

Logické základy číslicových počítačů

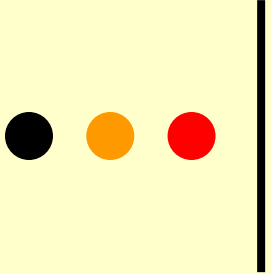
Informatika

1. přednáška



Číselné sústavy

Číselná sústava je systém
zobrazenia ľubovoľného čísla
pomocou určitého počtu znakov

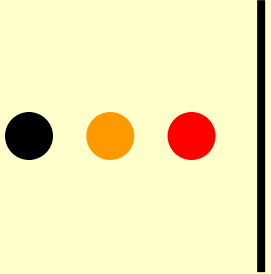


Číselné sústavy

⇒ nepozičné:

- V období Rímskej ríše alebo antického Grécka sa používali **rímske číslice**, ktorých hodnota nezávisí od pozície, kde sa číslica v čísle nachádza.
- Obrazy rímskych a desiatkových číslic udáva nasledujúca tabuľka:

Desiatkové číslo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rímska číslica	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Desiatkové číslo	10	50	100	500	1000				
Rímska číslica	X	L	C	D	M				



Číselné sústavy

⇒ pozičné:

- čísla a ich zápis, ako ich poznáme dnes, zaviedli Arabi,
- zápis čísel pomocou znakov 0 až 9 a ich **pozíciou** sa vyjadrujú jednotky, stovky, desiatky atď.
- pozičná číselná sústava je taká, ktorá vyjadruje ľubovoľné číslo N polynómom:

$$N = Z_n P^n + Z_{n-1} P^{n-1} + \dots + Z_1 P^1 + Z_0 P^0 + Z_{-1} P^{-1} + Z_{-2} P^{-2} + \dots +$$

$$+ Z_{-m} P^{-m} = \sum_{i=-m}^n Z_i P^i$$

kde: P – základ číselnej sústavy,
 Z_i – znaky použiteľné v danej ČS
 $i \in \langle -m, n \rangle$.



Základ ČS

- může byť ľubovoľné číslo,
- praktický význam z hľadiska informatiky majú len niektoré číselné sústavy:
 - **desiatková (dekadická)** – *základ ČS = 10*
použiteľné znaky: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
 - **dvojková (binárna)** – *základ ČS = 2*
použiteľné znaky: 0,1
 - **osmičková (oktálová)** – *základ ČS = 8*
použiteľné znaky: 0,1,2,3,4,5,6,7
 - **šestnástková (hexadecimálna)** – *základ ČS = 16*
použiteľné znaky: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F.



Desiatková ČS

- V bežnom živote sa pri výpočtoch najčastejšie stretávame s *desiatkovou číselnou sústavou*, ktorá na zápis čísla používa **10 znakov** (čísllice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9).

Napr. desiatkové číslo 328,75 môžeme zapísať ako:
 $3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 8 \times 10^0 + 7 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$

- Úplný zápis každého desiatkového čísla môžeme zapísať pomocou polynómu:

$$Z_n 10^n + Z_{n-1} 10^{n-1} + Z_{n-2} 10^{n-2} + \dots + Z_1 10^1 + Z_0 10^0 + Z_{-1} 10^{-1} + Z_{-2} 10^{-2} + \dots + Z_{-m+1} 10^{-m+1} + Z_{-m} 10^{-m}$$

Základ číselnej sústavy
P = 10



Dvojková číselná sústava

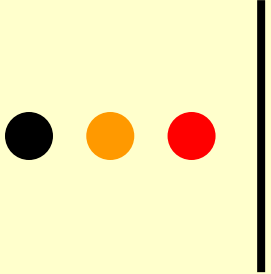
- *dvojková (binárna) číselná sústava* má význam od obdobia vzniku prvých elektronických počítačov,
- elektronické konštrukčné prvky počítačov sú najrýchlejšie a najspoľahlivejšie tie, ktoré majú dva stabilné stavy,
- tieto fyzikálne prvky svojou činnosťou priamo modelujú znaky dvojkovej číselnej sústavy,
- všetky informácie aj v súčasnom počítači sú uložené pomocou dvoch znakov: **0** a **1** (nie je napätie = **0**, je napätie = **1**).

