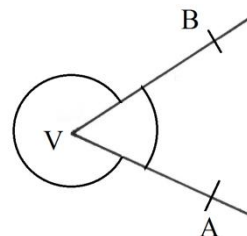


2. UHLY

2.1 ZÁPIS A OZNAČOVANIE UHLOV

Dve polpriamky \vec{VA} , \vec{VB} , ktoré majú spoločný začiatok v bode V delia rovinu na dve časti. Tieto časti nazývame uhly.



UHOL – je časť roviny ohraničená dvoma polpriamkami, ktoré majú spoločný začiatok.

Polpriamky sa nazývajú **ramená** uhla a ich spoločný začiatok **vrchol** uhla.

Uhol sa znázorňuje pomocou ramien, medzi ktorými sa vyznačí oblúčikom vrchol uhla.

Uhol : $\sphericalangle AVB$

Vrchol: V

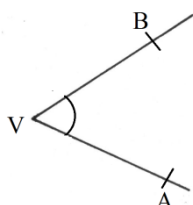
Ramená: \vec{VA} , \vec{VB}



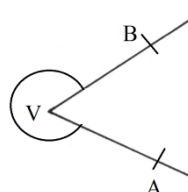
Zapisovanie uhlov

1. spôsob – pomocou troch bodov

$\sphericalangle AVB$ (menší, vnútorný uhol)

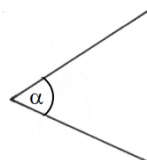


$\sphericalangle AVB$ (väčší, vonkajší uhol)



Pri zápise uhla pomocou troch bodov je **VRCHOL VŽDY V STREDE ZÁPISU**.

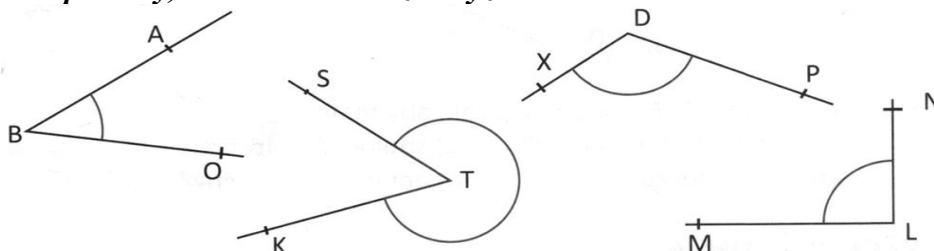
2. spôsob – pomocou písmen gréckej abecedy α , β , γ , δ



Grécka abeceda

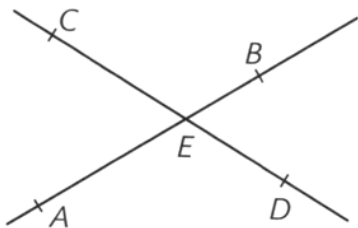
α	A	alfa	η	H	eta	ν	N	ní	τ	T	tau
β	B	beta	θ	Θ	theta	ξ	Ξ	xí	υ	Υ	upsilon
γ	Γ	gamma	ι	I	iota	\omicron	O	omikron	ϕ	Φ	fí
δ	Δ	delta	κ	K	kappa	π	Π	pí	χ	X	chí
ϵ	E	epsilon	λ	Λ	lambda	ρ	P	ró	ψ	Ψ	psí
ζ	Z	zeta	μ	M	mí	σ	Σ	sigma	ω	Ω	omega

1. Zapiš uhly, ktoré sú na obrázku vyznačené oblúčikom.

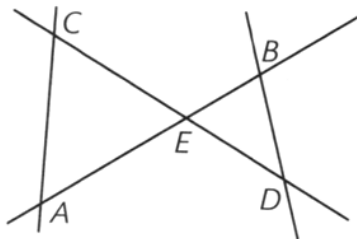


2. Vyznač a zapíš všetky uhly, ktoré sú na obrázkoch.

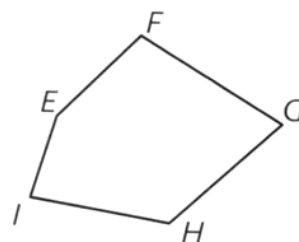
a)



b)

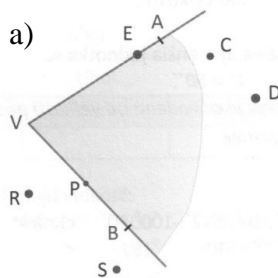


c)

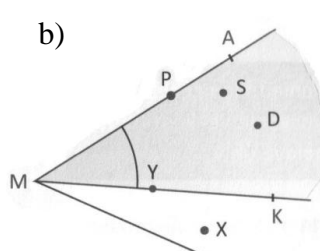


3. Na obrázku a) je $\sphericalangle AVB$. Ktoré z vyznačených bodov sú bodmi tohoto uhla a ktoré nie? Na obrázku b) je $\sphericalangle AMK$. Vypíš všetky body, ktoré mu patria.

a)



b)



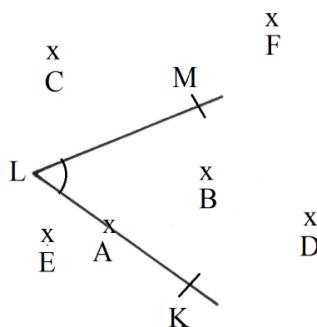
4. Vypíš z obrázka:

a) uhol:

b) ramená uhla:

c) vrchol uhla:

d) body, ktoré patria uhlu:

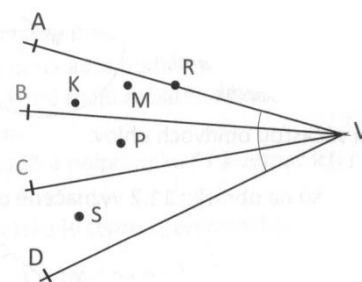


5. Vnútri uhla AVD je zostrojená polpriamka \overrightarrow{VB} a polpriamka \overrightarrow{VC} .

a) Ktoré z bodov vyznačených na obrázku sú bodmi $\sphericalangle AVC$?

b) Ktorým uhlom patrí bod P?

c) Ktorý z vyznačených bodov patrí $\sphericalangle AVC$ aj $\sphericalangle BVC$?



6. Načrtni $\sphericalangle EVF$ a priamku p tak, aby mali:

a) spoločný len jeden bod.

c) spoločnú polpriamku.

b) spoločnú úsečku.

d) ani jeden spoločný bod.

7. Pozri sa na obrázok a vyber správne tvrdenia.

a) $A \in \beta$

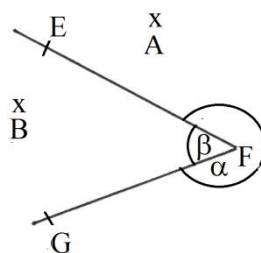
d) $A \notin \alpha$

b) $B \in \beta$

e) $A \in \alpha$

c) $B \in \alpha$

f) $B \notin \beta$



8. Zvoľ si polpriamky \overrightarrow{KL} a \overrightarrow{LM} . Vyšrafuj $\sphericalangle KLM$.

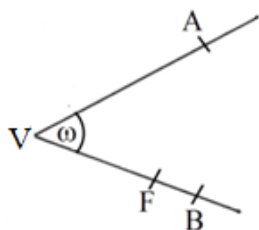
9. Dané sú body A, B, C, D, E . Zostroj priamky AE, AB, CE, CD . Vyznač uhly:

a) $\sphericalangle BAE = \alpha$

b) $\sphericalangle AEC = \beta$

c) $\sphericalangle ECD = \gamma$

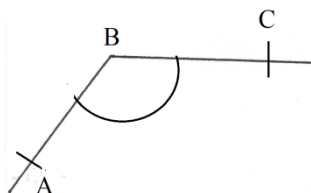
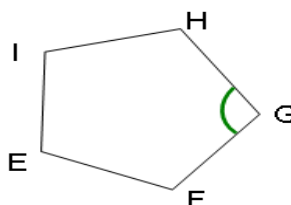
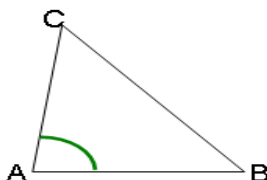
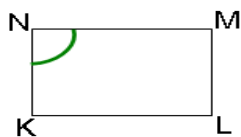
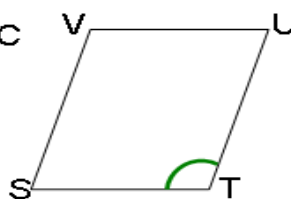
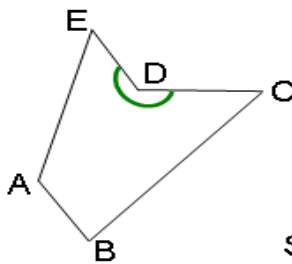
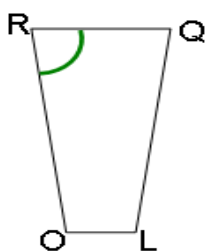
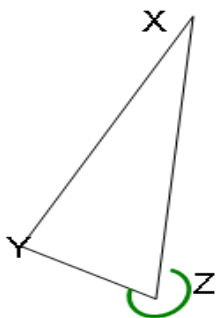
10. Na obrázku je vyznačený uhol a je pomenovaný písmenom ω . Tento uhol sa dá zapísať aj iným spôsobom. Zisti, ktorý zápis je nesprávny.



- a) \sphericalangle AVF
- b) \sphericalangle FVA
- c) \sphericalangle AVB
- d) \sphericalangle ABV



11. Zapiš názov uhlu vyznačeného oblúčikom.



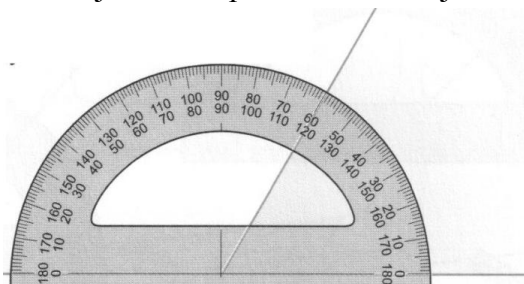
12. Zakresli :
- a) body K, L, M, N, O tak, aby patrili \sphericalangle ABC.
 - b) body X, Y, Z tak, aby nepatrili \sphericalangle ABC.

2.2 RYSOVANIE UHLOV A MERANIE ICH VEĽKOSTI

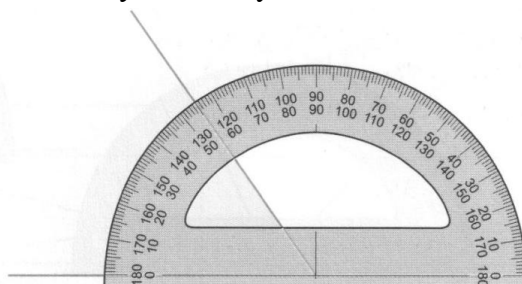
Ako meriame uhly.

Nástroj na meranie uhlov sa nazýva uhlomer. Má tvar polkruhu a sú na ňom vyznačené stupne. Menšie jednotky (minúty, sekundy) sú veľmi malé a preto sa na uhlomere nevyznačujú. Na uhlomere sú dve stupnice, aby sme mohli merať uhly z oboch strán. Stred uhlomera priložíme na vrchol uhla tak, aby sa rameno uhla krylo so začiatkom číselnej stupnice, ktorá sa začína číslom 0 pri danom ramene. Druhé rameno určuje číselnú hodnotu veľkosti uhla.

Veľkosť uhla určíme v stupňoch. Menšou jednotkou sú minúty a sekundy.



Veľkosť uhla je 60° .

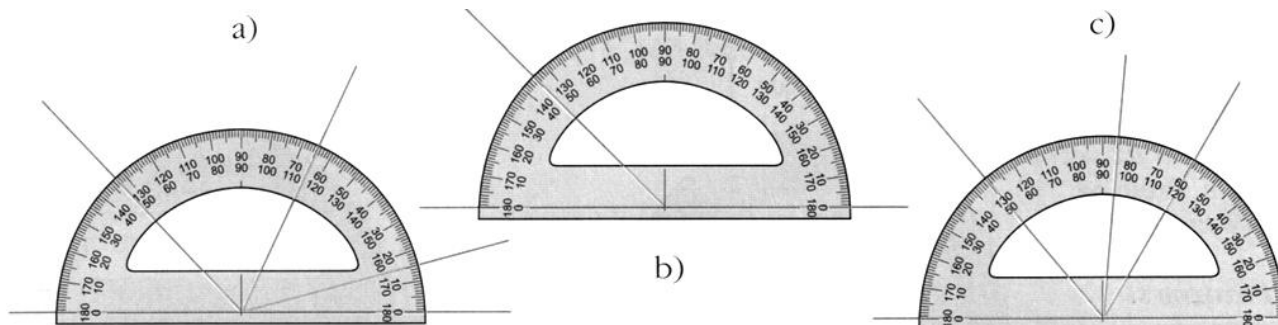


Veľkosť uhla je 55° .

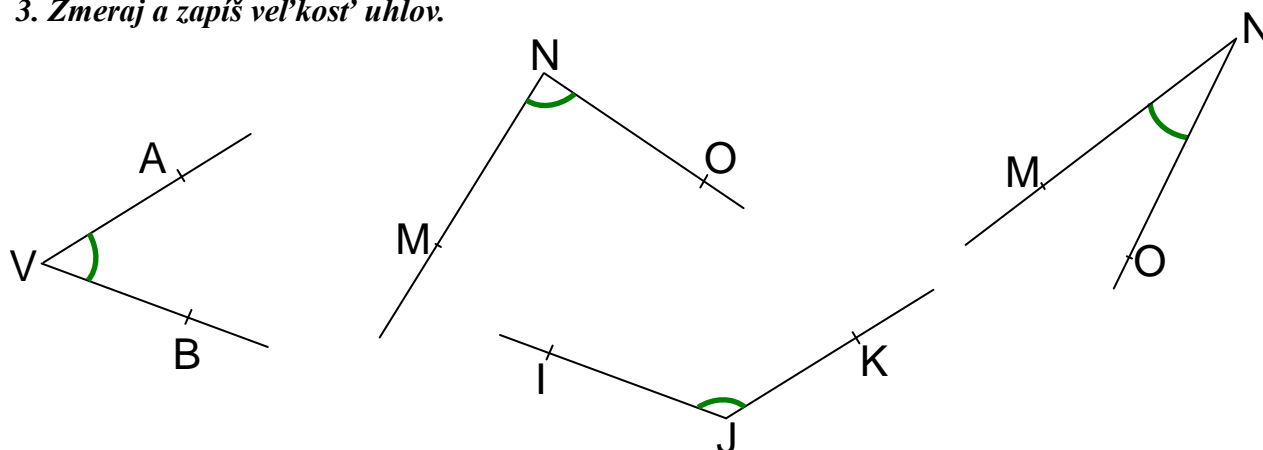
1. Pozri sa, ako kocúr meria uhol. Je to správne, alebo urobil niekde chybu?



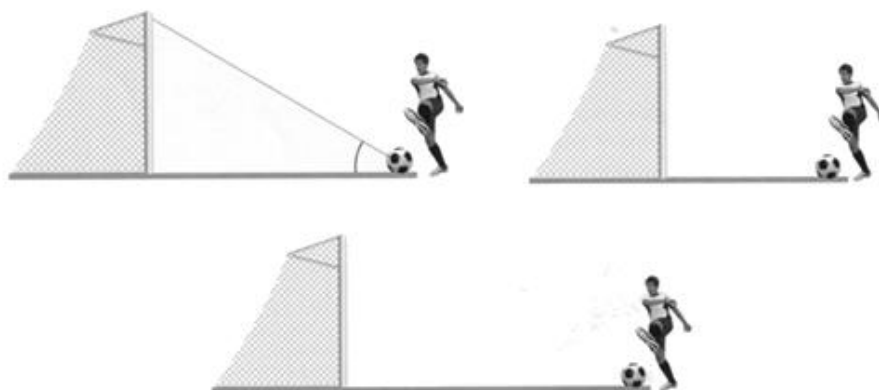
2. Pomenuj uhly na obrázku a pomocou prikresleného uhlomera ich odmeraj a zapíš.



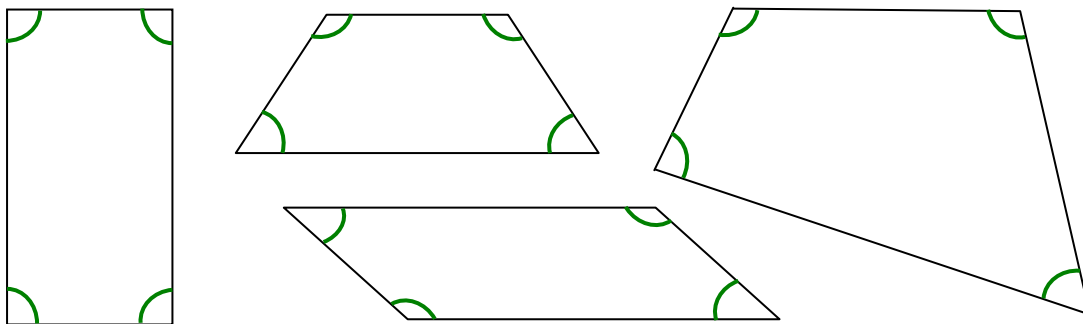
3. Zmeraj a zapíš veľkosť uhlov.



4. Na prvom obrázku vidíme vyznačený uhol, pod akým môže futbalista kopnúť loptu, aby určite trafil bránku. Vyznač uhly pri ostatných futbalistoch, pomenuj písmenami gréckej abecedy, odmeraj a zapíš ich veľkosť.



