

OPAKOVANÉ NEZÁVISLÉ POKUSY = BERNOULLIHO SCHÉMA

Uvažujme situáciu, že uskutočňujeme niekoľko pokusov po sebe. Ak pravdepodobnosť javu A pri každom takomto opakovaní nezávisí na výsledkoch predchádzajúcich pokusov, tak tieto pokusy nazývame **opakovanými nezávislými pokusmi** vzhľadom k danému javu A. Príkladom takýchto opakovaných nezávislých pokusov je: opakované hádzanie hracou kockou; opakované strieľanie na terč; opakované vyťahovanie guľôčky z osudia s predpokladom vrátenia danej guľôčky.

Pr.1. Hodíme 7x kockou. Aká je pravdepodobnosť, že:

- a) prvý-krát, tretí-krát a štvrtý-krát padne šestka, v ostatných hodoch nie
- b) štyri-krát šestka nepadne a posledné tri hody padne
- c) šestka padne práve tri-krát

$$\text{a) } P(A) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

$$\text{b) } P(A) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

c) $\left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4$ pričom tieto pravdepodobnosti musíme vynásobiť počtom možností výberu práve tých 3 hodov, v ktorých padne šestka, t.j. krát $\binom{7}{3}$. Teda pravdepodobnosť, že šestka padne práve tri-krát, je $P(A) = \binom{7}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4$

Bernoulliho schéma:

Nech A je udalosť s pravdepodobnosťou p . Potom pravdepodobnosť, že pri n -násobnom nezávislom opakovaní toho istého pokusu udalosť A nastane práve k -krát, je

$$\binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

Pr.2 Automatický sústruh vyrobí súčiastku za 1 minútu, pričom pravdepodobnosť, že súčiastka je chybná, je 0,05. Aká je pravdepodobnosť, že sústruh vyrobí za hodinu práve 5 chybných súčiastok?

$$n = 60, p = 0,05, k = 5$$

$$P(A) = \binom{60}{5} \cdot 0,05^5 \cdot 0,95^{55} = 0,102$$

Pr.3 Pravdepodobnosť vyrobenia chybnéj súčiastky je 0,05. Aká je pravdepodobnosť, že medzi 60 vyrobenými súčiastkami bude najviac 5 chybných?

$$P(A) = \binom{60}{0} \cdot 0,05^0 \cdot 0,95^{60} + \binom{60}{1} \cdot 0,05^1 \cdot 0,95^{59} + \binom{60}{2} \cdot 0,05^2 \cdot 0,95^{58} + \binom{60}{3} \cdot 0,05^3 \cdot 0,95^{57} + \binom{60}{4} \cdot 0,05^4 \cdot 0,95^{56} + \binom{60}{5} \cdot 0,05^5 \cdot 0,95^{55} = 0,046 + 0,145 + 0,226 + 0,230 + 0,172 + 0,102 = 0,921$$

Úlohy:

- Strelec strieľa na terč a zasahuje ho s pravdepodobnosťou 0,8. Aká je pravdepodobnosť, že z piatich výstrelov trafi
 - práve trikrát
 - aspoň štyrikrát
 - aspoň raz
 - najviac trikrát
- Zistite, čo je pravdepodobnejšie: vyhrať s rovnocenným súperom tri zo štyroch alebo päť z ôsmich hier? O koľko percent?
- Aká je pravdepodobnosť, že keď desaťkrát hodíme kockou, tak padne aspoň deväťkrát číslo menšie ako 3? (D.ú.)
- Študent dostal test s desiatimi otázkami, na každú je päť odpovedí, z toho jedna správna. (D.ú.)
Aká je pravdepodobnosť,
 - že odpovie správne na 9 otázok, ak odpovedá iba náhodne,
 - že odpovie správne aspoň na šesť otázok, ak odpovedá iba náhodne,
 - že ani na jednu otázku neodpovie správne?
- Test obsahuje 15 otázok, ku každej sú štyri možné odpovede, práve jedna je správna. Na úspešné absolvovanie skúšky je potrebné správne odpovedať aspoň na 10 otázok. Aká je pravdepodobnosť, že úplne nepripravený študent urobí skúšku? (D.ú.)
- Porovnajte pravdepodobnosti, že pri hode
 - šiestimi kockami padne aspoň jedna 6,

- b) dvanástimi kockami padnú aspoň dve 6,
- c) osemnástimi kockami padnú aspoň tri 6.