# Lema de Pumping (¡o bombeo!)

para l. regulares.

AF ⟷ ER

Si L es regular ⇒ cumple el lema.

Si un $\mathcal{L}$ no cumple L.P ⇒ No es regular
Si cumple L.P ⇒ No nos dice nada.

Basicamente, es nuestra herramienta p/ saber si un lenguaje no es regular.

Los leng. regulares son cerrados con otros RE.

$L_1, L_2$ regulares

- Unión $L_1 \cup L_2$
- Conca. $L_1 L_2$
- Inter. $L_1 \cap L_2$
- Compl. $L_1^c = \Sigma^* \setminus L_1$
- Reversa $L_1^r$

Vale para U finitas.
Si aplicás ∞ operaciones ya no sabés.

$p \to q \equiv \neg p \vee q$

$\neg(p \to q) \equiv \neg(\neg p \vee q) \equiv \underline{\underline{p \wedge \neg q}}$

## Definición

L es regular →

$$\exists p > 0 \left( \forall \alpha \left( \underbrace{(\alpha \in L \wedge |\alpha| \geq p)}_{p} \to \overbrace{\exists x \exists y \exists z \left( \alpha = xyz \wedge |xy| \leq p \wedge |y| \geq 1 \wedge \forall i \geq 0 \, (xy^i z \in L) \right)}^{q} \right) \right)$$

Traducción. Sea $\mathcal{L}$ regular.

∃ una longitud mínima p / todas las cadenas $\alpha \in L$ que superan o igualan dicha longitud, pueden ser escritas de la forma $\alpha = xyz$ donde

$|xy| \leq p \qquad |y| \geq 1 \qquad \forall\, i \geq 0,\ xy^iz \in \mathcal{L}$

Si queremos ver que Pumping no vale, brq $xy^iz \in \mathcal{L}$ para alguna descomposición.

$$\forall p>0 \,(\exists\, \alpha \in \mathcal{L} \wedge |\alpha| \geq p \wedge \forall x \forall y \forall z\, (\alpha = xyz \wedge |xy| \leq p \wedge |y| \geq 1 \wedge (\exists\, i \geq 0\, (xy^iz \notin \mathcal{L}))))$$

## Pasos

(1) Te dan un $p>0$

(2) Elijo cadena $\alpha \in \mathcal{L}$ con $|\alpha| \geq p$

(3) Me dan $\alpha = xyz$ con $|xy| \leq p$ y $|y| \geq 1$

(4) Elijo un $i$ mayor o igual a cero / $xy^iz \notin \mathcal{L}$.

## Ejercicios

- $\mathcal{L}_1 = \{ a^n b^n \mid n \geq 1 \}$

¿Podemos ver un $\mathcal{L}$ e intuir su regularidad?
→ $\mathcal{L}_1$ crece todo el tiempo no está acotado → puede no ser $\mathcal{L}$ regular.

① Nos dan $p>0$

② Elijo $\alpha = a^p . b^p \quad |\alpha| \geq p$

$\alpha = a^p . b^p \in \mathcal{L}_1$

③ Para la cadena que yo elegí, alguien elige una descomposición $\alpha = xyz$ con $|xy| \leq p$ y $|y| \geq 1$

Si