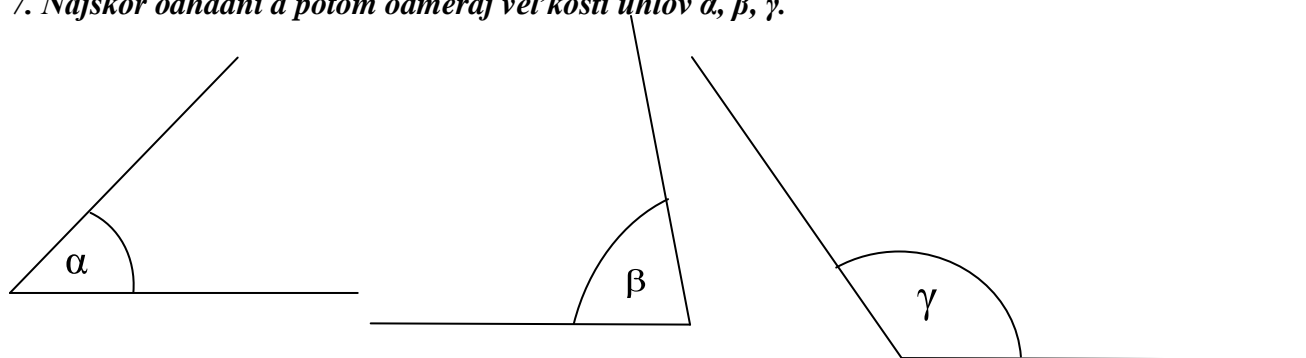
5. Pomenuj štvoruholníky. Zmeraj a zapíš veľkosť vnútorných uhlov štvoruholníkov.



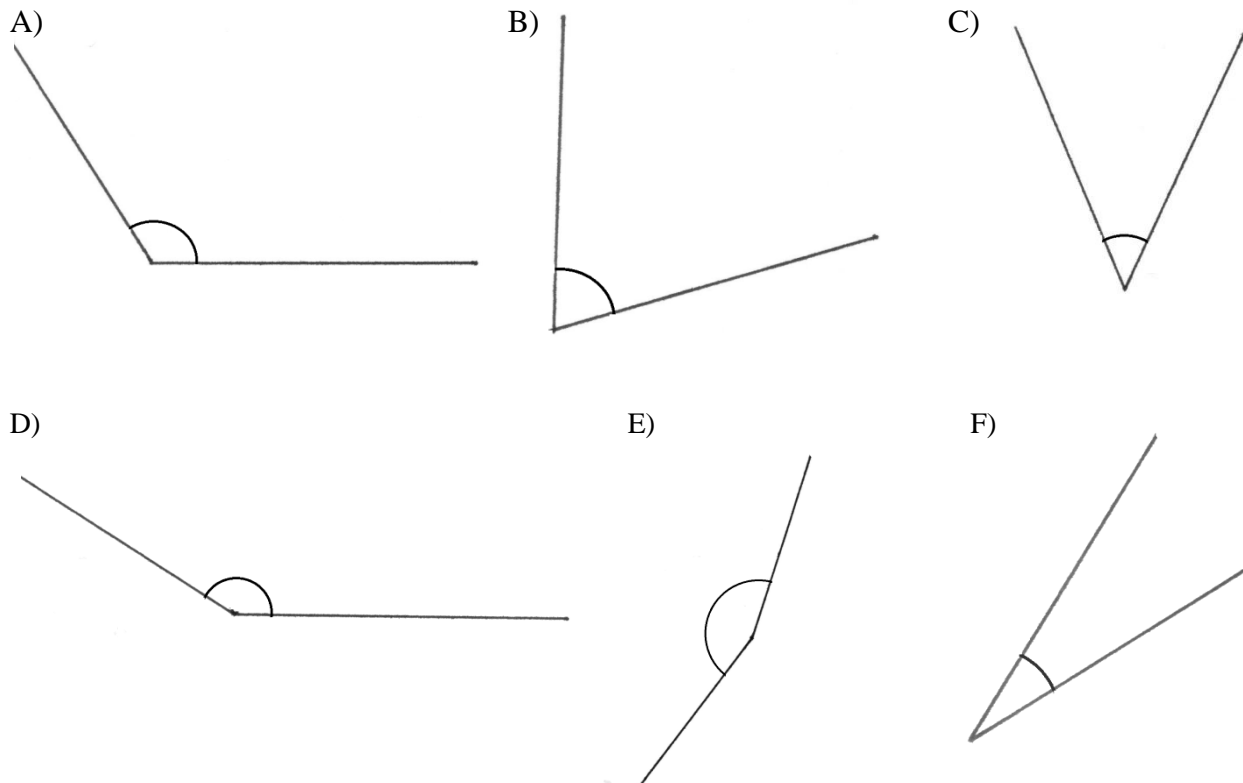
6. Spočítaj všetky vnútorné uhly v každom štvoruholníku. Čo pozoruješ? Napíš svojimi slovami:

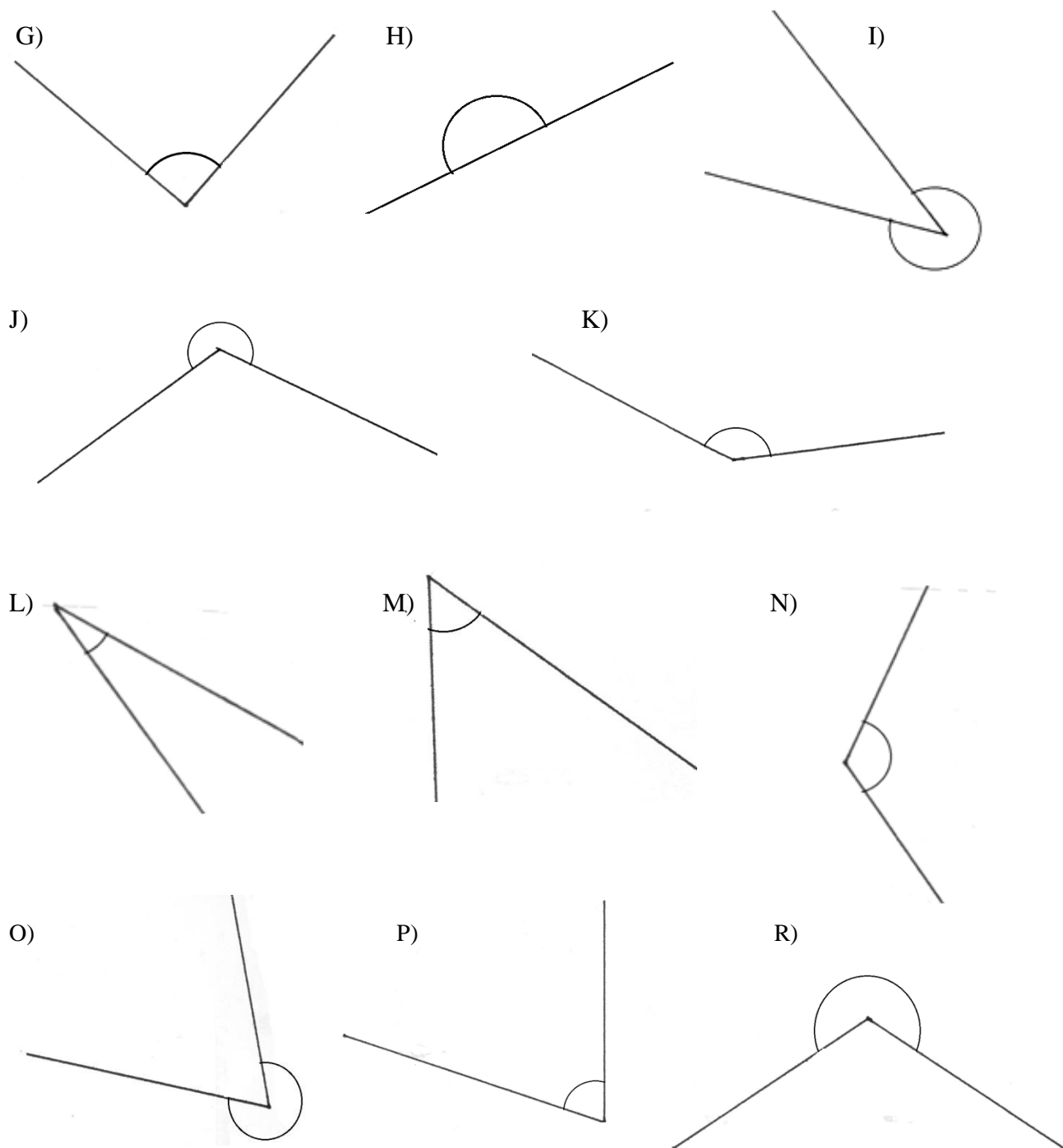
.....

7. Najskôr odhadni a potom odmeraj veľkosti uhlov α , β , γ .

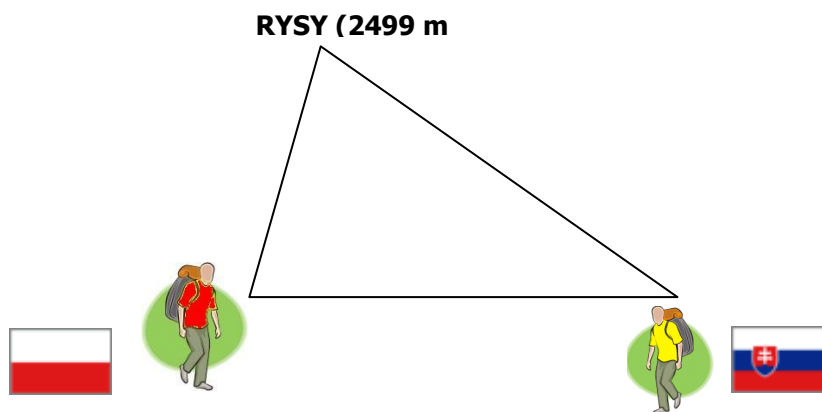


8. Uhly označ písmenami gréckej abecedy. Odmeraj a správne zapíš ich veľkosti.

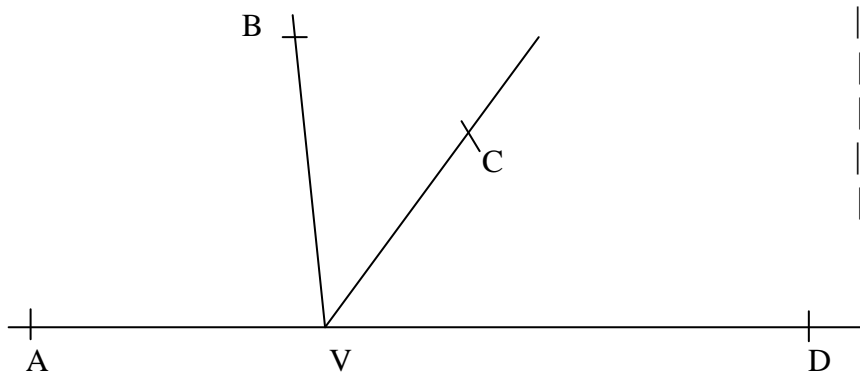




9. Na obrázku je znázornený tatranský štít Rysy. Marek sa vydal na vrchol z poľskej strany a Roman zo slovenskej strany. Ktorý z dvoch turistov išiel strmšou cestou? O koľko stupňov bolo strmšie stúpanie väčšie? (uhly odmeraj)



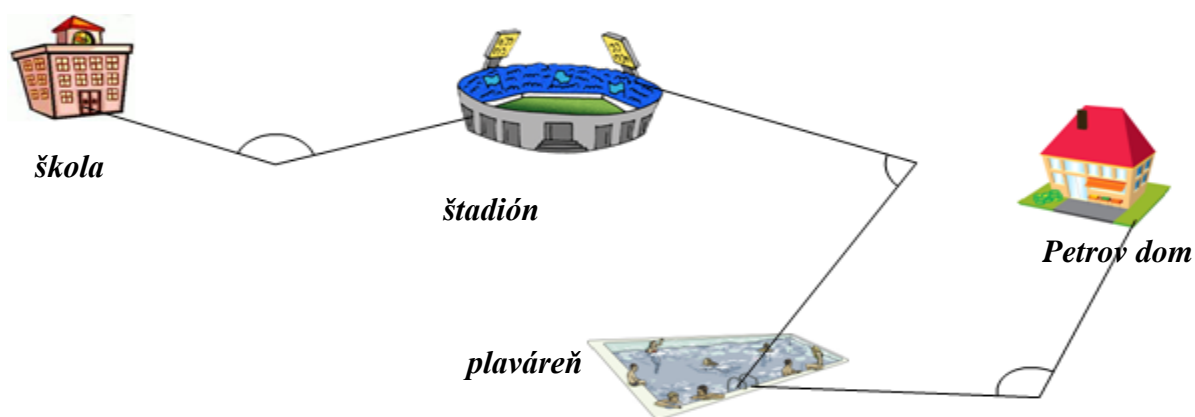
10. Odmeraj veľkosť uhlov a zapíš:



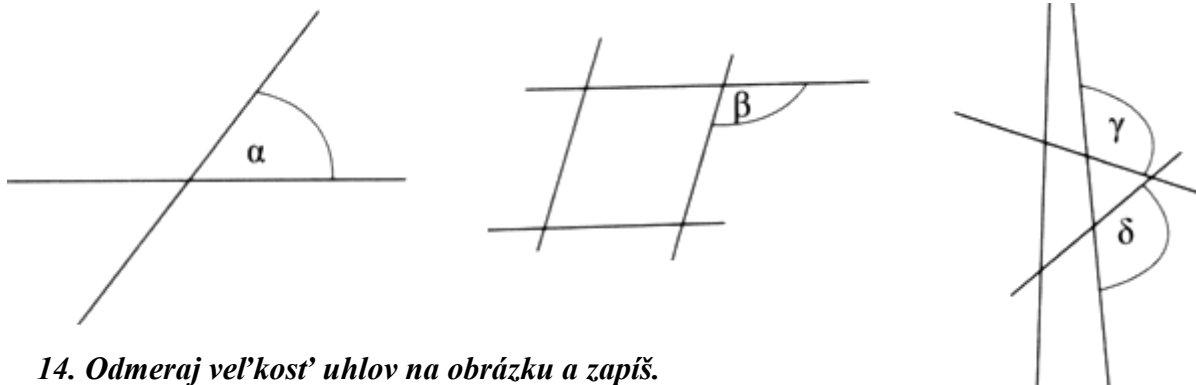
- $|\sphericalangle AVB| =$
- $|\sphericalangle AVC| =$
- $|\sphericalangle AVD| =$
- $|\sphericalangle BVC| =$
- $|\sphericalangle BVD| =$
- $|\sphericalangle CVD| =$

11. Toto je Petrova tradičná cesta zo školy domov. Hneď po vyučovaní ide na tréning na štadión. Po tréningu si ide zaplávať na plavárňu. A konečne prichádza domov. Urči veľkosť uhla:

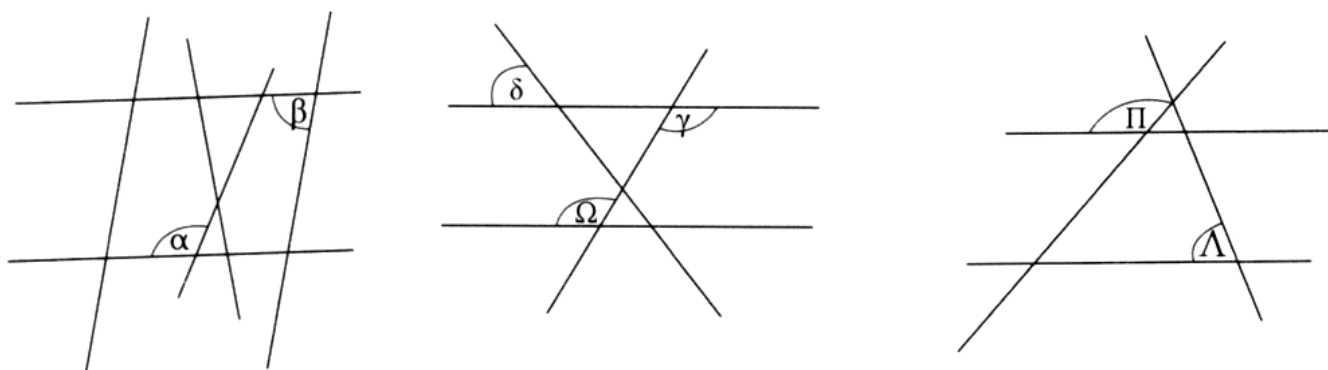
- ktorý zvierajú cesty spájajúce školu so štadiónom. Daný uhol označ alfa.
- ktorý zvierajú cesty spájajúce štadión s plavárňou. Daný uhol označ beta.
- ktorý zvierajú cesty spájajúce plavárňu s Petrovým domom. Daný uhol označ gama.



13. Meraním zisti veľkosti daných uhlov a zapíš.



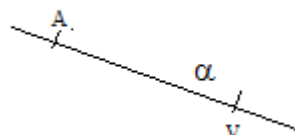
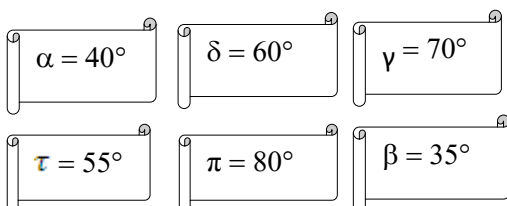
14. Odmeraj veľkosť uhlov na obrázku a zapíš.



15. Narysuj uhly daných veľkostí:

- | | | |
|---------------------------------------|--|--|
| a) $\gamma = 35^\circ$ | g) $\alpha = 129^\circ$ | m) $\gamma = 240^\circ$ |
| b) $\alpha = 45^\circ$ | h) $ \sphericalangle XYZ = 142^\circ$ | n) $\alpha = 194^\circ$ |
| c) $ \sphericalangle BAC = 84^\circ$ | i) $ \sphericalangle LES = 163^\circ$ | o) $ \sphericalangle STU = 267^\circ$ |
| d) $ \sphericalangle VLK = 62^\circ$ | j) $\omega = 137^\circ$ | p) $ \sphericalangle LOM = 315^\circ$ |
| e) $ \sphericalangle XYZ = 90^\circ$ | k) $\delta = 180^\circ$ | r) $\omega = 213^\circ$ |
| f) $\alpha = 65^\circ$ | l) $ \sphericalangle RAK = 111^\circ$ | s) $\alpha = 360^\circ$ |

16. **Prekresli si obrázok do zošita.** Narysuj uhly tak, aby $|\sphericalangle AVB| = \alpha$, $|\sphericalangle BVC| = \beta$, $|\sphericalangle EVF| = \gamma$, $|\sphericalangle CVD| = \delta$, $|\sphericalangle DVE| = \pi$, $|\sphericalangle FVG| = \tau$.



