

# Procesamiento Cuántico de Información

*Ariel Bendersky*<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Computación - FCEyN - Universidad de Buenos Aires

Clase 3

# Clase 3

- Sistemas de muchos qubits.
- Producto tensorial.
- Estados producto.
- Entrelazamiento.
- No señalización.
- *Quantum misteries revisited* revisitado.

# Clase 3

- Sistemas de muchos qubits.
- Producto tensorial.
- Estados producto.
- Entrelazamiento.
- No señalización.
- *Quantum misteries revisited* revisitado.

# Clase 3

- Sistemas de muchos qubits.
- Producto tensorial.
- Estados producto.
- Entrelazamiento.
- No señalización.
- *Quantum misteries revisited* revisitado.

# Clase 3

- Sistemas de muchos qubits.
- Producto tensorial.
- Estados producto.
- Entrelazamiento.
- No señalización.
- *Quantum misteries revisited* revisitado.

# Clase 3

- Sistemas de muchos qubits.
- Producto tensorial.
- Estados producto.
- Entrelazamiento.
- No señalización.
- *Quantum misteries revisited* revisitado.

# Clase 3

- Sistemas de muchos qubits.
- Producto tensorial.
- Estados producto.
- Entrelazamiento.
- No señalización.
- *Quantum misteries revisited* revisitado.

# Los estados cuánticos - Repaso

## Definición

El estado de un sistema cuántico está representado por un vector  $|\psi\rangle$  perteneciente a un espacio de Hilbert  $\mathcal{H}$  con  $\langle\psi|\psi\rangle = 1$ .

$|\psi\rangle$  es un vector columna complejo de módulo 1

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ \frac{1+i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$\langle\psi|$  es el transpuesto conjugado de  $|\psi\rangle$ , también notado como  $|\psi\rangle^\dagger$ .



# Los qubits - Repaso

## El qubit - Definición

Se llama *qubit* a cualquier sistema de dimensión 2. Es el equivalente cuántico del bit.

## La base computacional

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Notemos que es una base ortonormal:  $\langle 0|1\rangle = 0$  y  $\langle k|k\rangle = 1$  para  $k \in \{0, 1\}$ . La computación clásica sólo admite estados de esta base canónica.

# Los qubits - Repaso

## El qubit - Definición

Se llama *qubit* a cualquier sistema de dimensión 2. Es el equivalente cuántico del bit.

## La base computacional

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Notemos que es una base ortonormal:  $\langle 0|1\rangle = 0$  y  $\langle k|k\rangle = 1$  para  $k \in \{0, 1\}$ . La computación clásica sólo admite estados de esta base canónica.

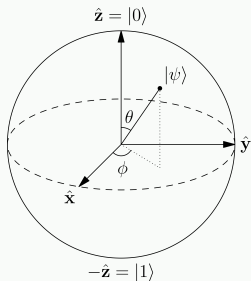
# Los qubits - Repaso

## Estado más general

$$|\psi\rangle = \cos(\theta/2) |0\rangle + \sin(\theta/2) e^{i\phi} |1\rangle$$

El estado de un qubit puede ser cualquier vector de módulo 1. Están definidos a menos de una fase global.

## La esfera de Bloch



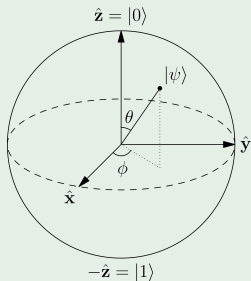
# Los qubits - Repaso

## Estado más general

$$|\psi\rangle = \cos(\theta/2) |0\rangle + \sin(\theta/2) e^{i\phi} |1\rangle$$

El estado de un qubit puede ser cualquier vector de módulo 1. Están definidos a menos de una fase global.

## La esfera de Bloch



# Los qubits

## Dos qubits

La base computacional es:

$$\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$$

donde  $|ij\rangle = |i\rangle \otimes |j\rangle$ .

$$\langle ij|kl\rangle = \delta_{ik}\delta_{jl}$$

## $n$ -qubits

La base computacional está formada por todas las  $n$ -uplas binarias:

$$\{|0\dots 00\rangle, |0\dots 01\rangle, |0\dots 10\rangle, |1\dots 11\rangle\}$$

El espacio de Hilbert de  $n$  qubits  $\mathcal{H}_n$  tiene dimensión  $2^n$ .

