1	2	3	4	5	TP
6	7	8	9	10	**Nota**

Nombre y apellido: ______________________________

Nº de orden: ________ L.U.: __________

Lenguajes Formales, Autómatas y Computabilidad

Segundo cuatrimestre de 2024

Examen parcial

- El examen dura tres horas.
- El examen es a **libro cerrado** y no está permitido utilizar dispositivos electrónicos.
- Se aprueba con 65 puntos sobre 100.
- De haber obtenido puntos en el trabajo práctico opcional, los mismos se sumarán al puntaje **de la primera parte** del parcial. El puntaje máximo de la primera parte es 50 puntos.
- Los ejercicios de selección múltiple se puntúan de la siguiente forma. Dado un ejercicio que vale p puntos y tiene n respuestas correctas y m incorrectas, cada respuesta correcta marcada suma p/n puntos, y cada respuesta incorrecta marcada resta p/m puntos. El puntaje final de cada ejercicio se redondea al entero más cercano, y no puede ser negativo.
- Solo se corregirán las respuestas consignadas en las hojas de este enunciado. No entregar justificaciones ni desarrollos adicionales.

Primera parte *(50 pts máx.)*

Ejercicio 1. (*10 pts*) Indicar las afirmaciones verdaderas.

a. ◯ $\mathrm{Ini}(\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2) = \mathrm{Ini}(\mathcal{L}_1) \cap \mathrm{Ini}(\mathcal{L}_2)$

b. ◯ $\mathrm{Fin}(\mathrm{Sub}(\mathcal{L})) = \mathrm{Fin}(\mathcal{L})$

c. ◯ $\mathrm{Sub}(\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2) = \mathrm{Fin}(\mathcal{L}_1)\,\mathrm{Ini}(\mathcal{L}_2)$

d. ⊗ $\mathrm{Ini}(\mathrm{Ini}(\mathcal{L})) = \mathrm{Ini}(\mathcal{L})$

Ejercicio 2. (*10 pts*) Dar un autómata finito que reconozca las cadenas sobre $\Sigma = \{a, b\}$ que no contienen la subcadena $abaa$ ni terminan en b.

Ejercicio 3. (*10 pts*) Sean $\mathcal{L}_1 = \{\omega \in \{a,b\}^* \mid |\omega|_b \text{ es par}\}$, $\mathcal{L}_2 = \left\{a^{2n}b^{2n+1} \,\middle|\, n \geq 0\right\}$. Indicar las afirmaciones verdaderas:

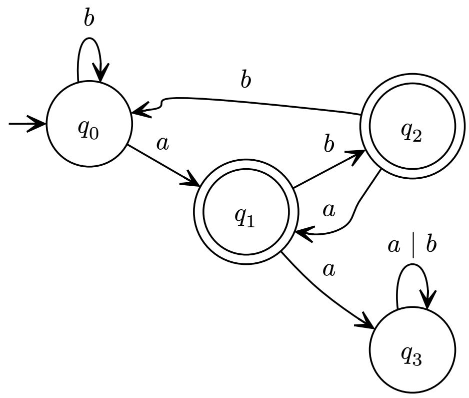
a. ⊗ $\mathcal{L}_1$ es regular.

b. ⊗ $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2$ es regular.

c. ◯ $\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$ es regular.

d. ◯ $\mathcal{L}_2$ es regular.

Ejercicio 4. (*10 pts*)



Sea $M = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1, q_2\} \rangle$ un autómata finito con δ dada por el gráfico de la izquierda.

Indicar las expresiones regulares que denoten $\mathcal{L}(M)$:

