

# Desafíos

## Clase 02

Entrega el martes 07/10

### 1. Dominancia en riesgo y dominancia de Pareto

Suponga el siguiente juego estratégico:

	A	B
A	80, 80	80, 0
B	0, 80	100, 100

1. Encuentre el/los equilibrios de Nash.  $(A, A)$   $(B, B)$

2. Encuentre el equilibrio de Nash dominante en sentido de Pareto.  $(B, B)$  pues tiene mayor pago mayor.

3. Encuentre el equilibrio de Nash que domina en riesgo. ¿Es el mismo equilibrio que del punto anterior? ¿Por qué?

$$(80-0) \times (80-0) \leq (100-80) \times (100-80)$$

### 2. Una subasta de tercer precio

Se licita la explotación de un yacimiento petrolífero recientemente descubierto en la provincia de Chubut. Las cuatro firmas interesadas han realizado sus propios estudios y sus valuaciones son privadas y de conocimiento común,  $(v_1, v_2, v_3, v_4) = (20, 18, 15, 12)$ . El Ministerio de Energía decide utilizar **una subasta de tercer precio a sobre cerrado** —es decir, los postores eligen su apuesta de manera simultánea, sin observar lo que hace el resto, y el subastador asigna el bien a quien hizo la apuesta más alta y el precio que paga ese postor es igual a la *tercera oferta en el orden de mayor a menor* (por ejemplo, con ofertas 20, 20, 18, 12 el precio es 18; con 20, 20, 20, 12 el precio es 20, y en ambos casos el bien se asigna a la Firma 1). En caso de empate en el primer lugar, gana la firma de mayor valuación. (Note que las firmas conocen no solo su valuación sino también la valuación de las rivales, lo que no observan es la apuesta que sus rivales ponen en el sobre).

1. Indique si los siguiente perfiles de estrategias constituyen un equilibrio de Nash y justifique su respuesta. Léase  $b_1$  el bid que realiza quien tiene la valuación más alta,  $b_2$  al bid que realiza la firma que tiene la segunda valuación más alta, etc.

*Handwritten notes:*  
 $b_1 = 20$   
 no pues firma tiene incent de en 20 y paga 15.  
 l  
 46  
 $b_1 = 20$

a) Cada firma ofrece su valoración.  
 b)  $(b_1, b_2, b_3, b_4) = (0, 0, 20, 20)$ .  
 c)  $(b_1, b_2, b_3, b_4) = (21, 18, 18, 0)$ .  
 d)  $(b_1, b_2, b_3, b_4) = (18, 20, 18, 12)$ .

2. Con los resultados de los incisos anteriores, ¿qué sugiere este tipo de subasta de tercer precio con respecto a la **eficiencia**?<sup>1</sup> ¿Podría generalizar este resultado, si o no? Demuestre su respuesta en caso de “sí”, o sugiera un contraejemplo en caso de “no”.

### 3. El desafío semanal y la pereza social

Un “desafío semanal” ha sido asignado a un grupo de  $n$  personas, donde  $n \geq 2$ . El éxito del grupo depende de que el resultado de este desafío sea revisado y pulido para su entrega final. Solo es necesario que al menos una persona (no importa quién) realice la revisión crítica para asegurar la calidad de la entrega. La situación se modela como un juego estratégico donde cada persona debe decidir si asume el esfuerzo de la revisión y corrección ( $R$ ) o si que otro lo haga ( $NR$ ). Existe un valor  $v > 0$  que cada persona asocia al hecho de que el desafío sea entregado con éxito (es decir, que haya sido revisado y corregido por al menos una persona). Sin embargo, existe un costo del esfuerzo individual  $c > 0$  por dedicar el tiempo a la revisión, donde se cumple que  $v > c$ . Si ninguna persona elige  $R$ , el trabajo es entregado en mal estado y la utilidad de cada persona es cero.

1. ¿Es éste un juego simétrico? Explique.
2. Demuestre que el juego tiene  $n$  equilibrios de Nash en estrategias puras. Describa la estructura de estos equilibrios e identifique el “jugador parásito” o *free-rider* en cada uno.
3. Demuestre que no existe ningún equilibrio de Nash en estrategias puras que sea simétrico.
4. Encuentre el único equilibrio de Nash simétrico en estrategias mixtas simétrico. Llame  $p$  la probabilidad con la que cada persona elija  $R$ .
5. Analice cómo afecta un aumento en el tamaño del grupo ( $n$ ) a la probabilidad individual ( $p$ ) de asumir la revisión. Explique intuitivamente este fenómeno.
6. Calcule y analice cómo afecta un aumento en el tamaño del grupo ( $n$ ) a la probabilidad de que el desafío semanal sea un éxito. Explique la implicación de este resultado para la eficiencia de equipos grandes.

<sup>1</sup>Decimos que una subasta es “eficiente” si el bien se lo lleva quien más lo valora. De lo contrario, la subasta es “ineficiente”.

supongo  $n=2$  (cumple con  $n \geq 2$ )

		$J_2$	
$J_1$	R	$v_1 - c_1, v_2 - c_2$	$v_1 - c_1, v_2$
	NR	$v_1, v_2 - c_2$	0 0

$(v-c)$

EN:  $(R, NR), (NR, R)$

un juego es simétrico si y solo si:

i) los jugadores tienen el mismo conjunto de acciones

ii) al intercambiar las acciones los pagos se intercambian.

como que i) se cumple para todos juegos R ó NR. Para que ii) sea  $u_1(R, NR) = u_2(NR, R)$

$$\begin{aligned} u_1(R, NR) &= v_1 - c_1 \\ u_2(NR, R) &= v_2 - c_2 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{si } v_i = v_j \text{ con } j \neq i \text{ y } j_i \in n \text{ y } c_i = c_j \text{ y } i \neq j \in n \Rightarrow \text{es simétrico.} \end{array} \right.$$