# Los qubits

## Dos qubits

La base computacional es:

$$\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$$

donde  $|ij\rangle = |i\rangle \otimes |j\rangle$ .

$$\langle ij|kl\rangle = \delta_{ik}\delta_{jl}$$

## $n$ -qubits

La base computacional está formada por todas las  $n$ -uplas binarias:

$$\{|0\dots 00\rangle, |0\dots 01\rangle, |0\dots 10\rangle, |1\dots 11\rangle\}$$

El espacio de Hilbert de  $n$  qubits  $\mathcal{H}_n$  tiene dimensión  $2^n$ .

# Los qubits

El estado más general posible es una combinación lineal de los elementos de la base computacional normalizado.

# Estados producto

Sea un sistema multipartito. Se denomina estado producto a un estado que se puede factorizar como:

$$|\psi_{1,2,3,\dots n}\rangle = |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle \otimes |\psi_3\rangle \otimes \dots$$



# Estados producto

## Medición

Si la persona  $K$  mide los proyectores  $\{\Pi_j^K\}$  la probabilidad multipartita es:

$$prob(j_1, \dots, j_n) = \langle \psi_{1,2,\dots,n} | \Pi_{j_1}^1 \otimes \Pi_{j_2}^2 \otimes \dots \Pi_{j_n}^n | \psi_{1,2,\dots,n} \rangle$$

Luego:

$$prob(j_1, \dots, j_n) = \langle \psi_1 | \otimes \langle \psi_2 | \otimes \dots \otimes \langle \psi_n | \Pi_{j_1}^1 \otimes \Pi_{j_2}^2 \otimes \dots \Pi_{j_n}^n | \psi_1 \rangle \otimes | \psi_2 \rangle \otimes \dots \otimes | \psi_n \rangle$$

$$prob(j_1, \dots, j_n) = \langle \psi_1 | \Pi_{j_1}^1 | \psi_1 \rangle \langle \psi_2 | \Pi_{j_2}^2 | \psi_2 \rangle \dots \langle \psi_n | \Pi_{j_n}^n | \psi_n \rangle$$

$$prob(j_1, \dots, j_n) = p_1(j_1)p_2(j_2)\dots p_n(j_n)$$

# Estados producto

Son estados en los que las partes son independientes.

## El resto de los estados

¿Y esto?

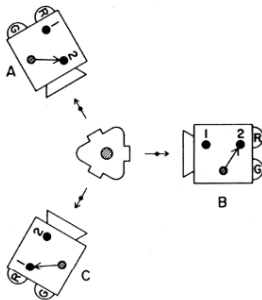
$$|\psi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_A\rangle \otimes |0_B\rangle + |1_A\rangle \otimes |1_B\rangle)$$

¿Qué pasa si ambos miden  $\sigma_z$ ? Pizarra.

# Estados entrelazados

Los estados que no pueden escribirse como producto tensorial entre estados de sus partes se denominan entrelazados. Exhiben correlaciones cuánticas.

# Quantum Mysteries Revisited. (N. D. Mermin, 1990)



- 1 Si sólo un detector está en 1, siempre hay un número impar de luces rojas.
- 2 Si los tres detectores están en 1, nunca se observa un número impar de luces rojas.

# Quantum Mysteries Revisited. (N. D. Mermin, 1990)



Se puede pensar cada partícula como instrucciones sobre qué debe hacer el detector en cada caso.

$$\begin{pmatrix} RGR \\ GGG \end{pmatrix}$$

Enumerando todas las posibilidades se ve que esas dos reglas no se pueden cumplir nunca.

