|  |
| --- |
| 主専攻実習（定理証明班） |
| 第六回課題レポート（再提出） |
| 担当：森継 修一 |

|  |
| --- |
| 知識情報システム主専攻 201611502久保川一良  2018年11月26日 |

* 接続環境
  + 自分のローカル環境にReduceをインストールして利用した。
    - 使用したPCのスペックについて： <https://bit.ly/2Cg7hqb>
  + OSやReduceのオプション設定などについては以下の通りである。

username@my\_computer:~ [HH:MM:SS]

$ lsb\_release -a

No LSB modules are available.

Distributor ID: Ubuntu

Description: Ubuntu 16.04.5 LTS

Release: 16.04

Codename: xenial

username@my\_computer:~ [HH:MM:SS]

$ reduce # alias reduce='redcsl -v -w -k 4000 --nogui'

Codemist Standard Lisp revision 4765 for linux-gnu:x86\_64: Sep 19 2018

Created: Wed Sep 19 15:57:15 2018

Reduce (Free CSL version, revision 4765), 19-Sep-18 ...

Memory allocation: 4168 Mbytes

There are 8 processors available

* 入力ファイル

% [定理 ２５] ----------------------------------------------------------;

% △ABCの頂点A,B,Cから直線gに降ろした垂線の足をD,E,Fとすると、

% 点D,E,FからそれぞれBC, CA, ABにおろした垂線DP,EQ,FRは一点で交わる

% A(u1, u2) B(0, 0) C(u3, 0)

% D(x1, x2) E(x3, x4) F(x5, x6)

% P(x7, x8) Q(x9, x10) R(x11, x12)

%----------------------------------------------------------------------;

% 関数定義読み込み） ----------------------------------------------------;

load\_package groebner;

on comp,gcd,ezgcd;

off allfac,pwrds;

in cal\_sys\_relations$

% ２点間のユークリッド距離D^2 -----------------------------------------------;

procedure squared\_euclid(a1,a2,b1,b2)$

begin

scalar d;

d:=(a1-b1)^2+(a2-b2)^2;

return d

end$

%----------------------------------------------------------------------;

% ---------------------------------------------------------------------;

% ＜証明＞ -------------------------------------------------------------;

order x12, x11, x10, x9, x8, x7, x6, x5, x4, x3, x2, x1, u3, u2, u1;

factor x12, x11, x10, x9, x8, x7, x6, x5, x4, x3, x2, x1;

%----------------------------------------------------------------------;

% 仮定 ----------------------------------------------------------------;

% D-E-Fは共線となっている

h1:=collinear(x1, x2, x3, x4, x5, x6);

% AD⊥EF , BE⊥FD , CF⊥DE

h2:=vertically(u1, u2, x1, x2, x3, x4, x5, x6);

h3:=vertically(0, 0, x3, x4, x5, x6, x1, x2);

h4:=vertically(u3, 0, x5, x6, x1, x2, x3, x4);

% 点D,E,Fからそれぞれ辺BC,CA,ABに下ろした垂線の足をP,Q,Rとする

% DP⊥BC かつ B-P-C

h5:=vertically(x1, x2, x7, x8, 0, 0, u3, 0);

h6:=collinear(0, 0, x7, x8, u3, 0);

% EQ⊥CA かつ C-Q-A

h7:=vertically(x3, x4, x9, x10, u3, 0, u1, u2);

h8:=collinear(u3, 0, x9, x10, u1, u2);

% FR⊥AB かつ A-R-B

h9:=vertically(x5, x6, x11, x12, u1, u2, 0, 0);

h10:=collinear(u1, u2, x11, x12, 0, 0);

%----------------------------------------------------------------------;

% 結論 ----------------------------------------------------------------;

% DP, EQ, FRの共点を言うためには、§６例３により、

% DB^2 - DC^2 + EC^2 -EA^2 + FA^2 -FB^2 = 0 を示せれば良い

db2:=squared\_euclid(x1, x2, 0, 0);

dc2:=squared\_euclid(x1, x2, u3, 0);

ec2:=squared\_euclid(x3, x4, u3, 0);

ea2:=squared\_euclid(x3, x4, u1, u2);

fa2:=squared\_euclid(x5, x6, u1, u2);

fb2:=squared\_euclid(x5, x6, 0, 0);

conclusion:=db2-dc2+ec2-ea2+fa2-fb2;

