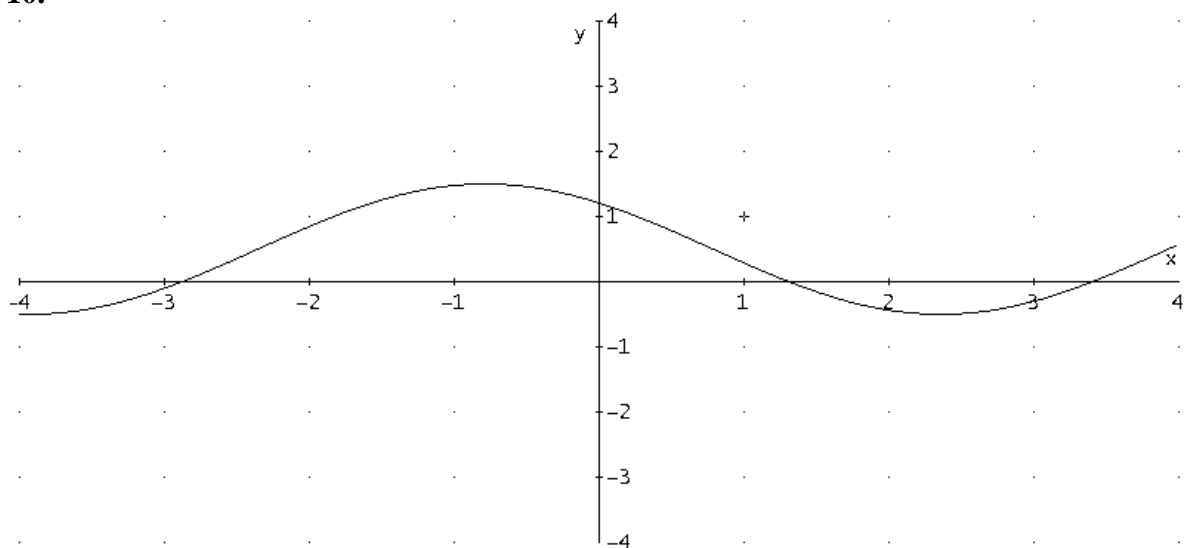


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = \sin(x - \pi/4) - 1/2$
- b) $f: y = \sin(x + \pi/4) - 1/2$
- c) $f: y = \sin(x - \pi/4) + 1/2$
- d) $f: y = \sin(x + \pi/4) + 1/2$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

10.

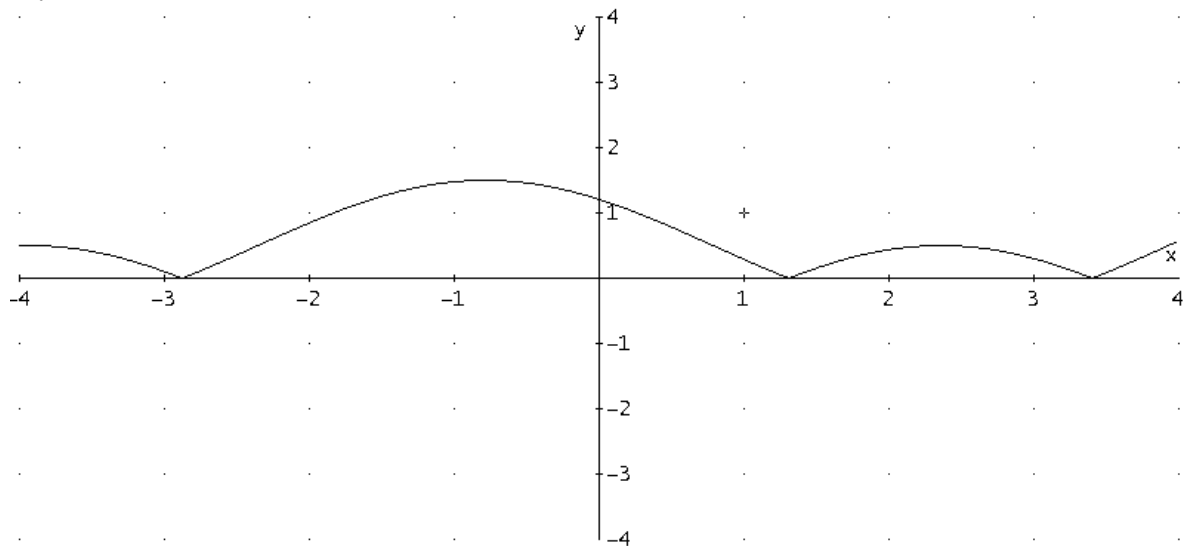


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = -(\sin(x - \pi/4) - 1/2)$
- b) $f: y = -(\sin(x + \pi/4) - 1/2)$
- c) $f: y = -(\sin(x - \pi/4) + 1/2)$
- d) $f: y = -(\sin(x + \pi/4) + 1/2)$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

11.

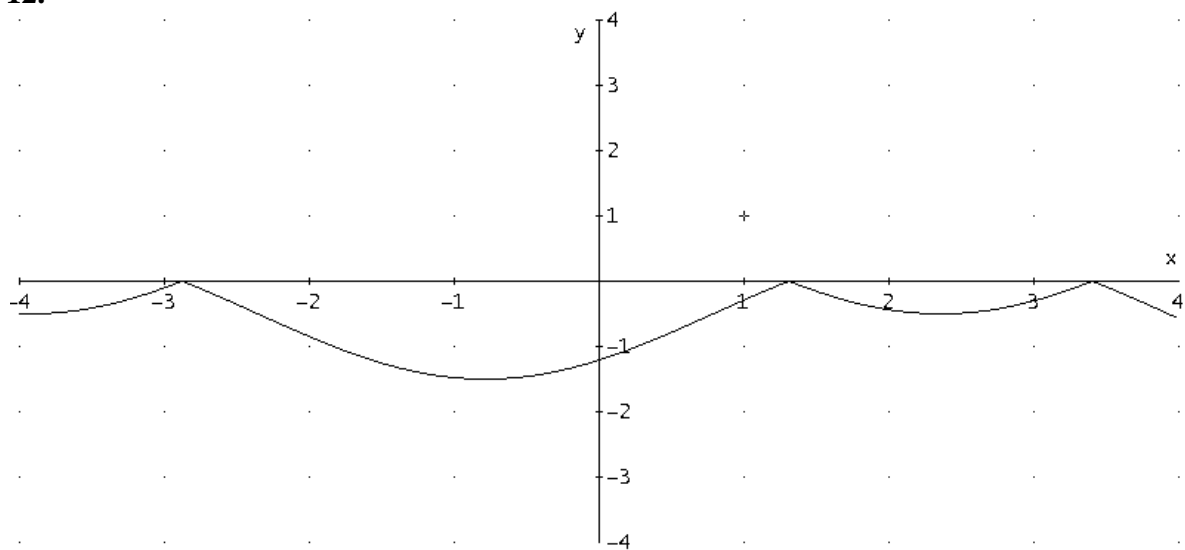


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = |(\sin(x - \pi/4) - 1/2)|$
- b) $f: y = |(\sin(x + \pi/4) - 1/2)|$
- c) $f: y = |(\sin(x - \pi/4) + 1/2)|$
- d) $f: y = |(\sin(x + \pi/4) + 1/2)|$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

12.

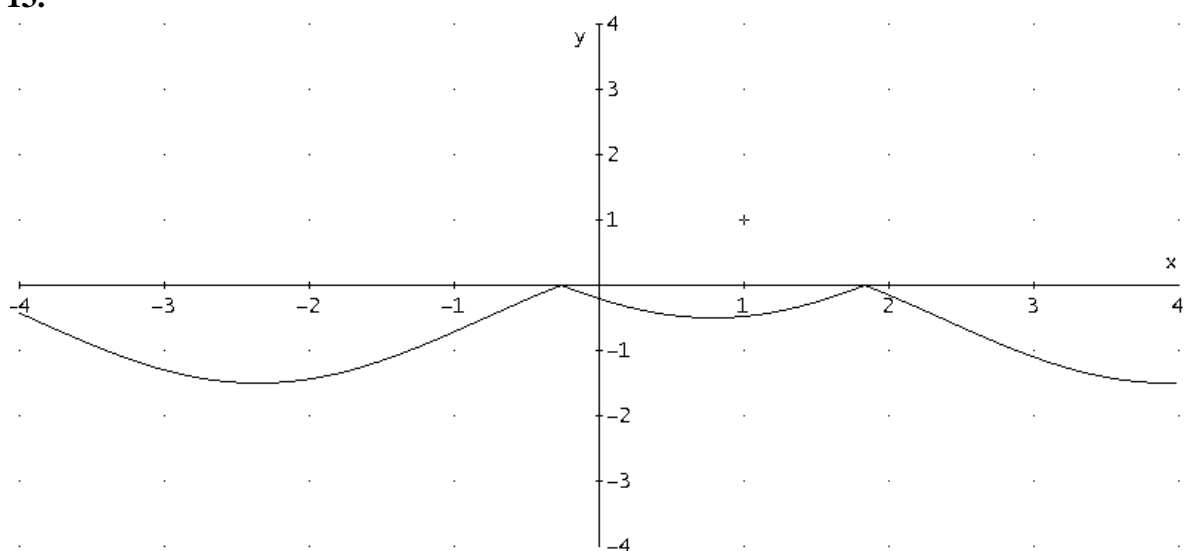


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = - \left| \sin(x - \pi/4) - 1/2 \right|$
- b) $f: y = - \left| \sin(x + \pi/4) - 1/2 \right|$
- c) $f: y = - \left| \sin(x - \pi/4) + 1/2 \right|$
- d) $f: y = - \left| \sin(x + \pi/4) + 1/2 \right|$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

13.

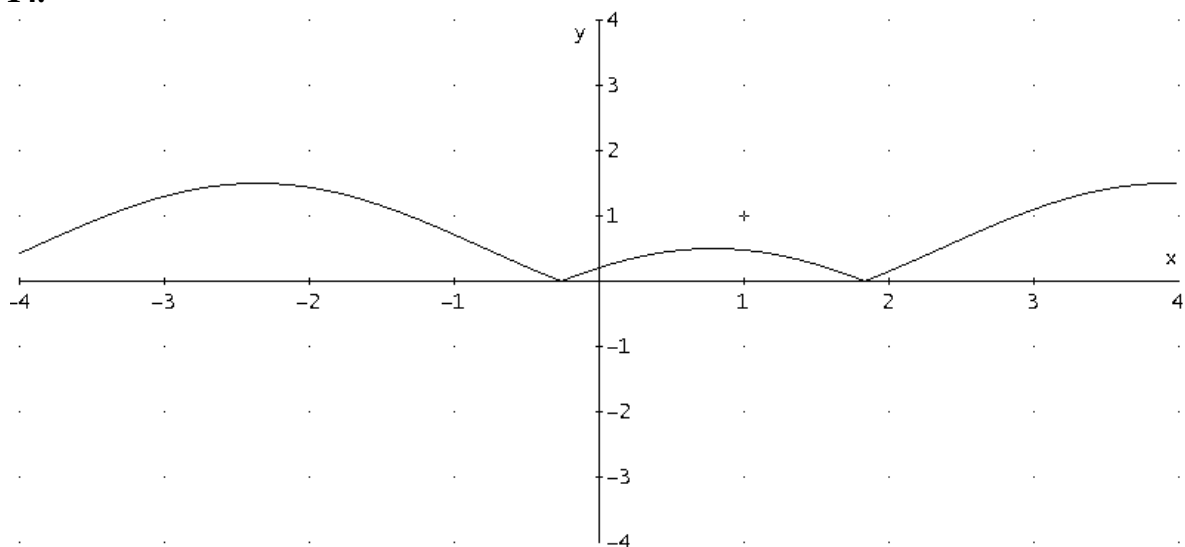


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = - \left| (\cos(x - \pi/4) - 1/2) \right|$
- b) $f: y = - \left| (\cos(x + \pi/4) - 1/2) \right|$
- c) $f: y = - \left| (\cos(x - \pi/4) + 1/2) \right|$
- d) $f: y = - \left| (\cos(x + \pi/4) + 1/2) \right|$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

14.

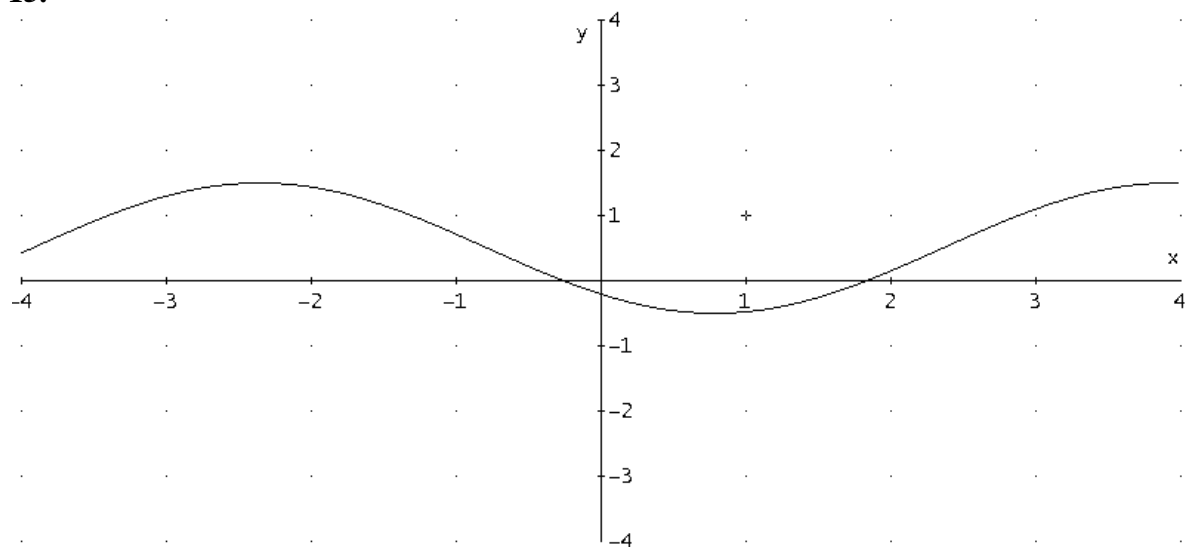


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = \left| (\cos(x - \pi/4) - 1/2) \right|$
- b) $f: y = \left| (\cos(x + \pi/4) - 1/2) \right|$
- c) $f: y = \left| (\cos(x - \pi/4) + 1/2) \right|$
- d) $f: y = \left| (\cos(x + \pi/4) + 1/2) \right|$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

15.