17. Zostroj obdĺžnik EFGH s rozmermi 7 cm a 5 cm. Potom uhlomerom odmeraj veľkosť uhla FEG a veľkosť uhla HGE. Rozhodni, ktorý je väčší.

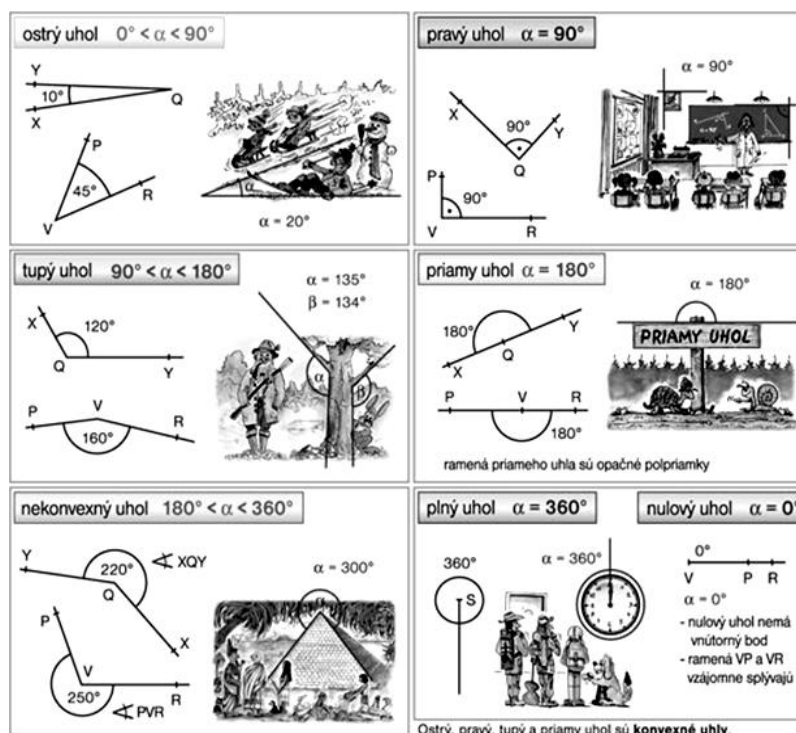
18. Zostroj ľubovoľný štvoruholník ABCD a odmeraj veľkosť uhla DAB, uhla CBA a uhla BCD.

19. Z miesta A vedú tri cesty. Prvá vedie presne na juh. Druhá cesta je od prvej cesty odklonená na západ o 45° . Tretia cesta vedie presne na východ. Aký uhol zvierajú druhá a tretia cesta?

20. Narysuj uhly $|\sphericalangle AVB| = 40^\circ$, $|\sphericalangle AVL| = 60^\circ$, $|\sphericalangle AVO| = 2 \cdot |\sphericalangle AVL|$, $|\sphericalangle AVM| = 90^\circ$, $|\sphericalangle AVX| = 2 \cdot |\sphericalangle AVM|$. Zapiš veľkosti uhlov $|\sphericalangle AVO|$, $|\sphericalangle AVX|$

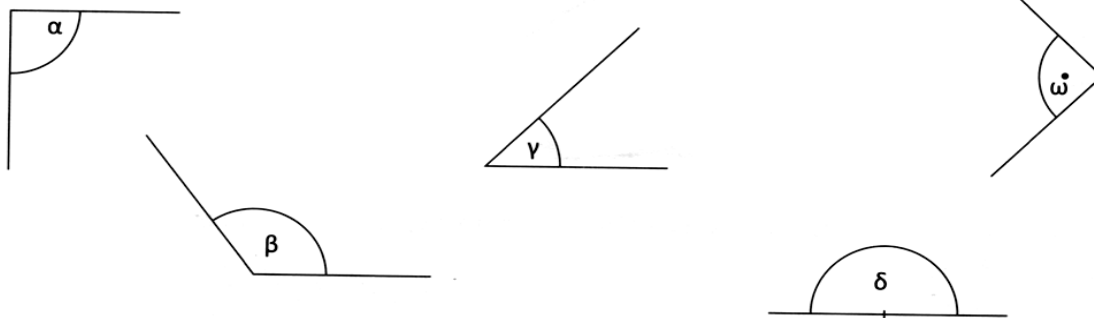
21. Z miesta A vedú tri cesty. Prvá vedie presne na juh. Druhá cesta je od prvej cesty odklonená na západ o 45° . Tretia cesta vedie presne na východ. Aký uhol zvierajú druhá a tretia cesta?

2.3 ROZDELENIE UHLOV PODĽA VEĽKOSTI



Ostrý, pravý, tupý a priamy uhol sú konvexné uhly.

1. Pod obrázky napíš, o aký uhol sa jedná podľa veľkosti.

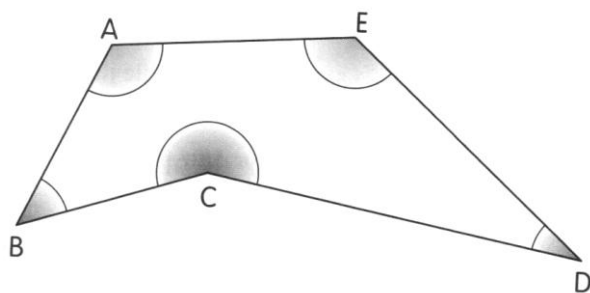


2. Rozdeľ uhly podľa veľkosti:

- a) $53^\circ, 320^\circ, 17^\circ, 90^\circ, 94^\circ, 142^\circ, 1^\circ, 0^\circ, 128^\circ, 73^\circ, 193^\circ, 316^\circ, 291^\circ, 108^\circ, 15^\circ, 360^\circ, 41^\circ, 60^\circ, 180^\circ$
 b) $213^\circ, 168^\circ, 65^\circ, 33^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 99^\circ, 360^\circ, 45^\circ, 218^\circ, 359^\circ, 181^\circ, 2^\circ, 57^\circ, 146^\circ, 0^\circ, 16^\circ, 288^\circ, 179^\circ$
 c) $32^\circ, 106^\circ, 89^\circ, 95^\circ, 171^\circ, 54^\circ, 180^\circ, 6^\circ, 257^\circ, 360^\circ, 184^\circ, 68^\circ, 155^\circ, 90^\circ, 30^\circ, 47^\circ, 267^\circ, 313^\circ, 5^\circ$

3. Narysuj dve rôznobežky p, q . Ich priesečník označ P . Vzniknú štyri uhly, označ ich $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. Odmeraj ich veľkosť a urč typ uhlov.

4. Zapiš, ktoré z vyznačených uhlov sú:



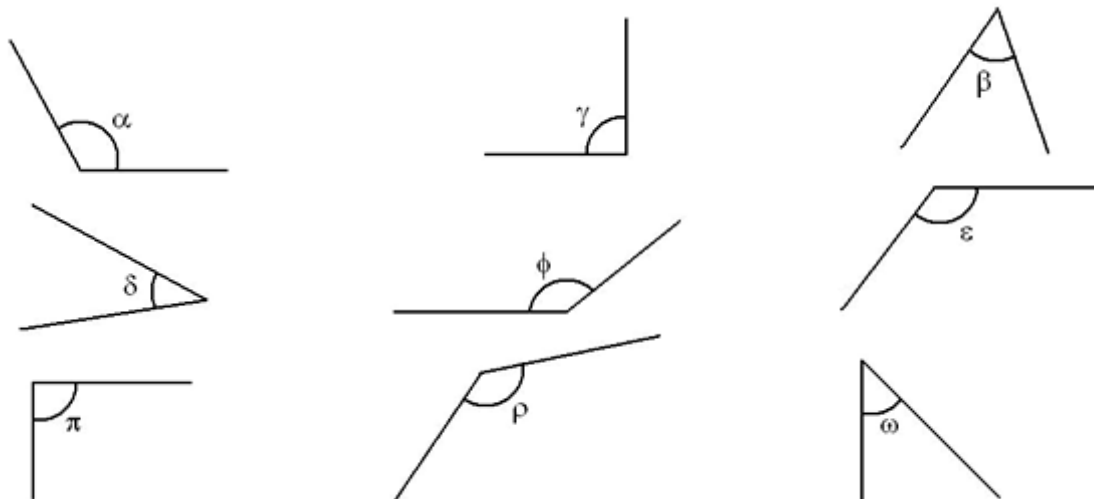
- a) ostré:
 b) tupé:
 c) nekonvexné:

5. Sú dané uhly $\alpha = 91^\circ, \beta = 112^\circ$. Urč štyri uhly, ktoré sú menšie ako uhly α a β , nie sú však ostré.

6. Dané sú uhly $\alpha = 79^\circ, \beta = 97^\circ, \gamma = 189^\circ, \delta = 293^\circ$. Napíš veľkosť troch uhlov, ktoré:

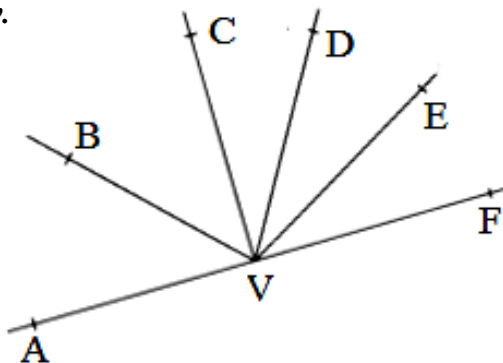
- a) sú menšie ako β , ale nie sú ostré:
 b) sú väčšie ako α , ale nie sú tupé:
 c) sú menšie ako γ , ale nie sú tupé:
 d) sú menšie ako δ , ale nie sú ostré ani nekonvexné:
 e) sú menšie ako δ , ale nie sú tupé ani nekonvexné:
 f) sú menšie ako δ , ale nie sú tupé ani ostré:
 g) sú menšie ako γ , ale nie sú ostré:

7. Ostré uhly vyfarbi zelenou, tupé uhly modrou a pravé uhly červenou. Vyznač všetky nekonvexné uhly vyfarbi žltou.

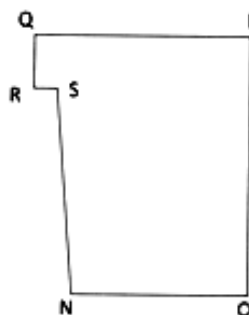
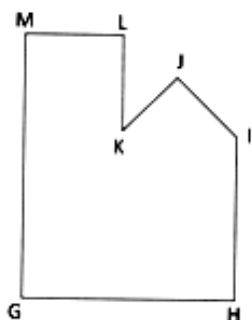
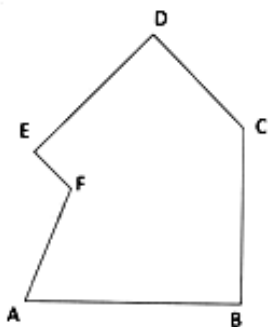


8. Odmeraj uhly na obrázku a urč typ uhlov.

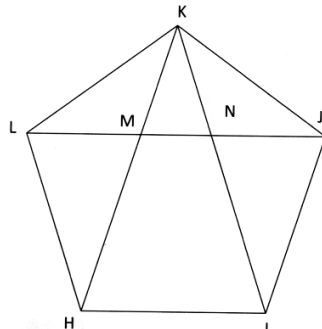
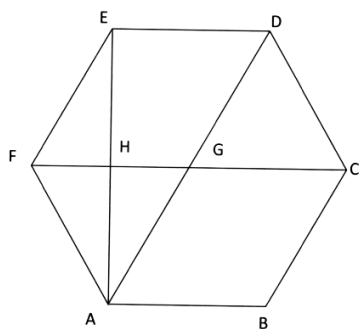
$|\sphericalangle AVB| =$
 $|\sphericalangle AVC| =$
 $|\sphericalangle AVD| =$
 $|\sphericalangle AVE| =$
 $|\sphericalangle AVF| =$



9. V útvaroch znázorni vnútorný pravý uhol oblúčikom s bodkou, vnútorný ostrý uhol oblúčikom a vnútorný tupý uhol dvoma oblúčikmi. Ako nazývame uhly pri vrcholoch K, F a S?



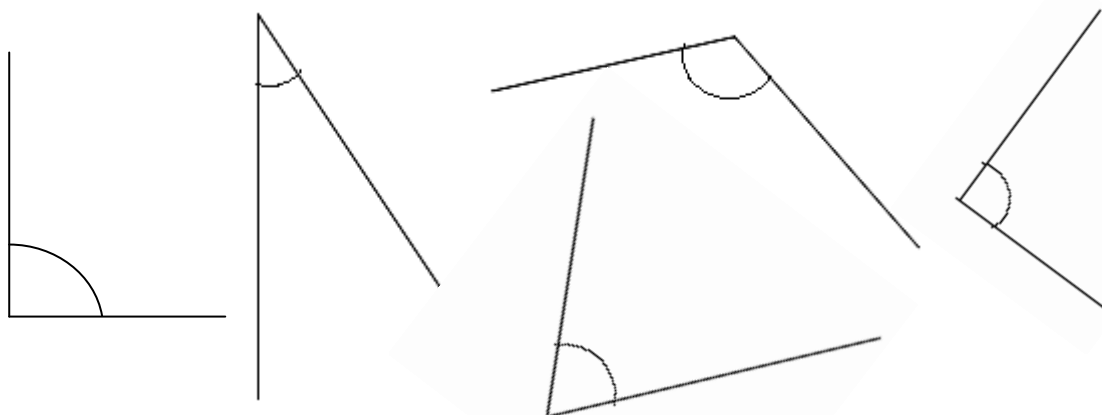
10. V mnohouholníku ABCDEF vyznač ostré uhly, v mnohouholníku HIJKL vyznač tupé uhly.



11. Doplň tvrdenia tak, aby boli pravdivé :

Plný uhol má veľkosť _____. Tupý uhol má veľkosť menšiu ako _____ a je zároveň väčší ako _____. Priamy uhol sa skladá z _____ pravých uhlov. Plný uhol sa skladá z _____ priamych uhlov.

12. Pomenuj uhly písmenami gréckej abecedy, zmeraj ich veľkosť a urč typ uhla.



13. Sú dané veľkosti uhlov: $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 100^\circ$, $\gamma = 150^\circ$. Aký veľký bude uhol δ , o ktorom platí:

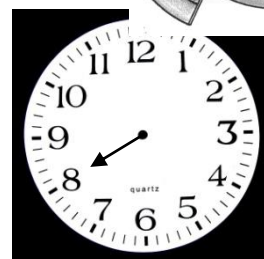
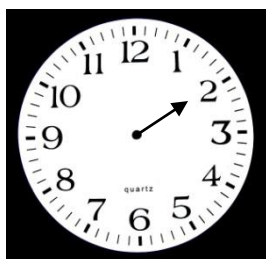
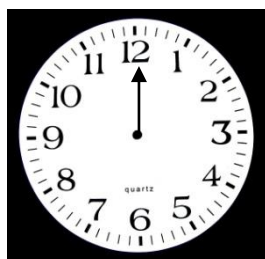
- je väčší ako uhol α , menší ako uhol β a nie je ostrý,
- je menší ako uhol β , väčší ako uhol α a nie je tupý,
- je väčší ako uhol γ a nie je tupý?

14. Mám pravý uhol. Koľko uhlov s veľkosťou 15° , 30° a 45° môžem doň vpísať?

2.4 HODINY A UHLY

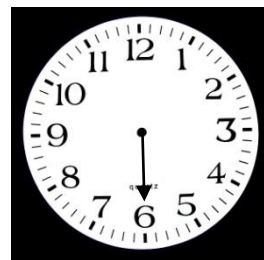
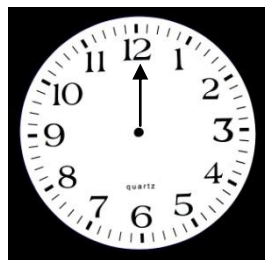
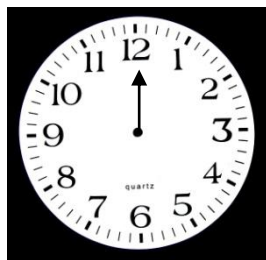
Číslice na hodinách „rozdeľujú“ hodiny na dvanásť rovnakých uhlov. Každý z týchto uhlov má veľkosť 30° : $12 = 30^\circ$, lebo celý uhol dookola má 360° .

1. Dokresli druhú ručičku hodiniek tak, aby obidve spolu zvierali :



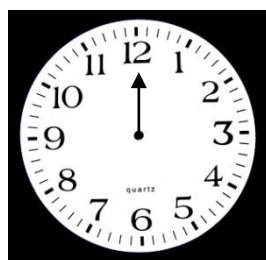
a) tupý uhol

b) pravý uhol



c) plný uhol

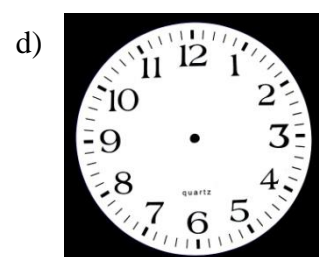
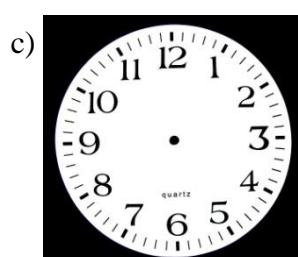
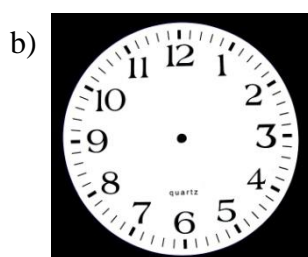
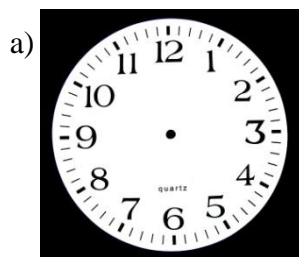
d) ostrý uhol



e) priamy uhol

2. Vyznač a vypočítaj uhol, ktorý:

- opíše malá ručička od jednej hodiny do piatej hodiny.
- opíše malá ručička od tretej hodiny do šiestej hodiny.
- opíše malá ručička od druhej hodiny do ôsmej hodiny.
- opíše malá ručička od štvrtej hodiny do piatej hodiny.