%----------------------------------------------------------------------;

% Groebner Basis: 結果が1となったら、仮定が誤っている可能性が高い ---------------;

%%% 変数を定義し、lex形式で並べる ------------------------------------------;

torder({x12, x11, x10, x9, x8, x7, x6, x5, x4, x3, x2, x1}, lex)$

%%% 仮定において定義した式からGroebner Basisを求める -------------------------;

gb:=groebner{h1, h2, h3, h4, h5, h6, h7, h8, h9, h10};

%---------------------------------------------------------;

% 「glterms」が出力するのは、グレブナー基底の計算過程で〈ゼロにはならない〉

% と仮定された式のリストである。

%---------------------------------------------------------;

%%% u に関する制約条件 --------------------------------------------------;

glterms;

%%% gbを法としてgを簡約 --------------------------------------------------;

preduce(conclusion, gb);

% ==> 0 になっていれば、定理は成立 ------------------------------------------;

showtime;

;end;

* 出力ファイル

% [定理 ２５] ----------------------------------------------------------;

% △ABCの頂点A,B,Cから直線gに降ろした垂線の足をD,E,Fとすると、

% 点D,E,FからそれぞれBC, CA, ABにおろした垂線DP,EQ,FRは一点で交わる

% A(u1, u2) B(0, 0) C(u3, 0)

% D(x1, x2) E(x3, x4) F(x5, x6)

% P(x7, x8) Q(x9, x10) R(x11, x12)

%----------------------------------------------------------------------;

% 関数定義読み込み） ----------------------------------------------------;

load\_package groebner;

on comp,gcd,ezgcd;

off allfac,pwrds;

in cal\_sys\_relations$

% ２点間のユークリッド距離D^2 -----------------------------------------------;

procedure squared\_euclid(a1,a2,b1,b2)$

begin

scalar d;

d:=(a1-b1)^2+(a2-b2)^2;

return d

end$

%----------------------------------------------------------------------;

% ---------------------------------------------------------------------;

% ＜証明＞ -------------------------------------------------------------;

order x12, x11, x10, x9, x8, x7, x6, x5, x4, x3, x2, x1, u3, u2, u1;

factor x12, x11, x10, x9, x8, x7, x6, x5, x4, x3, x2, x1;

%----------------------------------------------------------------------;

% 仮定 ----------------------------------------------------------------;

% D-E-Fは共線となっている

h1:=collinear(x1, x2, x3, x4, x5, x6);

h1 := x6\*x3 - x6\*x1 - x5\*x4 + x5\*x2 + x4\*x1 - x3\*x2

% AD⊥EF , BE⊥FD , CF⊥DE

h2:=vertically(u1, u2, x1, x2, x3, x4, x5, x6);

h2 := x6\*x2 - x6\*u2 + x5\*x1 - x5\*u1 - x4\*x2 + x4\*u2 - x3\*x1 + x3\*u1

h3:=vertically(0, 0, x3, x4, x5, x6, x1, x2);

h3 := - x6\*x4 - x5\*x3 + x4\*x2 + x3\*x1

h4:=vertically(u3, 0, x5, x6, x1, x2, x3, x4);

h4 := x6\*x4 - x6\*x2 + x5\*x3 - x5\*x1 - x3\*u3 + x1\*u3

% 点D,E,Fからそれぞれ辺BC,CA,ABに下ろした垂線の足をP,Q,Rとする

% DP⊥BC かつ B-P-C

h5:=vertically(x1, x2, x7, x8, 0, 0, u3, 0);

h5 := x7\*u3 - x1\*u3

h6:=collinear(0, 0, x7, x8, u3, 0);

h6 := - x8\*u3

% EQ⊥CA かつ C-Q-A

h7:=vertically(x3, x4, x9, x10, u3, 0, u1, u2);

h7 := x10\*u2 + x9\*( - u3 + u1) - x4\*u2 + x3\*(u3 - u1)

h8:=collinear(u3, 0, x9, x10, u1, u2);

h8 := x10\*(u3 - u1) + x9\*u2 - u3\*u2

% FR⊥AB かつ A-R-B

h9:=vertically(x5, x6, x11, x12, u1, u2, 0, 0);

h9 := - x12\*u2 - x11\*u1 + x6\*u2 + x5\*u1

h10:=collinear(u1, u2, x11, x12, 0, 0);

h10 := x12\*u1 - x11\*u2

%----------------------------------------------------------------------;