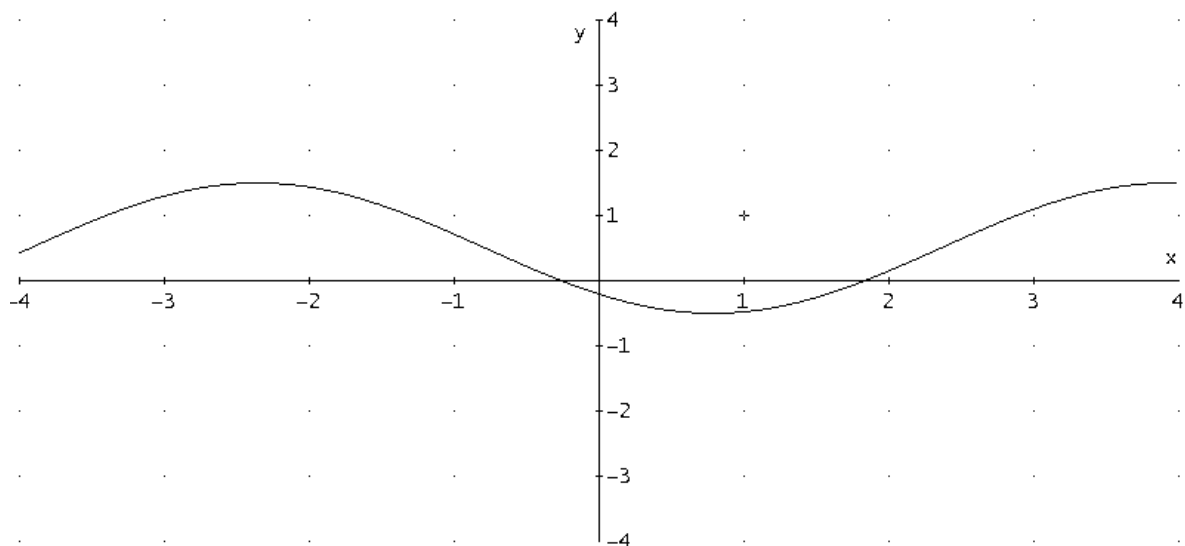


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = (\cos(x - \pi/4) - 1/2)$
- b) $f: y = (\cos(x + \pi/4) - 1/2)$
- c) $f: y = (\cos(x - \pi/4) + 1/2)$
- d) $f: y = (\cos(x + \pi/4) + 1/2)$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

16.

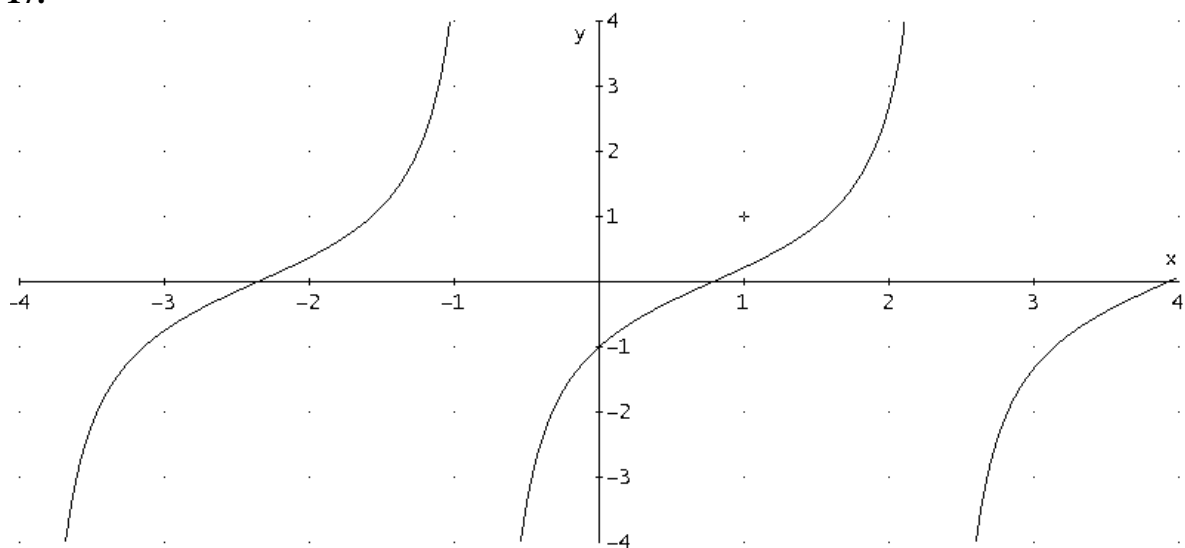


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = -(\cos(x - \pi/4) - 1/2)$
- b) $f: y = -(\cos(x + \pi/4) - 1/2)$
- c) $f: y = -(\cos(x - \pi/4) + 1/2)$
- d) $f: y = -(\cos(x + \pi/4) + 1/2)$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

17.

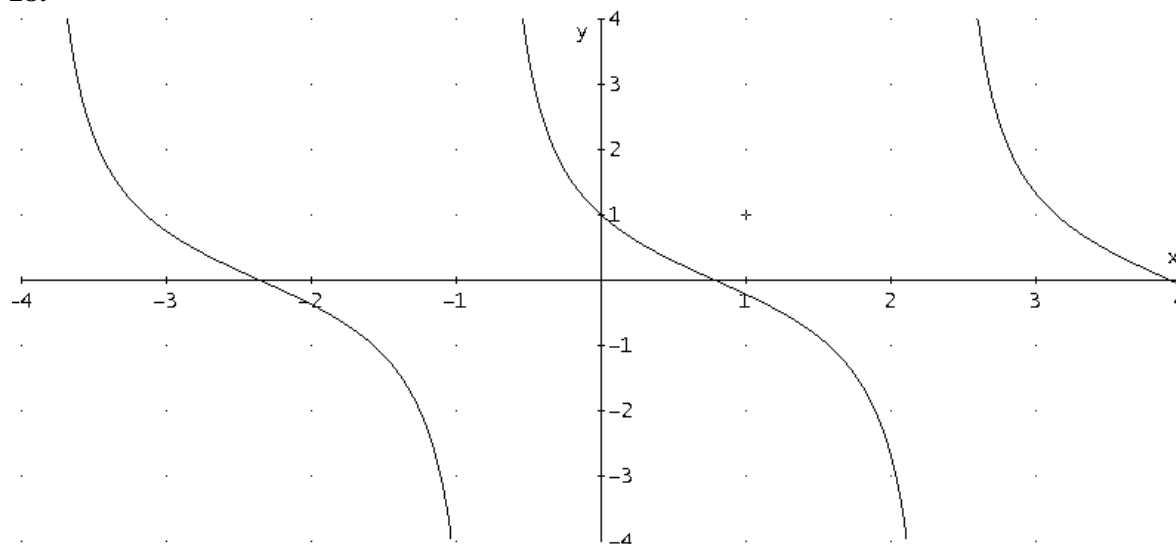


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = \operatorname{tg}(x - \pi/4)$
- b) $f: y = \operatorname{tg}(x + \pi/4)$
- c) $f: y = \operatorname{tg}(x - \pi/2)$
- d) $f: y = \operatorname{tg}(x + \pi/2)$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

18.

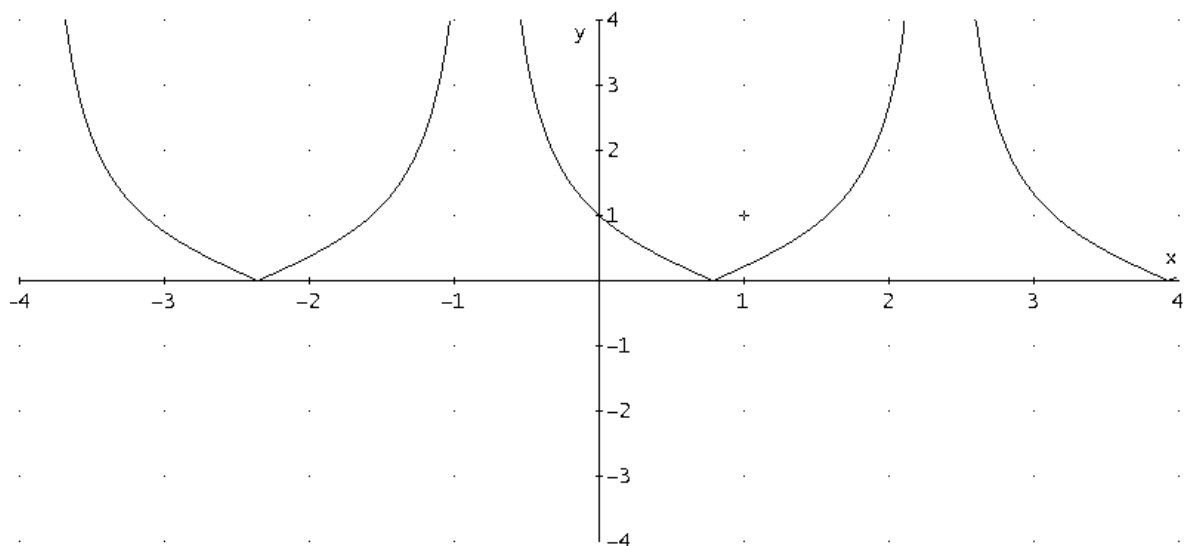


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = -\operatorname{tg}(x - \pi/4)$
- b) $f: y = -\operatorname{tg}(x + \pi/4)$
- c) $f: y = -\operatorname{tg}(x - \pi/2)$
- d) $f: y = -\operatorname{tg}(x + \pi/2)$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

19.



Na obrázku je graf funkcie:

a) $f: y = | \operatorname{tg}(x - \pi/4) |$

b) $f: y = | \operatorname{tg}(x + \pi/4) |$

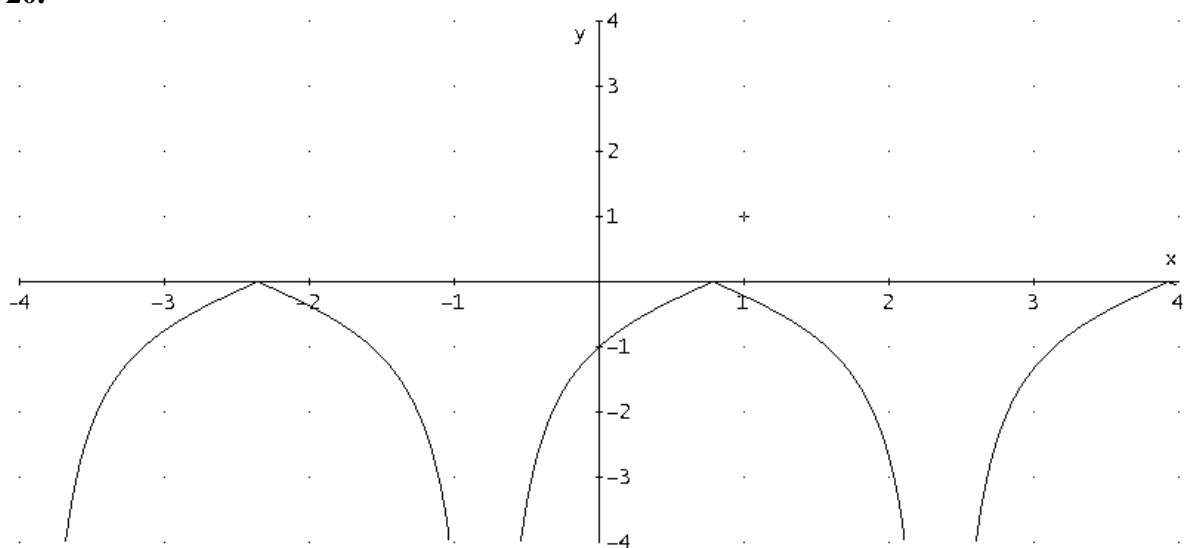
c) $f: y = | \operatorname{tg}(x - \pi/2) |$

d) $f: y = | \operatorname{tg}(x + \pi/2) |$

e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

20.

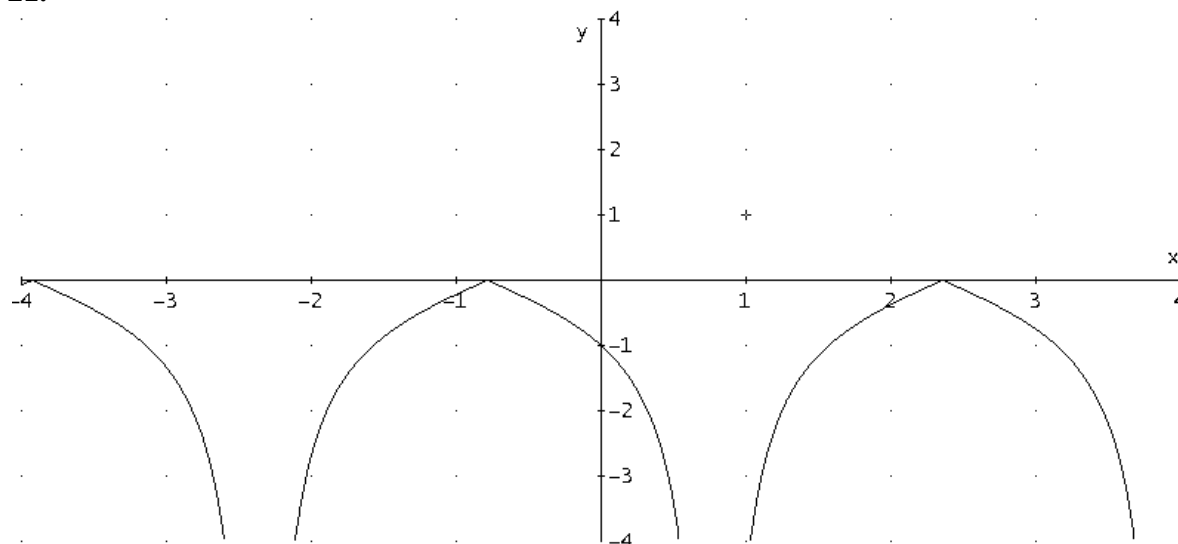


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = - \left| \operatorname{tg}(x - \pi/4) \right|$
- b) $f: y = - \left| \operatorname{tg}(x + \pi/4) \right|$
- c) $f: y = - \left| \operatorname{tg}(x - \pi/2) \right|$
- d) $f: y = - \left| \operatorname{tg}(x + \pi/2) \right|$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

21.

