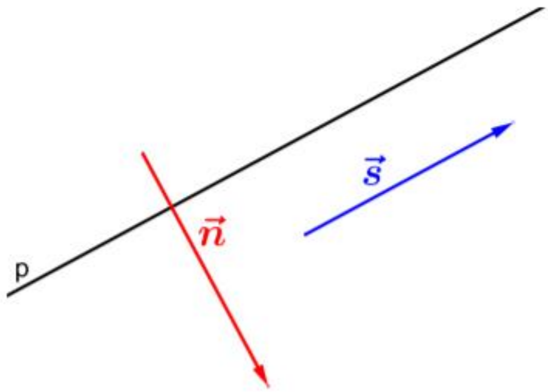
PARAMETRICKÉ VYJADRENIE PRIAMKY V ROVINE

Na určenie priamky potrebujeme poznať jeden bod a smer. Smer priamky vieme definovať viacerými spôsobmi. Jedným z týchto spôsobov je pomocou vektora, s ktorým je priamka rovnobežná (tzv. smerového vektora priamky).

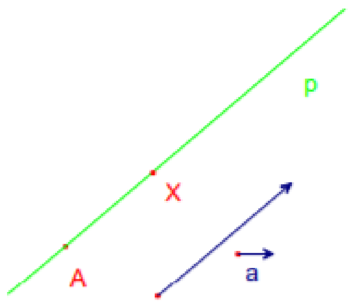
Smerovým vektorom priamky je ľubovoľný nenulový vektor, ktorý je **rovnobežný s priamkou** (je ich nekonečne veľa – sú navzájom rovnobežné, pričom smer môžu mať dvojaký, mení sa iba ich veľkosť). **Označenie:** $\vec{s} = (s_1; s_2)$

Normálový vektor priamky je ľubovoľný nenulový vektor, **ktorý je kolmý na priamku** (tiež je ich nekonečne veľa). **Označenie:** $\vec{n} = (n_1; n_2)$

Obr. 1: Grafické znázornenie smerového a normálového vektora:



Aby sme mohli napísať parametrickú rovnicu priamky potrebujeme poznať smerový vektor priamky a bod tej priamky:



$X[x; y]$	...	ľubovoľný bod priamky p
$A[x_0; y_0]$	...	bod, ktorým je priamka určená a
$\vec{a}(a_1; a_2)$	...	smerový vektor priamky

Hľadáme vzťah, pomocou ktorého dokážeme určiť súradnice každého bodu X a priamky p.

Keďže vektory $\overrightarrow{AX}$ a $\vec{a}$ sú lineárne závislé (dva vektory sú lineárne závislé ak jeden je násobkom druhého), teda platí:

$$\overrightarrow{AX} = t.\vec{a}$$

$$X - A = t.\vec{a}$$

$$X = A + t.\vec{a}$$

PARAMETRICKÉ VYJADRENIE PRIAMKY V ROVINE

Parametrické vyjadrenie priamky v rovine má tvar:

$X = A + t.\vec{a}$

Parametrické rovnice priamky majú tvar:

$x = x_0 + ta_1$ Napr.: $x = 7 + 2t$

$y = y_0 + ta_2$ y$= 3 - t$

Zadanie 1: Napíšte parametrické rovnice priamky p, ktorá prechádza bodom $A[2; 3]$ a je rovnobežná s vektorom $\vec{a}(5; -4)$.

Riešenie zadania 1:

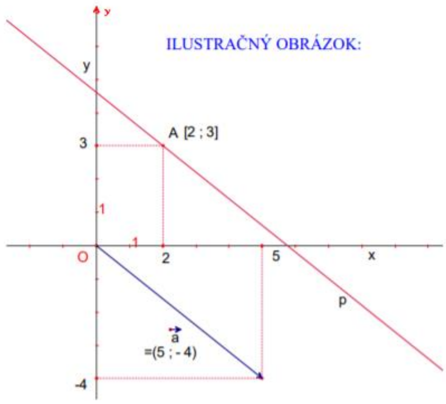
Parametrické vyjadrenie priamky je: $X = A + t.\vec{a}$

Parametrické rovnice priamky p sú: $x = x_0 + ta_1$

x_0, y_0 – súradnice bodu A $x = 2 + 5t$

$a_1; a_2$ – súradnice vektora $\vec{a}$ $y = y_0 + ta_2$

$y = 3 - 4t$



Zadanie 2: Napíšte parametrické rovnice priamky p, ktorá prechádza bodmi $A[-9; 2]$ a $B[-1; 5]$.