## Quantum Mysteries Revisited. (N. D. Mermin, 1990)

- Si las tres partículas están en un estado cuántico particular, y los detectores miden ciertas propiedades cuánticas de las partículas, sí se puede construir esa máquina.
- Qué raro... o no tanto. Si los detectores pudieran hablarse entre ellos no habría nada sorprendente (si cada detector sabe qué midieron los otros).
- Evitemos que se hablen, aunque no sepamos muy bien qué mecanismo usa la naturaleza para que se hablen.

## Quantum Mysteries Revisited. (N. D. Mermin, 1990)

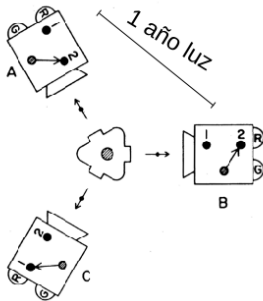
- Si las tres partículas están en un estado cuántico particular, y los detectores miden ciertas propiedades cuánticas de las partículas, sí se puede construir esa máquina.
- Qué raro... o no tanto. Si los detectores pudieran hablarse entre ellos no habría nada sorprendente (si cada detector sabe qué midieron los otros).
- Evitemos que se hablen, aunque no sepamos muy bien qué mecanismo usa la naturaleza para que se hablen.



## Quantum Mysteries Revisited. (N. D. Mermin, 1990)

- Si las tres partículas están en un estado cuántico particular, y los detectores miden ciertas propiedades cuánticas de las partículas, sí se puede construir esa máquina.
- Qué raro... o no tanto. Si los detectores pudieran hablarse entre ellos no habría nada sorprendente (si cada detector sabe qué midieron los otros).
- Evitemos que se hablen, aunque no sepamos muy bien qué mecanismo usa la naturaleza para que se hablen.

# Quantum Mysteries Revisited Revisitado



La decisión de qué medir se toma a último minuto.

# Quantum Mysteries Revisited

Consideremos los siguientes observables:

$$O_1 = \sigma_x \otimes \sigma_y \otimes \sigma_y$$

$$O_2 = \sigma_y \otimes \sigma_x \otimes \sigma_y$$

$$O_3 = \sigma_y \otimes \sigma_y \otimes \sigma_x$$

- Los tres operadores conmutan (usar que  $[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$ ).
- Por lo tanto, tienen una base común de autovectores.
- Sea  $|\psi\rangle$  tal que  $O_k |\psi\rangle = |\psi\rangle$  (autoestado de autovalor +1 de los tres observables).
- Consideremos que el detector en posición 1 es medir  $\sigma_x$  y en posición 2 es medir  $\sigma_y$ .
- Luz roja es resultado +1, luz verde es resultado -1.

# Quantum Mysteries Revisited

Consideremos los siguientes observables:

$$O_1 = \sigma_x \otimes \sigma_y \otimes \sigma_y$$

$$O_2 = \sigma_y \otimes \sigma_x \otimes \sigma_y$$

$$O_3 = \sigma_y \otimes \sigma_y \otimes \sigma_x$$

- Los tres operadores conmutan (usar que  $[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$ ).
- Por lo tanto, tienen una base común de autovectores.
- Sea  $|\psi\rangle$  tal que  $O_k |\psi\rangle = |\psi\rangle$  (autoestado de autovalor +1 de los tres observables).
- Consideremos que el detector en posición 1 es medir  $\sigma_x$  y en posición 2 es medir  $\sigma_y$ .
- Luz roja es resultado +1, luz verde es resultado -1.

# Quantum Mysteries Revisited

Consideremos los siguientes observables:

$$O_1 = \sigma_x \otimes \sigma_y \otimes \sigma_y$$

$$O_2 = \sigma_y \otimes \sigma_x \otimes \sigma_y$$

$$O_3 = \sigma_y \otimes \sigma_y \otimes \sigma_x$$

- Los tres operadores conmutan (usar que  $[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$ ).
- Por lo tanto, tienen una base común de autovectores.
- Sea  $|\psi\rangle$  tal que  $O_k |\psi\rangle = |\psi\rangle$  (autoestado de autovalor +1 de los tres observables).
- Consideremos que el detector en posición 1 es medir  $\sigma_x$  y en posición 2 es medir  $\sigma_y$ .
- Luz roja es resultado +1, luz verde es resultado -1.