% 結論 ----------------------------------------------------------------;

% DP, EQ, FRの共点を言うためには、§６例３により、

% DB^2 - DC^2 + EC^2 -EA^2 + FA^2 -FB^2 = 0 を示せれば良い

db2:=squared\_euclid(x1, x2, 0, 0);

2 2

db2 := x2 + x1

dc2:=squared\_euclid(x1, x2, u3, 0);

2 2 2

dc2 := x2 + x1 - 2\*x1\*u3 + u3

ec2:=squared\_euclid(x3, x4, u3, 0);

2 2 2

ec2 := x4 + x3 - 2\*x3\*u3 + u3

ea2:=squared\_euclid(x3, x4, u1, u2);

2 2 2 2

ea2 := x4 - 2\*x4\*u2 + x3 - 2\*x3\*u1 + u2 + u1

fa2:=squared\_euclid(x5, x6, u1, u2);

2 2 2 2

fa2 := x6 - 2\*x6\*u2 + x5 - 2\*x5\*u1 + u2 + u1

fb2:=squared\_euclid(x5, x6, 0, 0);

2 2

fb2 := x6 + x5

conclusion:=db2-dc2+ec2-ea2+fa2-fb2;

conclusion := - 2\*x6\*u2 - 2\*x5\*u1 + 2\*x4\*u2 + x3\*( - 2\*u3 + 2\*u1) + 2\*x1\*u3

%----------------------------------------------------------------------;

% Groebner Basis: 結果が1となったら、仮定が誤っている可能性が高い ---------------;

%%% 変数を定義し、lex形式で並べる ------------------------------------------;

torder({x12, x11, x10, x9, x8, x7, x6, x5, x4, x3, x2, x1}, lex)$

%%% 仮定において定義した式からGroebner Basisを求める -------------------------;

gb:=groebner{h1, h2, h3, h4, h5, h6, h7, h8, h9, h10};