Riešenie zadania 2:

K parametrickému vyjadreniu priamky potrebujeme poznať jeden bod ktorým priamka prechádza a jej smerový vektor. Bod poznáme. Nájdeme smerový vektor tejto priamky. Môže to byť napríklad $\overrightarrow{AB}$, pretože body A a B ležia na tejto priamke.

Preto platí:

$\vec{a} = \overrightarrow{AB} = B - A = (-1 - (-9); 5 - 2) = (-1 + 9; 3) = (\mathbf{8}; \mathbf{3})$

Parametrické rovnice priamky p sú: $x = -9 + 8t$

$$y = -1 + 3t$$

PARAMETRICKÉ VYJADRENIE PRIAMKY V ROVINE

Zadanie 3: Napíšte parametrické rovnice priamky q, ktorá prechádza bodom $A[-4;7]$ a je rovnobežná s priamkou p:

p: $x = -2 + t$

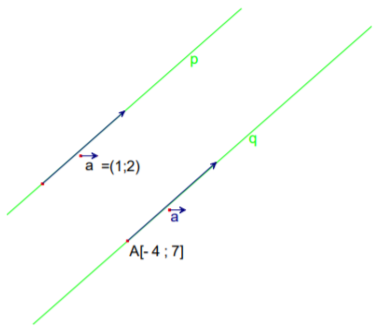
$y = 5 + 2t$

Riešenie zadania 3:

Keďže priamky p a q sú rovnobežné, majú rovnaké smerové vektory, čiže platí:

$\overrightarrow{a_p} = \overrightarrow{a_q} = (1;2)$

ILUSTRAČNÝ OBRÁZOK:



Parametrické rovnice priamky q sú: $x = -4 + t$

$y = 7 + 2t$

Zadanie 4: Napíšte parametrické rovnice priamky q, ktorá prechádza bodom $A[3;-1]$ a je kolmá na priamku p:

p: $x = 5 + 2t$

$y = -4 + t$

Riešenie zadania 4:

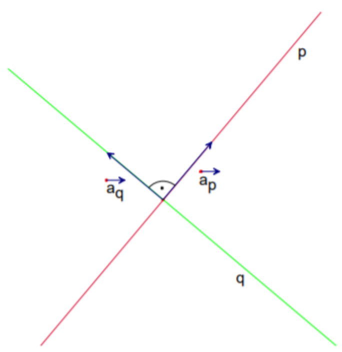
Keďže priamky p a q sú na seba kolmé, skalárny súčin ich smerových vektorov sa rovná nule. Nájdeme smerový vektor priamky q.

Smerový vektor priamky p má súradnice $\boldsymbol{\overrightarrow{a_p} = (2;1)}$

súradnice $\boldsymbol{\overrightarrow{a_q}}$ doplníme tak, aby platilo $\overrightarrow{a_p}.\overrightarrow{a_q} = \boldsymbol{a_{p1}.a_{q1} + a_{p2}.a_{q2}} = 0$, dostávame:

$\mathbf{2}.\mathbf{1} + 1.(-\mathbf{2})$ **= 0;** platí: $\boldsymbol{\overrightarrow{a_q} = (1,-2)}$

ILUSTRAČNÝ OBRÁZOK:



Parametrické rovnice priamky q sú: $x = 3 + 1t$

$y = -1 - 2t$

PARAMETRICKÉ VYJADRENIE PRIAMKY V ROVINE

SAMOSTATNÁ ÚLOHA:

Úloha 1: Napíšte parametrické rovnice priamky p, danej bodom $A[1;1]$ a smerovým vektorom $\vec{a}(-2;3)$.

Úloha 2: Dané sú body $A[2;-3]$ a $B[-1;-2]$. Napíšte parametrické rovnice priamky p, ktorá prechádza týmito dvomi bodmi.

Úloha 3: Napíšte parametrické rovnice priamky q, ktorá prechádza bodom $A[0;-4]$ a je rovnobežná s priamkou p:

p: $x = 2 - 3t$

$y = -5 + t$

Úloha 4: Napíšte parametrické rovnice priamky q, ktorá prechádza bodom $A[-4;76]$ a je kolmá na priamku p:

p: $x = -4 + 3t$

$y = 7 - t$

Úloha 5: Nájdite dva body K, L, ktoré ležia na priamke p:

p: $x = 4 + 3t$

$y = -1 + 5t$