Základnú jednotku informácie nazývame **1 bit** (z angl. binary digit – binárne číslo).



Zápis čísel v dvojkové číselnej sústave

P = 10	P = 2	
0	0.2^0	0
1	1.2^0	1
2	$1.2^1+0.2^0$	10
3	$1.2^1+1.2^0$	11
4	$1.2^2+0.2^1+0.2^0$	100
5	$1.2^2+0.2^1+1.2^0$	101
6	$1.2^2+1.2^1+0.2^0$	110
7	$1.2^2+1.2^1+1.2^0$	111
8	$1.2^3+0.2^2+0.2^1+0.2^0$	1000
9	$1.2^3+0.2^2+0.2^1+1.2^0$	1001
10	$1.2^3+0.2^2+1.2^1+0.2^0$	1010



Aritmetické operácie v dvojkovej ČS

- sú jednoduchšie ako v desiatkovej číselnej sústave,
- pravidlá pre vykonávanie aritmetických operácií si treba osvojiť len pre dve číslice, ktoré sa môžu vyskytnúť v jednom ráde.

Pravidlá pre aritmetické operácie v dvojkovej číselnej sústave sú nasledujúce:

Sčítanie:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

Odčítanie:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$10 - 1 = 1$$

Násobenie:

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

Príklady sčítania v dvojkovej ČS

Pr.1: Sčítanie dvoch čísel $[9]_{10}$ a $[6]_{10}$ v dvojkovej číselnej sústave.

$$[6]_{10} = [110]_2$$

$$[9]_{10} = [1001]_2$$

$$[15]_{10} = [1111]_2$$

Pr.2: Sčítanie dvoch čísel $[94]_{10}$ a $[90]_{10}$ v dvojkovej číselnej sústave –
pri sčítaní dvoch jednotiek v jednom ráde vzniká tzv. prenos do vyššieho rádu.

$$[94]_{10} = [1011110]_2$$

$$[90]_{10} = [1011010]_2$$

$$[184]_{10} = [10111000]_2$$

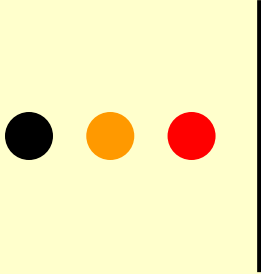


Osmičková a šestnástková ČS

- Základ *osmičkovej* (oktálovej) číselnej sústavy je $P = 8$, povolené znaky Z_i sú číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
- Základ *šestnástkovej* (hexadecimálnej) číselnej sústavy je $P = 16$, povolené znaky Z_i sú 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.
- V polyadických číselných sústavách so základom nižším ako 10 ($P < 10$) nie sú problémy s definovaním znakov Z_i – ich súbor je podmnožinou desiatkovej sústavy, vypustením čísel vyšších a rovných základu.
- V šestnástkovej číselnej sústave je potrebné k súboru znakov desiatkovej sústavy pridať ešte šesť znakov – písmená veľkej abecedy.

Zápisy čísel v osmičkovej a šestnástkovej ČS

P = 10	P = 8		P = 16	
0	0.8 ⁰	0	0.16 ⁰	0
1	1.8 ⁰	1	1.16 ⁰	1
2	2.8 ⁰	2	2.16 ⁰	2
3	3.8 ⁰	3	3.16 ⁰	3
4	4.8 ⁰	4	4.16 ⁰	4
5	5.8 ⁰	5	5.16 ⁰	5
6	6.8 ⁰	6	6.16 ⁰	6
7	7.8 ⁰	7	7.16 ⁰	7
8	1.8 ¹ +0.8 ⁰	10	8.16 ⁰	8
9	1.8 ¹ +1.8 ⁰	11	9.16 ⁰	9
10	1.8 ¹ +2.8 ⁰	12	10.16 ⁰	A
11	1.8 ¹ +3.8 ⁰	13	11.16 ⁰	B
12	1.8 ¹ +4.8 ⁰	14	12.16 ⁰	C
13	1.8 ¹ +5.8 ⁰	15	13.16 ⁰	D
14	1.8 ¹ +6.8 ⁰	16	14.16 ⁰	E
15	1.8 ¹ +7.8 ⁰	17	15.16 ⁰	F
16	2.8 ¹ +0.8 ⁰	20	1.16 ¹ +0.16 ⁰	10
17	2.8 ¹ +1.8 ⁰	21	1.16 ¹ +1.16 ⁰	11
18	2.8 ¹ +2.8 ⁰	22	1.16 ¹ +2.16 ⁰	12
19	2.8 ¹ +3.8 ⁰	23	1.16 ¹ +3.16 ⁰	13
20	2.8 ¹ +4.8 ⁰	24	1.16 ¹ +4.16 ⁰	14