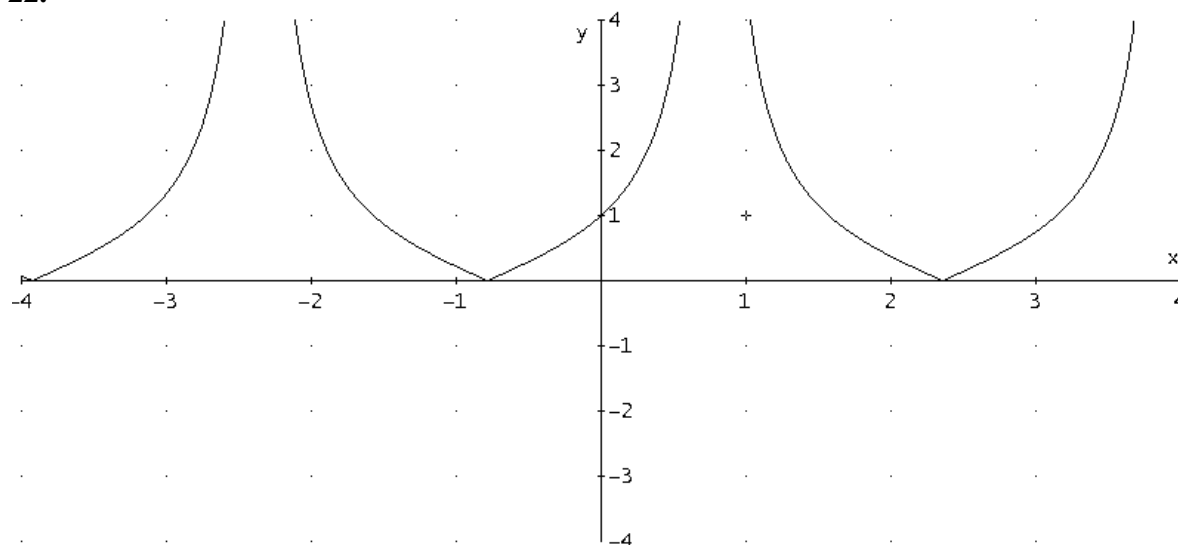


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = - \left| \operatorname{cotg}(x - \pi/4) \right|$
- b) $f: y = - \left| \operatorname{cotg}(x + \pi/4) \right|$
- c) $f: y = - \left| \operatorname{cotg}(x - \pi/2) \right|$
- d) $f: y = - \left| \operatorname{cotg}(x + \pi/2) \right|$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

22.



Na obrázku je graf funkcie:

a) $f: y = \left| \cotg\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right|$

b) $f: y = \left| \cotg\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right|$

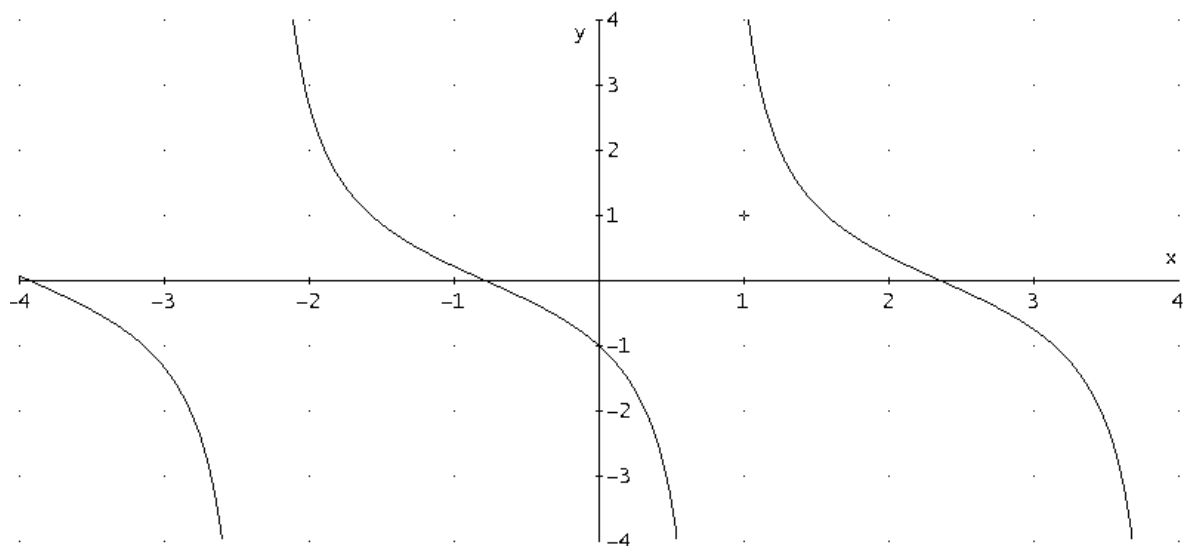
c) $f: y = \left| \cotg\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \right|$

d) $f: y = \left| \cotg\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \right|$

e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

23.

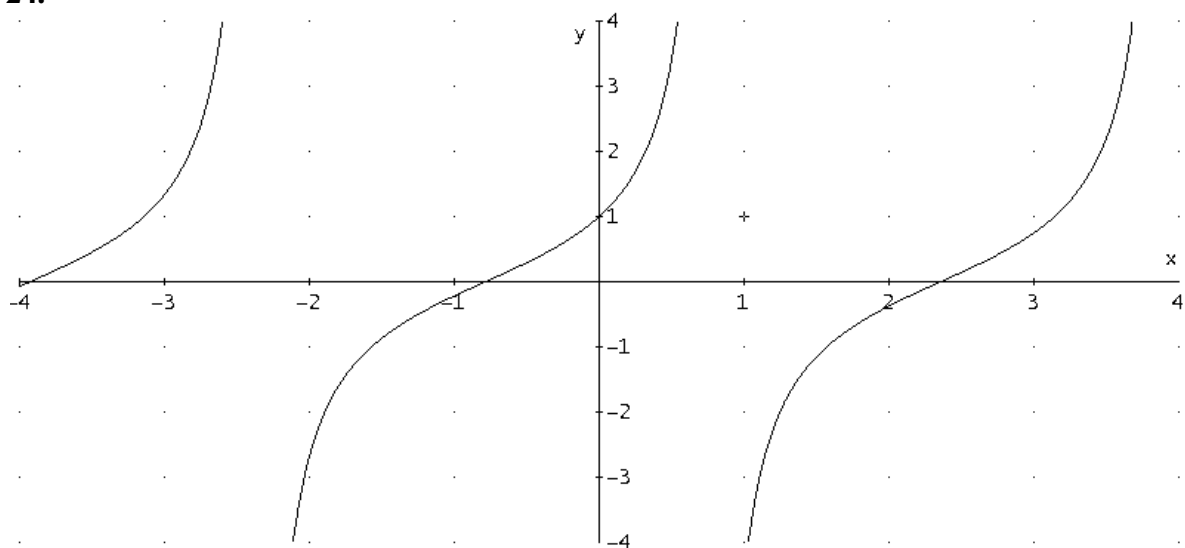


Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = \cotg(x - \pi/4)$
- b) $f: y = \cotg(x + \pi/4)$
- c) $f: y = \cotg(x - \pi/2)$
- d) $f: y = \cotg(x + \pi/2)$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna

.....

24.



Na obrázku je graf funkcie:

- a) $f: y = -\cotg(x - \pi/4)$
- b) $f: y = -\cotg(x + \pi/4)$
- c) $f: y = -\cotg(x - \pi/2)$
- d) $f: y = -\cotg(x + \pi/2)$
- e) ani jedna z predchádzajúcich možností nie je správna
.....

2.6 Limita a derivácia, geometrický rad

1. Internet

Analytici skúmali, ako sa vyvíja počet počítačov pripojených na Internet. Zistili, že v Slovutánii ich počet z roka na rok rastie ako geometrická postupnosť. Tabuľka obsahuje údaje z rokov 1997, 1998 a 1999. Ak sa trend nezmení, približne aký počet počítačov bude v Slovutánii pripojených na Internet v roku 2000?

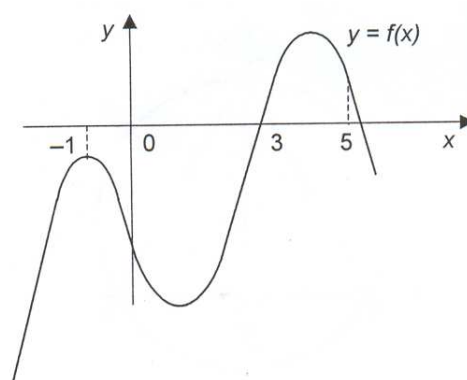
1997	1998	1999	2000
40 000	60 000	90 000	?

.....

2. Prvá derivácia

Na obrázku je časť grafu funkcie $y = f(x)$. Prvá derivácia funkcie f je

v bode $x = -1$, v bode $x = 3$, v bode $x = 5$

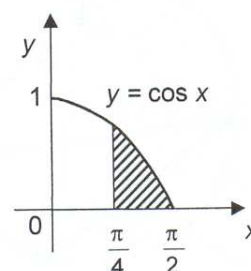


3. Dotyčnica

V ktorom z uvedených bodov má graf funkcie $f: y = 3x^2 + 2x + 1$ dotyčnicu rovnobežnú s priamkou $y = 2 - 4x$?

.....

2.7 Integrálny počet



1. Obsah útvaru

Aký obsah má vyšrafovaný útvar na obrázku, ohraničený osou x , priamkou $x = \frac{\pi}{4}$ a grafom funkcie $f: y = \cos x$?

.....

2. Obsah obrazca

Pre obsah S vyšrafovaného obrazca ohraničeného parabolami $y = x^2$ a $y = -x^2 + 4x$ platí

a) $S = \int_0^4 4x dx.$

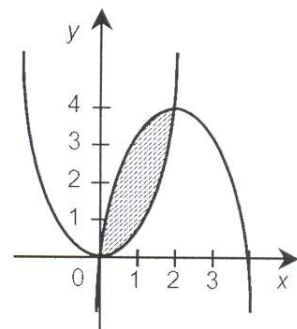
b) $S = \int_0^2 4x dx.$

c) $S =$

$\int_0^4 (4x - 2x^2) dx.$

d) $S = \int_0^2 (4x - 2x^2) dx.$

e) $S = \int_0^2 (2x^2 - 4x) dx.$



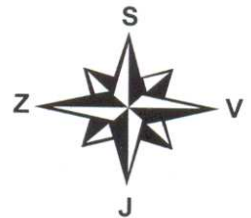
.....

3. PLANIMETRIA

3. 1 Základné rovinné útvary

1. Prútkari

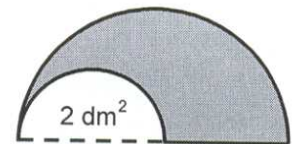
Dvaja prútkari hľadali na lúke pred chatou vodu. Prvý vyrazil od chaty smerom na východ a po 400 metroch zahol na sever. Po ďalších 500 metroch mu prútk ukázal, že sa nachádza nad bohatým zdrojom vody. Druhý prútkar vyrazil z chaty na západ a po 100 metroch zahol na juh. Ktorá z uvedených hodnôt je najbližšie ku vzdušnej vzdialenosti miest, na ktorých prútkari našli vodu?



.....

2. Súčiastka

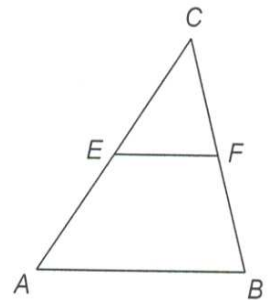
Z kusa plechu tvaru polkruhu sa vyrába súčiastka vyrezaním menšieho polkruhu s obsahom 2 dm^2 . Vyrezaný polkruh má dvakrát menšie rozmery ako pôvodný plechový polkruh. Koľko dm^2 plechu tvorí finálnu súčiastku? (Súčiastka je na obrázku tmavá.)



.....

3. Lichobežník

Na obrázku je trojuholník ABC so strednou priecikou EF. Ak obsah lichobežníka ABFE je 24 cm^2 , potom obsah trojuholníka EFC je



.....

4. Stúpanie

Cesta z údolného parkoviska ku chate v priesmyku je dlhá 10 km, je priama a rovnomerne stúpa pod uhlom 7° . Výškový rozdiel v medzi chatou a parkoviskom možno vypočítať zo vzťahu

.....

5. Maľovanie

Miestnosť s rozmermi 5m x 4m, výškou 2,4 m, s jedným oknom s rozmermi 1m x 1,2 m a s jednými dverami s rozmermi 1m x 2m treba vymaľovať. Koľko by stálo vymaľovanie stien a stropu, ak jeden meter štvorcový maľovky stojí 20 korún?

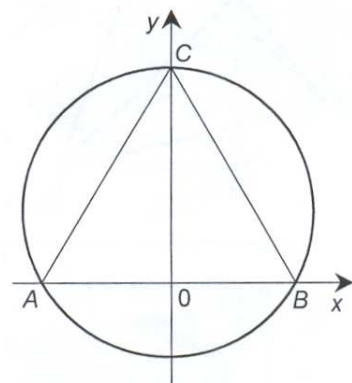
.....

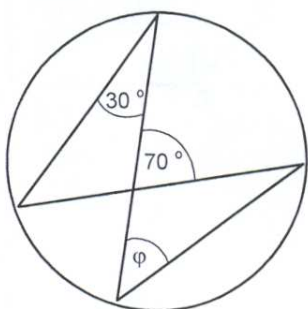
6. Opísaná kružnica

Na obrázku je rovnostranný trojuholník ABC. Vrcholy A, B ležia na osi x a vrchol C má súradnice $[0;3]$. Akú rovnicu má kružnica opísaná tomuto trojuholníku?

- a) $x^2 + (y - 1)^2 = 4$ b) $x^2 + (y + 1)^2 = 4$
c) $(x - 1)^2 + y^2 = 4$ d) $(x + 1)^2 + y^2 = 4$
e) $x^2 + (y + 1)^2 = 2$

.....





7. Uhly

Akú veľkosť má uhol φ na obrázku?

.....