3. Vyznač a vypočítaj uhol, ktorý prejde veľká ručička za:

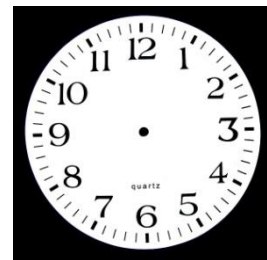
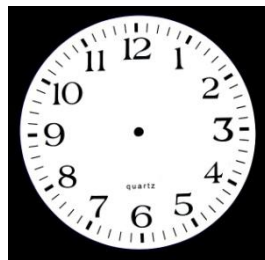
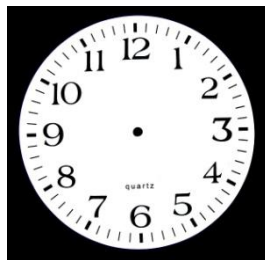
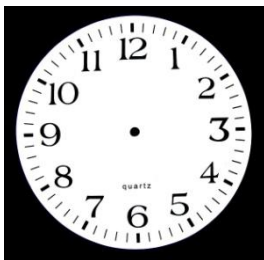
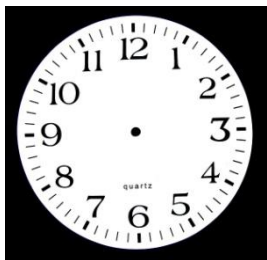
a) 5 minút

b) 20 minút

c) 55 minút

d) 35 minút

e) 10 minút ?



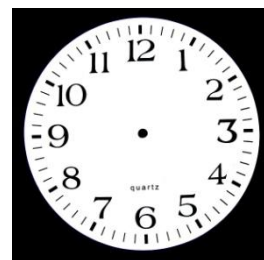
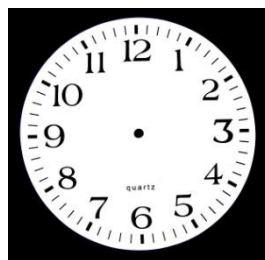
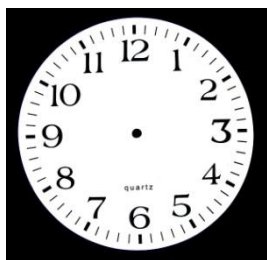
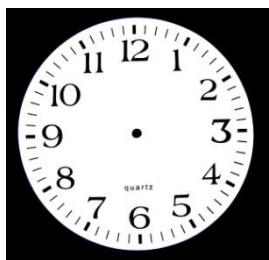
4. Vyznač a vypočítaj uhol, ktorý prejde:

a) veľká ručička od jednej do pol tretej

b) veľká ručička od tretej do piatej

c) malá ručička od 4:00 do 10:00.

d) malá ručička od 6:00 do 12:00.



5. Zisti, aký uhol opíše:

a) hodinová ručička za : tri hodiny, šesť hodín, dvanásť hodín

b) minútová ručička za: 1 min., 10 min., 45 min.

6. Zisti, koľko času potrebuje:

a) hodinová ručička na to, aby opísala uhol 45° , 240° , 300° .

b) minútová ručička na to, aby opísala uhol: 90° , 180° , 300° .

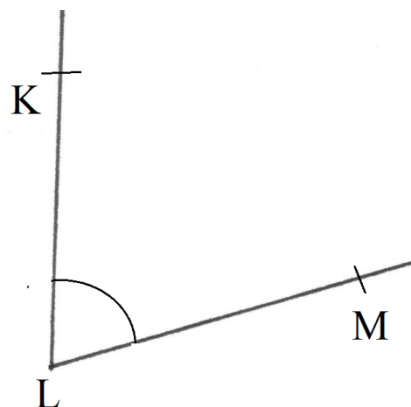
2.5 OS UHLA

1. a) Zmeraj a zapíš veľkosť uhla na obrázku.

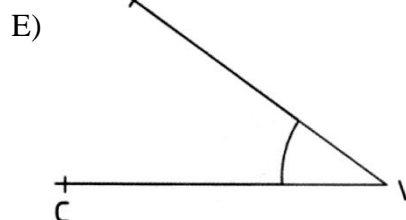
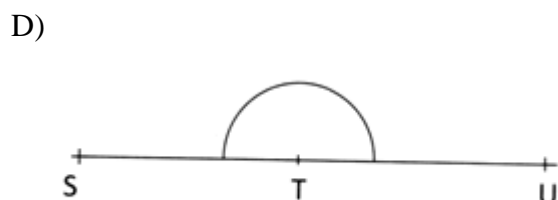
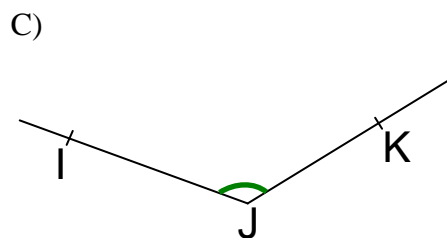
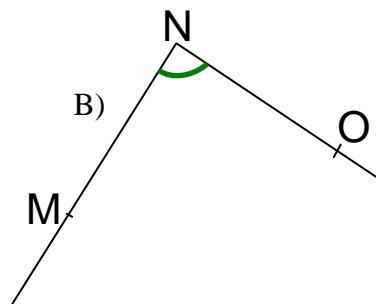
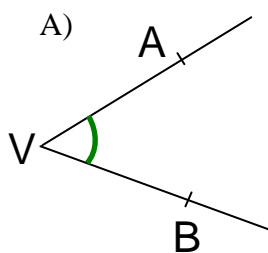
b) Zostroj os uhla.

c) Zmeraj a zapíš veľkosť obidvoch uhlov, ktoré vznikli.

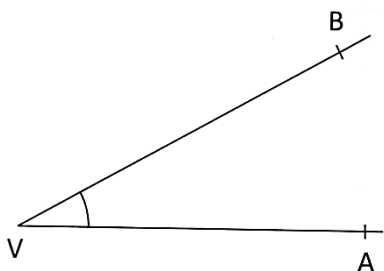
d) Čo pozoruješ? Zapíš svojimi slovami.



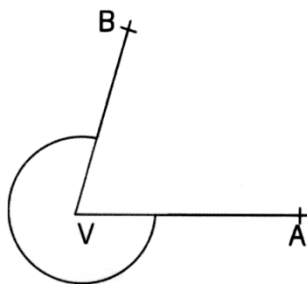
2. Zostroj osi uhlov.



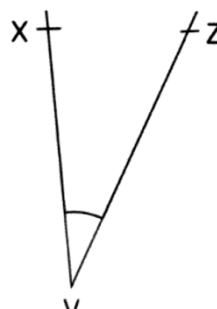
F)



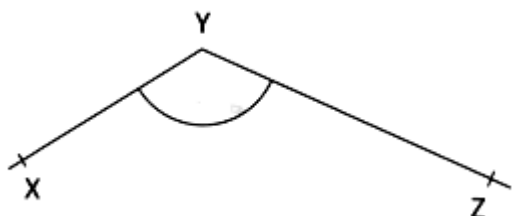
G)



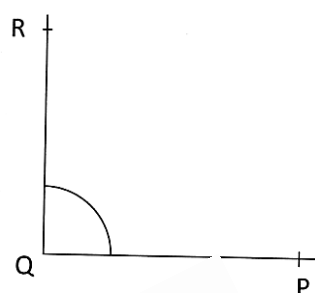
H)



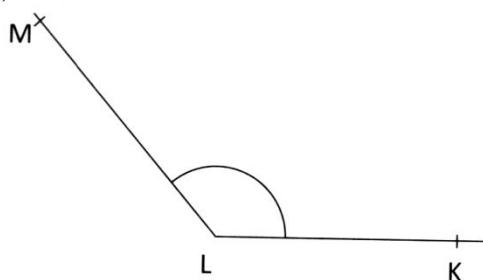
I)



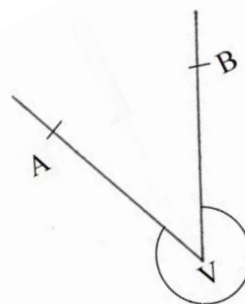
J)



K)



L)



2. V rovine sú štyri rôzne body K, L, M, N. Zostroj os \sphericalangle LMN, \sphericalangle KNM, \sphericalangle LNM

3. Narysuj :

a) tupý uhol a zostroj jeho os.

d) priamy uhol a zostroj jeho os.

b) pravý uhol a zostroj jeho os

e) ostrý uhol a zostroj jeho os.

c) nekonvený uhol a zostroj jeho os.

Meraním sa presvedč, že os rozdelila uhol na dva zhodné uhly.

4. Zostroj kružnicu $k(S, 6\text{cm})$. Na kružnici vyznač tri rôzne body a potom zostroj osi uhlov, ktoré majú vrchol v strede kružnice a ramená prechádzajú danými bodmi.

5. Narysuj uhly a zostroj ich osi.

a) $\alpha = 209^\circ$

d) $\omega = 127^\circ$

g) $\alpha = 231^\circ$

j) $\gamma = 298^\circ$

b) $\beta = 67^\circ$

e) $\gamma = 32^\circ$

h) $\delta = 73^\circ$

k) $\delta = 52^\circ$

c) $\gamma = 146^\circ$

f) $\alpha = 94^\circ$

i) $\omega = 86^\circ$

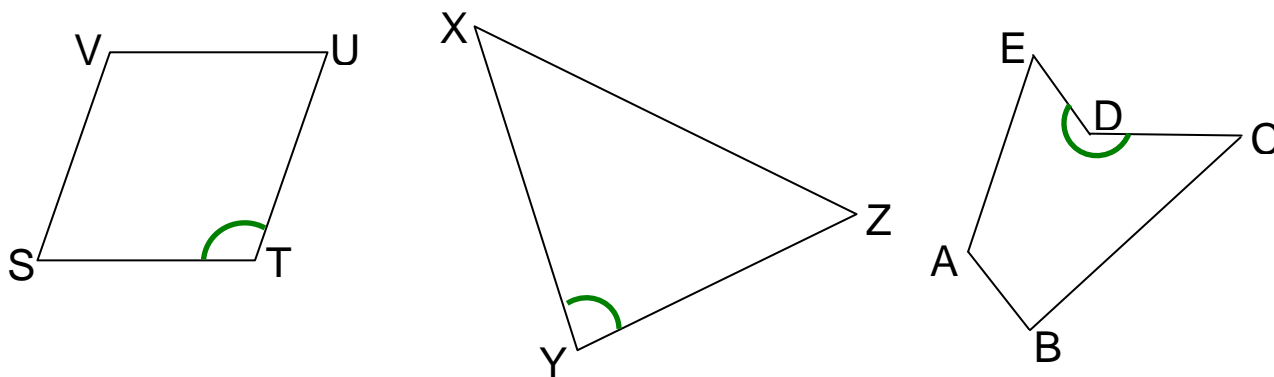
l) $\alpha = 164^\circ$

6. Narysuj:

a) štvorec KLMN, ak $|KL| = 6\text{ cm}$. Zostroj os uhla pri vrchole M.

b) obdĺžnik ABCD, ak $|AB| = 7\text{ cm}$, $|BC| = 5\text{ cm}$. Zostroj os uhla pri vrchole C.

7. Zostroj osi uhlov vyznačených oblúčikom.



8. Narčni si obrázky a doplň.

Os rozdelí ostrý uhol na dva _____ uhly .

Os rozdelí pravý uhol na dva _____ uhly.

Os rozdelí tupý uhol na dva _____ uhly.

Os rozdelí priamy uhol na dva _____ uhly.

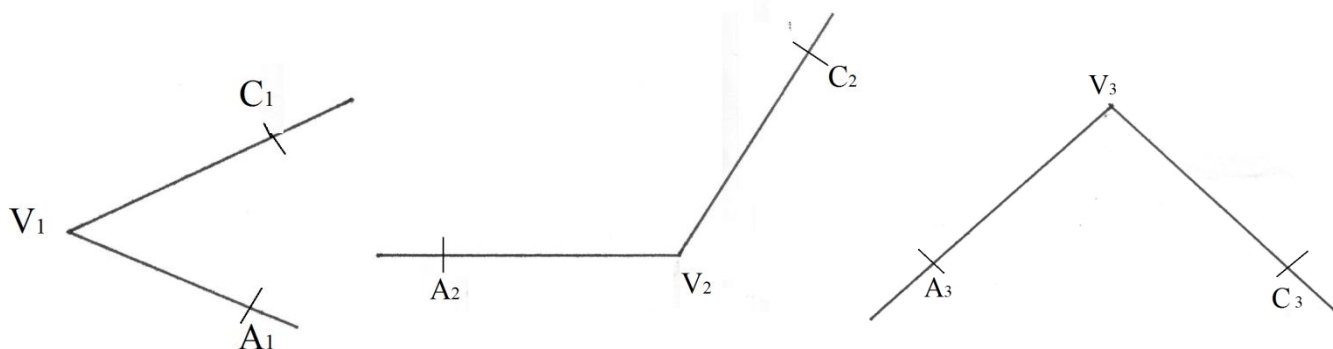
9. Narysuj uhol AVB menší ako pravý uhol a zostroj jeho os. Na osi vyznač bod O a zapíš zhodné uhly.

10. Peter narysoval uhol AVB a jeho os. Na osi vyznačil bod C. Sused však vygumoval jedno rameno uhla AVB. Dorysuj chýbajúce rameno a doplň údaje.

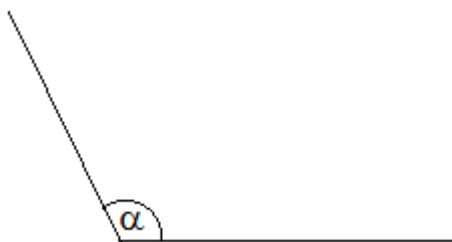
$|\sphericalangle A_1V_1B_1| =$

$|\sphericalangle A_2V_2B_2| =$

$|\sphericalangle A_3V_3B_3| =$



11. Rozdeľ uhol na polovice bez použitia uhlomera.

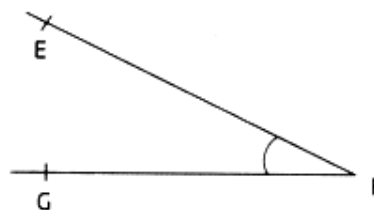
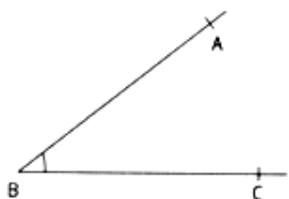


2.6 PRENÁŠANIE A GRAFICKÉ POROVNÁVANIE UHLOV

1. Prenes uhol na priamku tak, aby bol:

a) bod B v bode D.

b) bod F v bode H.



2. Narysuj ľubovoľný \sphericalangle KLM a polpriamku \overrightarrow{VA} . Potom pomocou kružidla prenes \sphericalangle KLM k polpriamke \overrightarrow{VA} tak, aby platilo $|\sphericalangle AVB| = |\sphericalangle KLM|$.

3. Zostroj ľubovoľný štvorec ABCD a priesečník jeho uhlopriečok AC, BD označ S.

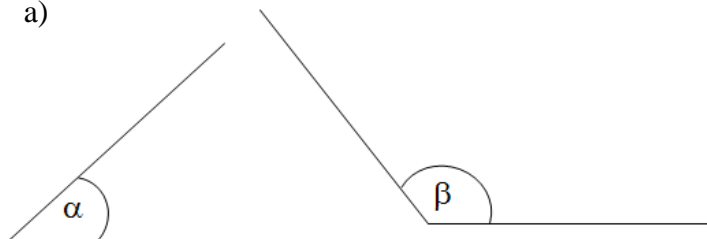
Graficky zisti, ktorý z uhlov je väčší.

a) $\sphericalangle ACD$ alebo $\sphericalangle CAB$ b) $\sphericalangle ASD$ alebo $\sphericalangle BSC$ c) $\sphericalangle CAB$ alebo $\sphericalangle ABD$

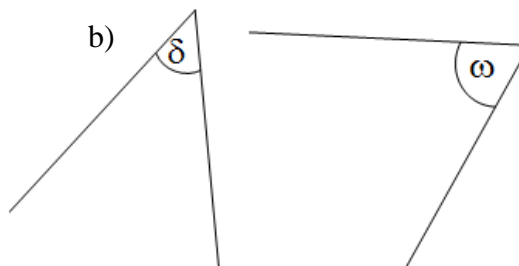
4. Narysuj trojuholník so stranami 6 cm, 75 mm a 8 cm. Vnútorné uhly prenes a zisti, ktorý najväčší.