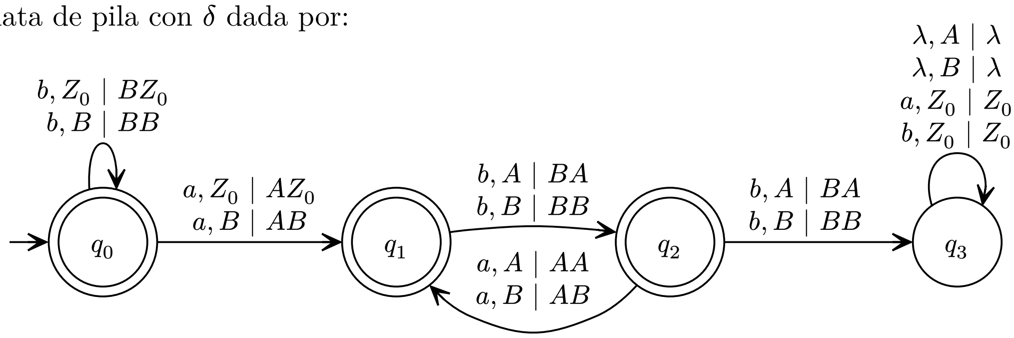
a. ○ $(ab|b)^*ab$

b. ⊗ $(ab|b)^*a(b|\lambda)$

c. ○ $(ab|b)^+a(b|\lambda)$

d. ○ $(ba|b)^*a^+b$

Ejercicio 5. (*10 pts*) Sea $M = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \{A, B, Z_0\}, \delta, q_0, Z_0, \{q_0, q_1, q_2\} \rangle$ un autómata de pila con δ dada por:



Indicar las afirmaciones verdaderas:

a. ⊗ $\mathcal{L}(M)$ es regular.

b. ○ M no es determinístico.

c. ⊗ $\{ababa, b, a\} \subseteq \mathcal{L}(M)$.

d. ○ $\{abb, b, a\} \subseteq \mathcal{L}(M)$.

Aclaración: En todos los casos, $\mathcal{L}(M)$ denota el lenguaje aceptado por M por estado final.

Segunda parte

(50 pts máx.)

Ejercicio 6. (*10 pts*) Dar una gramática libre de contexto que genere el lenguaje $\mathcal{L} = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \neq 2|\omega|_b\}$.

Ejercicio 7. (*10 pts*) Sea $G = \langle \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S \rangle$ una gramática, con P:

$$\begin{array}{rcl} S & \to & ABSC \mid \lambda \\ A & \to & a \mid \lambda \\ BA & \to & AB \\ BC & \to & bC \\ Bb & \to & bb \\ C & \to & c \mid Cc \end{array}$$

Indicar las afirmaciones que sean verdaderas.

a. $\otimes$ G es ambigua.

b. $\bigcirc$ $\mathcal{L}(G) = \{\omega \in \{a, b, c\}^* \mid |\omega|_a = |\omega|_b = |\omega|_c\}$

c. $\bigcirc$ $\mathcal{L}(G) = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

d. $\bigcirc$ G es libre de contexto.

e. $\bigcirc$ G es sensible al contexto.

f. $\otimes$ $\mathcal{L}(G) = \{a^n b^m c^s \mid 0 \leq n \leq m \leq s\}$

Ejercicio 8. (*10 pts*) Indicar cuáles de los siguientes predicados son primitivos recursivos.

a. $\otimes$ $p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ codifica un programa que no tiene ciclos} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$

b. $\otimes$ $p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ es un número primo} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$

c. $\otimes$ $p(x, y) = \begin{cases} 1 & \begin{array}{l}\text{si } x \text{ codifica un programa que, para la entrada } y, \\ \text{termina en a lo sumo 2024 pasos de ejecución}\end{array} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$

d. $\bigcirc$ $p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ codifica un programa que siempre devuelve 2} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$

e. $\otimes$ $p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ codifica una lista de más de 20 elementos} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$

Ejercicio 9. (*10 pts*) Indicar cuáles de las siguientes funciones son parcialmente computables (es decir, son $\Psi_P^{(n)}$ para algún programa P en $\mathcal{S}$++):

a. $\bigcirc$ $f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \forall z\ \Phi_x^{(1)}(z) = 2y + 1 \\ \uparrow & \text{si no} \end{cases}$

b. $\otimes$ $f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \exists z\ \Phi_x^{(1)}(z) = 2y + 1 \\ \uparrow & \text{si no} \end{cases}$

c. $\bigcirc$ $f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \Phi_x^{(1)}(y) = 2y + 1 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$

d. $\otimes$ $f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \Phi_x^{(1)}(y) = 2y + 1 \\ \uparrow & \text{si no} \end{cases}$

Ejercicio 10. (*10 pts*) Sea $C = \left\{x \;\middle|\; \exists y \text{ tal que } \Phi_x^{(1)}(y) \uparrow \right\}$. Indicar las afirmaciones verdaderas.

a. $\bigcirc$ C es c.e.

b. $\bigcirc$ C es primitivo recursivo.

c. $\bigcirc$ C es computable.

d. $\bigcirc$ C es co-c.e.

e. $\otimes$ C es infinito.