8. Trojuholník

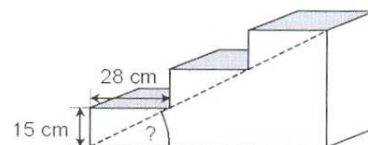
Trojuholník ABC má dĺžky strán $|AB| = 6$ cm, $|BC| = 7$ cm a $|CA| = 8$ cm. Potom kosínus najväčšieho uhla v tomto trojuholníku má hodnotu

.....

9. Stúpanie schodišťa

Pod akým uhlom (zaokrúhlenom na desatiny stupňa) stúpa schodište, ktorého schody sú 28 cm široké a 15 cm vysoké?

.....



10. Polomer opísanej kružnice

Trojuholník ABC má strany s dĺžkami $|AB| = 11$ cm, $|BC| = 7$ cm a $|AC| = 8$ cm, D je päta výšky na stranu AB. Aký polomer má kružnica opísaná trojuholníku DBC?

.....

11. Desaťuholník

Daný je pravidelný desaťuholník so stranou $s = 2$ cm. Ktoré z uvedených čísel najpresnejšie udáva jeho obsah?

.....

12. Obsah medzikružia

Rovnostrannému trojuholníku sme vpísali aj opísali kružnicu. Ak r je polomer vpísanej kružnice, potom pre obsah S medzikružia platí

.....

13. Uhol dotýčníc

Bod V je vzdialený 25 cm od stredy kružnice k , ktorá má polomer 10 cm. Bodom V môžeme viesť dve dotýčnice ku kružnici k . Akú veľkosť (s presnosťou na stotiny stupňa) má uhol α , ktorý zvierajú tieto dotýčnice?

.....

14. Koryto rieky

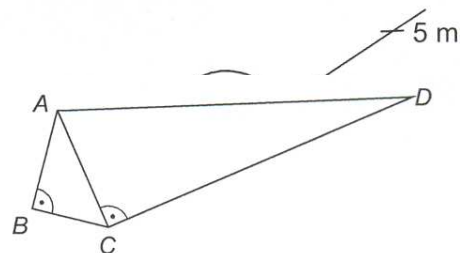
Na obrázku je prierez regulovaným korytom rieky. Na jednom brehu je ukazovateľ výšky hladiny rieky. Ako ďaleko od seba sú nakreslené rysky označujúce výšku hladiny 2 m a 5 m?

.....

15. Obvod pozemku

Na obrázku je pozemok v tvare štvoruholníka s rozmermi $|AB| = 40$ m, $|BC| = 30$ m, $|CD| = 120$ m. Aký obvod má tento pozemok?

.....



16. Reflektor

V športovej hale tvaru polgule s priemerom 200 m bol na stope vo výške 60 m nad podlahou upevnený reflektor. Reflektor bol zle upevnený a spadol. Ako ďaleko od stredu haly dopadol?

.....

17. Let lietadla

Lietadlo, ktoré malo pôvodne letieť priamočiarno z Bratislavy do Paríža vzdialeného 800 km, sa pri štarte muselo kvôli zlému počasiu odchyliť od priameho kurzu o 60° . Až po 300 km mohol pilot lietadlo nasmerovať priamo na Paríž. O koľko kilometrov sa takto predĺžila dráha letu?

.....

18. Najväčší uhol

Označme γ veľkosť najväčšieho uhla trojuholníka ABC, ktorého strany majú dĺžky $a = 4$ cm, $b = 5$ cm a $c = 7$ cm. Potom platí

.....

19. Stred kružnice

Do uhla veľkosti 60° chceme vpísať kružnicu s polomerom 5 cm. Ako ďaleko od vrcholu uhla musí byť stred kružnice?

.....

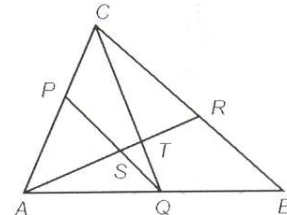
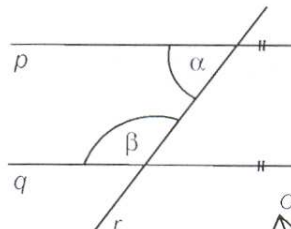
20. Uhly

Na obrázku sú dve rovnobežné priamky p , q a priamka r , ktorá je s nimi rôznobežná, ale nie je na ne kolmá. Pre uhly α , β na obrázku platí

- a) $\sin \alpha = \sin \beta$ a súčasne $\cos \alpha = -\cos \beta$.
- b) $\sin \alpha = \sin \beta$ a súčasne $\cos \alpha = \cos \beta$.
- c) $\cos \alpha = \cos \beta$ a súčasne $\sin \alpha = -\sin \beta$.
- d) $\tan \alpha = \tan \beta$ a súčasne $\sin \alpha = -\sin \beta$.
- e) $\tan \alpha = \tan \beta$ a súčasne $\cos \alpha = -\cos \beta$.

.....

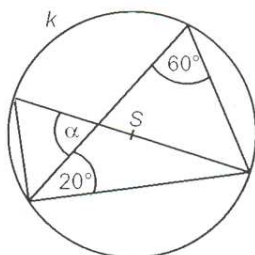
21. Všeobecný trojuholník



Obrázok je len ilustračný.
Dĺžky v ňom nezodpovedajú
zadaným podmienkam.

Na obrázku je všeobecný trojuholník ABC. Body P, Q, R sú stredy jeho strán. Potom pre dĺžky úsečiek AS, ST a TR platí $|AS| : |ST| : |TR| =$

.....



22. Stredový uhol

Do kružnice k so stredom S sú vpísané dva trojuholníky (pozri obr.). Aká je veľkosť uhla α ?

.....

Obrázok je len ilustračný.
Veľkosti uhlov v ňom nezodpovedajú
zadaným podmienkam.

3.2 Analytická geometria v rovine

1. Spoločné body

Označme A, B spoločné body grafu funkcie $y = (x - 2)^2$ so súradnicovými osami. Rovnica priamky p , ktorá prechádza bodmi A, B je

.....

2. Uhol

V rovine s pravouhlou súradnicovou sústavou, je daná priamka p , ktorej všeobecná rovnica je $4x + 3y + 11 = 0$. Ak α je ostrý uhol, ktorý táto priamka zvierá s osou x , potom $\alpha =$

.....

3. Mimobežky?

Priamka p má parametrické vyjadrenie $x = 1 + t, y = 2t, z = -t, t \in \mathbb{R}$, priamka q má parametrické vyjadrenie $x = 2r, y = 3 - 4r, z = 1 + 2r, r \in \mathbb{R}$. Priamky p, q sú

.....

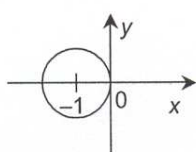
4. Číslo p

Ako treba zvoliť číslo $p \in \mathbb{R}$, aby body $A[4; p], B[3; -2], C[-1; -14]$ ležali na jednej priamke?

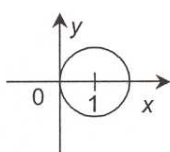
.....

3. Kružnica

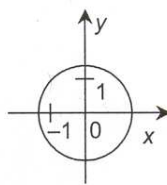
Na ktorom z obrázkov je znázornená kružnica daná rovnicou $x^2 + y^2 + 2x = 0$?



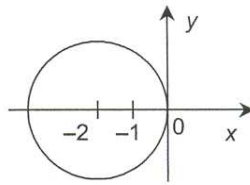
(A)



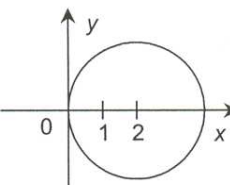
(B)



(C)



(D)



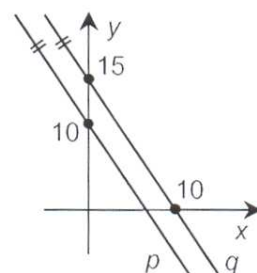
(E)

.....

4. Priamka p

Na obrázku sú dve rovnobežné priamky p, q. Ktorou z uvedených rovníc je daná priamka p?

- a) $y = -\frac{2}{3}x + 10$ b) $y = -\frac{2}{3}x + 15$ c) $y = \frac{3}{2}x + 10$
d) $y = -\frac{3}{2}x + 15$ e) $y = -\frac{3}{2}x + 10$



.....

5. Rovnica kružnice

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x - 5)^3 - 5|$ so súradnicovými osami je:

.....

6. Kružnica

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x - 4)^3 - 4|$ so súradnicovými osami je:

.....

7. Rovnica

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x - 3)^3 - 3|$ so súradnicovými osami je:

.....

8. Kružnica?

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x + 3)^3 + 3|$ so súradnicovými osami je:

.....

9. Kružnicová rovnica

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x + 4)^3 + 4|$ so súradnicovými osami je:

.....

10. Rovnica kružnice

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x + 5)^3 + 5|$ so súradnicovými osami je:

.....

11. Kružnica

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x + 2)^3 + 2|$ so súradnicovými osami je:

.....

12. Rovnica

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x - 2)^3 - 2|$ so súradnicovými osami je:

.....

13. Kružnica?

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x - 1)^3 - 1|$ so súradnicovými osami je:

.....

14. Rovnica kružnice

Rovnica kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x + 5)^3 + 5|$ je:

.....

15. Rovnica

Rovnica kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x + 4)^3 + 4|$ je:

.....

16. Kružnica

Rovnica kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x + 3)^3 + 3|$ je:

.....

17. Kružnicová rovnica

Rovnica kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x + 2)^3 + 2|$ je:

.....

18. Rovnica kružnice

Rovnica kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie f so súradnicovými osami $f: y = |(x + 1)^3 + 1|$ je:

.....

19. Kružnica

Rovnica kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a priesečníkmi grafu funkcie
f so súradnicovými osami

$$f: y = |(x - 5,00)^3 - 5,00|$$

je:

.....

20.

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - (4,00))^3 - (4,00)|$$

so súradnicovými osami je:

.....

21.

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - (3,00))^3 - (3,00)|$$

so súradnicovými osami je:

.....

22.

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - (-3,00))^3 - (-3,00)|$$

so súradnicovými osami je:

.....

23.

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - (-4,00))^3 - (-4,00)|$$

so súradnicovými osami je:

.....

24.

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - (-5,00))^3 - (-5,00)|$$

so súradnicovými osami je:

.....

25.

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - (-2,00))^3 - (-2,00)|$$

so súradnicovými osami je:

.....

26.

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - 2,00)^3 - 2,00|$$

so súradnicovými osami je:

A.....

27.

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - 1,00)^3 - 1,00|$$

so súradnicovými osami je:

.....

28.

Dané sú 2 body v trojrozmernom priestore

$$A[1;2;3]$$

$$B[4;8;5]$$

Parametrická rovnica priamky AB je :

.....

29.

p:	$x = 1 + 4t$	
	$y = 2 + 6t$	
	$z = 3 + 2t$	$, t \in \mathbb{R}$

Dané sú dva

$$A[2;1]$$

$$B[3;4]$$

body v dvojrozmernom priestore

Parametrická rovnica priamky AB je :

.....

30.

Dané sú dva body v dvojrozmernom priestore

$$A[2;5]$$

$$B[3;4]$$

Všeobecná rovnica priamky AB je:

.....

31.

Dané sú tri body v dvojrozmernom priestore

$$A[1;4]$$

$$B[4;8]$$

$$C[8;4]$$

Obvod trojuholníka ABC má veľkosť:

.....

32.

Dané sú tri body v dvojrozmernom priestore

A[2;4]

B[5;8]

C[9;4]

Obsah trojuholníka ABC má veľkosť:

.....

33.

Dané sú tri body v dvojrozmernom priestore

A[3;5]

B[6;9]

C[10;5]

Veľkosť uhla ACB v stupňoch je :

.....

34.

Dané sú dva body v dvojrozmernom priestore

A[-2;5]

B[3;-3]

Parametrická rovnica priamky AB je :

.....

35.

Dané sú dva body v dvojrozmernom priestore

A[-2;5]

B[3;-3]

Všeobecná rovnica priamky AB je:.....

36.

Dané sú tri body v dvojrozmernom priestore

A[-2;7]
B[1;11]
C[5;7]

Výška na stranu b trojuholníka ABC má dĺžku:

.....

37.

Dané sú tri body v dvojrozmernom priestore

A[1;4]
B[4;8]
C[8;4]

Obvod trojuholníka ABC má veľkosť:

.....

38.

Dané sú tri body v dvojrozmernom priestore

A[-1;-3]
B[1;11]
C[5;-7]

Obsah trojuholníka ABC má veľkosť:

.....

39.

Dané sú tri body v dvojrozmernom priestore

A[-1;7]
B[1;11]
C[5;7]

Veľkosť uhla ACB v stupňoch je

.....

40. Označme A, B spoločné body grafu funkcie $y = (x - 2)^2$ so súradnicovými osami.
Rovnica priamky p, ktorá prechádza bodmi A, B je

.....

41. V rovine s pravouhlou súradnicovou sústavou, je daná priamka p , ktorej všeobecná rovnica je $4x + 3y + 11 = 0$. Ak α je ostrý uhol, ktorý táto priamka zvierá s osou x , potom $\operatorname{tg} \alpha =$
-
42. Priamka p má parametrické vyjadrenie $x = 1 + t, y = 2t, z = -t, t \in \mathbb{R}$, priamka q má parametrické vyjadrenie $x = 2r, y = 3 - 4r, z = 1 + 2r, r \in \mathbb{R}$. Priamky p, q sú
-
43. Dané sú body $A[1;7;3], C[6;2;3], F[6;7;8], H[1;2;8]$. Pre vektory $H-A, F-C$ platí, že ich skalárny súčin je rovný:
-
44. Dané sú body $A[1;7;3], E[1;7;8], G[6;2;8], H[1;2;8]$. Pre vektory $E-A, H-G$ platí, že:
-
45. Dané sú body $B[6;7;3], C[6;2;3], D[1;2;3], E[1;7;8]$. Vektory $B-C, D-E$ majú uhol:
-
46. Dané sú body $A[1;7;3], B[6;7;3], C[6;2;3], H[1;2;8]$. Priamky AB, HC sú navzájom
-
47. Dané sú body $A[1;7;3], B[6;7;3], G[6;2;8], H[2;2;8]$. Priamky AB, GH sú navzájom
-
48. Rovnica roviny, ktorá je rovnobežná s rovinou $x + y + z - 6 = 0$ a má od začiatku súradnicovej sústavy vzdialenosť $\sqrt{3}$, je:
-
49. Pre odchýlku rovín $3x - 2y + z - 1 = 0, x + 2y - 3z + 13 = 0$ platí,
 $\cos \alpha =$:
-
50. Rovnica roviny, ktorá prechádza priesečnicou rovín $x - y + 1 = 0, 2x + y + z = 0$ a je kolmá na rovinu $2x + y + z + 3 = 0$, je
-
51. Vzájomná poloha priamky $AB, A[3;0;-1], B[0;2;1]$ a priamky $p: x = t, y = 1 - 2t, z = 3, t \in \mathbb{R}$ je:
-
52. Rovina $\alpha: 2x - y - z + 4 = 0$ a priamka $p: x = 3 + t, y = 2 - 2t, z = 2 + t, t \in \mathbb{R}$ majú uhol:
-

3.3 Množiny bodov daných vlastností a ich analytické vyjadrenie

1. Napíšte rovnicu paraboly, ktorá má vrchol v začiatku súradnicovej sústavy a ohnisko v bode $F = [0; -1]$.

.....