5. Graficky porovnaj dvojice uhlov:

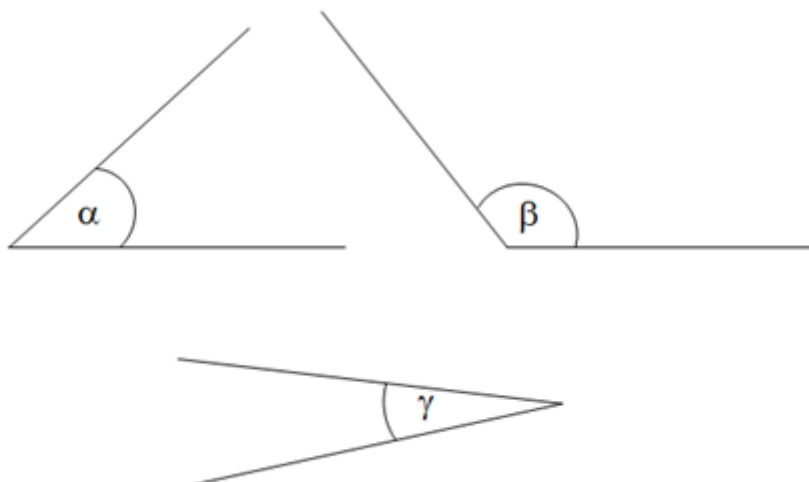
a)



b)

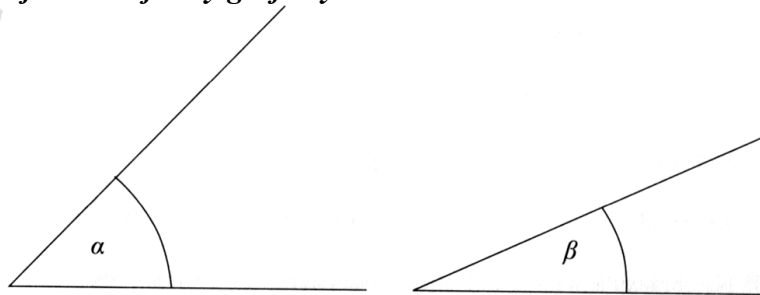


6. Graficky porovnaj trojicu uhlov.



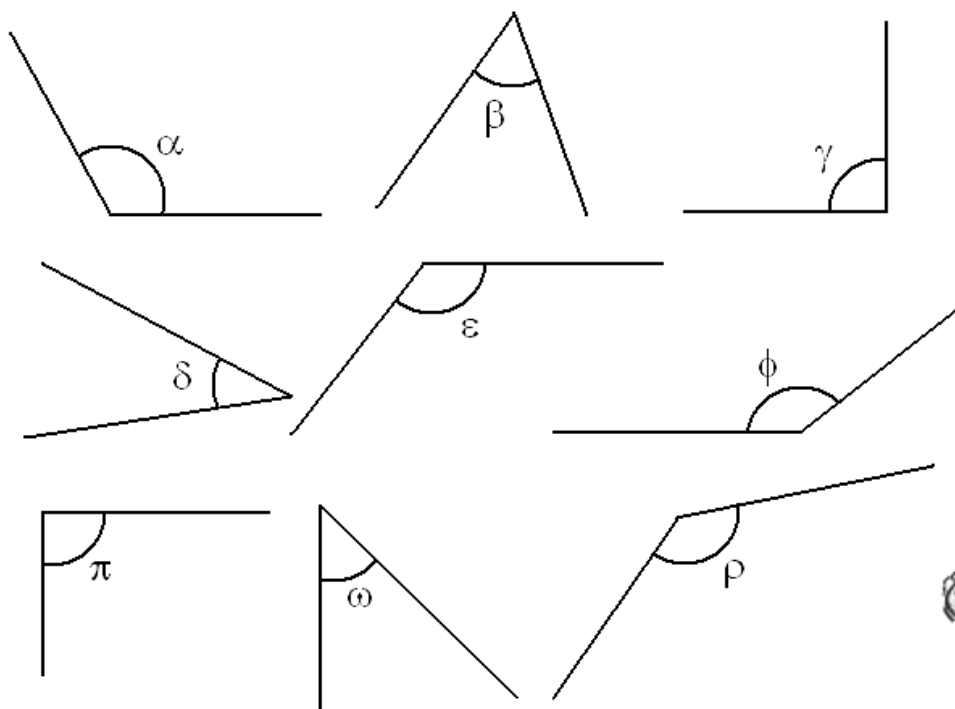
2.7 GRAFICKÉ SČÍTAVANIE A ODČÍTAVANIE UHLOV

1. Sčítaj a odčítaj uhly graficky.



2. Sú dané uhly. Graficky sčítaj a odčítaj uhly, výsledok farebne vyznač :

- | | | | |
|---------------------------|------------------------------------|---------------------------|---------------------------|
| a) $\beta + \gamma$ | f) $\phi + \pi + \alpha$ | k) $\alpha - \beta$ | p) $\varepsilon - \omega$ |
| b) $\alpha + \delta$ | g) $\beta + \pi + \varepsilon$ | l) $\phi - \omega$ | r) $\varrho - \gamma$ |
| c) $\gamma + \pi$ | h) $\varrho + \alpha + \phi$ | m) $\varrho - \pi$ | s) $\phi - \delta$ |
| d) $\omega + \phi$ | i) $\gamma + \delta + \omega$ | n) $\varepsilon - \alpha$ | t) $\alpha - \pi$ |
| e) $\varepsilon + \alpha$ | j) $\varepsilon + \omega + \delta$ | o) $\gamma - \delta$ | u) $\pi - \omega$ |



3. Narysuj dva ľubovoľné ostré uhly a zostroj ich grafický súčet.

4. Narysuj uhly s danou veľkosťou. Potom zostroj uhol, ktorý je ich súčtom.

- a) $\alpha = 33^\circ$, $\beta = 58^\circ$ b) $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 79^\circ$ c) $\alpha = 72^\circ$, $\beta = 66^\circ$ d) $\alpha = 102^\circ$, $\beta = 31^\circ$

2.8 GRAFICKÉ NÁSOBENIE A DELENIE UHLOV

1. Narysuj uhly $\alpha = 48^\circ$, $\beta = 86^\circ$

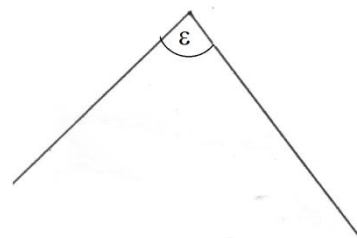
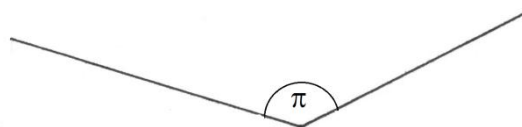
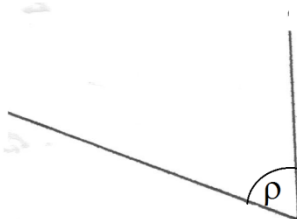
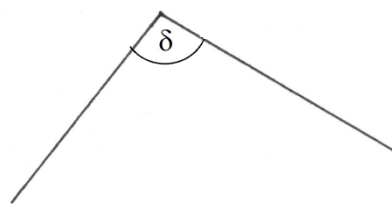
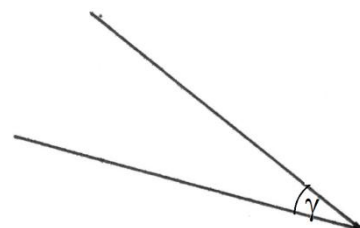
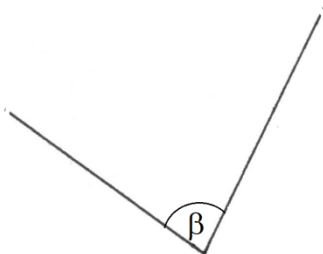
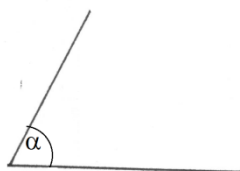
- a) zostroj uhol $\gamma = 2 \cdot \alpha$ b) zostroj uhol $\delta = 2 \cdot \beta$

2. Narysuj obdĺžnik ABCD so stranami veľkosti 7cm a 4cm. Priesečník uhlopriečok AC a BD označ P. Zostroj:

- | | |
|----------------------------|---------------------|
| a) súčet uhlov CDP a BPA | c) dvojnásobok uhla |
| b) rozdiel uhlov DPC a DAP | d) polovicu uhla. |

3. Sú dané uhly. Graficky vynásob a vydeľ dané uhly, výsledok farebne vyznač:

- | | | | |
|---------------------|-----------------------|----------------------|-------------------|
| a) $2 \cdot \pi$ | f) $3 \cdot \varrho$ | k) $\beta : 2$ | p) $\pi : 4$ |
| b) $2 \cdot \alpha$ | g) $3 \cdot \beta$ | l) $\varepsilon : 2$ | r) $\epsilon : 4$ |
| c) $2 \cdot \beta$ | h) $3 \cdot \epsilon$ | m) $\pi : 2$ | s) $\delta : 4$ |
| d) $2 \cdot \gamma$ | i) $4 \cdot \alpha$ | n) $\delta : 2$ | t) $\beta : 4$ |
| e) $2 \cdot \delta$ | j) $4 \cdot \gamma$ | o) $\varrho : 2$ | u) $\varrho : 4$ |



4. Narysuj bez použitia uhlomera uhly: 60° , 120° , 30° , 90° , 45°

2.9 STUPNE A MINÚTY

Veľkosť uhlov meriame v stupňoch (1°). Menšie jednotky sú minúty ($1'$).

$$1^\circ = 60'$$

Premena stupňov na minúty: $4^\circ = 4 \cdot 60' = 240'$, $4^\circ 27' = 4 \cdot 60' + 27' = 240' + 27' = 267'$

Premena minút na stupne: $120' = 120' : 60' = 2^\circ$, $138' = 138' : 60' = 2^\circ 18'$ (lebo $138 : 60 = 2$ zv. 18)

1. Premeň stupne na minúty:

- | | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| a) $10^\circ =$ | e) $45^\circ =$ | i) $17^\circ =$ | m) $76^\circ =$ | r) $90^\circ =$ |
| b) $73^\circ =$ | f) $68^\circ =$ | j) $96^\circ =$ | n) $319^\circ =$ | s) $113^\circ =$ |
| c) $215^\circ =$ | g) $29^\circ =$ | k) $82^\circ =$ | o) $124^\circ =$ | t) $124^\circ =$ |
| d) $210^\circ =$ | h) $163^\circ =$ | l) $403^\circ =$ | p) $159^\circ =$ | u) $318^\circ =$ |

2. Premeň na minúty:

- | | | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|-------------------|--------------------|
| a) $5^\circ 32'$ | e) $217^\circ 56'$ | i) $62^\circ 10'$ | m) $16^\circ 31'$ | r) $13^\circ 56'$ |
| b) $93^\circ 15'$ | f) $69^\circ 32'$ | j) $92^\circ 24'$ | n) $72^\circ 19'$ | s) $82^\circ 19'$ |
| c) $3^\circ 46'$ | g) $25^\circ 19'$ | k) $33^\circ 15'$ | o) $10^\circ 15'$ | t) $92^\circ 7'$ |
| d) $51^\circ 34'$ | h) $216^\circ 8'$ | l) $105^\circ 13'$ | p) $162^\circ 8'$ | u) $248^\circ 38'$ |

3. Vyjadri veľkosť uhlov v stupňoch a minútach:

- | | | | | |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| a) 180' | e) 3 249' | i) 4 200' | m) 9 135' | r) 7 000' |
| b) 197' | f) 2 148' | j) 1 720' | n) 5 641' | s) 5 120' |
| c) 811' | g) 1 345' | k) 2 927' | o) 2 165' | t) 3 719' |
| d) 632' | h) 3 150' | l) 3 178' | p) 7 237' | u) 4 651' |

4. Vypočítaj, koľko minút má:

- a) pravý uhol b) priamy uhol c) plný uhol

5. Dopln chýbajúci údaj tak, aby platila rovnosť.

- a) $10^{\circ} 30' = \quad^{\circ} 90'$ c) $60^{\circ} 20' = 59^{\circ} \quad'$
b) $120^{\circ} 10' = \quad^{\circ} 70'$ d) $185^{\circ} 5' = 184^{\circ} \quad'$

6. Janka narysovala uhol veľkosti 60° a Ema uhol veľkosti $3\ 600'$. Kto narysoval väčší uhol?

2.10 NUMERICKÉ OPERÁCIE S UHLAMI

Sčítovanie uhlov

Osobitne sčítujeme stupne a osobitne minúty.

PRÍKLADY:

$$7^{\circ} + 25^{\circ} = 32^{\circ}$$

$$7^{\circ} 35' + 25^{\circ} 4' = 32^{\circ} 39'$$

$$7^{\circ} 41' + 25^{\circ} 36' = 32^{\circ} 77' = 33^{\circ} 17' \text{ (keďže } 1^{\circ} \text{ má } 60', \text{ v } 77' \text{ sa nachádza práve } 1^{\circ} \text{ a ešte zostalo } 17')$$



1. Vypočítaj súčet uhlov:

- | | |
|---|---|
| a) $\alpha = 79^{\circ}$, $\beta = 46^{\circ}$ | d) $\delta = 7^{\circ} 19'$, $\omega = 5^{\circ} 23'$ |
| b) $\gamma = 54^{\circ}$, $\alpha = 105^{\circ}$ | e) $\alpha = 45^{\circ} 38'$, $\beta = 63^{\circ} 54'$ |
| c) $\beta = 12^{\circ}$, $\omega = 215^{\circ}$ | f) $\delta = 43^{\circ} 50'$, $\beta = 27^{\circ} 60'$ |

2. Vypočítaj:

- | | | |
|----------------------------------|---|---|
| a) $45^{\circ} + 53^{\circ} =$ | g) $35^{\circ} 39' + 78^{\circ} 45' =$ | m) $77^{\circ} 59' + 33^{\circ} 20' =$ |
| b) $27^{\circ} + 39^{\circ} =$ | h) $76^{\circ} 54' + 154^{\circ} 47' =$ | n) $127^{\circ} 43' + 58^{\circ} 17' =$ |
| c) $38^{\circ} + 29^{\circ} =$ | i) $23^{\circ} 30' + 46^{\circ} 20' =$ | o) $174^{\circ} + 67^{\circ} 27' =$ |
| d) $215^{\circ} + 127^{\circ} =$ | j) $69^{\circ} 58' + 138^{\circ} 07' =$ | p) $165^{\circ} + 77^{\circ} 39' =$ |
| e) $96^{\circ} + 15^{\circ} =$ | k) $84^{\circ} 57' + 145^{\circ} 44' =$ | r) $148^{\circ} 46' + 57^{\circ} 19' =$ |
| f) $145^{\circ} + 55^{\circ} =$ | l) $67^{\circ} 59' + 129^{\circ} 04' =$ | s) $318^{\circ} 29' + 24^{\circ} 35' =$ |

Odčítovanie uhlov

Osobitne odčítujeme minúty a osobitne stupne. Ak je v menšenci menej minút ako v menšiteli, upravíme ho tak, aby sme mohli odčítavať.

PRÍKLADY:

$$54^{\circ} - 26^{\circ} = 28^{\circ}; \quad 54^{\circ} 38' - 26^{\circ} 11' = 28^{\circ} 27'$$

$54^{\circ} 11' - 26^{\circ} 38'$ v tomto prípade nevieme odčítavať $38'$ od $11'$, preto si z 54° jeden stupeň premeníme na minúty $53^{\circ} 71'$ a odčítame. $53^{\circ} 71' - 26^{\circ} 38' = 27^{\circ} 33'$

$37^{\circ} - 22^{\circ} 47'$ v tomto prípade nemáme v menšenci žiadne minúty, preto si opäť jeden stupeň premeníme, a tým získame $60'$. Potom môžeme odčítavať $36^{\circ} 60' - 22^{\circ} 47' = 14^{\circ} 13'$

1. Vypočítaj rozdiel uhlov:

- | | |
|---|--|
| a) $\alpha = 96^{\circ}$, $\beta = 71^{\circ}$ | d) $\delta = 28^{\circ} 78'$, $\omega = 4^{\circ} 18'$ |
| b) $\gamma = 154^{\circ}$, $\alpha = 83^{\circ}$ | e) $\alpha = 126^{\circ} 41'$, $\beta = 54^{\circ} 59'$ |
| c) $\beta = 245^{\circ}$, $\omega = 95^{\circ}$ | f) $\delta = 51^{\circ}$, $\beta = 17^{\circ} 37'$ |

2. Vypočítaj:

- a) $56^\circ - 18^\circ =$
 b) $109^\circ - 42^\circ =$
 c) $49^\circ - 19^\circ =$
 d) $247^\circ - 208^\circ =$
 e) $361^\circ - 47^\circ =$
 f) $286^\circ - 104^\circ =$

- g) $158^\circ 29' - 78^\circ 15' =$
 h) $174^\circ 38' - 23^\circ 27' =$
 i) $164^\circ 10' - 36^\circ 20' =$
 j) $234^\circ 58' - 138^\circ 07' =$
 k) $284^\circ - 135^\circ 28' =$
 l) $135^\circ 17' - 129^\circ 36' =$

- m) $418^\circ 35' - 294^\circ 18' =$
 n) $136^\circ - 58^\circ 17' =$
 o) $198^\circ 42' - 59^\circ 27' =$
 p) $165^\circ - 77^\circ 39' =$
 r) $148^\circ 46' - 57^\circ 19' =$
 s) $318^\circ 29' - 24^\circ 35' =$

3. Je daný uhol $\gamma = 120^\circ 10'$. Uhol α je o $30^\circ 30'$ menší. Vypočítaj veľkosť uhla α .

4. Vypočítaj súčty a rozdiely veľkosti uhlov:

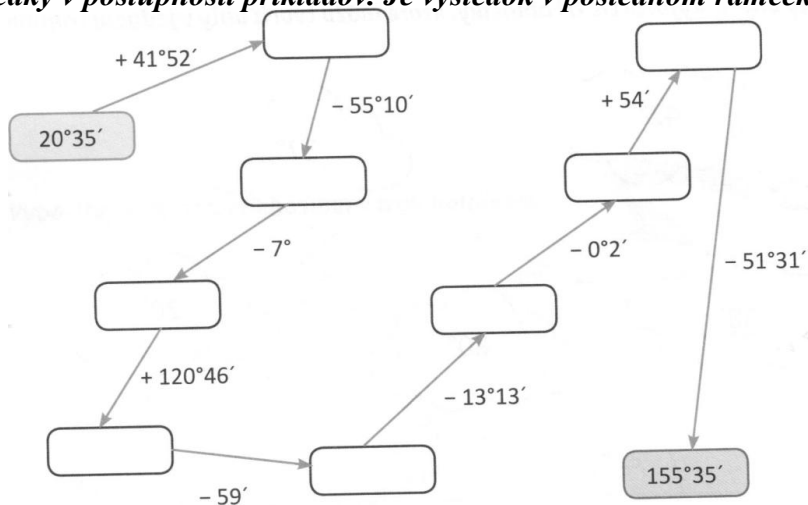
- a) $52^\circ 17'$, $64^\circ 25'$ f) $73^\circ 32'$, $86^\circ 58'$ k) $89^\circ 17'$, $3^\circ 49'$
 b) $95^\circ 48'$, $32^\circ 06'$ g) $48^\circ 35'$, $130^\circ 52'$ l) $154^\circ 32'$, $0^\circ 55'$
 c) $45^\circ 30'$, $22^\circ 20'$ h) $160^\circ 5'$, $10^\circ 55'$ m) $30^\circ 35'$, $18^\circ 25'$
 d) 80° , $30^\circ 10'$ i) $58^\circ 36'$, $28^\circ 29'$ n) 182° , $144^\circ 16'$
 e) $142^\circ 49'$, $130^\circ 25'$ j) $49^\circ 16'$, $29^\circ 31'$ o) 136° , $10^\circ 52'$

**5. Vypočítaj súčet a rozdiel uhlov:**

- a) $\alpha = 137^\circ 14'$, $\beta = 93^\circ 47'$ c) $\alpha = 98^\circ 24'$, $\beta = 54^\circ 27'$
 b) $\alpha = 235^\circ 09'$, $\beta = 168^\circ 32'$ d) $\alpha = 63^\circ 44'$, $\beta = 52^\circ 59'$

6. Dopln tabuľku tak, že spočítate, resp. odčítate vždy uhly v tabuľke:

+	$17^\circ 52'$	$57^\circ 48'$	$74^\circ 04'$	$112^\circ 31'$	-	$188^\circ 12'$	$149^\circ 03'$	$162^\circ 50'$	$149^\circ 50'$
$16^\circ 50'$					$16^\circ 59'$				
$48^\circ 27'$					$67^\circ 08'$				
$87^\circ 03'$					$96^\circ 50'$				
$161^\circ 47'$					$6^\circ 58'$				

7. Dopln výsledky v postupnosti príkladov. Je výsledok v poslednom rámečku správny?

Násobenie a delenie uhlov

Uhly násobíme numericky tak, že číslom násobíme zvlášť stupne a zvlášť minúty. Ak je počet minút väčší ako 60', premeníme ich na stupne.