2 2 2

gb := { - (u1 + u2 )\*x12 + u2 \*x4 + (u1\*u2 - u2\*u3)\*x3 + (u2\*u3)\*x1,

2 2 2

(u1 + u2 )\*x11 - (u1\*u2)\*x4 - (u1 - u1\*u3)\*x3 - (u1\*u3)\*x1,

2 2 2 2

(u1 - 2\*u1\*u3 + u2 + u3 )\*x10 - u2 \*x4 - (u1\*u2 - u2\*u3)\*x3

2

+ (u1\*u2\*u3 - u2\*u3 ),

（中略）,

3 3 3 2 3 2

- (u1 - u3)\*x3 \*x2 + u2\*x3 \*x2 \*x1 + (2\*u1\*u2 - 3\*u2\*u3)\*x3 \*x2

3 2 2 2 3

- (u1 - u3)\*x3 \*x2\*x1 + (2\*u1 - 2\*u1\*u3 - 2\*u2 )\*x3 \*x2\*x1

3 2 2 2 3 3 3

- (u1 - u1 \*u3 + u1\*u2 - 3\*u2 \*u3)\*x3 \*x2 + u2\*x3 \*x1

3 2 2 3 3

- (2\*u1\*u2 + u2\*u3)\*x3 \*x1 + (u1 \*u2 + 2\*u1\*u2\*u3 + u2 )\*x3 \*x1

2 3 3 2 3

- (u1 \*u2\*u3 + u2 \*u3)\*x3 + (3\*u1 - 3\*u3)\*x3 \*x2 \*x1

2 2 3 2 2 2

- (u1 - u1\*u3)\*x3 \*x2 - (3\*u2)\*x3 \*x2 \*x1

2 2 2 2 2

- (4\*u1\*u2 - 8\*u2\*u3)\*x3 \*x2 \*x1 + (u1 \*u2 - 2\*u1\*u2\*u3)\*x3 \*x2

2 3 2 2 2 2

+ (3\*u1 - 3\*u3)\*x3 \*x2\*x1 - (6\*u1 - 6\*u1\*u3 - 5\*u2 )\*x3 \*x2\*x1

3 2 2 2 2 2 2

+ (3\*u1 - 3\*u1 \*u3 + u1\*u2 - 7\*u2 \*u3)\*x3 \*x2\*x1 + (u1\*u2 \*u3)\*x3 \*x2

2 4 2 3

- (3\*u2)\*x3 \*x1 + (6\*u1\*u2 + 3\*u2\*u3)\*x3 \*x1

2 3 2 2

- (3\*u1 \*u2 + 6\*u1\*u2\*u3 + 2\*u2 )\*x3 \*x1

2 3 2 3 2

+ (3\*u1 \*u2\*u3 + 2\*u2 \*u3)\*x3 \*x1 - (3\*u1 - 3\*u3)\*x3\*x2 \*x1

2 3 2 3

+ (2\*u1 - 2\*u1\*u3)\*x3\*x2 \*x1 + (3\*u2)\*x3\*x2 \*x1

2 2 2 2

+ (2\*u1\*u2 - 7\*u2\*u3)\*x3\*x2 \*x1 - (2\*u1 \*u2 - 4\*u1\*u2\*u3)\*x3\*x2 \*x1

4 2 2 3

- (3\*u1 - 3\*u3)\*x3\*x2\*x1 + (6\*u1 - 6\*u1\*u3 - 4\*u2 )\*x3\*x2\*x1

3 2 2 2 2

- (3\*u1 - 3\*u1 \*u3 - u1\*u2 - 5\*u2 \*u3)\*x3\*x2\*x1

2 5 4

- (2\*u1\*u2 \*u3)\*x3\*x2\*x1 + (3\*u2)\*x3\*x1 - (6\*u1\*u2 + 3\*u2\*u3)\*x3\*x1

2 3 3 2 3 2

+ (3\*u1 \*u2 + 6\*u1\*u2\*u3 + u2 )\*x3\*x1 - (3\*u1 \*u2\*u3 + u2 \*u3)\*x3\*x1

3 3 2 3 2 2 4

+ (u1 - u3)\*x2 \*x1 - (u1 - u1\*u3)\*x2 \*x1 - u2\*x2 \*x1

2 3 2 2 2 5

+ (2\*u2\*u3)\*x2 \*x1 + (u1 \*u2 - 2\*u1\*u2\*u3)\*x2 \*x1 + (u1 - u3)\*x2\*x1

2 2 4

- (2\*u1 - 2\*u1\*u3 - u2 )\*x2\*x1

3 2 2 2 3 2 2 6

+ (u1 - u1 \*u3 - u1\*u2 - u2 \*u3)\*x2\*x1 + (u1\*u2 \*u3)\*x2\*x1 - u2\*x1

5 2 4 2 3

+ (2\*u1\*u2 + u2\*u3)\*x1 - (u1 \*u2 + 2\*u1\*u2\*u3)\*x1 + (u1 \*u2\*u3)\*x1 }

%---------------------------------------------------------;

% 「glterms」が出力するのは、グレブナー基底の計算過程で〈ゼロにはならない〉

% と仮定された式のリストである。

%---------------------------------------------------------;

%%% u に関する制約条件 --------------------------------------------------;

glterms;

{u3,

u2,

- u3 + u1,

u1,

2 2 2

u3 - 2\*u3\*u1 + u2 + u1 ,

2 2

u2 + u1 ,

2 2

- u3\*u1 + u2 + u1 }

%%% gbを法としてgを簡約 --------------------------------------------------;

preduce(conclusion, gb);

0

% ==> 0 になっていれば、定理は成立 ------------------------------------------;

showtime;

Time: 110 ms plus GC time: 29 ms

;

end;