2. Každá parabola, ktorá má vrchol v bode $V = [m, n]$ a os rovnobežnú s osou x , má rovnicu:

.....

3. Určte polohu priamky $2x + 2y + 5 = 0$ vzhľadom na parabolu $y^2 = 10x$.

Daná priamka je

.....

4. Napíšte rovnicu elipsy so stredom v počiatku súradnicovej sústavy a hlavnou osou ležiacou na osi y , keď $a = 5$, $b = 3$.

.....

5. Napíšte rovnicu kružnice, ktorá má stred v začiatku súradnicovej sústavy a prechádza bodom $A = [-3; 4]$.

.....

6. Zistite, či rovnica $9x^2 + 25y^2 - 54x - 100y - 44 = 0$ je rovnicou elipsy. Ak áno, nájdite jej stred, určte polohu osí a veľkosť polosí:

.....

7. Ktoré z bodov $K = [1; 3]$, $L = [3; 0]$, $M = [-1; 0]$, $N = [1; -3]$ ležia na elipse $9x^2 - 18x + 4y^2 - 27 = 0$? Sú to body:

.....

8. Určte $a \in \mathbb{R}$ také, aby priamka $3x + 4y + a = 0$ bola dotyčnicou kružnice $x^2 + y^2 = 25$.

.....

9. Kružnica $x^2 + y^2 = 9$ a elipsa $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ majú práve

..... spoločných bodov

10. Priamka $y - 2x = 0$ je voči hyperbole $9x^2 - 16y^2 = 144$

.....

11.

Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie $f: y = |(x - 5)^3 - 5|$ so súradnicovými osami je:

.....

12. Daná je všeobecná rovnica elipsy E: $x^2 + 9y^2 - 6x - 18y + 9 = 0$.

Napíš kanonickú rovnicu hyperboly H, ktorá má hlavné vrcholy v ohniskách elipsy E a ohniská v hlavných vrcholoch elipsy E.

.....

13. Daná je všeobecná rovnica hyperboly H.

Napíš kanonickú rovnicu kružnice K, ktorá má stred v strede hyperboly a prechádza hlavnými vrcholmi hyperboly.

$$H: x^2 - 9y^2 - 6x + 18y + 9 = 0$$

.....

14. Daná je všeobecná rovnica hyperboly H.

Napíš kanonickú rovnicu kružnice K, ktorá má stred v strede hyperboly a prechádza ohniskami hyperboly.

$$H: x^2 - 9y^2 - 6x + 18y + 9 = 0$$

.....

15. Rovnica elipsy, so stredom v začiatku súradnicovej sústavy a osami rovnobežnými so súradnicovými osami, ktorá prechádza priesečníkmi grafu funkcie

$$f: y = (x - 5)^3 - 1$$

so súradnicovými osami je:

.....

16. Rovnica elipsy, so stredom v začiatku súradnicovej sústavy a osami rovnobežnými so

súradnicovými osami, ktorá má ohniská v priesečníkoch grafu funkcie

$$f: y = (x - 5)^2 - 4$$

so súradnicovou osou x a prechádza priesečníkom tejto funkcie s osou y je:

.....

17. Rovnicou kružnice, ktorá prechádza stredom súradnicovej sústavy a spoločnými bodmi grafu funkcie

$$f: y = |(x - 2,00)^3 - 2,00|$$

so súradnicovými osami je:

.....

18. Kanonická rovnica paraboly $P: y^2 + 10y - 20x + 50 = 0$ je:

.....

19. Napíš stredovú rovnicu kružnice, ktorá má stred vo vrchole danej paraboly a dotýka sa jej riadiacej priamky

$$P: y^2 - 4y - 8x + 20 = 0$$

.....

20. Napíš stredovú rovnicu kružnice, ktorá má stred v ohnisku danej paraboly a dotýka sa jej riadiacej priamky

$$P: y^2 - 4y - 12x + 40 = 0$$

.....

3.4 Zhodné a podobné zobrazenia

1. Podobný trojuholník

Na obrázku je rovnoramenný trojuholník ABC so základňou $|AB| = 8$ cm a ramenom $|BC| = 10$ cm. Na ramene AC leží bod D . Trojuholník ABC je podobný s trojuholníkom DAB . Potom $|AD| =$

.....

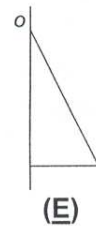
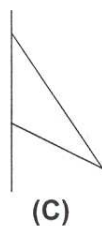
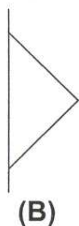
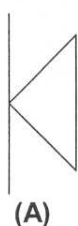
2. Osová súmernosť

Ak zostrojíme obraz grafu funkcie $y = 2^{x+3}$ v osovej súmernosti podľa osi $o: x = 0$, dostaneme graf funkcie

.....

3. Rotácia trojuholníka

V ktorom z nasledujúcich prípadov vznikne rotáciou trojuholníka okolo osi o rotačný kužeľ?



.....

4. Osemuholník

Nech o je počet osí súmernosti osemuholníka a nech s je počet stredov súmernosti zoho istého osemuholníka. Akú najväčšiu hodnotu môže nadobudnúť súčet $o + s$?

.....

3.5 Konštrukčné úlohy

4. STEREOMETRIA

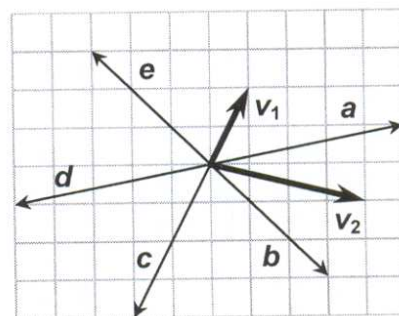
4.1 Základné spôsoby zobrazovania priestoru do roviny

4.2 Súradnicová sústava v priestore, vektory, analytická metóda

1. Vektory

Ktorý z vektorov a, b, c, d, e na obrázku musíme pripočítať k vektorom v_1 a v_2 , aby súčtom všetkých troch vektorov bol nulový vektor?

.....



2. Najkratšia strana

V rovine sú dané tri body $A[-3;5]$, $B[3;-3]$, $C[8;5]$. Približne akú dĺžku má najkratšia strana trojuholníka ABC?

.....

3. Uhlopriečka štvorca

Štvorec KLMN má stred v bode $S[0;0]$. Vrchol K má súradnice $[2;-2]$. Akú dĺžku má uhlopriečka štvorca KLMN?

.....

4. Krajný bod úsečky

Krajný bod A úsečky AB má súradnice $[30;90]$, stred úsečky AB má súradnice $[-50;70]$. Potom súradnice druhého krajného bodu B sú

.....

5. Prvý kvadrant

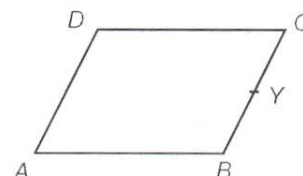
Nech M je množina všetkých takých bodov $X[x; y]$ prvého kvadrantu, ktorých vzdialenosť od bodu $[0;0]$ sa rovná dvojnásobku ich x-ovej súradnice. Potom M je

.....

6. Vektor CA

Označme Y stred strany BC rovnobežníka ABCD. Potom vektor CA možno vyjadriť v tvare

.....



7. Obsah štvorca

Aký obsah má štvorec ABCD, ktorého vrcholy A a C majú súradnice $A[-4;7]$ a $C[-2;3]$?

.....

8. Dané sú vektory $c = [3;4;-5]$ a $d = [-6;y;10]$. Určte y také, aby vektory c, d boli navzájom kolmé.

.....

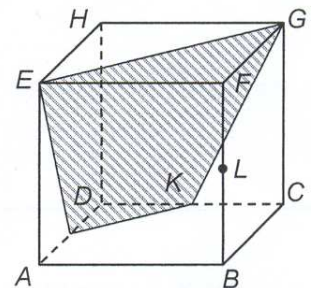
9. Rozhodnite, či body $A = [4;5;1]$, $B = [2;3;4]$, $C = [6;0;-2]$ ležia na jednej priamke
.....
10. Určte rovnicu roviny, ktorá prechádza bodom $A = [6;0;4]$ a je kolmá na priamku BC , kde $B = [2;5;3]$, $C = [3;1;4]$.
.....
11. Dané sú body A, B a priamka p , $A = [3;-1]$, $B = [4;9]$, $p \dots$
... $3x - 4y + 19 = 0$. Zistite polohu bodov A, B vzhľadom na priamku p .
.....
12. Z nasledujúcich vektorov vyberte ten, ktorého veľkosť nie je 13:
a) $[0;0;13]$ b) $[3;4;12]$ c) $[13;13;13]$
13. Analytické vyjadrenie polroviny, ktorej hraničná priamka prechádza bodmi $A = [1;0]$, $B = [0;1]$ a ktorá obsahuje počiatok súradnicovej sústavy, je:
.....
14. V rovnici priamky $3x + 4ay - 2 = 0$ určte koeficient a taký, aby táto priamka prechádzala priesečníkom priamok $x - y + 1 = 0$, $2x + y + 5 = 0$.
.....
15. Dané sú body $A = [3;2;7]$, $B = [4;1;6]$, $C = [4;1;7]$. Určte odchýlku \square vektorov $B - A$ a $C - A$.

 $\cos \square =$
16. Dané sú body $A = [3;\square 2;-5]$, $B = [3+\square 2;0;-3]$, $K = [3+\square 2;0;-5]$, $L = [3+\square 2;0;-4]$. Určte odchýlku priamok AB , KL .
.....
17. Určte vzdialenosť m rovnobežných rovín daných rovnicami $11x - 2y - 10z + 15 = 0$, $11x - 2y - 10z + 14 = 0$.
.....

4.3 Lineárne útvary v priestore - polohové úlohy

1. Najvzdialenejší bod

Bod K je stredom hrany CD kocky $ABCDEFGH$, bod L je stredom jej hrany BF . Ktorý z uvedených bodov má od roviny EKG najväčšiu vzdialenosť? (Návod: predstavte si kocku pri pohľade zo smeru kolmého na rovinu $BFHD$.)
.....

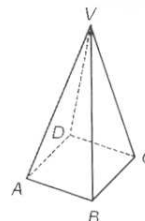


2. Rovnica kružnice

Daná je kružnica $k: x^2 + y^2 + 4x = 0$. Akú rovnicu má kružnica so stredom v bode $S[1;-3]$ a s rovnakým polomerom ako kružnica k ?

3. Štvorboký ihlan

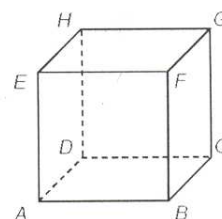
Daný je pravidelný štvorboký ihlan $ABCDV$. Koľko hrán tohto ihlana le-
na priamkach mimobežných s priamkou AD ?



ži

4. Mnohosten

Aký mnohosten vznikne odrezaním štvorstenov $EBGF$ a $ACHD$ z kocky $ABCDEFGH$?



5.

Dané sú body

A $[2;7;4]$

B $[5;7;4]$

C $[5;3;4]$

Pre vektory $B-A$, $B-C$ platí, že ich skalárny súčin je rovný:

6.

Dané sú body

A $[2;7;4]$

B $[5;7;4]$

C $[5;3;4]$

V $[3;5;5;4]$

. Pre vektory $C-A$, $V-B$ platí, že:

7.

Dané sú body

A $[2;7;4]$

B $[6;3;4]$

C $[4;5;4]$

D $[4;5;4]$

Vektory $B-A$, $D-C$ majú uhol:

8.

Dané sú body

A $[2;7;4]$

B $[6;7;4]$

C $[6;3;4]$

D $[4;5;4]$

Priamky AB, DC sú navzájom

.....

9.

Dané sú body

$A[2;7;4]$, $B[6;7;4]$, $C[6;3;4]$, $D[2;3;4]$

Priamky AB, GH sú navzájom

.....

10.

Rovnica roviny, ktorá je rovnobežná s rovinou $x + y + z - 6 = 0$ a prechádza bodom $A[2;3;4]$ sústavy vzdialenosť $\sqrt{3}$, je:

.....

11.

Pre odchýlku rovín $x - 2y + 2z - 1 = 0$, $2x + 2y + 1z + 13 = 0$ platí, $\cos \alpha =$:

.....

12.

Rovnica roviny, ktorá prechádza priesečnicou rovín $x - y + 1 = 0$, $2x + y + z = 0$ a je kolmá na rovinu $2x + y + z + 3 = 0$, je

.....

13.

Vzájomná poloha priamky AB, $A[3;-5;3]$, $B[0;2;1]$ a priamky p: $x = t$, $y = 1 - 2t$, $z = 3$, $t \in \mathbb{R}$ je:

.....

14.

Rovina α : $2x + y + z + 4 = 0$ a priamka p: $x = 3 + t$, $y = 2 + 2t$, $z = 2 - t$, $t \in \mathbb{R}$ majú uhol:

.....

4.4 Lineárne útvary v priestore - metrické úlohy

1. Priamka kolmá na rovinu

Kocka ABCDEFGH na obrázku má dĺžku hrany 1. Jej telesová uhlopriečka DF je kolmá na rovinu

.....

2. Najmenšia vzdialenosť

V rovine je daný bod M $[4;8]$ a kružnica k: $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 9$. Aká najmenšia môže byť vzdialenosť medzi bodom M a bodom kružnice k?

.....