PRÍKLADY

$$16^{\circ} \cdot 2 = 32^{\circ}$$

$$26^{\circ} 17' \cdot 2 = 26^{\circ} \cdot 2 + 17' \cdot 2 = 52^{\circ} + 34' = 52^{\circ} 34'$$

$$34^{\circ} 46' \cdot 2 = 34^{\circ} \cdot 2 + 46' \cdot 2 = 68^{\circ} + 92' = 68^{\circ} 92' = 69^{\circ} 32' \quad (92' = 1^{\circ} \text{ a } 32')$$

Uhly delíme numericky tak, že číslom vydelíme zvlášť stupne a zvlášť minúty. Ak je pri delení dvomi počet stupňov nepárne číslo, jeden stupeň premeníme na minúty.

$$48^{\circ} : 2 = 24^{\circ}$$

$$56^{\circ} 12' : 2 = 56^{\circ} : 2 + 12' : 2 = 28^{\circ} 6'$$

$$49^{\circ} 28' : 2 = 48^{\circ} 88' \quad (\text{jeden stupeň sme si premenili na minúty}) = 24^{\circ} 44'$$

1. Vynásob:

- | | | | |
|--------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| a) $52^{\circ} \cdot 2 =$ | e) $26^{\circ} 48' \cdot 2 =$ | i) $44^{\circ} 15' \cdot 2 =$ | m) $73^{\circ} 51' \cdot 2 =$ |
| b) $102^{\circ} \cdot 2 =$ | f) $94^{\circ} 55' \cdot 2 =$ | j) $29^{\circ} 27' \cdot 2 =$ | n) $87^{\circ} 16' \cdot 2 =$ |
| c) $18^{\circ} 25' \cdot 2 =$ | g) $37^{\circ} 46' \cdot 2 =$ | k) $112^{\circ} 30' \cdot 2 =$ | o) $63^{\circ} 28' \cdot 2 =$ |
| d) $306^{\circ} 18' \cdot 2 =$ | h) $69^{\circ} 20' \cdot 2 =$ | l) $144^{\circ} 10' \cdot 2 =$ | p) $57^{\circ} 49' \cdot 2 =$ |

2. Vydel':

- | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| a) $48^{\circ} : 2 =$ | e) $37^{\circ} : 2 =$ | i) $209^{\circ} 32' : 2 =$ | m) $107^{\circ} : 2 =$ |
| b) $176^{\circ} : 2 =$ | f) $156^{\circ} 58' : 2 =$ | j) $218^{\circ} 46' : 2 =$ | n) $323^{\circ} 30' : 2 =$ |
| c) $94^{\circ} 36' : 2 =$ | g) $60^{\circ} 48' : 2 =$ | k) $175^{\circ} 38' : 2 =$ | o) $81^{\circ} 46' : 2 =$ |
| d) $124^{\circ} 46' : 2 =$ | h) $145^{\circ} 56' : 2 =$ | l) $387^{\circ} 12' : 2 =$ | p) $139^{\circ} 16' : 2 =$ |

3. Dopln tabuľku:

α	30°						
2α			180°	240°	260°	300°	360°
$\alpha : 2$		30°		60°		75°	

4. Vypočítaj:

- | | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| a) $104^{\circ} 54' \cdot 2 =$ | g) $116^{\circ} 54' \cdot 3 =$ | m) $16^{\circ} 34' : 2 =$ | t) $307^{\circ} 06' : 6 =$ |
| b) $112^{\circ} 38' \cdot 2 =$ | h) $102^{\circ} 18' \cdot 4 =$ | n) $212^{\circ} 58' : 2 =$ | u) $212^{\circ} 48' : 4 =$ |
| c) $143^{\circ} 17' \cdot 2 =$ | i) $43^{\circ} 17' \cdot 5 =$ | o) $143^{\circ} 16' : 2 =$ | v) $146^{\circ} 15' : 5 =$ |
| d) $9^{\circ} 09' \cdot 2 =$ | j) $29^{\circ} 08' \cdot 6 =$ | p) $9^{\circ} 02' : 2 =$ | x) $337^{\circ} 12' : 3 =$ |
| e) $25^{\circ} 40' \cdot 2 =$ | k) $5^{\circ} 40' \cdot 8 =$ | r) $17^{\circ} 28' : 2 =$ | z) $215^{\circ} 9' : 3 =$ |
| f) $175^{\circ} 02' \cdot 2 =$ | l) $15^{\circ} 02' \cdot 4 =$ | s) $306^{\circ} 52' : 2 =$ | y) $125^{\circ} 8' : 4 =$ |

5. Vypočítaj:

- | | | |
|--|--|--|
| a) $37^{\circ} 12' + 43^{\circ} 18' =$ | d) $89^{\circ} 34' + 19^{\circ} 42' =$ | g) $36^{\circ} 48' : 2 =$ |
| b) $71^{\circ} 89' + 72^{\circ} 18' =$ | e) $42^{\circ} 33' + 60^{\circ} 95' =$ | h) $43^{\circ} 52' + 2^{\circ} 28' =$ |
| c) $12^{\circ} 24' : 2 =$ | f) $90^{\circ} - 45^{\circ} 18' =$ | i) $52^{\circ} 45' + 70^{\circ} 23' =$ |

j) $1^\circ 45' + 93^\circ 36' =$

n) $2^\circ 52' : 2 =$

s) $55^\circ 55' - 33^\circ 33' =$

k) $5^\circ 47' + 23^\circ 18' =$

o) $22^\circ 45' - 9^\circ 57' =$

t) $37^\circ 52' : 2 =$

l) $43^\circ 45' - 25^\circ 3' =$

p) $12^\circ 4' + 54^\circ 53' =$

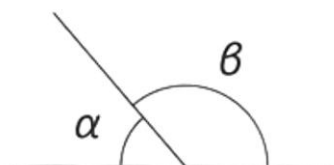
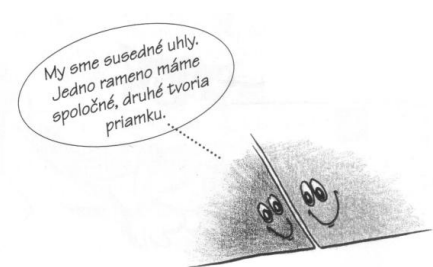
u) $47^\circ 56' : 2 =$

m) $21^\circ 54' : 2 =$

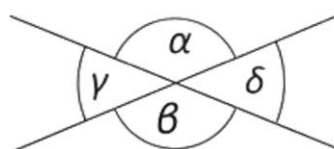
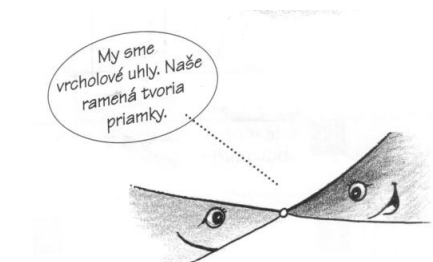
r) $82^\circ 40' - 70^\circ 1' =$

v) $56^\circ 12' : 2 =$

2.11 SUSEDNÉ A VRCHOLOVÉ UHLY

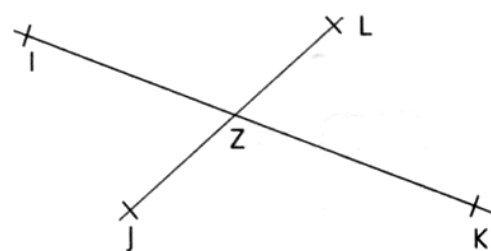
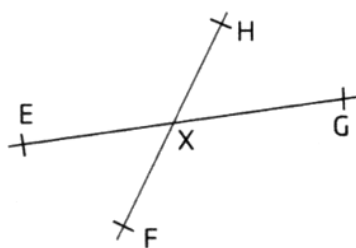
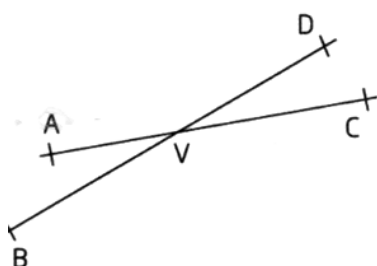


dvojica susedných uhlov α, β
 $\alpha + \beta = 180^\circ$



dvojice vrcholových uhlov α, β a γ, δ
 $\alpha = \beta, \gamma = \delta$

1. Odmeraj a zapíš všetky uhly, ktoré zvierajú priamky na obrázkoch. Čo si zistil?

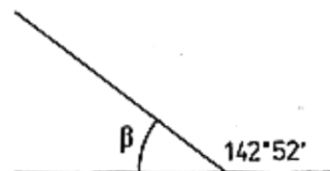
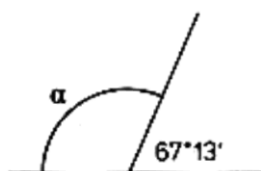


2. Uhly α a β sú susedné. Urč chýbajúci uhol.

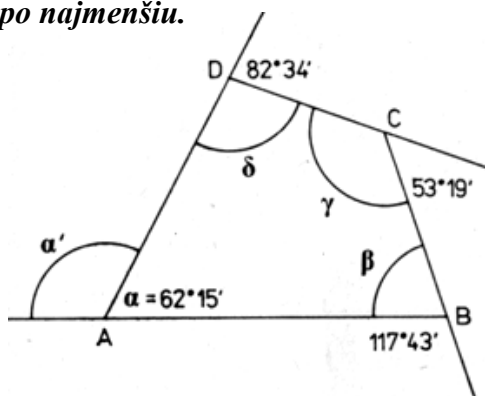
α	β
50°	
$68^\circ 30'$	
	$125^\circ 17'$

3. Narysuj tri priamky p, r, s prechádzajúce jedným bodom tak, že priamky p, r zvierajú uhol 47° a priamky r, s sú na seba kolmé. Aký uhol zvierajú priamky s, p? Najprv uhol odmeraj a potom ho presne vypočítaj.

4. Vypočítaj veľkosti uhlov α, β .



5. Vypočítaj veľkosti uhlov vyznačených na obrázku. Zorad' veľkosti všetkých vnútorných uhlov štvoruholníka ABCD od najväčšej po najmenšiu.

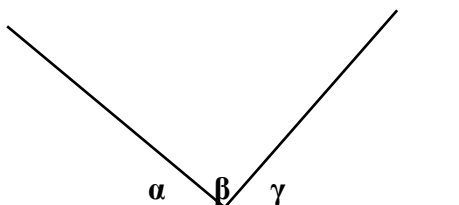


6. Narysuj uhol AVB, ktorý má veľkosť $\alpha = 127^\circ$. Narysuj uhol β , ktorý je k nemu susedný. Meraním aj výpočtom zisti veľkosť uhla β .

7. Vypočítaj veľkosti susedných uhlov k uhlom $\alpha = 78^\circ$, $\beta = 106^\circ$, $\gamma = 90^\circ$, $\delta = 151^\circ$. Ktoré z týchto uhlov sú ostré, ktoré tupé a ktoré pravé?

8. Dopolčítaj zvyšné uhly a vyplň tabuľku:

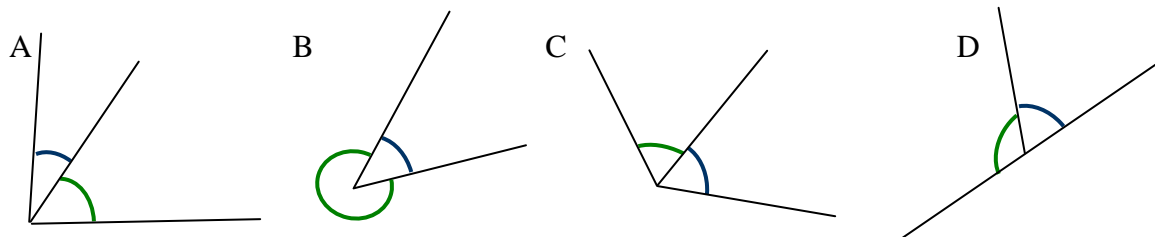
uhol	a)	b)	c)
α	$57^\circ 17'$		$70^\circ 26'$
β	$72^\circ 54'$	$81^\circ 23'$	
γ		$62^\circ 47'$	$62^\circ 53'$



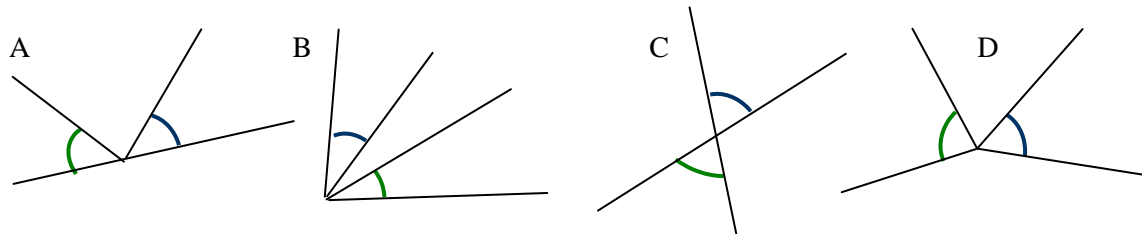
9. Uhol ABC má veľkosť $35^\circ 20'$. Vypočítaj veľkosť:

a) vrcholového uhla k uhlu ABC. b) susedného uhla k uhlu ABC.

10. Zakrúžkuj obrázok, na ktorom je oblúčikmi vyznačená dvojica susedných uhlov.



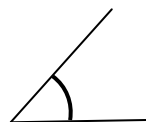
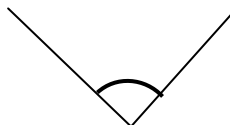
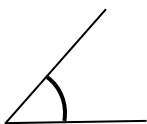
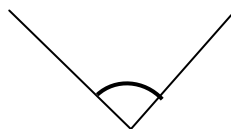
11. Zakrúžkuj obrázok, na ktorom sú oblúčikmi vyznačené vrcholové uhly.



