主専攻実習 (定理証明班)

第一回課題レポート 田当:森継 修

知識情報システム主専攻 201611502 久保川一良 2018年10月15日

◇接続環境

p2:=2*u4*u3+2*u3*u2+2*u2*u1+2*u1*u0-u1\$
p3:=2*u4*u2+2*u3*u1+2*u2*u0-u2+u1**2\$
p4:=2*u4*u1+2*u3*u0-u3+2*u2*u1\$
p5:=2*u4+2*u3+2*u2+2*u1+u0-1\$

torder({u4, u3, u2, u1, u0}, revgradlex)\$
gr_katsura4:=groebner({p1, p2, p3, p4, p5});
glexconvert(gr_katsura4, {u4, u3, u2, u1, u0});

% Record execution time

% Elapsed time => 20 (ms)

showtime;

;end;

% Groebner Basis Computation with 'revgradlex + FGLM' -----;

%-----;

%-----:

```
自分のローカル環境に Reduce をインストールして利用した。
       ◆ 使用した PC のスペックについて: https://bit.ly/2Cg7hqb
      OS や Reduce のオプション設定などについては以下の通りである。
     username@my_computer:~ [HH:MM:SS]
      $ lsb_release -a
     No LSB modules are available.
     Đistributor IĐ: Ubuntu
     Description: Ubuntu 16.04.5 LTS
                   16.04
     Release:
     Codename:
                   xenial
     username@my_computer:~ [HH:MM:SS]
                                   # alias reduce='redcsl -v -w -k 4000 --nogui'
      $ reduce
     Codemist Standard Lisp revision 4765 for linux-gnu:x86_64: Sep 19 2018
     Created: Wed Sep 19 15:57:15 2018
     Reduce (Free CSL version, revision 4765), 19-Sep-18 ...
     Memory allocation: 4168 Mbytes
     There are 8 processors available
◇入力ファイル (about Katsura 4)
   % Groebner Basis Computation (FGLM algorithm)
   %------
   % Katsura 4
   load_package groebner;
   p1:=2*u4**2+2*u3**2+2*u2**2+2*u1**2+u0**2-u0$
```

◇出力ファイル

```
%-----;
% Katsura 4
load_package groebner;
p1:=2*u4**2+2*u3**2+2*u2**2+2*u1**2+u0**2-u0$
p2:=2*u4*u3+2*u3*u2+2*u2*u1+2*u1*u0-u1$
p3:=2*u4*u2+2*u3*u1+2*u2*u0-u2+u1**2$
p4:=2*u4*u1+2*u3*u0-u3+2*u2*u1$
p5:=2*u4+2*u3+2*u2+2*u1+u0-1$
% Groebner Basis Computation with 'revgradlex + FGLM' -----;
torder({u4, u3, u2, u1, u0}, revgradlex)$
gr_katsura4:=groebner({p1, p2, p3, p4, p5});
(中略)
 16 15 14 13 5878453581*u0 - 49572413748*u0 + 193851526050*u0 - 466500546954*u0
 12 11 10 9
+ 773021939586*u0 - 934945006130*u0 + 853410989836*u0 - 599423350422*u0
 8 7 6 5
+ 327243179085*u0 - 139236731466*u0 + 45988577642*u0 - 11658668208*u0
 4 3 2
+ 2222115708*u0 - 307546096*u0 + 29120328*u0 - 1683504*u0 + 44712}
% Record execution time
showtime;
Time: 20 ms plus GC time: 10 ms
% Elapsed time => 20 (ms)
end;
```

◇入力ファイル

```
%-----;
% Groebner Basis Computation (FGLM algorithm)
%-----::
% Katsura 5
load_package groebner;
p1:=2*u5**2+2*u4**2+2*u3**2+2*u2**2+2*u1**2+u0**2-u0$
p2:=2*u5*u4+2*u4*u3+2*u3*u2+2*u2*u1+2*u1*u0-u1$
p3:=2*u5*u3+2*u4*u2+2*u3*u1+2*u2*u0-u2+u1**2$
p4:=2*u5*u2+2*u4*u1+2*u3*u0-u3+2*u2*u1$
p5:=2*u5*u1+2*u4*u0-u4+2*u3*u1+u2**2$
p6:=2*u5+2*u4+2*u3+2*u2+2*u1+u0-1$
%-----;
% Groebner Basis Computation with 'revgradlex + FGLM' -----;
torder({u5, u4, u3, u2, u1, u0}, revgradlex)$
gr_katsura5:=groebner({p1, p2, p3, p4, p5, p6});
glexconvert(gr_katsura5, {u5, u4, u3, u2, u1, u0});
%-----;
% Record execution time
showtime;
% Elapsed time => 1830 (ms)
%-----;
;end;
```