3. Bod

Ktorý z uvedených bodov leží na priamke p: $x - 2y + 6 = 0$ a súčasne je rovnako vzdialený od oboch súradnicových osí?

.....

4. Priamka q

Priamka q kolmá na priamku $p: x + 2y + 4 = 0$ a prechádzajúca bodom $[-2; 3]$ má rovnicu

.....

5.

Dané sú 3 body v trojrozmernom priestore

$A[5; 7; 3]$

$B[1; 5; 3]$

$C[6; 2; 8]$

Parametrická rovnica roviny ABC je:

.....

6.

Dané sú 3 body v trojrozmernom priestore

$A[3; 7; 3]$

$B[1; 4; 3]$

$C[6; 2; 5]$

Všeobecná rovnica roviny ABC je:

.....

7.

Dané sú tri body v dvojrozmernom priestore

$A[2; 3]$

$B[5; 7]$

$C[9; 3]$

Výška na stranu b trojuholníka ABC má dĺžku:

.....

8.

Dané sú 2 body v trojrozmernom priestore

$A[-1; 3; 5]$

$B[3; -5; 1]$

$C[4; -8; -4]$

Parametrická rovnica priamky AB je :

.....

9.

Dané sú 3 body v trojrozmernom priestore

$$A[-3;7;3]$$

$$B[1;2;3]$$

$$C[-5;2;5]$$

Parametrická rovnica roviny ABC je:

.....

10.

Dané sú 3 body v trojrozmernom priestore

$$A[-3;7;3]$$

$$B[1;2;3]$$

$$C[-5;2;5]$$

Všeobecná rovnica roviny ABC je

.....

11.

Dané sú roviny

$$\varphi: 2x + 3y + 2z + 5 = 0$$

$$\varepsilon: 4x + -6y + 5z + 2 = 0$$

Veľkosť uhla rovín v radiánoch je:

.....

12.

Dané sú roviny

$$\varphi: x + y + 5 = 0$$

$$\varepsilon: 4x + 2 = 0$$

Veľkosť uhla rovín v stupňoch je:

.....

13.

Dané sú roviny

$$\varphi: x + y + z + 5 = 0$$

$$\varepsilon: 4x + 2y + z + 2 = 0$$

Veľkosť uhla rovín v stupňoch je:

.....

14.

Daná je priamka p a rovina φ

$$\begin{array}{lcl} p: & x = & 2+3t \\ & y = & 2+2t \\ & z = & 2+2t \end{array} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\varphi: 2x + 2y + 2z + 5 = 0$$

Uhol priamky a roviny v stupňoch je:

.....

15.

Daná je priamka p a rovina φ

$$\begin{array}{lcl} p: & x = & 1+-3t \\ & y = & 2+1t \\ & z = & 3+2t \end{array} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\varphi: 2x + 2y + 2z + 5 = 0$$

Uhol priamky a roviny v stupňoch je:

.....

16.

Daná je priamka p a rovina φ

$$\begin{array}{lcl} p: & x = & -3+2t \\ & y = & 1+4t \\ & z = & 2+6t \end{array} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\varphi: 3x + 2y + 4z + 5 = 0$$

Uhol priamky a roviny v stupňoch je:

.....

17.

Dané sú priamky p, q v E_3

$$\begin{array}{lcl} p: & x = & 2+3t \\ & y = & 2+2t \\ & z = & 2+2t \end{array} \quad t \in \mathbb{R}$$

q: $x = 1+3l$
 $y = 2+5l$
 $z = 3+4l$ $l \in \mathbb{R}$

Uhol priamok p,q v stupňoch je:

.....

4.5 Telesá

1. Hranol

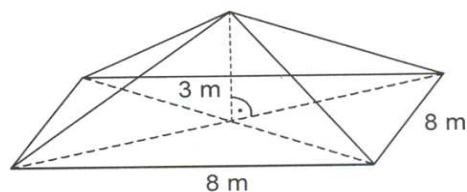
Pravidelný 10-boký hranol má

.....vrcholov a hrán

2. Strecha

Strecha rodinného domu zobrazená na obrázku má tvar pravidelného štvorbokého ihlana s výškou 3 m. Koľko m^2 strešnej krytiny je potrebných na pokrytie strechy?

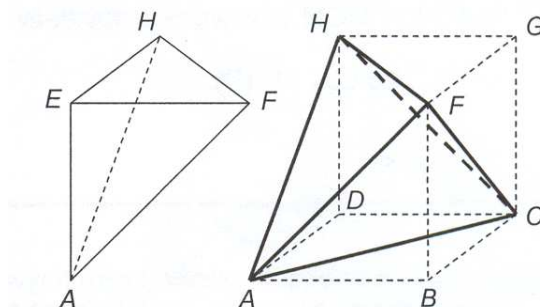
.....



3. Odrezané štvorsteny

Štvorsten ACHF vznikol z kocky ABCDEFGH s hranou dĺžkou 6 cm „odrezaním“ štyroch štvorstenov, zhodných so štvorstenom EAFH. Aký je objem štvorstena ACHF?

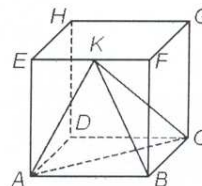
.....



4. Teleso ABCK

Daná je kocka ABCDEFGH s hranou dĺžky 1. Bod K je vnútorným bodom hrany EF. Aký objem má teleso ABCK?

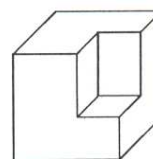
.....



5. Moderná socha

Na obrázku je moderná socha, ktorá vznikla vyrezaním kvádra z kusu kameňa, ktorý mal tvar kocky. Objem kamennej kocky bol 512 dm^3 . Aký povrch má socha?

.....



6. Ťažidlo

Duté sklenené ťažidlo na spisy má tvar pravidelného ihlana so štvorcovou podstavou. Podstava ťažidla má rozmery 6 cm x 6 cm, výška ťažidla je 6 cm. Hrúbku skla zanedbávame. Keď ťažidlo stojí

na svojej štvorcovej podstave, je presne do polovice svojej výšky naplnené farebnou tekutinou. Koľko cm^3 tekutiny obsahuje?

.....

7. Kolaloka

Nápoj Kolaloka plnia v závode do plechoviek v tvare valca s priemerom podstavy 8 cm a výškou 9 cm. Z prieskumu trhu vyplynulo, že lepšie by sa predávali plechovky s polovičným objemom a priemerom podstavy 6 cm. Akú výšku majú mať nové plechovky?

.....

8. Telesová uhlopriečka

Ktorý z uvedených vzťahov správne vyjadruje závislosť povrchu kocky S od dĺžky u telesovej uhlopriečky?

.....

9. Objem

Ak guľa s polomerom r má objem 8 m^3 , potom guľa s polomerom $2r$ má objem

.....

10. Hranol

Koľko vrcholov a koľko stien má hranol s 33 hranami?

..... vrcholov a stien

Ihlan

11. Urči povrch pravidelného štvorbokého ihlana, keď je daný jeho objem $V = 120$ a uhol bočnej steny s rovinou podstavy je $\alpha = 42^\circ 30'$.

.....

12. Urči objem pravidelného osembokého ihlana, ktorého výška $v = 100$ a uhol bočnej hrany s rovinou podstavy je $\alpha = 60^\circ$.

.....

13. Podstava kolmého ihlana je obdĺžnik s obsahom $P = 180$; súčet obsahov bočných stien je 384 a objem ihlana $V = 720$.

Urči rozmery telesa.....

14. Pravidelný štvorboký ihlan ABCDV má dĺžky hrán: $AB=10$, $AV=13$. Urči povrch.

.....

15. Pravidelný štvorboký ihlan ABCDV má obsah podstavy rovný 16 a objem rovný $16/3$. Aká je dĺžka hrany AV ?

.....

16. Pravidelný trojboký ihlan ABCV má dĺžky hrán: $AB=6$, $AV=5$. Jeho povrch je...

.....
17. Ihlan ABCDV má dĺžky strán: $AB=4$, $AV=7$. Aká je jeho výška?
.....

Zrezaný ihlan

18. Jama má tvar pravidelného zrezaného štvorbokého ihlana. Hrany podstav majú dĺžky $a_1=14\text{m}$, $a_2=10\text{m}$. bočné steny majú sklon 45° . Koľko m^3 zeminu sa vykopal?
.....

19. Pravidelný šesťboký zrezaný ihlan má podstavné hrany $a_1=65$, $a_2=25$ a bočnú hranu $b=85$. Vypočítaj objem telesa.
.....

20. Zrezaný pravidelný štvorboký ihlan má objem $V = 1281\text{cm}^3$, výšku $v = 7\text{cm}$ a obsah dolnej základne je o 81cm^2 väčší ako obsah hornej základne. Urči obsah hornej základne.
.....

Kužeľ

21. Urči objem telesa, ktoré vznikne rotáciou trojuholníka okolo strany a , keď je dané: $b = 25$, $\alpha = 78^\circ$, $\gamma = 48^\circ$
.....

22. Rotačný kužeľ má výšku $v = 6$; jeho plášť má číselne toľko m^2 , koľko m^3 jeho objem. Urči uhol φ pri vrchole v osovom reze kužeľa. ()
.....

23. Urči objem šikmého kužeľa, ktorého podstava má polomer $r = 10$, najdlhšia strana zvierá s rovinou podstavy uhol $\alpha = 42^\circ 10'$, najkratšia strana uhol $\beta = 115^\circ 20'$.
.....

24. Kužeľ má objem 34. Ak polomer podstavy zmenšíme na jeho polovicu a výšku zväčšíme na jej dvojnásobok, objem nového kužeľa bude...
.....

Zrezaný kužeľ

25. Povrch zrezaného rotačného kužeľa so stranou $s = 13\text{cm}$ je $S = 510\pi\text{cm}^2$. Urči polomery podstav, keď ich rozdiel dĺžok je 10cm . ()
.....

26. Rotačný kužeľ rozdeľ rovinou rovnobežnou s podstavou na dve časti s rovnakým povrchom.
.....

27. Zrezaný rotačný kužeľ má podstavy s polomerami $r_1 = 8$ cm, $r_2 = 4$ cm a výšku $v = 5$ cm. Aký je objem kužeľa, z ktorého zrezaný kužeľ vznikol?

.....

5. KOMBINATORIKA, PRAVDEPODOBNOŠŤ A ŠTATISTIKA

5.1 Kombinatorika a pravdepodobnosť

Kombinatorika

1. Koľko 5-miestnych čísel bez opakovania možno zostaviť z číslíc: 0, 1, 3, 4, 7?
.....
2. Koľko párnych 5-miestnych čísel bez opakovania?
.....
3. Koľko 6-miestnych čísel bez opakovania možno zostaviť z číslíc: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ak sa čísla majú začínať číslou 4
.....
4. Koľko 6-miestnych čísel bez opakovania možno zostaviť z číslíc: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ak sa čísla majú začínať číslou 4 alebo 5?
.....
5. Koľko jedno- až 4-miestnych čísel možno zostaviť z číslíc: 0, 2, 4, 6?
.....
6. Koľko je všetkých trojciferných prirodzených čísel?
.....
7. Koľko prvkov máme daných, keď variácií tretej triedy utvorených z prvkov je 5-krát viac než variácií druhej triedy?
.....
8. Koľko prvkov dá 32 220 variácií druhej triedy?
.....
9. Keď sa zväčší počet prvkov o 1, zväčší sa počet kombinácií tretej triedy o 21. Koľko je daných prvkov?
.....

10. Koľko prvkov treba vziať, aby počet variácií 3. triedy utvorených z týchto prvkov bez opakovania sa rovnal počtu kombinácií 3. triedy zväčšenému o 5-násobok počtu prvkov?
.....
11. Koľko prvkov dá o 441 kombinácií 3. triedy s opakováním viac než bez opakovania?
.....
12. Koľko rôznych signálov možno utvoriť z piatich zástaviek rôznych farieb, ak vedľa seba stoja tri zástavky(trikolóry)
.....
13. Koľko rôznych signálov možno utvoriť z piatich zástaviek rôznych farieb, ak vedľa seba stoja 2 zástavky(bikolóry) ?
.....
13. Koľkými spôsobmi možno odmeniť 1., 2. a 3. cenou 13 účastníkov športovej súťaže?
.....
14. Koľkými priamkami možno spojiť 10 bodov, keď tri z nich ležia na jednej priamke?
.....
15. V koľkých bodoch sa pretína 9 priamok, z ktorých sú 4 navzájom rovnobežné?
.....
16. V triede je 18 chlapcov a 14 dievčat. Koľkorakým spôsobom možno zvoliť do triedneho výboru 3 zástupcov, ak to majú byť samí chlapci
.....
17. V triede je 18 chlapcov a 14 dievčat. Koľkorakým spôsobom možno zvoliť do triedneho výboru 3 zástupcov, ak to majú byť samé dievčatá
.....
18. V triede je 18 chlapcov a 14 dievčat. Koľkorakým spôsobom možno zvoliť do triedneho výboru 3 zástupcov, ak to majú byť 2 chlapci a jedno dievča?
.....

19. Učiteľ má 20 geometrických a 30 aritmetických príkladov. Na úlohu má vybrať 1 geometrický a 2 aritmetické. Koľko má možností zostaviť rôzne úlohy?

.....

21. Na maturitnom večierku je 24 chlapcov a 15 dievčat. Koľko rôznych párov môžu vytvoriť?

.....

22. Koľkými spôsobmi môžeme usadiť za stôl 5 hostí?

.....

23. V lavici sedí 5 žiakov, z ktorých dvaja sú kamaráti. Koľkými spôsobmi ich môžeme posadiť, aby kamaráti sedeli vedľa seba?

.....

24. V obchode majú 9 druhov pohľadníc. Koľkými spôsobmi možno kúpiť 14?

.....

25. Na policičke treba zostaviť vedľa seba 3 zelené, 2 červené a 2 žlté hrnčeky, koľko rôznych spôsobov rozostavenia môže vzniknúť?

.....

26. Na policičke treba zostaviť vedľa seba 3 zelené, 2 červené a 2 žlté hrnčeky, koľko rôznych spôsobov rozostavenia môže vzniknúť, ak hrnčeky rovnakej farby stoja vedľa seba?

.....