ČS z hľadiska práce počítača

- Počítač pracuje s číslami v *dvojkovej* číselnej sústave.
- Dvojkové čísla sú obyčajne dlhé a neprehľadné postupnosti *núl a jednotiek*.
- Pre jednoduchší zápis dvojkových čísel sa používa *osmičková* alebo *šestnástková* číselná sústava.

Prevod medzi dvojkovou, osmičkovou a šestnástkovou sústavou je veľmi jednoduchý.

● ● ● | Prevody medzi číselnými sústavami

Prevod čísla z číselnej sústavy so základom P do desiatkovej sústavy je jednoduchý.

Prevedie sa vyčíslením výrazu:

$$N = \sum_{i=-m}^n Z_i \cdot P^i$$

Prevod čísla z dvojkovej číselnej sústavy $[1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1]_2$ do desiatkovej sústavy.

rády

$$\begin{aligned} & 9. \ 8. \ 7. \ 6. \ 5. \ 4. \ 3. \ 2. \ 1. \ 0. \\ & [1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]_2 = \\ & = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^9 = \\ & = 1 + 0 + 4 + 0 + 16 + 0 + 64 + 0 + 256 + 512 = [853]_{10} \end{aligned}$$

Prevod čísla z desiatkovej ČS do sústavy so základom P

Najlepší spôsob prevodu je delením desiatkového čísla N_{10} základom číselnej sústavy P a zaznamenávaním zvyškov po delení, ktoré sú vlastne číslom N_P v zvolenej číselnej sústave.

Prevod čísla realizujeme opakovaným delením základom P .

Príklad:

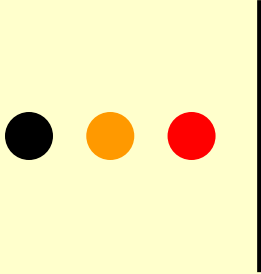
Prevod čísla $[39]_{10}$ do dvojkovej číselnej sústavy.

	Zvyšky po delení
$39 : 2 = 19$	1
$19 : 2 = 9$	1
$9 : 2 = 4$	1
$4 : 2 = 2$	0
$2 : 2 = 1$	0
$1 : 2 = 0$	1

Smer čítania čísla po prevode do číselnej sústavy o základe P

$$[39]_{10} = [1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1]_2$$

$$\begin{aligned}\text{Skúška správnosti: } 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 &= \\ &= 1 + 2 + 4 + 32 = [39]_{10}\end{aligned}$$



Prevod čísla z desiatkovej ČS do sústavy so základom P

Prevod čísla z desiatkovej do osmičkovej ČS:

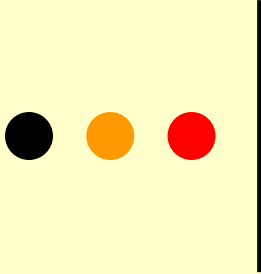
Príklad:

Prevod čísla $[250]_{10}$ do osmičkovej číselnej sústavy.

	Zvyšky po delení
$250 : 8 = 31$	2
$31 : 8 = 3$	7
$3 : 8 = 0$	3

$$[250]_{10} = [3\ 7\ 2]_8$$

$$\text{Skúška správnosti: } 2 \cdot 8^0 + 7 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^2 = 2 + 56 + 192 = [250]_{10}$$



Prevod medzi dvojkovou a osmičkovou číselnou sústavou:

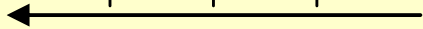
Pre základy týchto sústav platí: $2^3 = 8^1$,

t.j. tri rády dvojkového čísla sa zobrazia jedným rádom osmičkového čísla.