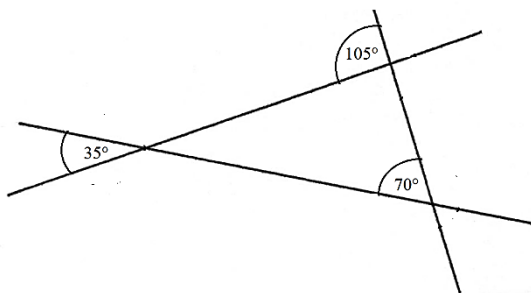
12. Ku každému uhlu vyznač oblúčikom:

a) susedný uhol

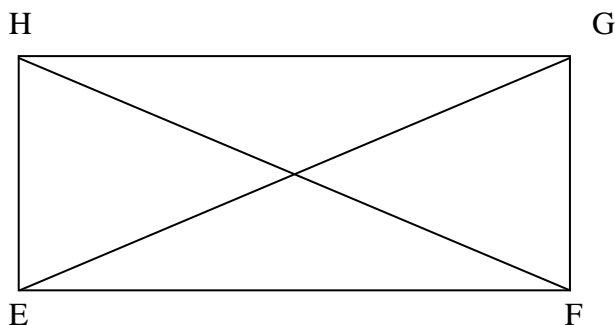
b) vrcholový uhol



13. Vyznač všetky uhly na obrázku. Vypočítaj ich veľkosť a zapíš.

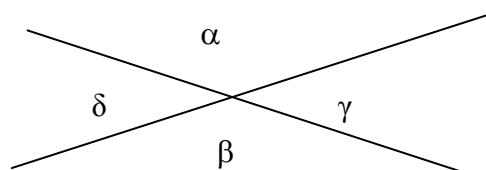


14. Vyznač a zapíš všetky dvojice vrcholových a susedných uhlov.

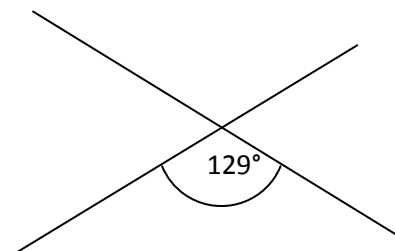
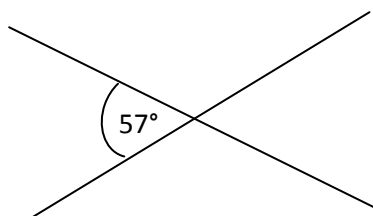
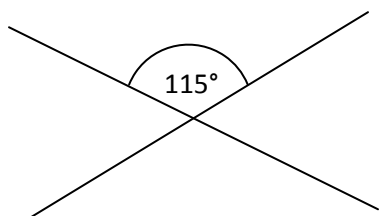


15. Vyber správnu dvojicu vrcholových uhlov.

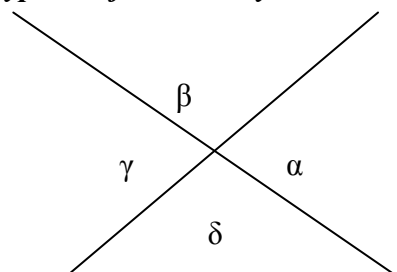
- A) α , δ C) β , δ
 B) α , γ D) δ , γ



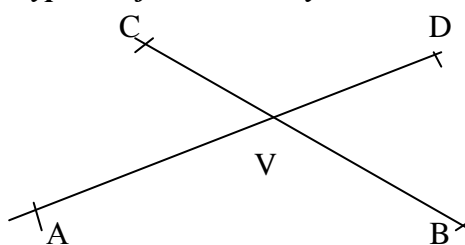
16. Dopočítaj zvyšné uhly:



17. a) Vypíš dvojice susedných uhlov.



b) Vypíš dvojice vrcholových uhlov

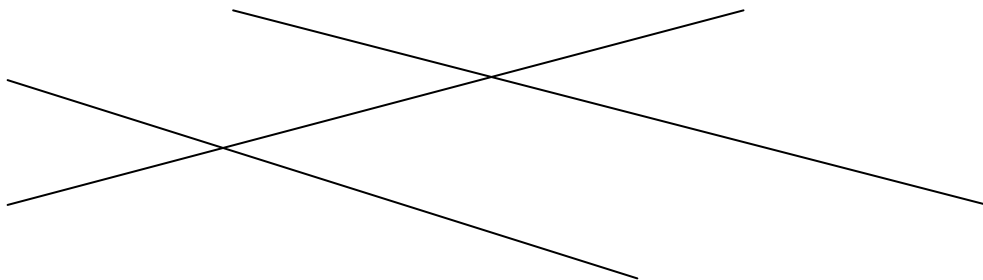


18. Daný je uhol $\alpha = 125^\circ$. Akú veľkosť má uhol β , ak vieš, že je k nemu susedný? Výpočet zapíš.

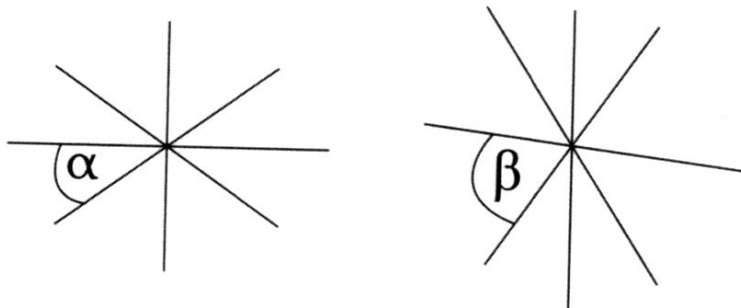
19. Uhly δ a ω sú vrcholové uhly. Uhol $\delta = 70^\circ$. Akú veľkosť má uhol ω ?

20. Narysuj dva susedné uhly, odmeraj ich veľkosti a výsledky zapíš.

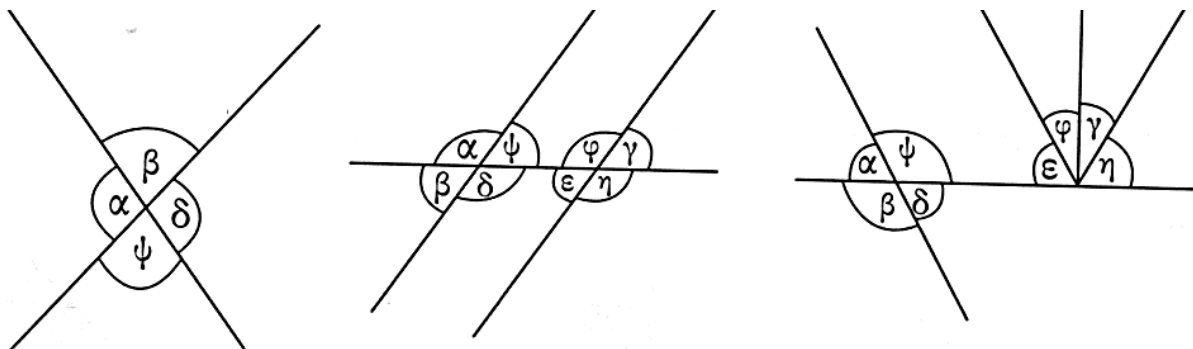
21. Vyznač a zapíš niekoľko dvojíc susedných uhlov.



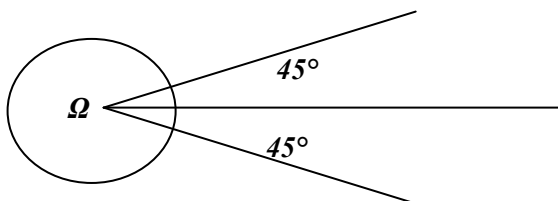
22. Vyznač a pomenuj k daným uhlom vrcholové a susedné uhly.



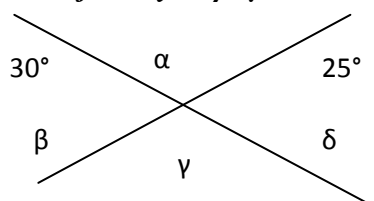
23. Vypíš dvojice susedných a vrcholových uhlov.



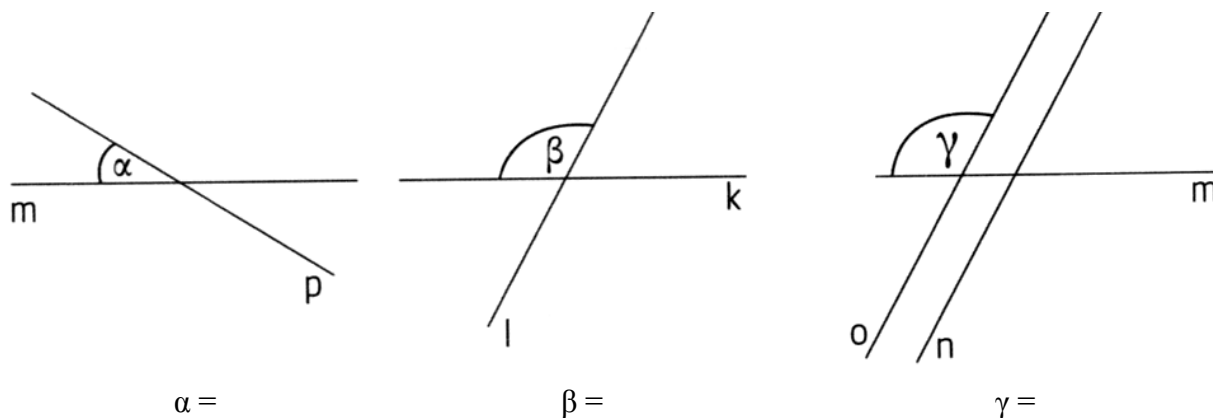
24. Aká je veľkosť uhla ω na obrázku?



25. Akú veľkosť majú uhly α , β , γ , δ na obrázku?



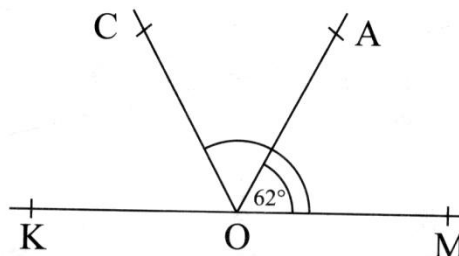
26. Odmeraj veľkosti daných uhlov a vypočítaj veľkosti susedných a vrcholových uhlov.



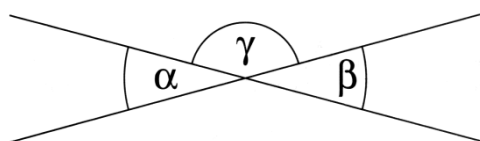
Veľkosť susedného uhla k uhlu α je _____, k uhlu β je _____, k uhlu γ je _____.

Veľkosť vrcholového uhla k uhlu α je _____, k uhlu β je _____, k uhlu γ je _____.

27. Zisti veľkosť uhla COM , ak polpriamka OC je osou uhla KOA .



28. Urč veľkosť uhla γ , ak $\beta = 30^\circ$.



29. Rozhodni, ktoré tvrdenie je správne. Nesprávne tvrdenia oprav. Ku každej možnosti si načrtni obrázok.

- | | |
|--|--|
| a) Susedný uhol k ostrému uhlu je tupý uhol. | c) Vrcholový uhol k ostrému uhlu je tupý uhol. |
| b) Susedný uhol k pravému uhlu je plný uhol. | d) Vrcholový uhol k tupému uhlu je tupý uhol. |

2.12 UHLY V TROJUHLNÍKCH

Podľa dĺžok strán poznáme:

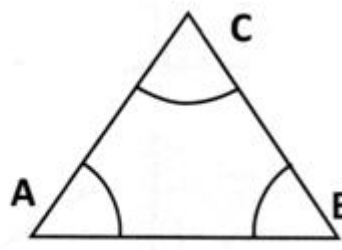
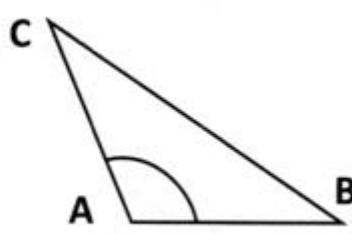
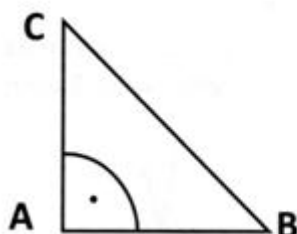
- a) rovnostranný trojuholník - má všetky strany rovnako dlhé.
- b) rovnoramenný trojuholník - má dve strany rovnako dlhé. Nazývame ich ramená. Tretia strana sa nazýva základňa.
- c) rôznostranný trojuholník - všetky strany má rôzne dlhé.

Podľa veľkosti uhlov poznáme:

- a) pravouhlý trojuholník**
- má jeden pravý uhol
a dva ostré uhly

- b) tupouhlý trojuholník**
- má jeden tupý uhol
a dva ostré uhly

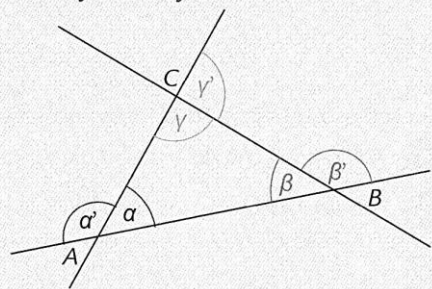
- c) ostrouhlý trojuholník**
- má tri ostré uhly



Vonkajšie uhly trojuholníka

Vnútorný a vonkajší uhol trojuholníka sú susedné uhly.

Súčet veľkostí vnútorného a vonkajšieho uhla trojuholníka je 180° .



$$\alpha + \alpha' = 180^\circ, \beta + \beta' = 180^\circ, \gamma + \gamma' = 180^\circ$$

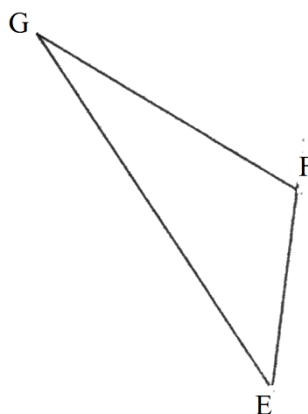
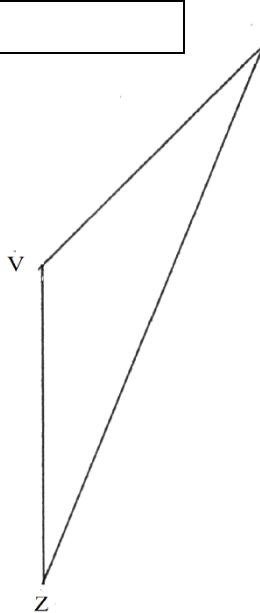
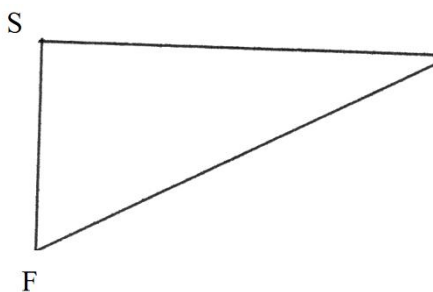
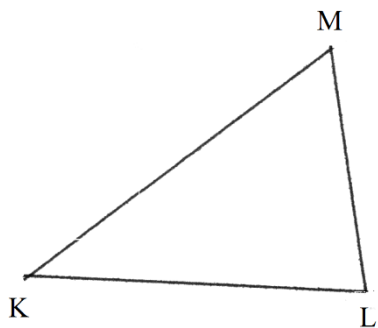
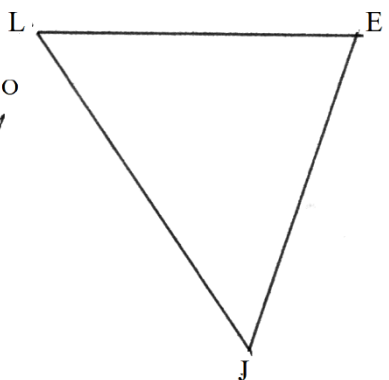
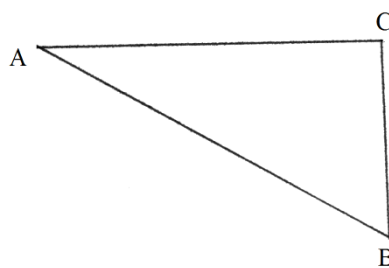
Ak povieme uhol trojuholníka, máme na mysli jeho vnútorný uhol. Niekedy hovoríme aj o vonkajšom uhle trojuholníka. Ku každému vnútornému uhlu trojuholníka prislúchajú dva vonkajšie uhly. Vonkajšie uhly pri tom istom vrchole majú rovnakú veľkosť.

Súčet vnútorných uhlov trojuholníka je 180° .

Vnútorný a vonkajší uhol trojuholníka sú susedné uhly. Súčet veľkostí vnútorného a vonkajšieho uhla trojuholníka je 180° .

1. Vyplň tabuľku:

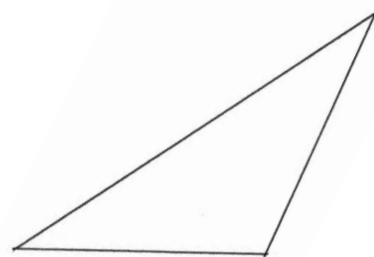
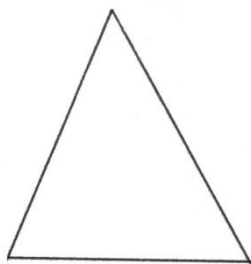
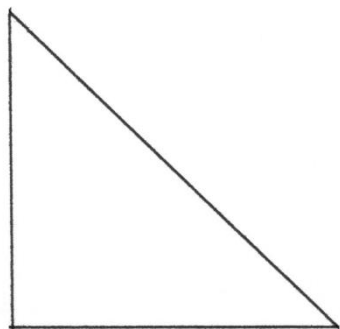
trojuholník	najväčší uhol	typ trojuholníka



2. Sú dané vnútorné uhly trojuholníka ABC. Vypočítaj chýbajúci uhol.

α	β	γ
30°		90°
	$120^\circ 30'$	$30^\circ 30'$
$80^\circ 20'$	$60^\circ 5'$	

3. Urč typy trojuholníkov podľa veľkosti vnútorných uhlov a zostroj ich osi.



4. Zisti, či existujú trojuholníky s danými uhlami a rozdeľ ich podľa veľkosti vnútorných uhlov.

a) $\alpha = 38^\circ$, $\beta = 50^\circ$, $\gamma = 92^\circ$ _____

b) $\alpha = 90^\circ 10'$, $\beta = 22^\circ$, $\gamma = 70^\circ 50'$ _____

c) $\alpha = 44^\circ 35'$, $\beta = 79^\circ$, $\gamma = 56^\circ 25'$ _____

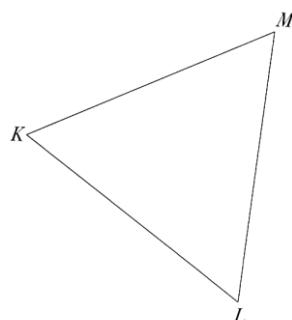
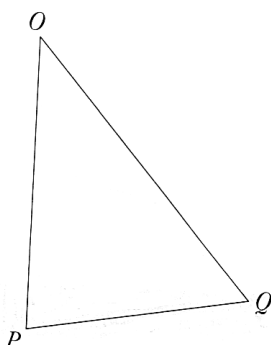
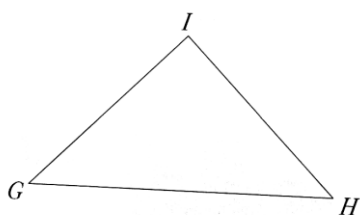
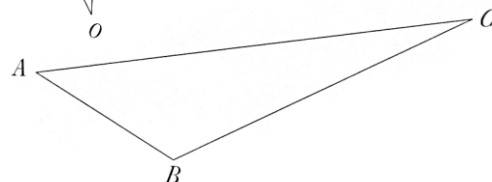
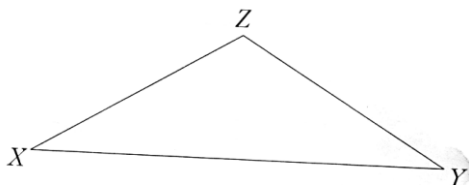
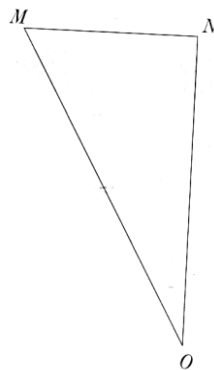
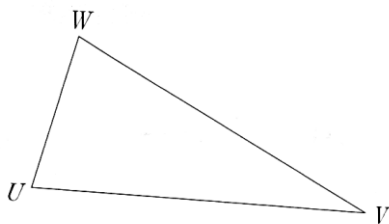
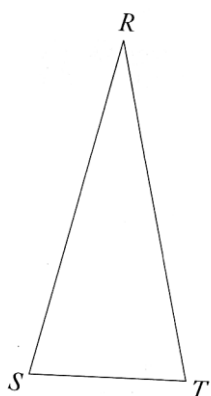
d) $\alpha = 74^\circ 48'$, $\beta = 15^\circ 12'$, $\gamma = 90^\circ$ _____

e) $\alpha = 47^\circ 35'$, $\beta = 84^\circ 50'$, $\gamma = 47^\circ 35'$ _____

