(Ej 4) Con el algoritmo de inferencia

I. $\lambda z.(\text{if } z \text{ then zero else succ(zero)})$ $\qquad (\lambda z{:}\text{Bool}).($ $\quad)$

| ABS

if z then zero else succ(zero)

/ | \

z $\qquad$ zero $\qquad$ succ(zero)

RAGU . Rectificación: Nada para cambiar

Anotación:

- $\Gamma_0 : \phi$, no hay var libres
  $M_0 = U$ con tipos
- $M_0 = \lambda z : x_1 .\ \text{if } z \text{ then zero else succ(zero)}$

Generación

$$I(\phi \mid M_0) \overset{(1)}{=} (x_1 \to \text{Nat} \mid \{x_1 \overset{?}{=} \text{Bool}\})$$

llamadas recursivas

(1)

$I(z : x_1 \mid \text{if } z \text{ then zero else succ(zero)}) =$

$= (\text{Nat} \mid \{x_1 \overset{?}{=} \text{Bool}\})$

- $I(z : x_1 \mid z) = (x_1 \mid \phi)$ → ¿No va nada?
- $I(z : x_1 \mid \text{zero}) = (\text{Nat} \mid \phi)$
- $I(z : x_1 \mid \text{succ(zero)}) = (\text{Nat} \mid \phi)$
  - $I(z : x_1 \mid \text{zero}) = (\text{Nat} \mid \phi)$

Unificación quereмos ahora el unificador $S = mgu(E)$

$$E = \{x_1 \overset{?}{=} \text{Bool}\} \xrightarrow[\{x_1 = \text{Bool}\}]{\text{elim}} E' = \phi$$

Es tipable por teorema pues $E' = \phi$.
Luego, $S = \{x_1 = \text{Bool}\}$

$$S(\phi) \vdash S(M) : S(\tau)$$

$\phi \vdash \lambda z : Bool. (etc) : \quad Bool \to Nat$ ⟶ No sé cómo escribir esto

o si tengo que escribir Bool → Nat o sólo Nat

(II) $\lambda y. succ((\lambda x. x) y)$

RAGU

Rectificación → Todo ✓

Anotación

$$\Gamma_0 = \phi$$

$$M_0 = \lambda y : x_1 . succ((\lambda x : x_2 . x) y)$$

Generación

$I(\phi \mid \lambda y : x_1 . succ((\lambda x : x_2 . x) y)) \overset{①}{=} (x_1 \to Nat \mid \{x_3 \overset{?}{=} Nat\} \cup \{x_2 \to x_2 \overset{?}{=} x_1 \to x_3\})$

$I(y : x_1 \mid succ((\lambda x : x_2 . x) y)) \overset{②}{=} (Nat \mid \{x_3 \overset{?}{=} Nat\} \cup \{x_2 \to x_2 \overset{?}{=} (x_1 \to x_3)\})$

incog. fresca

$I(y : x_1 \mid (\lambda x : x_2 . x) y) = (x_3 \mid \{x_2 \to x_2 \overset{?}{=} (x_1 \to x_3)\}$

$I(y : x_1 \mid \lambda x : x_2 . x) = (x_2 \to x_2 \mid \phi)$

$I(y : x_1, x : x_2 \mid x) = (x_2 \mid \phi)$

por Γ

$I(y : x_1 \mid y) = (x_1 \mid \phi)$

Unificación

$\{x_3 \overset{?}{=} Nat, x_2 \to x_2 \overset{?}{=} x_1 \to x_3\} \xrightarrow[x_3 = Nat]{elim} \{x_2 \to x_2 \overset{?}{=} x_1 \to Nat\}$

$\xrightarrow{\text{decompose}} \{x_2 = x_1,\ x_2 = Nat\} \xrightarrow[\text{Elim } x_2 = Nat]{} \{Nat = x_1\} \xrightarrow[\text{swap}]{} \{x_1 = Nat\} \xrightarrow[\text{Elim}]{} \phi$

$\therefore$ U es tipable

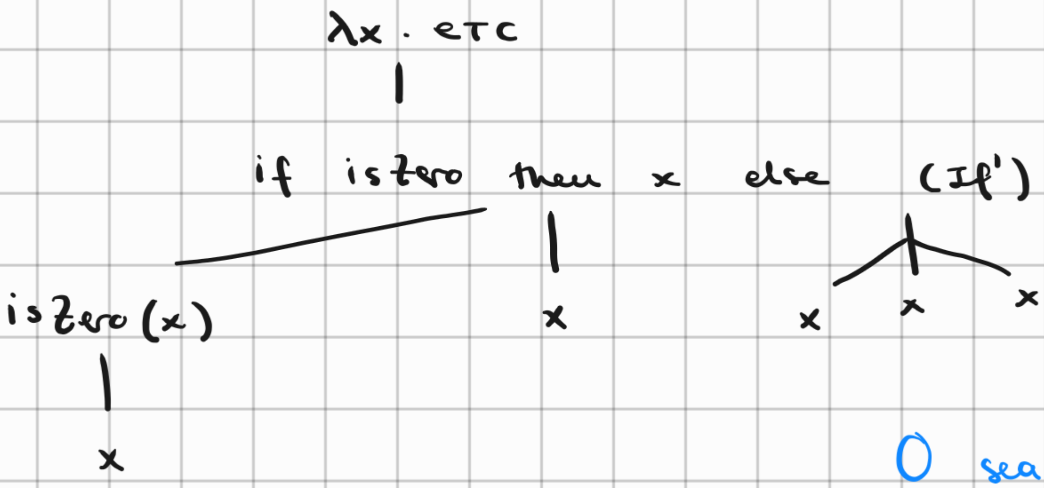
$$\phi \vdash \lambda y : Nat .\ succ((\lambda x : Nat.\ x)\ y) : Nat \to Nat$$

(III) $U \equiv \lambda x\,(\text{if isZero}(x) \text{ then } x \text{ else } (\text{if } x \text{ then } x \text{ else } x))$

RAGU

- Rectificación ✓
- Anotación $\Gamma_0 = \phi$

  $M_0 = \lambda x : x_1 . (etc)$
- Generación



O sea, claramente no tipa, pero ¿eso lo veo en unificación?

Bueno, vamos

$I(\phi \mid \lambda x : x_1 . \star) = (x_1 \to x_1 \mid \{x_1 \stackrel{?}{=} Nat\} \cup \{x_1 \stackrel{?}{=} Bool\})$

$I(x : x_1 \mid \text{if isZero}(x) \text{ then } x \text{ else } M_2) = (x_1 \mid \{x_1 \stackrel{?}{=} Nat\} \cup \{x_1 \stackrel{?}{=} Bool\})$

$I(x : x_1 \mid \text{isZero}(x)) = (Bool \mid \{x_1 \stackrel{?}{=} Nat\})$

$I(x : x_1 \mid x) = (x_1 \mid \phi)$

$I(x : x_1 \mid x) = (x_1 \mid \phi)$

$I\,(x : \chi_1 \mid \text{if } x \text{ then } x \text{ else } x) = (\chi_1 \mid \{\chi_1 \overset{?}{=} Bool\})$

$I\,(x : \chi_1 \mid x) = (\chi_1 \mid \phi)$ x3

pero en 1

se le pide que $\chi_1 = Bool$

- Unificación

$\{\chi_1 \overset{?}{=} Bool\} \cup \{\chi_2 \overset{?}{=} Nat\} \xrightarrow{\text{clash}}$ error

$\therefore$ U no tipa :(