Prevod čísla $[11101011010]_2$ do osmičkovej číselnej sústavy.

Postup prevodu je nasledujúci:

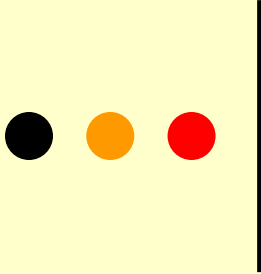
- číslo rozdelíme po tri číslice sprava doľava,
- každú trojicu číslic prevedieme na číslo v osmičkovej číselnej sústave.

$$[\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 11 & 101 & 011 & 010 \\ \hline \end{array}]_2 = [3 \ 5 \ 3 \ 2]_8$$


Prevod čísla $[351]_8$ do dvojkovej číselnej sústavy.

Postup: každú číslicu osmičkového čísla prevedieme na trojmiestne číslo do dvojkovej sústavy (zľava doplníme nuly, napr. číslo $[1]_8$ vyjadríme ako $[001]_2$).

$$\begin{array}{ccc} [& 3 & 5 & 1 &]_8 = [& 11 & 101 & 001 &]_2 \\ & 011 & 101 & 001 & \end{array}$$



Prevod medzi dvojkovou a šestnástkovou číselnou sústavou:

**Pre základy týchto sústav platí: $2^4 = 16^1$,
t.j. štyri rády dvojkového čísla sa zobrazia jedným rádom
šestnástkového čísla.**

Prevod čísla $[11101011010]_2$ do šestnástkovej číselnej sústavy.

Postup prevodu je nasledujúci:

- číslo rozdelíme po štyri číslice sprava doľava,
- každú štvoricu číslic prevedieme na číslo v šestnástkovej číselnej sústave.

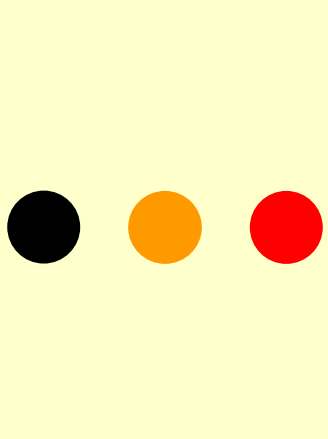
$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 111 & 0101 & 1010 \\ \hline \end{array}]_2 = [7 \ 5 \ A]_{16}$$

←

Prevod čísla $[B73C]_{16}$ do dvojkovej číselnej sústavy.

Postup: každú číslicu šestnástkového čísla prevedieme na štvormiestne číslo do dvojkovej sústavy (zľava doplníme nuly, napr. číslo $[1]_{16}$ vyjadríme ako $[0001]_2$).

$$\begin{array}{cccc} B & 7 & 1 & C \\ 1011 & 0111 & 0001 & 1100 \end{array}]_{16} = [1011 \ 0111 \ 0001 \ 1100]_2$$



Informatika, informácia...

**Veda, ktorá sa zaoberá
informáciami, ich štruktúrou,
uchovávaním a spracovaním
sa nazýva *informatika*.**

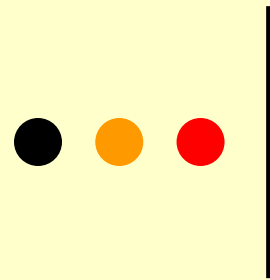


Informatika

- ako vedný odbor nemá jednoznačnú definíciu

Napr.

- definícia *American Society for Information Science*:
 - ***informatika*** je veda, ktorá sa zaoberá vznikom, zhromažďovaním, organizáciou, interpretáciou, ukladaním, vyhľadávaním, rozširovaním, pretváraním a využívaním informácií s osobitným zreteľom na aplikáciu modernej techniky.
- definícia *School of Informatics University v Edinburgu*:
 - ***informatika*** je veda zaoberajúca sa štúdiom štruktúry, správania a interakcií prirodzených a umelých výpočtových systémov, ktorá študuje zobrazenie, spracovanie a komunikáciu informácií v systéme, vrátane všetkých výpočtových, kognitívnych a sociálnych aspektov.