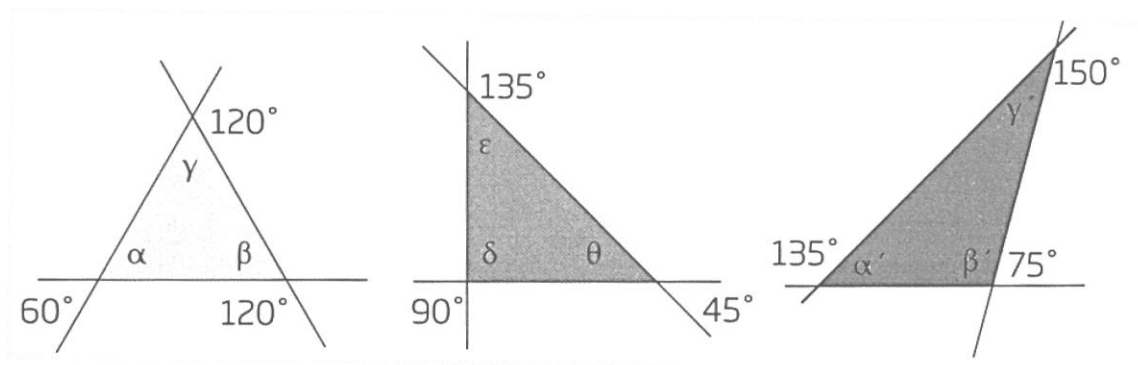
f) $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 120^\circ$ _____

5. Doplň tabuľku o trojuholníkoch.

trojuholník	rovnoramenný	rovnostranný	rôznostranný
tupouhlý			
pravouhlý			
ostrouhlý			



6. Vypočítaj veľkosť vyznačených uhlov.



7. Vypočítaj veľkosť vonkajšieho uhla trojuholníka, ak:

- a) $\alpha = 57^\circ$ b) $\beta = 83^\circ$ c) $\gamma = 147^\circ$

8. Je daný trojuholník s vrcholmi A, B, C a vnútornými uhlami α, β, γ . Zisti o aké trojuholníky ide a urči zvyšné uhly.

- a) $\alpha = 15^\circ, \beta = 30^\circ$ d) $\alpha' = 25^\circ, \beta' = 75^\circ$ g) $\alpha' = 35^\circ 25', \gamma = 74^\circ 55'$
 b) $\alpha = 25^\circ, \gamma' = 75^\circ$ e) $\alpha = 26^\circ 19', \beta = 26^\circ 19'$ h) $\beta' = 59^\circ 37', \gamma' = 61^\circ 23'$
 c) $\beta = 60^\circ, \gamma = 60^\circ$ f) $\alpha = 20^\circ 40', \beta = 30^\circ 15'$ i) $\alpha = 47^\circ 25', \beta' = 85^\circ 48'$

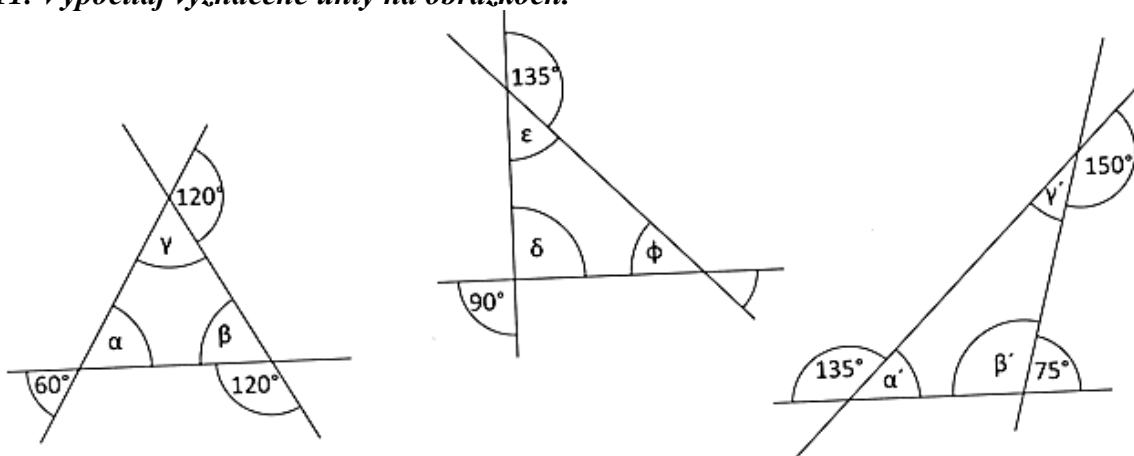
9. Vypočítaj chýbajúce vonkajšie a vnútorné uhly trojuholníka.

α	105°		70°			$45^\circ 20'$		
β	42°				$130^\circ 15'$		60°	
γ				90°				$36^\circ 30'$
α'		120°		115°			120	
β'		84°	114°					$125^\circ 30'$
γ'					$140^\circ 40'$	89°		

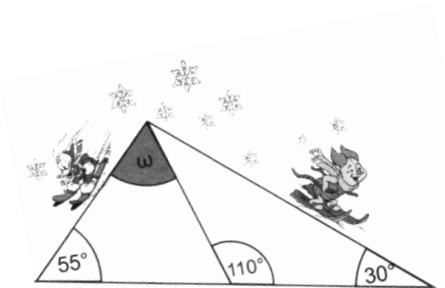
10. Môžu byť dané uhly vnútornými, resp. vonkajšími uhlami jedného trojuholníka?

- a) $\alpha = 30^\circ, \beta = 60^\circ, \gamma' = 90^\circ$ b) $\alpha' = 150^\circ, \beta = 15^\circ, \gamma' = 30^\circ$
 c) $\alpha' = 137^\circ, \beta' = 108^\circ, \gamma = 30^\circ$

11. Vypočítaj vyznačené uhly na obrázkoch.



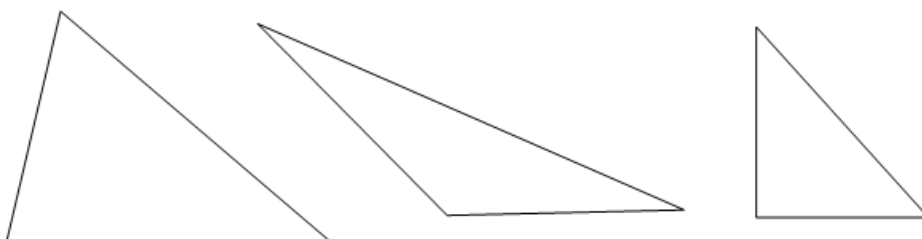
12. Vypočítaj veľkosť uhla ω .



13. Rozhodni, ktoré z kombinácií veľkostí uhlov môžu tvoriť uhly v trojuholníku. Nevhodné kombinácie preškrtni.

52°, 68°, 70°	90°, 89°, 1°	55°, 55°, 55°
12°, 118°, 60°	90°, 10°, 90°	60°, 60°, 60°
55°, 66°, 77°	42°, 42°, 96°	180°, 60°, 70°

14. Pred sebou máš tri trojuholníky. Urči, ktorý je tupouhlý. Pomocou oblúčika vyznač v tomto trojuholníku tupý uhol. Daný uhol označ alfa a zapíš jeho veľkosť.



15. Dopočítaj zvyšné vnútorné uhly trojuholníka tak, aby bol:



a) ostrouhlý:

20°, ____, ____
60°, ____, ____
48°, ____, ____
50°, ____, ____

b) pravouhlý:

65°, ____, ____
14°, ____, ____
50°, ____, ____
90°, ____, ____

c) tupouhlý:

30°, ____, ____
100°, ____, ____
54°, ____, ____
70°, ____, ____

16. Dopočítaj uhly trojuholníka:

α	β	γ
60°	100°	
	48°	56°
37°		90°
46°12'	80°23'	
	41°48'	69°28'

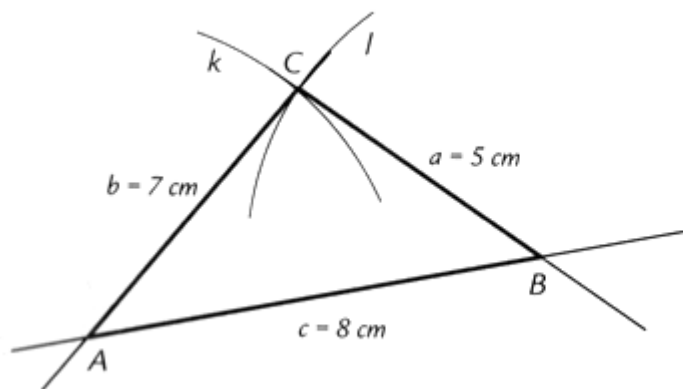
17. Dopočítaj uhly a urč typ trojuholníka.

α	33°55'	45°36'		3°57'	34°56'		35°36'
β		44°24'	55°55'	144°12'		97°12'	54°24'
γ	55° 10'		67°34'	6°53'	66° 20'	60°53'	
typ Δ							

2.13 KONŠTRUKCIA TROJUHOLNÍKOV

TROJUHOLNÍK PODĽA VETY SSS - poznáme tri strany trojuholníka. Musí platiť trojuholníková nerovnosť, teda súčet dvoch ktorýchkoľvek strán je väčší ako tretia strana. Zostrojme trojuholník ABC, v ktorom $a = 5 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$.

Náčrt



Toto je konštrukcia sss

Postup konštrukcie:

1. Úsečka AB; $|AB| = 8 \text{ cm}$
2. Kružnica k ; $k(A; 7 \text{ cm})$
3. Kružnica l ; $l(B; 5 \text{ cm})$
4. Bod C; C je priesečník kružníc k a l
5. Trojuholník ABC

1. Z ktorej možnosti trojice úsečiek je možné zostrojiť trojuholník?

- | | | |
|----------------------|---------------------|----------------------|
| a) 7 cm, 8 cm, 5 cm | d) 4 dm, 4 dm, 6 dm | g) 5 cm, 10 cm, 5 cm |
| b) 15 m, 17 m, 19 m | e) 4 dm, 4 dm, 8 dm | h) 90 m, 80 m, 100m |
| c) 12 cm, 3 cm, 8 cm | f) 4 dm, 4 dm, 4 dm | i) 2 m, 2 dm, 2 cm |

2. Narysuj trojuholník:

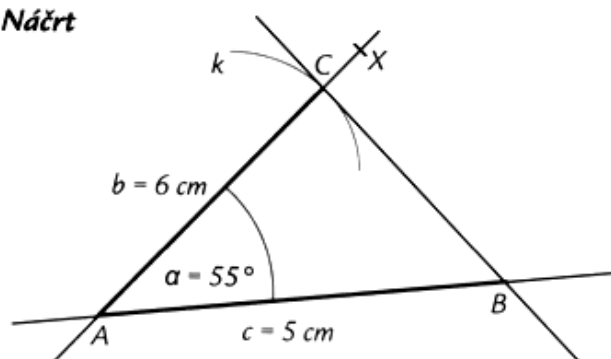
- | | |
|--|---|
| a) ABC, ak $a = 4 \text{ cm}$, $b = 66 \text{ mm}$, $c = 8 \text{ cm}$ | c) EFG, ak $e = 6 \text{ cm}$, $f = 3 \text{ cm}$, $g = 2 \text{ cm}$ |
| b) KLM, $k = 7 \text{ cm}$, $l = 7 \text{ cm}$, $m = 9 \text{ cm}$ | d) OPR, ak $o = 7 \text{ cm}$, $p = 7 \text{ cm}$, $r = 7 \text{ cm}$ |

TROJUHOLNÍK PODĽA VETY SUS – ak poznáme dve strany a uhol, ktorý zvierajú.

V trojuholníku, ktorý ideme narysovať podľa vety sus musí byť uhol menší ako 180° .

Zostrojme trojuholník ABC, ak $b = 6 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$ a $|\angle CAB| = 55^\circ$.

Náčrt



Toto je konštrukcia sus

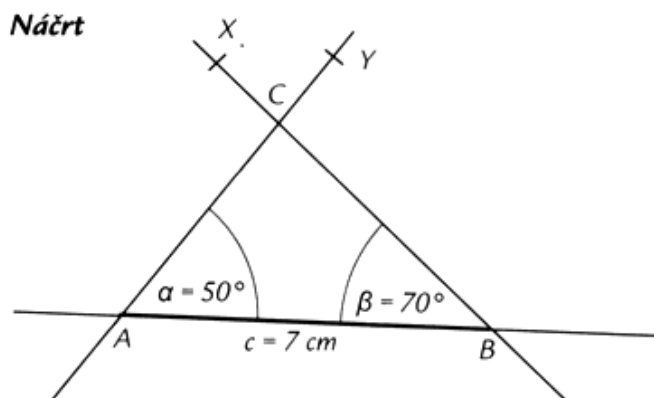
Postup konštrukcie:

1. Úsečka AB; $|AB| = 5 \text{ cm}$
2. Uhol BAX; $|\angle BAX| = 55^\circ$
3. Kružnica k ; $k(A; 6 \text{ cm})$
4. Bod C; C je priesečník kružnice k a polpriamky \vec{AX}
5. Trojuholník ABC

3. Narysuj trojuholníky :

- | | |
|--|---|
| a) MNO, ak $m = 56 \text{ mm}$, $n = 6 \text{ cm}$, $ \angle MON = 45^\circ$ | c) KLM, ak $l = 5 \text{ cm}$, $k = 4,5 \text{ cm}$, $ \angle KML = 120^\circ$ |
| b) EFG, ak $g = 90 \text{ mm}$, $e = 75 \text{ mm}$, $ \angle EFG = 70^\circ$ | d) ABC, ak $a = 6,7 \text{ cm}$, $c = 80 \text{ mm}$, $ \angle ABC = 90^\circ$ |

TROJUHOLNÍK PODĽA VETY USU – ak poznáme jednu stranu a uhly k nej príľahlé.
 V trojuholníku, ktorý ideme narysovať podľa vety usu musí byť súčet uhlov menší ako 180° .
 Zostrojme trojuholník ABC, ak $c = 7$ cm, $|\sphericalangle BAC| = 50^\circ$, $|\sphericalangle ABC| = 70^\circ$



Toto je konštrukcia usu

Postup konštrukcie:

1. Úsečka AB; $|AB| = 7$ cm
2. Uhol BAY; $|\sphericalangle BAY| = 50^\circ$
3. Uhol ABX; $|\sphericalangle ABX| = 70^\circ$
4. Bod C; C je priesečník \vec{AY} a \vec{BX}
5. Trojuholník ABC

4. Narysuj trojuholníky:

- a) ABC, ak $a = 6$ cm, $|\sphericalangle ACB| = 60^\circ$, $|\sphericalangle CBA| = 73^\circ$
- c) IJK, ak $k = 9$ cm, $|\sphericalangle KIJ| = 90^\circ$, $|\sphericalangle IJK| = 70^\circ$
- b) OPR, ak $p = 66$ m, $|\sphericalangle POR| = 45^\circ$, $|\sphericalangle ORP| = 110^\circ$
- d) RST, ak $r = 5$ cm, $|\sphericalangle SRT| = 130^\circ$, $|\sphericalangle STR| = 150^\circ$

5. Narysuj rovnoramenný trojuholník KLM, kde strana $k = 8$ cm, $l = 7$ cm, $m = 7$ cm. Zisti, ktoré uhly sú v trojuholníku zhodné.

6. Zostroj trojuholník KLM, kde $k = 6$ cm, $l = 7$ cm, $m = 10$ cm. Odmeraj všetky vnútorné uhly a urč typ trojuholníka.

7. Narysuj trojuholník EFG ak $e = 9$ cm, $f = 6$ cm, $g = 5$ cm. Odmeraj všetky vnútorné uhly a zostroj os uhla pri vrchole E. Všetko zapíš.

8. Zostroj trojuholník XYZ, ak $x = 6$ cm, $y = 9$ cm a $z = 7$ cm. Zostroj os uhla pri vrchole Y.

9. Narysuj rôznostranný trojuholník tak, aby bol:

- a) ostrouhlý b) pravouhlý c) tupouhlý

10. Narysuj rovnoramenný trojuholník, aby bol:

- a) ostrouhlý b) pravouhlý c) tupouhlý

11. Narysuj rovnostranný trojuholník tak, aby bol:

- a) ostrouhlý b) pravouhlý c) tupouhlý

12. Zostroj trojuholník ABC, v ktorom bude:

- a) $a = 60$ mm, $b = 45$ mm, $c = 55$ mm c) $a = 4$ cm, $b = 3,5$ cm, $c = 60$ mm
- b) $|\sphericalangle CAB| = 120^\circ$, $b = 4$ cm, $c = 3$ cm d) $b = 50$ mm, $\alpha = |\sphericalangle CAB| = 60^\circ$, $\beta = |\sphericalangle ABC| = 30^\circ$

13. Zostroj pravouhlý trojuholník ABC s pravým uhlom pri vrchole A, v ktorom bude:

- a) $b = 4$ cm, $c = 3,2$ cm b) $b = 4,6$ cm, $|\sphericalangle ACB| = 40^\circ$

14. Zostroj rovnoramenný trojuholník ABC so základňou AB, v ktorom bude:

- a) $c = 4$ cm, $b = 5$ cm b) $c = 45$ mm, $|\sphericalangle BAC| = 40^\circ$