Nombre y apellido: ______________________

Nº de orden: ________ L.U.: __________

1	2	3	4	5	TP
6	7	8	9	10	**Nota**

Lenguajes Formales, Autómatas y Computabilidad

Segundo cuatrimestre de 2024

Recuperatorio del parcial

- El examen dura tres horas.
- El examen es a **libro cerrado** y no está permitido utilizar dispositivos electrónicos.
- Se aprueba con 65 puntos sobre 100.
- De haber obtenido puntos en el trabajo práctico opcional, los mismos se sumarán al puntaje **de la primera parte** del parcial. El puntaje máximo de la primera parte es 50 puntos.
- Los ejercicios de selección múltiple se puntúan de la siguiente forma. Dado un ejercicio que vale p puntos y tiene n respuestas correctas y m incorrectas, cada respuesta correcta marcada suma p/n puntos, y cada respuesta incorrecta marcada resta p/m puntos. El puntaje final de cada ejercicio se redondea al entero más cercano, y no puede ser negativo.
- Solo se corregirán las respuestas consignadas en las hojas de este enunciado. No entregar justificaciones ni desarrollos adicionales.

Primera parte *(50 pts máx.)*

Ejercicio 1. (*10 pts*) Sea $\mathcal{L}$ un lenguaje cualquiera. Marcar con una cruz las afirmaciones verdaderas.

a. ⊗ $(\mathcal{L}^*)^+ = (\mathcal{L}^*)^*$

b. ◯ $\mathrm{Fin}(\mathcal{L}^*) = (\mathrm{Fin}(\mathcal{L}))^*$

c. ◯ Si $(\mathcal{L}^3)^* = \mathcal{L}^*$, entonces $\lambda \in \mathcal{L}$

d. ◯ $(\mathcal{L}.\mathcal{L}^{\mathrm{r}})^+ = (\mathcal{L}^{\mathrm{r}}.\mathcal{L})^+$

e. ◯ Si $\lambda \in \mathcal{L}$, entonces $(\mathcal{L}^3)^* = \mathcal{L}^*$

f. ◯ $\lambda \in \mathcal{L}^*.\varnothing$

Ejercicio 2. (*10 pts*) Dar un autómata finito determinístico que reconozca las cadenas sobre $\Sigma = \{a, b\}$ que comienzan con aa o contienen la subcadena ab una cantidad impar de veces.

Ejercicio 3. (*10 pts*) Sean $\mathcal{L}_1 = \{(ab^n)^n \mid n \geq 0\}$, $\mathcal{L}_2 = \{\omega \mid |\omega|_a \text{ es impar}\}$. Indicar las afirmaciones verdaderas:

a. ◯ $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2$ es regular.

b. ⊗ $\mathcal{L}_2$ es regular.

c. ◯ $\mathcal{L}_1$ es regular.

d. ◯ $\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$ es regular.

Ejercicio 4. (*10 pts*) Sea $\mathcal{L}$ el lenguaje denotado por la expresión regular $(a|b)^*abb(a|b)^*$. Marcar con una cruz las afirmaciones verdaderas.

a. ○ $\mathcal{L} \subseteq \{\omega \in \{a,b\}^* \mid |\omega|_a = 2|\omega|_b\}$

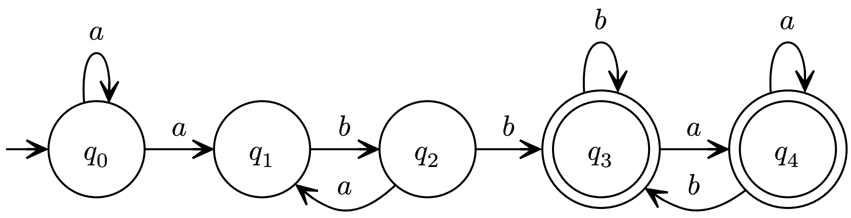
b. ⊗ $\mathcal{L}^{\mathrm{r}}$ es denotado por $(a|b)^*bba(a|b)^*$

c. ○ $\mathcal{L}^{\mathrm{c}}$ es denotado por $a^*|b^*|ba|ab|(a^+ba^*)^*|(a^*ba^+)^*$

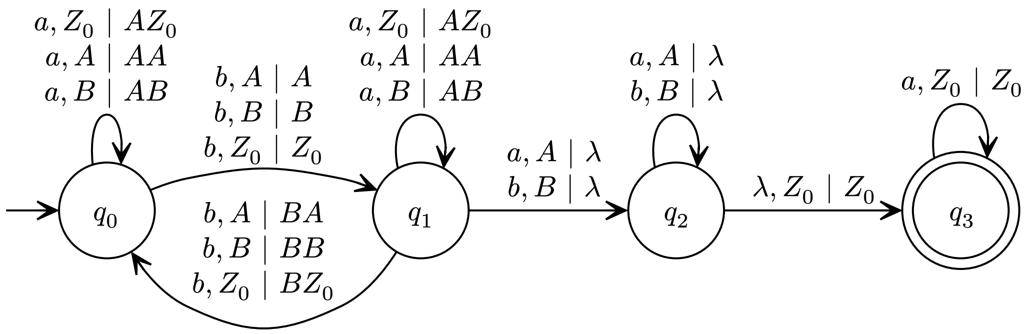
d. ○ $\mathcal{L} \cup \{\omega \in \{a,b\}^* \mid |\omega|_a = 2|\omega|_b\}$ es un lenguaje regular

e. ○ $\{\omega \in \{a,b\}^* \mid |\omega|_a = 2|\omega|_b\} \subseteq \mathcal{L}$

f. ○ $\mathcal{L}$ es reconocido por el autómata $M = \langle\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4\},\{a,b\},\delta,q_0,\{q_3,q_4\}\rangle$ con δ dada por el gráfico que aparece a continuación.