27. Chcete zasadiť 6 okrasných stromčekov vedľa seba. Máte k dispozícii stromčeky A, B, C, D, E, F rôzneho druhu. Tri stromčeky musia byť zasadené za pravom okraji poradí A, B, C. urči koľko akým spôsobom to možno urobiť, keď všetky zasadené stromčeky sú rôzne

.....

28. Zamestnávate 10 pracovníkov. Vytvárate štvorčlenné pracovné skupiny. Štyria pracovníci chcú pracovať v tej istej skupine. Zistite, koľkými spôsobmi môžete skupiny vytvoriť, ak požiadavku 4 pracovníkov nerešpektujete.

.....

29. Zamestnávate 10 pracovníkov. Vytvárate štvorčlenné pracovné skupiny. Štyria pracovníci chcú pracovať v tej istej skupine. Zistite, koľkými spôsobmi môžete skupiny vytvoriť, ak požiadavku 4 pracovníkov rešpektujete.

.....

30. Chcete zasadiť 6 okrasných stromov. Máte k dispozícii 8 rôznych typov stromov. Dva stromy A,B musia byť zasadené na ľavom okraji. Koľkými spôsobmi to môžete urobiť, ak všetky zasadené stromčeky musia byť rôzne?

.....

31. V aleji chcete zasadiť 4 okrasné stromy rôzneho typu z piatich druhov A, B, C, D, E. Zistite, koľkým spôsobom to môžete urobiť.

.....

32. V aleji chcete zasadiť 4 okrasné stromy rôzneho typu z piatich druhov A, B, C, D, E. Zistite, koľkým spôsobom to môžete urobiť, ak strom A je na ľavom okraji

.....

33. Koľko 4-ciferných čísel s rôznymi ciframi možno zostaviť z čísiel 0,1,2,3,4,5,6?

.....

34. Koľkými spôsobmi môžete zostaviť 5-členné basketbalové družstvo chlapcov, ak máte k dispozícii 7 chlapcov a 8 dievčat?

.....

35. Koľkými spôsobmi môžete zostaviť 5-členné basketbalové družstvo dievčat, ak máte k dispozícii 7 chlapcov a 8 dievčat?

.....

36. Koľkými spôsobmi môžete zostaviť 5-členné basketbalové družstvo 5-členné družstvo s dvomi chlapcami a tromi dievčatami, ak máte k dispozícii 7 chlapcov a 8 dievčat?

.....

37. Koľko rôznych 5-ciferných čísel možno napísať z čísiel 1,2,3,4,5 tak, aby sa každá číslica vyskytovala len raz?

.....

38. Koľko rôznych 5-ciferných čísel deliteľných štyrmi možno napísať z číslíc 1,2,3,4,5 tak, aby sa každá číslica vyskytovala len raz?

.....

39. Koľko rôznych 5-miestnych čísel možno zostaviť z číslíc 3,4,4,4,2?

.....

40. Koľkými spôsobmi možno rozdať 32 kariet dvom hráčom tak, aby každý dostal práve dve esá?)

.....

41. Koľkými spôsobmi možno zostaviť družstvo obsahujúce troch chlapcov a tri dievčatá z triedy, v ktorej je 15 chlapcov a 10 dievčat?

.....

42. V rade sedí 5 dievčat, medzi nimi sú dve sestry. Koľkokrát môžeme dievčatá presadiť, aby sestry sedeli vedľa seba?

.....

43. Súčet kombinácií tretej triedy z "n" prvkov a druhej triedy z "n" prvkov je 15-násobkom čísla "n-1". Vypočítaj n.

.....

44. Pomer variácií "k"-tej triedy a kombinácií "k"-tej triedy z "n" prvkov je 120. Vypočítaj "k".

.....

Nájdí počet všetkých trojciferných prirodzených čísel, ktoré sa dajú zostaviť z číslíc 1,2,3,4 a pre ktoré platí súčasne ešte táto podmienka: v každom čísle sa každá číslica vyskytuje najviac raz

.....

45. Nájdí počet všetkých trojciferných prirodzených čísel, ktoré sa dajú zostaviť z číslíc 1,2,3,4 a pre ktoré platí súčasne ešte táto podmienka: na mieste "jednotiek" je jedna z číslíc 1,3,4, na mieste "stovák" číslica 4 alebo 2.

.....

46 .Do školskej rady zvolili sedem žiakov. Koľkými spôsobmi sa dá z nich vybrať predseda, podpredseda, tajomník a pokladník?

.....

46. Koľko dvojjazyčných slovníkov treba vydať, aby sa zabezpečila možnosť priameho prekladu ľubovoľného z piatich jazykov do ktoréhokoľvek iného z nich?
.....
47. Koľko je takých prirodzených štvorciferných čísel, v ktorých sa každá z cifier 3,4,5,6 vyskytuje práve raz?
.....
48. Zisti, koľko je párnych prirodzených čísel, v ktorých zápise sa vyskytujú iba cifry 2, 3, 4, 5, a pritom každá najviac raz.
.....
49. Koľko je nepárnych prirodzených čísel, v ktorých sa vyskytujú iba cifry 2, 3, 4, 5, a to každá najviac raz?
.....
50. Koľko prirodzených čísel väčších ako 5000 možno utvoriť z cifier 1, 3, 5, 7, ak navyše požadujeme, aby sa ani jedna cifra neopakovala?
.....
51. Zisti, koľko je 8-ciferných prirodzených čísel, ktoré majú všetky cifry navzájom rôzne.
.....
52. Zisti, koľko rozličných 6-ciferných čísel sa dá zostaviť s cifier 2,3, ak sa má v každom z nich cifra 2 vyskytnúť 4-krát a cifra 3 dvakrát.
.....
53. Osem študentov má pripravené ubytovanie na internáte v troch izbách - dve sú 3-posteľové, jedna 2-posteľová. Koľko je spôsobov rozdelenia študentov do jednotlivých izieb?
.....
54. V rýchlikovej vlakovej súprave sú dva batožinové vozne, jeden jedálenský vozeň, štyri lôžkové vozne a tri ležadlové vozne. Koľkými spôsobmi možno zoradiť vozne súpravy?
.....

55. Uchádzač o prijatie na vysokú školu musí urobiť 4 skúšky. Za každú úspešne urobenú skúšku dostane 2, 3 alebo 4 body; na prijatie stačí dosiahnuť 13 bodov. Koľkými spôsobmi môže uchádzač urobiť skúšku, aby bol prijatý?
.....
56. V osudí je 35 lístkov označených číslami 1 až 35. Postupne z nich vytiahneme päť, ale lístky do osudia nevraciamy späť. pritom záleží na poradí vytiahnutých čísel. Urči počet všetkých päťíc čísel, ktoré sa môžu vytiahnuť. (38 955 840)
.....
57. Koľko je takých trojciferných prirodzených čísel, ktoré sa dajú zapísať iba použitím cifier 2, 4, 6, 8?
.....
58. Koľko je takých trojciferných prirodzených čísel, ktoré sa dajú zapísať iba použitím cifier 2, 4, 6, 8 a majú všetky cifry navzájom rôzne?
.....
59. Koľko je takých šesťciferných čísel, ktoré možno zostaviť z číslíc 0, 1, ..., 9?
.....
60. Koľko z týchto čísel má všetky cifry navzájom rôzne?
.....
61. Zo siedmich žiakov treba vybrať štyroch, ktorí budú na brannom cvičení zastávať funkciu hliadky. Koľkými spôsobmi ich možno vybrať?
.....
62. Koľko je 6-ciferných prirodzených čísel, ktoré možno zostaviť z cifier 1, 3, 6, 9?
.....
63. Zisti, koľko „ešpézetiek“ by sa dalo zostaviť za týchto predpokladov: prvú časť tvorí skupina dvoch alebo troch písmen (k dispozícii máme 28 písmen) a druhú časť tvorí 4-členná skupina číslíc.
.....

64. Na tanečný večierok príde 12 dievčat a 15 chlapcov. Koľkými spôsobmi z nich možno vybrať 4 tanečné páry?

.....

Pravdepodobnosť

1. Parádivá Eva

Eva si vždy oblieka blúzku so sukňou alebo pulóver s nohavicami. Má štyri blázky a sedem sukni, pričom každá sukňa sa jej hodí ku všetkým blúzkam. Má tri pulóvre a dvojce nohavice, pričom každé nohavice sa jej hodia ku všetkým pulóvrom. Koľkými rôznymi spôsobmi sa Eva môže obliecť?

.....

2. Miss Matura

Do finále súťaže Miss Matura postúpilo 6 maturantiek, medzi nimi aj Lucia. Porota určí poradie na všetkých šiestich miestach, pričom žiadne dve kandidátky neobsadia rovnaké miesto. Koľko existuje takých výsledných poradí finalistiek, v ktorých sa Lucia umiestni na niektorom z prvých troch miest?

.....

3. Dve družstvá

Desať dievčat a dvaja chlapci sa chcú rozdeliť na dve šesťčlenné volejbalové družstvá tak, aby v každom družstve bol jeden chlapec. Koľkými rôznymi spôsobmi to môžu spraviť?

.....

4. Tri udalosti

Nech m je pravdepodobnosť, že keď hodíme 5 korunových mincí, všetky dopadnú znakom nahor. Nech k je pravdepodobnosť, že keď hodíme dve bežné hracie kocky, padne na oboch šestka. Nech c je pravdepodobnosť, že keď náhodne zvolíme dvojčiferné číslo, bude mať rôzne číslice. Potom platí:

.....

5. Parlament

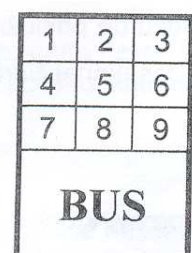
S pripomienkami k prerokúvanému zákonu chcú v parlamente okrem poslancov Klima a Lacha vystúpiť ešte ďalší štyria poslanci. Predsedajúci schôdze určil náhodne poradie diskutujúcich. Aká je pravdepodobnosť, že poslanec Klimo vystúpi ihneď po poslancovi Lachovi?

.....

6. Cestovné lístky

Koľko rôznych kombinácií môžeme nastaviť na dierkovači cestovných lístkov, ak dierkovač vydierkuje štyri alebo päť z číslíc 1 až 9?

.....



7. Chlapec alebo dievča?

Predpokladajme, že pravdepodobnosť narodenia chlapca aj dievčaťa v rodine je rovnaká. Aká je pravdepodobnosť, že v rodine s piatimi deťmi je najmladšie aj najstaršie dieťa chlapec?

.....

8. Baktérie

V skúmavke bolo večer 6^{15} baktérií. Pridaním antibiotík sa do rána ich počet o tretinu zmenšil. Koľko baktérií zostalo v skúmavke?

.....

9. Falošná kocka

Pre istú falošnú kocku platí, že číslo 6 na nej padá dvakrát častejšie ako číslo 1 a číslo 1 na nej padá dvakrát častejšie ako každé zo zvyšných štyroch čísel. Aká je pravdepodobnosť, že po hode touto kockou padne na nej číslo 6?

.....

10. Zahraničný zájazd

Na zahraničný zájazd cestuje v autobuse 46 cestujúcich, z toho 26 mužov a 20 žien. Colníci chcú podrobiť dôkladnej osobnej prehliadke 5 náhodne vybraných mužov a 5 náhodne vybraných žien z autobusu. Koľkými spôsobmi môžu vybrať týchto 10 cestujúcich?

.....

11. Trojciferné čísla

Koľko existuje trojciferných prirodzených čísel, vytvorených len z párnych číslíc, v ktorých je prostredná číslica väčšia ako obidve krajné?

.....

12. Maturita

V triede s 30 žiakmi bude prebiehať maturita 5 dní. Každý deň budú maturovať traja žiaci doobeda a traja poobede. Poradie žiakov sa určí náhodne. Petrovi astrológ vypočítal, že najlepší výsledok dosiahne, ak bude maturovať v stredu poobede. Aká je pravdepodobnosť, že Peter bude maturovať práve vtedy?

.....

13. V krabici je 26 žiaroviek s príkonom 40W, 24 žiaroviek s príkonom 60W a 30 žiaroviek s príkonom 75W. aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka má príkon 60W,

Pravdepodobnosť vyjadri v percentách.

.....

14. V krabici je 26 žiaroviek s príkonom 40W, 24 žiaroviek s príkonom 60W a 30 žiaroviek s príkonom 75W. aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka má príkon 60W alebo 75W?

.....

15. V zásielke obsahujúcej 80 žiaroviek sú 4 žiarovky pokazené. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná žiarovka je pokazená? Pravdepodobnosť vyjadri v percentách.
.....
16. V klobúku je 20 červených, 16 modrých a 12 žltých guľčiek. Vyjadri v percentách pravdepodobnosť, že náhodne vybraná guľčica je žltá,
.....
17. 17. V klobúku je 20 červených, 16 modrých a 12 žltých guľčiek. Vyjadri v percentách pravdepodobnosť, že náhodne vybraná guľčica je žltá alebo modrá?
.....
17. Na tácke je 24 kusov koláčov. Z toho 6 má slivkovú náplň, 10 tvarohovú a zvyšok orechovú náplň. Vyjadri v percentách pravdepodobnosť, že náhodne vybraný kus koláča má slivkovú náplň,
.....
18. 19. Na tácke je 24 kusov koláčov. Z toho 6 má slivkovú náplň, 10 tvarohovú a zvyšok orechovú náplň. Vyjadri v percentách pravdepodobnosť, že náhodne vybraný kus koláča má orechovú náplň,
.....
19. Na tácke je 24 kusov koláčov. Z toho 6 má slivkovú náplň, 10 tvarohovú a zvyšok orechovú náplň. Vyjadri v percentách pravdepodobnosť, že náhodne vybraný kus koláča má tvarohovú alebo orechovú náplň.
.....
20. Na šachovom turnaji školy sa zúčastnia: 7.ročník s počtom hráčov 5, 8.ročník s počtom hráčov 6 a 9 hráčov z 9.ročníka. Urči v percentách pravdepodobnosť, že vylosovaný súper bude z 8.ročníka,
.....
21. Na šachovom turnaji školy sa zúčastnia: 7.ročník s počtom hráčov 5, 8.ročník s počtom hráčov 6 a 9 hráčov z 9.ročníka. Urči v percentách pravdepodobnosť, že vylosovaný súper nebude zo 7.ročníka.
.....
22. Z 32 žiakov jednej triedy malo v matematike výborný prospech 6 žiakov, chválitebný 10 žiakov, dobrý 12 žiakov, dostatočný 4 žiaci a nikto nemal nedostatočnú. Urči v percentách pravdepodobnosť, že náhodne vybraný žiak tejto triedy bol hodnotený klasifikačným stupňom výborný,
.....