Informatika

*Základom všetkých definícií **informatiky** je **informácia**, jej zobrazenie, spracovanie a transformácia pomocou matematických a logických algoritmov a jej bezpečné uchovanie.*



Rozdelenie informatiky

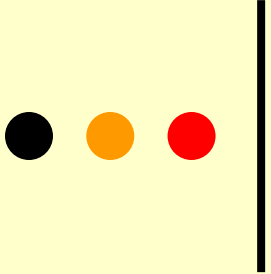
- **teoretická,**
- **praktická,**
- **technická,**
- **aplikovaná.**



Teoretická informatika

- je založená na matematických metódach a modeloch, z ktorých vychádzajú algoritmy pre spracovanie informácií alebo konštrukcie počítačov,
- na rozdiel od matematických disciplín je však technická informatika charakterizovaná dynamickým priebehom procesov.

Oblasti aplikácie: *teória automatov, teória formálnych jazykov, teória zložitosti a pod.*



Praktická informatika

- zaoberá sa problematikou architektúry a činnosti počítačov,
- zabezpečuje realizáciu algoritmov prostredníctvom výpočtových zariadení,
- zápis algoritmov do programovacích jazykov a preklad programov do strojových kódov,
- riadenie vstupov a výstupov, multitasking a multiuser a pod.

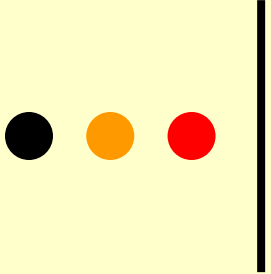
Oblasti aplikácie: *informačné systémy, simulačné techniky, umelá inteligencia, tvorba kompilátorov a pod.*



Technická informatika

- zaoberá sa logickým návrhom a realizáciou architektúry počítačov a ďalších zariadení a obvodov.

Oblasti aplikácie: *riadenie a prevádzka počítačov a procesov, návrh a realizácia integrovaných obvodov a pod.*



Aplikovaná informatika

- ovplyvňuje ďalšie vedné odbory a oblasti,
- zahŕňa aplikácie teoretickej, praktickej a technickej informatiky a zaoberá sa automatizáciou procesov pomocou prostriedkov informačných technológií a metódami vývoja a aplikácie programových systémov.

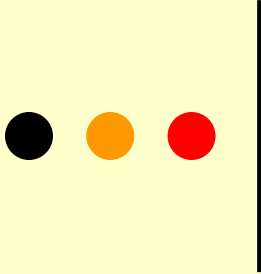
Oblasti aplikácie: podniková informatika, manažérska informatika, hospodárska informatika a pod.



Informácia

Jedna z najčastejšie používaných definícií:

- **Informácia** je prostriedok, ktorý umožňuje dosiahnutie cieľa, predstavuje nové poznatky alebo umožňuje konať určitým spôsobom.
 - s pojmom informácia úzko súvisí **správa** a **údaj**.
- **Správa** – postupnosť znakov spracovaná určitým algoritmom, ktorá prináša fakty, vytvára vzťahy a vyjadruje stavy.
 - každá správa, ktorú je prijímateľ schopný spracovať sa označuje ako **údaj**, resp. v oblasti IT sa používa pojem **dáta**,
 - všetky údaje nesú so sebou určitý **informačný obsah**,
 - v prípade, že nám údaj nepovie nič nové, hovoríme, že jeho informačný obsah je *nulový*.
- **Informácia** je výsledok spracovania údajov.



Vlastnosti informácie:

- je nehmotná,
- je nezávislá od času a priestoru,
- vyskytuje sa vždy len v spojení s jej fyzikálnym nositeľom – signálom,
- je merateľná prostredníctvom zmien fyzikálnych veličín.

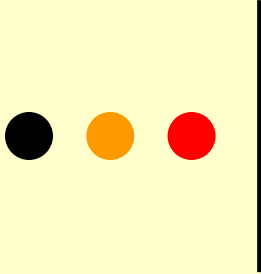


Zobrazenie informácie pomocou fyzikálnych veličín

Z hľadiska spracovania informácií prostredníctvom informačných technológií je s informáciou nerozlučne spojený pojem **signál**.

Rozumieme ním napr. určitú hodnotu napätia, elektrický impulz, zmenu polarity svetelného lúča a pod.

Signál je fyzikálnym nositeľom informácie a umožňuje jej získavanie, spracovanie a uchovanie.