# Quantum Mysteries Revisited

Consideremos los siguientes observables:

$$O_1 = \sigma_x \otimes \sigma_y \otimes \sigma_y$$

$$O_2 = \sigma_y \otimes \sigma_x \otimes \sigma_y$$

$$O_3 = \sigma_y \otimes \sigma_y \otimes \sigma_x$$

- Los tres operadores conmutan (usar que  $[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$ ).
- Por lo tanto, tienen una base común de autovectores.
- Sea  $|\psi\rangle$  tal que  $O_k |\psi\rangle = |\psi\rangle$  (autoestado de autovalor +1 de los tres observables).
- Consideremos que el detector en posición 1 es medir  $\sigma_x$  y en posición 2 es medir  $\sigma_y$ .
- Luz roja es resultado +1, luz verde es resultado -1.

# Quantum Mysteries Revisited

Consideremos los siguientes observables:

$$O_1 = \sigma_x \otimes \sigma_y \otimes \sigma_y$$

$$O_2 = \sigma_y \otimes \sigma_x \otimes \sigma_y$$

$$O_3 = \sigma_y \otimes \sigma_y \otimes \sigma_x$$

- Los tres operadores conmutan (usar que  $[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$ ).
- Por lo tanto, tienen una base común de autovectores.
- Sea  $|\psi\rangle$  tal que  $O_k |\psi\rangle = |\psi\rangle$  (autoestado de autovalor +1 de los tres observables).
- Consideremos que el detector en posición 1 es medir  $\sigma_x$  y en posición 2 es medir  $\sigma_y$ .
- Luz roja es resultado +1, luz verde es resultado -1.

# Quantum Mysteries Revisited

Consideremos los siguientes observables:

$$O_1 = \sigma_x \otimes \sigma_y \otimes \sigma_y$$

$$O_2 = \sigma_y \otimes \sigma_x \otimes \sigma_y$$

$$O_3 = \sigma_y \otimes \sigma_y \otimes \sigma_x$$

- Los tres operadores conmutan (usar que  $[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$ ).
- Por lo tanto, tienen una base común de autovectores.
- Sea  $|\psi\rangle$  tal que  $O_k |\psi\rangle = |\psi\rangle$  (autoestado de autovalor +1 de los tres observables).
- Consideremos que el detector en posición 1 es medir  $\sigma_x$  y en posición 2 es medir  $\sigma_y$ .
- Luz roja es resultado +1, luz verde es resultado -1.



# Quantum Mysteries Revisited

Si sólo un detector está en 1 (uno mide  $\sigma_x$  y los otros dos  $\sigma_y$ ), estamos midiendo uno de los tres operadores  $O_k$ , por lo tanto el producto de las tres mediciones es  $+1$  (el autovalor correspondiente al estado en ese operador). Es decir, hay un número impar de luces rojas (o un número par de verdes).

# Quantum Mysteries Revisited

Si los tres detectores están en 1 (todos miden  $\sigma_x$ ), notemos que  $\sigma_x \otimes \sigma_x \otimes \sigma_x = -O_1 O_2 O_3$  y también conmuta con los tres. Por lo tanto, al medirlo a ese estado tengo que obtener -1 (el estado es autovector de  $\sigma_x \otimes \sigma_x \otimes \sigma_x$  con autovalor -1). En ese caso, el producto de las tres mediciones locales tiene que ser -1, por lo tanto nunca hay un número impar de luces rojas (para dar -1, tiene que haber una cantidad impar de luces verdes, que valen -1).

Ejercicio:

Encuentre la representación del estado  $|\psi\rangle$  que acabamos de usar en la base computacional.

# Aplicación del Entrelazamiento: Codificación Superdensa

## El Problema

Alice (A) quiere enviar dos bits clásicos ( $b_1 b_2$ ) a Bob (B).

## Enfoque Clásico

Alice debe enviar dos señales físicas (pulsos de luz, niveles de voltaje, etc.) que Bob pueda interpretar como los dos bits. Es decir, requiere transmitir 2 bits de información.

