3. Множества, релации, функции. Дефиниции в Z нотацията-Резюме

Теориите са в основата на формалните модели (машини на състояния, мрежи на Петри) и се използват за спецификация, подобрение и доказване на софтуерни системи(СС).

Множества - Добре дефинирана колекция от обекти.

Видове дефиниции на множества:

-**Чрез изброяване** ({1, 3, 5}).

-**Тест за принадлежност**: $3 \in$ Odds ; $2 \notin$ Odds - Знакът $\in$ означава **предикат** върху множества и елементи.

-Множества с **дефинирани имена**:

∅ множество без елементи (the “null” or “empty” set); { }

N множество на естествените числа {0, 1, ...}

Z множество на целите числа {... -2, -1, 0, 1, 2, ...}

-Дефиниране чрез основни множества: **Основни множества - първоначално зададени или познати**, и на базата на тях се изграждат нови множества: [BookIdentifiers] = [Date, Name, Place]

Тази дефиниция означава, че новото множеството **[BookIdentifiers]** се състои от тройки, където всеки елемент е комбинация от елементи от множествата **[Date]**, **[Name]**, **[Place]**. Това е начин да се изрази, че за всеки идентификатор на книга трябва да имаме тези три атрибута.

 # Размер (Cardinality) на множество: # {1, 2, 4} = 3

Равенство на множества: Две множества са равни, ако имат едни и същи елементи: $(S = T) \Leftrightarrow (\forall x \bullet x \in S \Leftrightarrow x \in T)$

Ако всеки елемент от множество S е представен и в множество T, то казваме, че множество S е **подмножество** на T: $S \subseteq T$

$s \subseteq t \wedge t \subseteq s \Leftrightarrow s=t$

Осн.опер. на множествата: **обединение**(U), **сечение** (∩), **разлика**(/).

Комутативен закон: $A \cap B = B \cap A$

Асоциативен закон: $(A \cap B) \cap C= A \cap (B \cap C)$

Дистрибутивен закон: $A \cap (B \cup C)=(A \cap B) \cup (A \cap C)$

Сравнителна таблица на логическите и множествени операции

Logical Operation	Meaning	Equivalent Set Operation	Set Notation
Conjunction (∧)	"AND"	**Union**	$A \cup B$
Disjunction (∨)	"OR"	**Intersection**	$A \cap B$
Negation (¬)	"NOT"	**Complement**	A^c
Implication (→)	"If A, then B"	**Subset**	$A \subseteq B$
Biconditional (↔)	"A if and only if B"	**Set Equality**	$A=B$

Множество (set): Проста форма {x: S | P(x)} “множеството от всички x в S, които удовлетворяват P(x)”

x: S - **декларативна** част P(x) - **предикатна** част

{x: S | f(x)} - f(.) е функция, дефинирана за елементи от множес. S.

Степенни множества: Множество от всички подмнож.на S: P S

Декартово произведение - Множеството от всички наредени двойки (x, y), конструирани от две множества a и b

Редът на компонентите в Декартовото произв. е важен **a x b ≠ b x a**

Кардиналност: Размер на Декартово произведение a x b е произведение на размера на a и размера на b.

Дефиниране на обекти в Z-нотация: Чрез **декларации**, чрез **абревиатура**, **аксиоми**, **свободен тип и схеми**.

Тип на обектите – **максималното множество в границите на разглежданата спецификация.** Всяка стойност на променливата x се асоциира с един тип: най-голямото множ., на което x принадлежи.

Основни типове в Z-нотацията: Цели числа -*Z*; степенни множества; декартово произведение. В Z нотацията съществува един дефиниран тип – множество на целите числа Z. Всички други типове се изграждат **чрез този тип**; **чрез други основни типове от стойности**; **чрез допълнителни типове**, дефинирани чрез конструкторите: степенно множество и Декартово произведение.

Декларация на променлива:въвежда нова **промен.** и задава типа ѝ:

x:A - **x** е нова променлива, която принадлежи към множеството **A**

Декларацията може да включва **подпис** – **описание на променливата** и нейните свойства: **x:Guest |x ∈ s -** означава:

-x е променлива от типа Guest (гост в хотел); x ∈ s (списък гости)

Подписът задава **типа** на променливата и **ограничението**

Глобална декларация -дадена променлива или обект се използва глобално в спецификацията (да е достъпна навсякъде), тя се декларира чрез аксиоматично дефиниране:

MaxGuests:N, което означава, че MaxGuests е променлива от множеството на естествените числа (N- максималния брой гости

Абревиатури- кратко име за обект, който вече е дефиниран в системата: **TotalGuests=Count(RegisteredGuests)** - TotalGuests е просто друго име за броя на регистрираните гости. Абревиатурите - опростяване и по-удобно рефериране към сложни изрази или обекти.

Общи абревиатури (generic abbreviations): Това са съкращения, които дефинират цяла фамилия от символи, свързани с разл. индекси или параметри. Ако имаме символ x, можем да го разширим в зависимост от индексите x1, x2 или параметрите, към които се отнася.

Дефиниране на глобална константа: стойност или обект, който остава непроменен в дадената система, но може да бъде представен чрез различни параметри: **symbol parameters = term**

symbol: Името на глобалната константа

parameters: Параметри, чрез които се дефинира символът

term: Форм. израз, който представлява стойността или зависимостта

Ако EmptySet е символ за празно множество, можем да дефинираме:

EmptySet(A)={},където Ае типът на елементите

Аксиоматични дефиниции: Описанието на обекта включва ограничения – аксиома за дадения обект.