

## 1.2 术语(Terminologies)

>顶点(vertex/node):表示图中的数据元素。

>边(edge):顶点之间的连线。

无向边(Undirected edge):若顶点  $v_i$  到  $v_j$  之间的边没有方向,则这条边为无向边,表示为  $(v_i, v_j)$  或  $(v_j, v_i)$  ①有向边(Directed edge):若顶点  $v_i$  到  $v_j$  之间的边有方向,则这条边为有向边,表示为  $\langle v_i, v_j \rangle$ , 其中  $v_i$  称为弧尾,  $v_j$  称为弧头。

>无向图(Undirected graph):若图中所有边都为无向边,则该图为无向图。

>有向图(Directed graph):若图中所有边都为有向边,则该图为有向图。

>度(degree):图的度是最大的顶点度。

① 对于无向图来说,顶点  $v$  的度是指和  $v$  相关联边的数目。

②对于有向图来说,顶点  $v$  的度包括出度和入度两部分,以  $v$  为弧头的弧的数目是该顶点的入度;以  $v$  为弧尾的弧的数目是该顶点的出度。

>偶顶点(Even Vertex):如果一个顶点的度是偶数,这个顶点称为偶顶点。

>奇顶点(Odd Vertex):如果一个顶点的度是奇数,这个顶点称为奇顶点。

## 2.1 无向图(Undirected graph)

>定义:若图  $G$  中的每条边都是没有方向的,则称  $G$  为无向图。

》简单图:在两个顶点之间最多有一条边,不存在顶点到其自身的边。

>多重图:在两个顶点之间有一条以上的边。

>伪图:存在顶点到其自身的边

## 2.2 无向图的表示方法

>邻接矩阵和邻接表记录了顶点邻接之间的关系。

关联矩阵和关联表记录了边关联的关系。

邻接矩阵使用二维矩阵表示:

表示有  $n$  个顶点的简单无向图的邻接矩阵  $M$  是一个  $n \times n$  矩阵,如果顶点  $i$  和顶点  $j$  相邻,则  $M(i, j)=1$

邻接表则如下图所示

2.2 邻接表

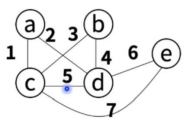
使用一种顺序分配和链式分配相结合的存储结构表示:

a	c	d	
b	c	d	
c	a	b	d
d	a	b	c
e	c	d	

关联矩阵（注意和邻接矩阵区分）如下图所示

2.2 关联矩阵

用矩阵形式来表示顶点与边的关联次数：



	a	b	c	d	e
1	1	0	1	0	0
2	1	0	0	1	0
3	0	1	1	0	0
4	0	1	0	1	0
5	0	0	1	1	0
6	0	0	0	1	1
7	0	0	1	0	1

该矩阵是将边编号在构筑二维矩阵

关联表则是要和邻接表区分大体参考图即可明显看出特征

2.2 关联表

使用一种顺序分配和链式分配相结合的存储结构表示：



1	a	c
2	a	d
3	b	c
4	b	d
5	c	d
6	d	e
7	c	e

## 2.3 有向图

需要严格区分出入度，比如从 A 到 B 的出度只可以描述为<A,B>，同时整个表所有的出度必须等于入度

有向图的表示方式与无向图类似但是有细微的区别，区别在于邻接表和矩阵只表示入度而忽略出度，关联矩阵则是将入度写成-1，关联图要求必须严格按照边一

一出度点——入度点来进行排序

### 3.1 欧拉图和欧拉回路

**欧拉图 (Euler 图) :**

欧拉图是指通过图（无向图或有向图）中所有边且每边仅通过一次通路，相应的回路称为**欧拉回路**。

具有欧拉回路的图称为欧拉图，而具有欧拉通路而无欧拉回路的图称为**半欧拉图**。

**欧拉回路:**

欧拉回路是指通过图中每条边恰好一次而只经过一次的路径。如果一个回路是欧拉路径，则称为欧拉回路。

**欧拉回路的条件:**

对于无向图:

图必须是连通的，否则不可能一次性遍历所有边。

图中的每个顶点的度数都必须是偶数，或者只有两个顶点的度数是奇数，其他顶点的度数都是偶数。

对于有向图:

图必须是连通的。

图中的每个顶点的入度必须等于出度。

**欧拉回路的引理:**

无向图  $G$  存在欧拉回路的充要条件是:  $G$  为连通图，并且  $G$  仅有两个奇度结点（度数为奇数的顶点）或者无奇度结点。有向图  $G$  存在欧拉回路的充要条件是: 所有顶点的入度等于出度且  $G$  是连通图。

### 3.2 哈密顿路径和哈密顿回路:

哈密顿路径是一个拜访过某图所有顶点的路径，且每个顶点只会被拜访一次。存在哈密顿路径的图称为可追踪图。哈密顿环或哈密顿回路是一个拜访过某图所有顶点的环或循环路径，在这个循环路径中每个顶点只会被拜访一次，且拜访完所有顶点后会回到起始点。存在哈密顿环的图称为哈密顿图。

2.判定哈密顿图:

。哈密顿图的判定是一个有趣的问题。虽然我们没有充分必要的条件，但有一些有趣的观察:  
"必要条件:如果图  $G$  是哈密顿图，那么对于  $G$  中的任一非空真子集  $S$ ，有  $w(G-S) < |S|$ ，其中  $w(G-S)$  表示  $G-S$  的连通分支数。

充分条件:如果图  $G$  中每一对不相邻的结点  $u$  和  $v$  满足  $d(u)+d(v) \geq n$  ( $n$  为顶点总数)，那么  $G$  是哈密顿图。