## Pregunta Cuántica

Si Alice y Bob comparten un par de qubits entrelazados de antemano, ¿puede Alice enviar los dos bits a Bob transmitiendo *menos* de dos bits clásicos?

Respuesta: Sí, enviando **un solo qubit**.

# Aplicación del Entrelazamiento: Codificación Superdensa

## El Problema

Alice (A) quiere enviar dos bits clásicos ( $b_1 b_2$ ) a Bob (B).

## Enfoque Clásico

Alice debe enviar dos señales físicas (pulsos de luz, niveles de voltaje, etc.) que Bob pueda interpretar como los dos bits. Es decir, requiere transmitir 2 bits de información.

## Pregunta Cuántica

Si Alice y Bob comparten un par de qubits entrelazados de antemano, ¿puede Alice enviar los dos bits a Bob transmitiendo *menos* de dos bits clásicos?

Respuesta: Sí, enviando **un solo qubit**.

# Aplicación del Entrelazamiento: Codificación Superdensa

## El Problema

Alice (A) quiere enviar dos bits clásicos ( $b_1 b_2$ ) a Bob (B).

## Enfoque Clásico

Alice debe enviar dos señales físicas (pulsos de luz, niveles de voltaje, etc.) que Bob pueda interpretar como los dos bits. Es decir, requiere transmitir 2 bits de información.

## Pregunta Cuántica

Si Alice y Bob comparten un par de qubits entrelazados de antemano, ¿puede Alice enviar los dos bits a Bob transmitiendo *menos* de dos bits clásicos?

Respuesta: Sí, enviando **un solo qubit**.

# Aplicación del Entrelazamiento: Codificación Superdensa

## El Problema

Alice (A) quiere enviar dos bits clásicos ( $b_1 b_2$ ) a Bob (B).

## Enfoque Clásico

Alice debe enviar dos señales físicas (pulsos de luz, niveles de voltaje, etc.) que Bob pueda interpretar como los dos bits. Es decir, requiere transmitir 2 bits de información.

## Pregunta Cuántica

Si Alice y Bob comparten un par de qubits entrelazados de antemano, ¿puede Alice enviar los dos bits a Bob transmitiendo *menos* de dos bits clásicos?

Respuesta: Sí, enviando **un solo qubit**.

# Codificación Superdensa: El Protocolo (Caso Base)

- ❶ **Preparación:** Alice y Bob comparten un par de qubits en el estado de Bell  $|\Phi^+\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_A0_B\rangle + |1_A1_B\rangle)$ . Alice tiene el qubit A, Bob tiene el qubit B.

- ❷ **Codificación (Alice):** Alice quiere enviar los bits  $b_1b_2$ .  
Aplica una compuerta unitaria  $U_{b_1b_2}$  sólo a su qubit (A):

- Si quiere enviar 00  $\implies$  aplica  $I$  (identidad). Estado global:  
 $|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ .
- Si quiere enviar 01  $\implies$  aplica  $X$  (NOT). Estado global:  
 $(X_A \otimes I_B)|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |01\rangle) = |\Psi^+\rangle$ .
- Si quiere enviar 10  $\implies$  aplica  $Z$  (Phase Flip). Estado global:  
 $(Z_A \otimes I_B)|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle) = |\Phi^-\rangle$ .
- Si quiere enviar 11  $\implies$  aplica  $ZX$ . Estado global:  
 $(Z_A X_A \otimes I_B)|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-|10\rangle + |01\rangle) = |\Psi^-\rangle$ .

Observe que aplicó una de 4 operaciones locales resultando en uno de los 4 estados de Bell ortonormales.

- ❸ **Transmisión:** Alice envía su qubit (A) a Bob a través de un canal cuántico.