Ejercicio 5. (*10 pts*) Sea $M = \langle\{q_0,q_1,q_2,q_3\},\{a,b\},\{A,B,Z_0\},\delta,q_0,Z_0,\{q_3\}\rangle$ un autómata de pila con δ dada por:



Indicar las afirmaciones verdaderas:

a. ○ $\{bbbb, bab, aba\} \subseteq \mathcal{L}(M)$.

b. ⊗ $\{aabaa, babbba, baa\} \subseteq \mathcal{L}(M)$.

c. ⊗ M no es determinístico.

d. ○ Si $\omega \in \mathcal{L}(M)$, entonces $\omega = \alpha\alpha^{\mathrm{r}}$ para algún $\alpha \in \{a,b\}^*$.

e. ○ $\mathcal{L}(M)$ es regular.

f. ○ Si $\omega \in \mathcal{L}(M)$, entonces $|\omega|_a < |\omega|_b$.

Aclaración: En todos los casos, $\mathcal{L}(M)$ denota el lenguaje aceptado por M por estado final.

Segunda parte *(50 pts máx.)*

Ejercicio 6. (*10 pts*) Dar una gramática libre de contexto que genere el lenguaje
$\mathcal{L} = \{\alpha c^n \mid \alpha \in \{a,b\}^* \wedge n = \text{cantidad de apariciones de } ba \text{ como subcadena de } \alpha\}$.

Ejercicio 7. (*10 pts*) Sea $G = \langle\{S,A,B\},\{a,b,c\},P,S\rangle$ una gramática, con P:

$$\begin{array}{rcl} S & \to & aAbc \mid abc \\ Ab & \to & bA \\ Ac & \to & Bbcc \\ bB & \to & Bb \\ aB & \to & aaA \mid aa \end{array}$$

Marcar con una cruz las afirmaciones verdaderas.

a. $\bigcirc$ G es libre de contexto.
b. $\otimes$ G es sensible al contexto.
c. $\bigcirc$ $\mathcal{L}(G) = \{a^n b^m c^s \mid 1 \le n \le m \le s\}$
d. $\otimes$ $\mathcal{L}(G) = \{a^n b^n c^n \mid n \ge 1\}$
e. $\bigcirc$ $\mathcal{L}(G) = \{\omega \in \{a,b,c\}^* \mid |\omega|_a = |\omega|_b = |\omega|_c\}$
f. $\bigcirc$ G es ambigua.

Ejercicio 8. (*10 pts*) Sea $r : \mathbb{N} \to \{0,1\}$ un predicado primitivo recursivo. Marcar con una cruz las funciones primitivas recursivas.

a. $\otimes$ $f(x) = \min\left(\{y \mid y \le x \wedge r(y)\} \cup \{x+1\}\right)$
b. $\bigcirc$ $f(x) = \min\left\{y \,\middle|\, r\left(\Phi_x^{(1)}(y)\right)\right\}$
c. $\otimes$ $p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \exists y \text{ tal que } y < x \wedge r(y) \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$
d. $\otimes$ $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } r(x) \\ x+1 & \text{si no} \end{cases}$
e. $\bigcirc$ $p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \exists y \text{ tal que } y > x \wedge r(y) \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$

Ejercicio 9. (*10 pts*) Marcar con una cruz las funciones que son parcialmente computables (es decir, son $\Psi_P^{(n)}$ para algún programa P en $\mathcal{S}$++):

a. $\bigcirc$ $f(x,y) = \begin{cases} x & \text{si } \Phi_y^{(1)}(x) = \Phi_y^{(1)}(x+1) \\ x+1 & \text{si no} \end{cases}$
b. $\otimes$ $f(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \Phi_x^{(1)}(y) \ge y \\ \uparrow & \text{si no} \end{cases}$
c. $\bigcirc$ $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \forall y \forall z\ \Phi_x^{(1)}(y) = \Phi_x^{(2)}(y,z) \\ \uparrow & \text{si no} \end{cases}$
d. $\otimes$ $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } \Phi_{2024}^{(1)}(352)\downarrow \\ x+1 & \text{si no} \end{cases}$

Ejercicio 10. (*10 pts*) Sea $C = \left\{x \,\middle|\, \text{Dom } \Phi_x^{(1)} \cap \text{Im } \Phi_x^{(1)} = \varnothing\right\}$. Marcar con una cruz las afirmaciones verdaderas.

a. $\bigcirc$ C es computable.
b. $\otimes$ C es infinito.
c. $\bigcirc$ C es c.e.
d. $\bigcirc$ C es primitivo recursivo.
e. $\otimes$ C es co-c.e.