3. Множества, релации, функции. Дефиниции в Z нотацията-резюме

Теориите са в основата на формалните модели (машини на състояния, мрежи на Петри) и се използват за спецификация, подобрение и доказване на софтуерни системи.

Множества - Добре дефинирана колекция от обекти.

Видове дефиниции на множества:

-Чрез изброяване ({1, 3, 5}).

-Тест за принадлежност: $3 \in Odds$; $2 \notin Odds$ - Знакът $\in$ означава предикат върху множества и елементи.

-Множества с дефинирани имена:

∅ множество без елементи (the “null” or “empty” set) ; също: { }

N множество на естествените числа { 0, 1, ... }

Z множество на целите числа {... -2, -1, 0, 1, 2, ... }

-Дефиниране чрез основни множества

"Основни множества" са множества, които се считат за **първоначално зададени или познати**, и на базата на тях се изграждат нови множества

[BookIdentifiers] = [Date, Name, Place]

Тази дефиниция означава, че новото множеството **[BookIdentifiers]** се състои от тройки, където всеки елемент е комбинация от елементи от множествата **[Date]**, **[Name]**, и **[Place]**. Това е начин да се изрази, че за всеки идентификатор на книга трябва да имаме тези три атрибута.

Размер (Cardinality) на множество: # {1, 2, 4} = 3

Равенство на множества: Две множества са равни, ако имат едни и същи елементи: $(S = T) \Leftrightarrow (\forall x \bullet x \in S \Leftrightarrow x \in T)$

Ако всеки елемент от множество s е представен и в множество t, то казваме, че множество s е **подмножество** на t, т.е. $s \subseteq t$

$s \subseteq t \wedge t \subseteq s \Leftrightarrow s = t$

Основни операции на множествата: Обединение (U), сечение (∩), разлика (/).

Комутативен закон: $A \cap B = B \cap A$

Асоциативен закон: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

Дистрибутивен закон: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Определяне на множество (set comprehension): Проста форма $\{ x : S \mid P(x) \}$ “множеството от всички x в S, които удовлетворяват P(x) ” или “множеството от всички x в S така, че P(x)”

x : S - **декларативна** част

P(x) - **предикатна** част

Често се интересуваме от израз, дефиниран от стойности, удовлетворяващи предиката: $\{ x : S \mid f(x) \}$, където f(.) е функция, дефинирана за елементи от множеството S.

Най-общото описание комбинира двете форми – **декларативна** и **предикатна**: $\{ x : S \mid P(s) \bullet f(x) \}$

Сравнение на множества: Подмножества и равенство на множества.

Степенни множества: Множество от всички подмножества на дадено множество S. отбелязва се с P S

Декартово произведение - Множество от наредени двойки (или n-торки), асоцииращи обекти от различни видове.

Пример: $N \times N$ (двойки от естествени числа).

Множеството от всички наредени двойки (x, y), конструирани от две множества a и b, се нарича **Декартово произведение** или само произведение на a и b и се бележи a x b.

Редът на компонентите в Декартовото произведение е важен т.е. a x b ≠ b x a !

Кардиналност: Размер на Декартово произведение a x b е произведение на размера на a и размера на b .

Дефиниране на обекти в Z-нотация: Чрез декларации, чрез абревиатура, аксиоми, свободен тип и схеми.

Дефиницията за **типа на обектите** – максималното множество в границите на разглежданата спецификация. • Така всяка стойност на променливата x се асоциира с един тип: най-голямото множество, на което x принадлежи.

Основни типове в Z-нотацията:

-Цели числа -Z

- степенни множества

- декартово произведение.

В Z нотацията съществува един дефиниран тип – множество на целите числа Z: • Всички други типове се изграждат чрез:

- този тип

- чрез други основни типове от стойности; - допълнителни типове, дефинирани чрез конструкторите: степенно множество и Декартово произведение.

Декларация на променлива: Декларацията се използва, за да въведем нова **променлива** и да зададем типа ѝ (множество или домейн, от който тя може да приема стойности):

x:A - **x** е нова променлива, която принадлежи към множеството **A**

Декларацията може да включва **подпис** – описание на променливата и нейните свойства: **x:Guest |x ∈ s** - означава:

-x е променлива от типа GuestGuestGuest (напр. гост в хотел).

-x принадлежи към множеството s (напр. списък с гости, регистрирани в системата).

Чрез подписа се задава както **типа** на променливата, така и **ограничение**, което тя трябва да спазва.

Глобална декларация -Когато дадена променлива или обект трябва да се използва глобално в спецификацията (да е достъпна навсякъде), тя се декларира чрез аксиоматично дефиниране.

MaxGuests:N, което означава, че MaxGuests е променлива от множеството на естествените числа (N), представляваща максималния брой гости.

Абревиатури: представлява кратко име за обект, който вече е дефиниран в системата: Ако сме дефинирали TotalGuests=Count(RegisteredGuests), това означава, че **TotalGuests** е просто друго име за броя на регистрираните гости. Абревиатурите се използват за опростяване и по-удобно refериране към сложни изрази или обекти.

Обяснение:
Абревиатурите се използват за опростяване и по-удобно рефериране към сложни изрази или обекти.

Общи абревиатури (generic abbreviations): Това са съкращения, които дефинират цяла фамилия от символи, свързани с различни индекси или параметри.

Пример: Ако имаме символ x, можем да го разширим в зависимост от индексите x1, x2 или параметрите, към които се отнася.

2. Дефиниране на глобална константа: стойност или обект, който остава непроменен в дадената система, но може да бъде представен чрез различни параметри: symbol parameters = term

symbol: Името на глобалната константа.

parameters: Параметри, чрез които се дефинира символът.

term: Формален израз, който представлява стойността или зависимостта.

Ако EmptySet е символ за празно множество, можем да дефинираме:

EmptySet(A)={},къдетоAе типът на елементите.

Аксиоматични дефиниции: Описанието на обекта включва ограничения – аксиома за дадения обект.