

Logaritmické rovnice

Mgr. Anna Černinská
SOŠ elektrotechnická
Liptovský Hrádok

3. Vety o logaritmoch:

logaritmus súčinu:

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

logaritmus podielu:

$$\log_a (x / y) = \log_a x - \log_a y$$

logaritmus mocniny:

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

$$x, y, a > 0, a \neq 1$$

Riešte v množine R:

1. Použijeme vetu o logaritme mocniny - upravíme ľavú stranu
2. Rovnicu odlogaritmujeme
3. Vyjadríme x
4. Určíme podmienky a overíme, či sú splnené
5. Zapišeme K

$$2 \log 3 = \log (x - 4)$$

$$\log 3^2 = \log (x - 4)$$

$$9 = x - 4$$

$$x = 13$$

$$\left(\begin{array}{l} x - 4 > 0 \\ x > 4 \end{array} \right)$$

$$K = \{13\}$$

Riešte v množine R:

$$\log_4 (3x - 3) + \log_4 2 = \log_4 (8 - x)$$



$$\log_4 [(3x - 3) \cdot 2] = \log_4 (8 - x)$$

$$(3x - 3) \cdot 2 = (8 - x)$$

$$x = 2$$

1. Použijeme vetu o logaritme súčinu
- upravíme ľavú stranu
2. Rovnicu odlogaritmujeme
3. Vyjadríme x
4. Určíme podmienky a overíme, či sú splnené
5. Zapišeme K

$$\left(\begin{array}{l} 3x - 3 > 0 \\ x > 1 \end{array} \right. \wedge \left. \begin{array}{l} 8 - x > 0 \\ 8 > x \end{array} \right)$$

$x \in (1, 8)$

$$K = \{2\}$$

ÚLOHA 3:

Riešte v množine R:

A) $\log_4 (3x - 2) + \log_4 3 = \log_4 (1 - x)$

B) $\log_5 (3x + 6) - \log_5 (2 - x) = \log_5 4$

C) $\frac{\log_5 (4x + 1)}{2} = \log_5 3$

D) $\log (x + 3) = 1 - \log x$

E) $\log_2 (x + 2) + \log_2 x = 2 \log_2 (2 - x)$

F) $\log (x + 2) + \log (3x + 1) = \log (2x + 4)$

G) $\log^2 x = 3 \log x$

Podmienky a riešenia:

$x \in \left(\frac{2}{3}; 1\right)$ **K = {0,7}**

$x \in (-2; 2)$ **K = $\left\{\frac{2}{7}\right\}$**

$x \in \left(-\frac{1}{4}; \infty\right)$ **K = {2}**

$x \in (0; \infty)$ **K = {2}**

$x \in (0; 2)$ **K = $\left\{\frac{2}{3}\right\}$**

$x \in \left(-\frac{1}{3}; \infty\right)$ **K = $\left\{\frac{1}{3}\right\}$**

$x \in (0; \infty)$ **K = {1;1000}**

4. substitúcia:

$$\log_a x = t \quad x, a > 0, a \neq 1$$

Riešte v množine R:

$$\log^2 x + 2 \log x + 1 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 = 0$$

$$(y+1)^2 = 0$$

$$y = -1$$

Ak je v rovnici mocnina logaritmu, použijeme substitúciu, tj. nahradíme logaritmus iným

písmenom: $\log x = y$

Vyriešime rovnicu s neznámou y (obyčajne kvadratickú)

y späťne dosadíme do substitúcie a doriešime podľa definície logaritmu

Určíme podmienky, overíme, či sú splnené a zapíšeme K

$$\left[x > 0 \right]$$

$$\log x = -1$$

$$x = 10^{-1} = 0,1$$

$$K = \{0,1\}$$

Riešte v množine R:

1. Rovnicu upravíme (odstránime zlomok)
2. Urobíme substitúciu $\log_3 x = y$
3. Kvadratickú rovnicu s neznámou y upravíme na základný tvar a vyriešime
4. y_1, y_2 späťne dosadíme do substitúcie
5. doriešime x podľa definície logaritmu
6. Určíme podmienky a overíme, či sú splnené
7. Zapišeme K

$$2\log_3 x + 3 = \frac{2}{\log_3 x}$$

$$2(\log_3 x)^2 + 3 \log_3 x = 2$$

$$2y^2 + 3y - 2 = 0$$

$$a = 2 \quad b = 3 \quad c = -2$$

$$D = 25$$

$$y_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm 5}{4} \begin{cases} y_1 = -2 \\ y_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\log_3 x = -2$$

$$x = 3^{-2} = \frac{1}{9}$$

$$\log_3 x = \frac{1}{2}$$

$$x = 3^{1/2} = \sqrt{3}$$

$$\left[\begin{array}{l} x > 0 \wedge \log_3 x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{array} \right]$$

$$K = \left\{ \frac{1}{9} ; \sqrt{3} \right\}$$

ÚLOHA 4:

Riešte v množine R:

Podmienky a riešenia:

A) $(\log x)^2 - \log x^2 + 1 = 0$	$x > 0$	$y=1$	$K = \{10\}$
B) $(\log_3 x)^2 + 8 = 2 \log_3 x$	$x > 0$	$y_1=-2; y_2=4$	$K = \{1/9; 81\}$
C) $3(\log_8 x)^2 - 2 = \log_8 x^5$	$x > 0$	$y_1=2; y_2=-\frac{1}{3}$	$K = \{0,5; 64\}$
D) $\log^2 x + 2 - \log x^3 = 0$	$x > 0$	$y_1=1; y_2=2$	$K = \{10; 100\}$
E) $\log x - 1 = \frac{2}{\log x}$	$x \in (0; 1) \cup (1; \infty)$	$y_1=-1; y_2=2$	$K = \{0,1; 100\}$
F) $\log_2 x = \frac{3}{\log_2 x} + 2$	$x \in (0; 1) \cup (1; \infty)$	$y_1=-1; y_2=3$	$K = \{0,5; 8\}$
G) $\frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1$	$x \in (0; \infty) - \{0,5; 32\}$	$y_1=-3; y_2=-2$	$K = \left\{\frac{1}{8}; \frac{1}{4}\right\}$

Veľa úspechov

pri riešení ďalších úloh ! ! !

Mgr. Anna Černinská