# QFT

La transf. clásica te lleva de un dominio de una función a otro.

$$g(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot e^{-iwx} \, dx$$

ej $x \xrightarrow{F} \vec{r}$ para ondas en física

Antes definamos:

$$\underset{\uparrow}{x} = \underbrace{x_1 \dots x_n}_{} = x_1 \cdot 2^{n-1} + x_2 \cdot 2^{n-2} + \dots + x_{n-1} \cdot 2^1 + x_n \cdot 2^0$$

Nº > 0 Rep binaria

$$x = \sum_{k=1}^{n} 2^{n-k} \cdot x_k$$

Lo podemos reescribir como Σ

$x \cdot 2^{-j}$ → Es un shift de j lugares → Agarramos $x \in \mathbb{Z}_{>0}$ y ahora es una fracción

$$e^{2\pi i x} = e^{2\pi x \cdot i}$$

→ sólo estamos rotando sobre el círculo unitario imaginario si x es entero.

Recordemos $(e^{iw_1}|k_1\rangle) \otimes (e^{iw_2}|k_2\rangle) = e^{i(w_1+w_2)}|k_1 k_2\rangle$

Definimos: n qubits, necesitamos $2^n = N$ tamaño de la base

$X = x_1 \dots x_n$

$$F_N |x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \bigotimes_{j=1}^{n} \left( |0\rangle + \underbrace{e^{2\pi i x 2^{-j}}}_{} \cdot |1\rangle \right) \quad (1)$$

En cada copia, j va a ir modificando cada estado.

$$F_N|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \bigotimes_{j=1}^{m} \left( \sum_{k_j=0}^{1} e^{2\pi i x k_j 2^{-j}} |k_j\rangle \right)$$

$$\begin{cases} k_j = 0 \to 1 \cdot |0\rangle \\ k_j = 1 \to e^{\otimes} |1\rangle \end{cases}$$

Aplicamos el producto tens.

(saco el término normalizador)

$$F_N|x\rangle = \sum_{k_1=0}^{1} \cdots \sum_{k_m=0}^{1} e^{2\pi i x \left(\sum_{j=1}^{m} k_j \cdot 2^{-j}\right)} \cdot |k_1 \ldots k_m\rangle = \sum_{j=0}^{2^m-1} e^{2\pi i x k 2^{-m}} |k\rangle$$

$$\boxed{F_N|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} \omega_N^{xk} |k\rangle} \qquad \omega = e^{2\pi i 2^{-m}}$$

Esta representación se parece a la t.f discreta de toda la onda, salvo el estado $|k\rangle$

Podemos agarrar y expandir (1) y nos queda: $|x\rangle = |x_1 \ldots x_m\rangle$
$= |x_1\rangle \otimes \cdots \otimes |x_m\rangle$

$$F_N(x) = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \cdot \left( |0\rangle + e^{2\pi i x 2^{-1}} |1\rangle \right) \otimes \left( |0\rangle + e^{2\pi i x 2^{-2}} |1\rangle \right) + \cdots$$

Si miramos con cariño eso, vemos que estamos dividiendo y si recordamos que $e^{2\pi i \cdot \eta}$ con $\eta$ entero es dar vueltas, acá nos quedamos con las fracciones.