◇出力ファイル

```
%-----% Groebner Basis Computation (FGLM algorithm)
%-------
% Katsura 5
load_package groebner;
p1:=2*u5**2+2*u4**2+2*u3**2+2*u2**2+2*u1**2+u0**2-u0$
p2:=2*u5*u4+2*u4*u3+2*u3*u2+2*u2*u1+2*u1*u0-u1$
p3:=2*u5*u3+2*u4*u2+2*u3*u1+2*u2*u0-u2+u1**2$
p4:=2*u5*u2+2*u4*u1+2*u3*u0-u3+2*u2*u1$
p5:=2*u5*u1+2*u4*u0-u4+2*u3*u1+u2**2$
p6:=2*u5+2*u4+2*u3+2*u2+2*u1+u0-1$
%-----;
% Groebner Basis Computation with `revgradlex + FGLM` ------;
torder({u5, u4, u3, u2, u1, u0}, revgradlex)$
gr_katsura5:=groebner({p1, p2, p3, p4, p5, p6});
 (中略)
 32
1177102187619306412464000000*u0 - 196725449228187204299520000000*u0
  30 29 + 1586136450604947667601760000000*u0 - 8217351455894131730933520000000*u0
  + 30739300781868271352599866000000*u0
  - 88456016573811934132090399200000*u0
  + 203701211095483438691329326600000*u0
  25
- 385581969294938866695681590400000*u0
  + 611495021454555545316952480890000*u0
  - 824041484279294704828315515504000*u0
  + 953689212968475668558640886740000*u0<sup>22</sup>
  - 955628433418111350994176533768000*u0
  + 834217963404718809681047401820800*u0
  - 637374971413262729878359988182800*u0
```

end;

◇入力ファイル

```
%-----;
% Groebner Basis Computation (FGLM algorithm)
%-----::
% Katsura 6
load_package groebner;
p1:=2*u6**2+2*u5**2+2*u4**2+2*u3**2+2*u2**2+2*u1**2+u0**2-u0$
p2:=2*u6*u5+2*u5*u4+2*u4*u3+2*u3*u2+2*u2*u1+2*u1*u0-u1$
p3:=2*u6*u4+2*u5*u3+2*u4*u2+2*u3*u1+2*u2*u0-u2+u1**2$
p4:=2*u6*u3+2*u5*u2+2*u4*u1+2*u3*u0-u3+2*u2*u1$
p5:=2*u6*u2+2*u5*u1+2*u4*u0-u4+2*u3*u1+u2**2$
p6:=2*u6*u1+2*u5*u0-u5+2*u4*u1+2*u3*u2$
p7:=2*u6+2*u5+2*u4+2*u3+2*u2+2*u1+u0-1$
%-----;
% Groebner Basis Computation with 'revgradlex + FGLM' -----;
torder({u6, u5, u4, u3, u2, u1, u0}, revgradlex)$
gr_katsura6:=groebner({p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7});
glexconvert(gr_katsura6, {u6, u5, u4, u3, u2, u1, u0});
% Record execution time
showtime;
% Elapsed time => about 247000 (ms) \approx 5 min
%-----;
;end;
```