24. Z 32 žiakov jednej triedy malo v matematike výborný prospech 6 žiakov, chválitebný 10 žiakov, dobrý 12 žiakov, dostatočný 4 žiaci a nikto nemal nedostatočnú. Urči v percentách pravdepodobnosť, že náhodne vybraný žiak tejto triedy bol hodnotený klasifikačným stupňom chválitebný alebo dobrý
-
25. Z 32 žiakov jednej triedy malo v matematike výborný prospech 6 žiakov, chválitebný 10 žiakov, dobrý 12 žiakov, dostatočný 4 žiaci a nikto nemal nedostatočnú. Urči v percentách pravdepodobnosť, že náhodne vybraný žiak tejto triedy bol hodnotený klasifikačným stupňom lepším než dobrý.
-
26. V triede je 36 žiakov. Triedna učiteľka zistila, že anglický časopis odoberá 12 žiakov, nemecký 15 žiakov a 12 žiakov neodoberá ani jeden časopis. Urči pravdepodobnosť, že náhodne vybraný žiak odoberá anglický časopis,
-
27. V triede je 36 žiakov. Triedna učiteľka zistila, že anglický časopis odoberá 12 žiakov, nemecký 15 žiakov a 12 žiakov neodoberá ani jeden časopis. Urči pravdepodobnosť, že náhodne vybraný žiak odoberá nemecký časopis
-
28. V triede je 36 žiakov. Triedna učiteľka zistila, že anglický časopis odoberá 12 žiakov, nemecký 15 žiakov a 12 žiakov neodoberá ani jeden časopis. Urči pravdepodobnosť, že náhodne vybraný žiak odoberá oba časopisy súčasne?
-
29. Zberový referent oznámil, že v rámci zberu liečivých bylín 15 žiakov triedy zbieralo podbeľ lekársky. Pritom kvet podbeľu zbieralo 8 žiakov a listy podbeľu zbieralo 10 žiakov. Urči pravdepodobnosť, že náhodne vybraný žiak z tých, ktorí zbierali podbeľ zbieral len kvet podbeľu
-
30. Zberový referent oznámil, že v rámci zberu liečivých bylín 15 žiakov triedy zbieralo podbeľ lekársky. Pritom kvet podbeľu zbieralo 8 žiakov a listy podbeľu zbieralo 10 žiakov. Urči pravdepodobnosť, že náhodne vybraný žiak z tých, ktorí zbierali podbeľ zbieral len kvet
-
31. Zberový referent oznámil, že v rámci zberu liečivých bylín 15 žiakov triedy zbieralo podbeľ lekársky. Pritom kvet podbeľu zbieralo 8 žiakov a listy podbeľu zbieralo 10 žiakov. Urči pravdepodobnosť, že náhodne vybraný žiak z tých, ktorí zbierali podbeľ zbieral kvet aj listy podbeľu?
-
32. Zo 40 žiakov jednej triedy zbieralo podbeľ lekársky 15 žiakov. Pritom kvet podbeľu zbieralo 8 žiakov a listy podbeľu zbieralo 10 žiakov. Urči pravdepodobnosť v percentách, že náhodne vybraný žiak z tých, ktorí zbierali podbeľ zbieral len kvet podbeľu
-
33. Zo 40 žiakov jednej triedy zbieralo podbeľ lekársky 15 žiakov. Pritom kvet podbeľu zbieralo 8 žiakov a listy podbeľu zbieralo 10 žiakov. Urči pravdepodobnosť v percentách, že náhodne vybraný žiak z tých, ktorí zbierali podbeľ zbieral len listy podbeľu

-
34. Zo 40 žiakov jednej triedy zbieralo podbeľ lekársky 15 žiakov. Pritom kvet podbeľu zbieralo 8 žiakov a listy podbeľu zbieralo 10 žiakov. Urči pravdepodobnosť v percentách, že náhodne vybraný žiak z tých, ktorí zbierali podbeľ zbieral kvet aj listy podbeľu?
-
35. Z 20 chlapcov hrajúcich futbal alebo hádzanú hraje futbal 16 chlapcov a 9 chlapcov hádzanú. Urči v percentách pravdepodobnosť, že náhodne vybraný chlapec hrá len futbal,
-
36. Z 20 chlapcov hrajúcich futbal alebo hádzanú hraje futbal 16 chlapcov a 9 chlapcov hádzanú. Urči v percentách pravdepodobnosť, že náhodne vybraný chlapec hraje len hádzanú,
-
37. Z 20 chlapcov hrajúcich futbal alebo hádzanú hraje futbal 16 chlapcov a 9 chlapcov hádzanú. Urči v percentách pravdepodobnosť, že náhodným výberom chlapec hraje futbal aj hádzanú.
-
38. Každý z 25 pracovníkov jedného pracoviska ovláda aspoň jeden z jazykov: francúzština, angličtina. Pritom francúzsky hovorí 19 pracovníkov a anglicky 13 pracovníkov. Vypočítaj pravdepodobnosť v percentách, že náhodne vybraný pracovník ovláda len francúzštinu,
-
39. Každý z 25 pracovníkov jedného pracoviska ovláda aspoň jeden z jazykov: francúzština, angličtina. Pritom francúzsky hovorí 19 pracovníkov a anglicky 13 pracovníkov. Vypočítaj pravdepodobnosť v percentách, že náhodne vybraný pracovník ovláda len angličtinu
-
40. Každý z 25 pracovníkov jedného pracoviska ovláda aspoň jeden z jazykov: francúzština, angličtina. Pritom francúzsky hovorí 19 pracovníkov a anglicky 13 pracovníkov. Vypočítaj pravdepodobnosť v percentách, že náhodne vybraný pracovník ovláda obidva jazyky.
-
41. Turistický krúžok usporiadal v máji dva výlety. Z 24 žiakov tohoto krúžku sa zúčastnilo prvého výletu 21 žiakov, druhého 20 žiakov. Jeden žiak sa nezúčastnil ani na jednom výlete. Urči pravdepodobnosť v percentách, že náhodne vybraný žiak sa zúčastnil len prvého výletu,
-
42. Turistický krúžok usporiadal v máji dva výlety. Z 24 žiakov tohoto krúžku sa zúčastnilo prvého výletu 21 žiakov, druhého 20 žiakov. Jeden žiak sa nezúčastnil ani na jednom výlete. Urči pravdepodobnosť v percentách, že náhodne vybraný žiak sa zúčastnil len druhého výletu,
-
43. Turistický krúžok usporiadal v máji dva výlety. Z 24 žiakov tohoto krúžku sa zúčastnilo prvého výletu 21 žiakov, druhého 20 žiakov. Jeden žiak sa nezúčastnil ani na jednom výlete. Urči pravdepodobnosť v percentách, že náhodne vybraný žiak sa zúčastnil oboch výletov.
-

44. V osudí sú guličky s číslami od 1 až po 25. S akou pravdepodobnosťou vytiahneme jednociferné číslo,
.....
45. V osudí sú guličky s číslami od 1 až po 25. S akou pravdepodobnosťou vytiahneme prvočíslo,
.....
46. V osudí sú guličky s číslami od 1 až po 25. S akou pravdepodobnosťou vytiahneme číslo deliteľné dvomi alebo tromi,
.....
47. V osudí sú guličky s číslami od 1 až po 25. S akou pravdepodobnosťou vytiahneme číslo deliteľné dvomi a zároveň tromi?
.....
48. Pri losovaní Matesa sú v osudí čísla od 1 až po 35. Zisti pravdepodobnosť, že pri ťahaní prvého čísla bude vylosované číslo 7
.....
49. Pri losovaní Matesa sú v osudí čísla od 1 až po 35. Zisti pravdepodobnosť, že pri ťahaní prvého čísla bude vylosované číslo deliteľné 7
.....
50. Pri losovaní Matesa sú v osudí čísla od 1 až po 35. Zisti pravdepodobnosť, že pri ťahaní prvého čísla bude vylosované jednociferné číslo
.....
51. Urči pravdepodobnosť, že náhodne vybrané číslo zo všetkých dvojciferných prirodzených čísel je väčšie ako 90
.....
52. Urči pravdepodobnosť, že náhodne vybrané číslo zo všetkých dvojciferných prirodzených čísel je deliteľné 5
.....
53. Urči pravdepodobnosť, že náhodne vybrané číslo zo všetkých dvojciferných prirodzených čísel je číslo deliteľné 5 a zároveň 3
.....
54. Urči pravdepodobnosť, že pri hode hracou kockou padne číslo 6,
.....
55. Urči pravdepodobnosť, že pri hode hracou kockou padne číslo párne,
.....
56. Urči pravdepodobnosť, že pri hode hracou kockou padne číslo nepárne,
.....
57. Urči pravdepodobnosť, že pri hode hracou kockou padne číslo deliteľné 2 alebo 3.

-
58. Urči pravdepodobnosť, že pri hode hracou kockou padne číslo väčšie ako 4
.....
59. Urči pravdepodobnosť, že pri hode hracou kockou padne prvočíslo
.....
60. Urči pravdepodobnosť, že pri hode hracou kockou padne zložené číslo
.....
61. Urči pravdepodobnosť v percentách, že náhodne vybrané číslo z čísel 1 až 125 je deliteľné 5,
.....
62. Urči pravdepodobnosť v percentách, že náhodne vybrané číslo z čísel 1 až 125 má ciferný súčet deliteľný 9,
.....
63. Urči pravdepodobnosť v percentách, že náhodne vybrané číslo z čísel 1 až 125 je deliteľný 3 a zároveň 7.
.....
64. Aká je pravdepodobnosť, že pri hode 2 kockami padne súčet 3
.....
65. Aká je pravdepodobnosť, že pri hode 2 kockami padne súčet menší než 3
.....
66. Aká je pravdepodobnosť, že pri hode 2 kockami padne súčet menší než 5?
.....
67. Koľkokrát je treba hodiť kockou, aby pravdepodobnosť, že aspoň raz padne šestka bola väčšia ako 0,7?
.....
68. Aká je pravdepodobnosť, že pri hode 6 hracích kociek padnú práve 4 rovnaké čísla?
.....
69. V debne s 30 výrobkami sú 3 chybné, urči pravdepodobnosť toho, že medzi 5 náhodne vybranými je najviac jeden chybný.
.....
70. V prvom klobúku je 5 bielych a 2 čierne guľky. V druhom klobúku sú 3 biele a 7 čiernych. Náhodne zvolíme jeden z klobúkov a vytiahneme z neho guľku. Aká je pravdepodobnosť, že bude biela?
.....

71. Desať ľudí sa posadí okolo okrúhleho stola. Aká je pravdepodobnosť, že určitá dvojica ľudí bude sedieť vedľa seba?

.....

72. Študent dostane test z 10 otázok, ku každej sú možné 4 odpovede. Aká je pravdepodobnosť, že odpovie správne na polovicu otázok, ak volí odpovede náhodne?

.....

73. Za dlhým stolom sedí vedľa seba 6 žiakov. Aká je pravdepodobnosť, že pri vyvolaní dvoch to budú susedia?

.....

5.2 Štatistika

1. Pri meraní 63 žiakov boli zistené tieto údaje o výške v centimetroch a príslušnom počte žiakov.

Výška	počet	Výška	počet	Výška	počet	Výška	počet
159	1	165	2	170	5	175	2
161	1	166	3	171	6	177	1
162	2	167	2	172	7	178	4
163	1	168	4	173	9	179	2
164	2	169	3	174	5	181	1

Urči aritmetický priemer znaku, ktorým je výška uvedených žiakov.

.....

2. Pri meraní 63 žiakov boli zistené tieto údaje o výške v centimetroch a príslušnom počte žiakov.

Výška	počet	Výška	počet	Výška	počet	Výška	počet
159	1	165	2	170	5	175	2
161	1	166	3	171	6	177	1
162	2	167	2	172	7	178	4
163	1	168	4	173	9	179	2
164	2	169	3	174	5	181	1

Urči modus znaku, ktorým je výška uvedených žiakov.

.....

3. Pri meraní 63 žiakov boli zistené tieto údaje o výške v centimetroch a príslušnom počte žiakov.

Výška	počet	Výška	počet	Výška	počet	Výška	počet
159	1	165	2	170	5	175	2
161	1	166	3	171	6	177	1
162	2	167	2	172	7	178	4
163	1	168	4	173	9	179	2
164	2	169	3	174	5	181	1

Urči medián, ktorým je výška uvedených žiakov.

.....

4. Pri meraní 63 žiakov boli zistené tieto údaje o výške v centimetroch a príslušnom počte žiakov.

Výška	počet	Výška	počet	Výška	počet	Výška	počet
159	1	165	2	170	5	175	2
161	1	166	3	171	6	177	1
162	2	167	2	172	7	178	4
163	1	168	4	173	9	179	2
164	2	169	3	174	5	181	1

Urči rozptyl znaku, ktorým je výška uvedených žiakov.

.....

5. Pri meraní 63 žiakov boli zistené tieto údaje o výške v centimetroch a príslušnom počte žiakov.

Výška	počet	Výška	počet	Výška	počet	Výška	počet
159	1	165	2	170	5	175	2
161	1	166	3	171	6	177	1
162	2	167	2	172	7	178	4
163	1	168	4	173	9	179	2
164	2	169	3	174	5	181	1

Urči smerodajnú odchýlku znaku, ktorým je výška uvedených žiakov.

.....

6. Vypočítaj aritmetický priemer súboru, x_1, x_2, \dots, x_{15} , ak sa v ňom číslo 2 vyskytuje 5-krát, číslo 7 sa vyskytuje 8-krát a číslo 10 a 12 raz.

.....

7. Vypočítaj modus súboru, x_1, x_2, \dots, x_{15} , ak sa v ňom číslo 2 vyskytuje 5-krát, číslo 7 sa vyskytuje 8-krát a číslo 10 a 12 raz.

.....

8. Vypočítaj medián súboru, x_1, x_2, \dots, x_{15} , ak sa v ňom číslo 2 vyskytuje 5-krát, číslo 7 sa vyskytuje 8-krát a číslo 10 a 12 raz.

.....

9. Vypočítaj koeficient korelácie znakov x a y zadaných tabuľkou:

x/y	2	4	6
1	1		3
3	1	2	
5			3

.....