Zobrazenia informácie pomocou signálu:

- analógové,
- číslicové (digitálne).

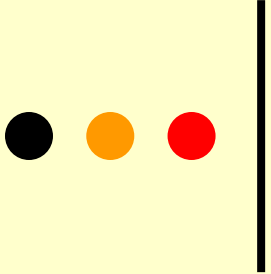
Pri **analógovom** zobrazení sa závisle premenná veličina mení spojite podľa daného vzťahu (funkcie) k premennej veličine.

Analógový (spojitý) signál môže nadobúdať nekonečne veľa hodnôt z daného intervalu.

V prípade **číslícového** (digitálneho) zobrazenia sú údaje reprezentované diskretnými stavmi logických súčiastok.

Číslicový signál môže nadobúdať spočítateľne veľa hodnôt z daného intervalu, ktoré sú nespojité a ich vzájomný prechod sa realizuje skokovo.

Matematicky je možné digitálny signál vyjadriť pomocou postupnosti celých čísel – v prípade informatiky ide o kódovanie údajov pomocou postupnosti **núl a jednotiek**.

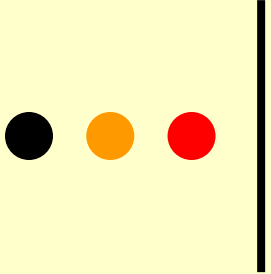


Jednotky informácie

Informácie sa v číslícoých (digitálnych) počítačoch zobrazujú pomocou diskretných hodnôt napätia, ktoré má zadefinované **dva stavy** – nižšia hodnota predstavuje logickú **0** a vyššia logickú **1**.

Jednotka informácie – **1 bit** (1b)

- zaviedol ju Claude E. Shannon (autor Teórie informácie) ako skratku slovného spojenia **binary digit**.
- **bit** môže nadobúdať jednu z dvoch logických hodnôt – navzájom sa vylučujúcich stavov:
 - „zapnutý – vypnutý“,
 - „pravda – nepravda“,
 - „0 – 1“ a pod.



Jednotky informácie

1 bit

- je najmenšia jednotka informácie,
- je to množstvo informácií, ktoré získame správou o realizácii jedného z dvoch možných, rovnako pravdepodobných stavov,

Na popísanie viac ako jedného stavu potrebujeme viacero bitov.

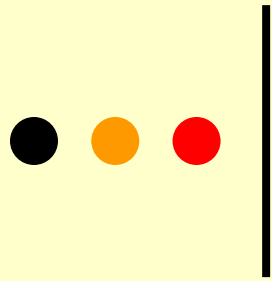
Počet potrebných bitov je v prípade informatiky potom daný vzťahom:

$$L = \log_2 N$$

kde: L – požadovaný počet bitov,

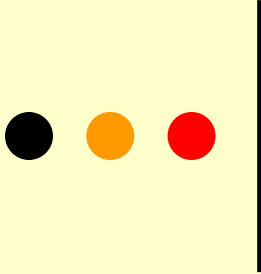
N – maximálny počet získaných stavov

2 – základ logaritmu (1b predstavuje dva možné stavy)



Jednotky informácie

- V oblasti informatiky a číslicových počítačov sa používa pojem **Byte (B)** - predstavuje **osembitovú** postupnosť.
- **Osem bitov** predstavuje **jeden byte (B)**, čo je **najmenšia adresovateľná časť pamäti**.
- **1 Byte** predstavuje 256 (2^8) rôznych kombinácií binárnych stavov.



Binárne vyjadrenie násobkov jednotiek informácie

Hodnota	Označenie	Predpona	Násobok
1024^1	k	kilo-	$1\,024\text{b} = 2^{10}\text{b}$
1024^2	M	mega-	$1\,048\,576\text{b} = 2^{20}\text{b}$
1024^3	G	giga-	$1\,073\,741\,824 = 2^{30}\text{b}$
1024^4	T	tera-	$1\,099\,511\,627\,776 = 2^{40}\text{b}$
1024^5	P	peta-	$1\,125\,899\,906\,842\,624 = 2^{50}\text{b}$
1024^6	E	exa-	2^{60}b
1024^7	Z	zetta-	2^{70}b
1024^8	Y	yotta-	2^{80}b