◇出力ファイル

```
~~ Groebner Basis Computation (FGLM algorithm)
%------
% Katsura 6
load_package groebner;
p1:=2*u6**2+2*u5**2+2*u4**2+2*u3**2+2*u2**2+2*u1**2+u0**2-u0$
p2:=2*u6*u5+2*u5*u4+2*u4*u3+2*u3*u2+2*u2*u1+2*u1*u0-u1$
p3:=2*u6*u4+2*u5*u3+2*u4*u2+2*u3*u1+2*u2*u0-u2+u1**2$
p4:=2*u6*u3+2*u5*u2+2*u4*u1+2*u3*u0-u3+2*u2*u1$
p5:=2*u6*u2+2*u5*u1+2*u4*u0-u4+2*u3*u1+u2**2$
p6:=2*u6*u1+2*u5*u0-u5+2*u4*u1+2*u3*u2$
p7:=2*u6+2*u5+2*u4+2*u3+2*u2+2*u1+u0-1$
%-----;
% Groebner Basis Computation with `revgradlex + FGLM` -------;
torder({u6, u5, u4, u3, u2, u1, u0}, revgradlex)$
gr_katsura6:=groebner({p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7});
(中略)
68609068463538133357829522282021881295923031729848256500576535537664*u0
 - 2275906894455971136113292383350800323265465701836918264792283086553088*u0
 + 37093460981412342971794205211050225436943576278384098409201056601458688*u0
 -\ 395946813905273246411511228984035622785337092174853533734767975974734848
61
*u0 +
3113219838485387004865046128662753262486957116769344028356163400866180992*u0
- 19227609345177304674688910497427014843169363875104947883594347177806146816
59
*u0 +
97137839961029067749852672936196993934810606048589198038392102969223022016*u0
 57
*u0 +
1505565181675370286422191306422318227333543914926264983719498711883774799792
56
*u0 -
```

```
4787096002498358311602661112141285558924920767203818940497436672026813041408
55
*u0 +
13430009268337233597886844935861136164065472944865402808248206133052538645600
33568308441966729413508917040836438945942877209552102868182308619170500458112
53
*u0 +
75349906176925510960134343551811962071064458579226630929009504393865868086144
152898671004701925912570655661373957166644229232510139203597418625766157888528
282036192108165567174246500978281628175886342638291071054784340148933594823564
475155762222855642134713395374161642233864245745226716456262672755727714017312
734096532059803767948539005177503387817427347099505064291344804210095032803871
48
*u0 -
1043686988679229710635497041873854053362464532798435502575570925964072736917952
1663334868481721771672838726810708800440983954049562000916723581383645617344016
1873727028111570787135224241881986069813701948232538477032517872584577989142472
1912287022096773755961020851149217963567129585123023599542341863013748419624648
42
*u0 -
1738143916720830769455148015945903647632568127365838725487991712145709024238060
1170100108381424375681082737722135932159259446046417274020956928330245493428708
39
*u0 +
```

```
603525411740573754367801507382373591644009391224958652239566356670005247505948
37
*u0 +
393002588966606999613989006443759138855783886140893490186190288065424189558376
239917917765833939148755292553653836093849582220791366154740838779430523111716
137363305338741145770699096802253177577532272708872343577707744473254961334240
34
*u0
73780106901151941975195282083850685275817276069598214134177432765182691114844
37182269228978656322316900445698384962954795044345711930361462052350836204890
32
*u0 -
17582346647352034121198185312811759601559754390489515763877715610665916509044
7800588674463298186377834115666129026146415006689583766304639339847679194408
30
*u0 -
3246395667895873163667543383144651382291246598317715027896145332355773454476
29
*u0 +
1266953822538994361114173129151941145163151788070398544394867344844169959304
463461228498221464365509446896129867655245363915989590806267757058745285900
158822296311578659990488857504314721891151678612091455835749479982625777368
50950491603118060985952647767630922082815075031510816505043325386586733284*u0
 +\ 15288155731171816217757259023801000040361901140553039907388783094388861428
24
*u0 -
4286428022845561853739086003524052005976518586009043353531146038391002252*u0
+ 1121658967182457384184869740153162732940786917319763209593420310601227320
22
*u0 -
273566156401912853509549880169637317635333969922934687627583114333084436*u0
```

+ 62090221076489122583899578095594966857984627962135934497299268940903896*u0

```
- 13090843492795807492077939228408036608002232917141558360396211175559164*u0
 + 2558634905104854456884582111907447161648489466753684141603484365947860*u0
 - 462520015793556399291979302488490857837858471304678657992490817071508*u0
 + 77120968165710317357164947868315432061095367716268602914055161042175*u0
 - 11824988442882102723217632830606571854546699888810912866947363573116*u0
 + 1661418861522303293451191110241574363549394937342926601225557803688*u0
 - 213024205873865261223205561356882481722637989587767404408887016244*u0
 + 24807154855693900806602398275318289387636946855097251996962251888*u0
 - 2609076371412729113169588993474976170081820375505055804766254728*u0
 + 246187622520164315785708521549750704046300854230790036172651104*u0
 - 20674677029239559552000455365598027381701497986757917393922080*u0
 + 1530244577461028724061009019729675500235052024247216618944752*u0
 - 98617213450836636610087032349416544515519586075780948519136*u0
 + 5448591301881971844576457536792605056592392718228962162240*u0
 - 252873942182647938082529153520835780527320914038706120064*u0
 + 9586846559167467502217335918239620931224637861724195712*u0
 - 285077578423194493486843687604608874341282757084773248*u0
 + 6234826154005554942208137171889481072595987477808384*u0
  - 89163881607215917016094837549664281896752161595648*u0
 + 625453157820245596688656882357066720977606684928}
                    -----
% Record execution time showtime;
Time: 262310 ms plus GC time: 549 ms
% Elapsed time => about 260000 (ms) \approx 4.3 min
%-----:
end;
```