# Codificación Superdensa: El Protocolo (Caso Base)

- 1 **Preparación:** Alice y Bob comparten un par de qubits en el estado de Bell  $|\Phi^+\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_A0_B\rangle + |1_A1_B\rangle)$ . Alice tiene el qubit A, Bob tiene el qubit B.
- 2 **Codificación (Alice):** Alice quiere enviar los bits  $b_1b_2$ . Aplica una compuerta unitaria  $U_{b_1b_2}$  sólo a su qubit (A):
  - Si quiere enviar 00  $\implies$  aplica  $I$  (identidad). Estado global:  $|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ .
  - Si quiere enviar 01  $\implies$  aplica  $X$  (NOT). Estado global:  $(X_A \otimes I_B)|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |01\rangle) = |\Psi^+\rangle$ .
  - Si quiere enviar 10  $\implies$  aplica  $Z$  (Phase Flip). Estado global:  $(Z_A \otimes I_B)|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle) = |\Phi^-\rangle$ .
  - Si quiere enviar 11  $\implies$  aplica  $ZX$ . Estado global:  $(Z_A X_A \otimes I_B)|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-|10\rangle + |01\rangle) = |\Psi^-\rangle$ .

Observe que aplicó una de 4 operaciones locales resultando en uno de los 4 estados de Bell ortonormales.

- 3 **Transmisión:** Alice envía su qubit (A) a Bob a través de un canal cuántico.

# Codificación Superdensa: El Protocolo (Caso Base)

- 1 **Preparación:** Alice y Bob comparten un par de qubits en el estado de Bell  $|\Phi^+\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_A0_B\rangle + |1_A1_B\rangle)$ . Alice tiene el qubit A, Bob tiene el qubit B.
- 2 **Codificación (Alice):** Alice quiere enviar los bits  $b_1b_2$ . Aplica una compuerta unitaria  $U_{b_1b_2}$  sólo a su qubit (A):
  - Si quiere enviar 00  $\implies$  aplica  $I$  (identidad). Estado global:  $|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ .
  - Si quiere enviar 01  $\implies$  aplica  $X$  (NOT). Estado global:  $(X_A \otimes I_B)|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |01\rangle) = |\Psi^+\rangle$ .
  - Si quiere enviar 10  $\implies$  aplica  $Z$  (Phase Flip). Estado global:  $(Z_A \otimes I_B)|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle) = |\Phi^-\rangle$ .
  - Si quiere enviar 11  $\implies$  aplica  $ZX$ . Estado global:  $(Z_A X_A \otimes I_B)|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-|10\rangle + |01\rangle) = |\Psi^-\rangle$ .

Observe que aplicó una de 4 operaciones locales resultando en uno de los 4 estados de Bell ortonormales.

- 3 **Transmisión:** Alice envía su qubit (A) a Bob a través de un canal cuántico.

# Codificación Superdensa: Decodificación (Bob) - Parte 1

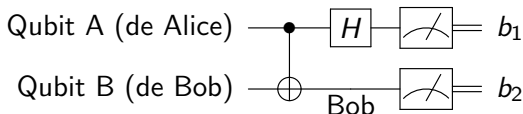
- 4 **Recepción y Medición (Bob):** Bob ahora posee ambos qubits (el suyo original B, y el A recibido de Alice). El par está en uno de los 4 estados de Bell:  $|\Phi^+\rangle, |\Psi^+\rangle, |\Phi^-\rangle, |\Psi^-\rangle$ .
- 5 Para distinguir entre estos 4 estados ortonormales, Bob realiza una **medición en la base de Bell**. Esto se implementa comúnmente con el siguiente circuito:
  - Aplicar una compuerta CNOT, usando el qubit de Alice (A) como control y el qubit de Bob (B) como objetivo.
  - Aplicar una compuerta Hadamard (H) al qubit de Alice (A).
  - Medir ambos qubits en la base computacional  $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$ .

# Codificación Superdensa: Decodificación (Bob) - Parte 1

- 4 **Recepción y Medición (Bob):** Bob ahora posee ambos qubits (el suyo original B, y el A recibido de Alice). El par está en uno de los 4 estados de Bell:  $|\Phi^+\rangle, |\Psi^+\rangle, |\Phi^-\rangle, |\Psi^-\rangle$ .
- 5 Para distinguir entre estos 4 estados ortonormales, Bob realiza una **medición en la base de Bell**. Esto se implementa comúnmente con el siguiente circuito:
  - Aplicar una compuerta CNOT, usando el qubit de Alice (A) como control y el qubit de Bob (B) como objetivo.
  - Aplicar una compuerta Hadamard (H) al qubit de Alice (A).
  - Medir ambos qubits en la base computacional  $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$ .

# Codificación Superdensa: Decodificación (Bob) - Parte 2

## 6 Circuito de Decodificación de Bob:



El resultado de la medición  $(m_1, m_2)$  corresponde directamente a los bits  $(b_1, b_2)$  que Alice quería enviar:

- Si mide 00  $\implies$  El estado era  $|\Phi^+\rangle$ , Alice envió 00.
- Si mide 01  $\implies$  El estado era  $|\Psi^+\rangle$ , Alice envió 01.
- Si mide 10  $\implies$  El estado era  $|\Phi^-\rangle$ , Alice envió 10.
- Si mide 11  $\implies$  El estado era  $|\Psi^-\rangle$ , Alice envió 11.

# Codificación Superdensa: Ventaja y Consideraciones

## Ventaja Cuántica

Alice logró enviar **2 bits clásicos** a Bob transmitiendo físicamente **sólo 1 qubit**.

## Comparación

Clásicamente, se necesitaría enviar 2 señales/bits independientes. La codificación superdensa duplica la capacidad de información clásica de un canal cuántico, si se dispone de entrelazamiento previo.

# Codificación Superdensa: Ventaja y Consideraciones

## Ventaja Cuántica

Alice logró enviar **2 bits clásicos** a Bob transmitiendo físicamente **sólo 1 qubit**.

## Comparación

Clásicamente, se necesitaría enviar 2 señales/bits independientes. La codificación superdensa duplica la capacidad de información clásica de un canal cuántico, si se dispone de entrelazamiento previo.

# Codificación Superdensa: Ventaja y Consideraciones

## Consideraciones Importantes

- Requiere un **canal cuántico** capaz de transmitir un qubit sin decoherencia significativa.
- Requiere **entrelazamiento pre-compartido**. El entrelazamiento es un recurso que se consume (1 par EPR por cada 2 bits enviados). No se crea durante la transmisión.
- **No permite comunicación más rápida que la luz (FTL):** [...] Limitada por  $c$ .



# Hoy vimos

- Sistemas de muchos qubits.
- Producto tensorial.
- Estados producto.
- Entrelazamiento.
- No señalización.
- *Quantum misteries revisited* revisitado.
- Codificación superdensa.

# Hoy vimos

- Sistemas de muchos qubits.
- Producto tensorial.
- Estados producto.
- Entrelazamiento.
- No señalización.
- *Quantum misteries revisited* revisitado.
- Codificación superdensa.

# Hoy vimos

- Sistemas de muchos qubits.
- Producto tensorial.
- Estados producto.
- Entrelazamiento.
- No señalización.
- *Quantum misteries revisited* revisitado.
- Codificación superdensa.

# Hoy vimos

- Sistemas de muchos qubits.
- Producto tensorial.
- Estados producto.
- Entrelazamiento.
- No señalización.
- *Quantum misteries revisited* revisitado.
- Codificación superdensa.

# Hoy vimos

- Sistemas de muchos qubits.
- Producto tensorial.
- Estados producto.
- Entrelazamiento.
- No señalización.
- *Quantum misteries revisited* revisitado.
- Codificación superdensa.

# Hoy vimos

- Sistemas de muchos qubits.
- Producto tensorial.
- Estados producto.
- Entrelazamiento.
- No señalización.
- *Quantum misteries revisited* revisitado.
- Codificación superdensa.

# Hoy vimos

- Sistemas de muchos qubits.
- Producto tensorial.
- Estados producto.
- Entrelazamiento.
- No señalización.
- *Quantum misteries revisited* revisitado.
- Codificación superdensa.

# La que viene

- Evolución temporal.
- Compuertas universales.
- El modelo de circuitos.