

POLIMI
Graduate School of Management
Quantitative Finance

**POLIMI GRADUATE
SCHOOL OF
MANAGEMENT**

Team 5

Gestione dei Portafogli

Analisi finanziaria e stima futura di investimento

Nome studente

Francesco Cettolin

Carlo Eterno

Antonino Gandolfo

Patrizio Mioni

Professore

Emilio Barucci

Michele Azzone

Submission Date : 12/01/2025

Introduzione dei 5 titoli

Discover Financial Services

Discover Financial Services (DFS) è una società, fondata nel 1960. La Società è una holding bancaria ed anche una holding finanziaria. Opera attraverso due segmenti: Banking Diretto e Servizi di Pagamento.

First Solar Inc. First Solar Inc. è una società, fondata nel 1999, che fornisce soluzioni di energia solare fotovoltaica. Opera attraverso due segmenti: Componenti (progettazione, produzione e vendita di moduli solari) e Sistemi (sviluppo, costruzione, e la manutenzione di sistemi di energia solare fotovoltaica).

W.W. Grainger Inc. W.W. Grainger Inc., fondata nel 1927, fornisce prodotti per la manutenzione di edifici in Nord America. Opera attraverso tre segmenti: distribuzione per filiale, attrezzature per laboratori e ospedali, e supply chain integrata per ottimizzare stoccaggio e distribuzione.

NiSource Inc. NiSource Inc. è una holding nel mercato energetico, fondata nel 1912, le cui controllate forniscono gas naturale ed elettricità a clienti situati in una fascia geografica che, attraverso il Midwest, va dalla costa del Golfo del Messico al New England. Le principali controllate della società includono Columbia Energy Group e Northern Indiana Public Service Company ed operano in Indiana, Kentucky, Maryland, Ohio, Pennsylvania e Virginia.

Verizon Communications Inc. Verizon Communications Inc. è una holding fondata nel 1983. La Società, attraverso le sue consociate, fornisce prodotti e servizi di comunicazione, informazione ed intrattenimento a consumatori, aziende ed enti governativi. I suoi segmenti di attività sono Verizon Consumer Group e Verizon Business Group.

Proprietà	Discover Financial Services	First Solar	W.W. Grainger	NiSource	Verizon Communications
Fondazione	1960	1999	1928	1987	1983
Market Cap	42.25 B USD	19.73 B USD	53.15 B USD	16.54 B USD	169.40 B USD
Dipendenti	21000	6700	26000	7410	105400
Rendimento dividendi (ttm)	0.0161	N/A	0.0073	0.0299	0.0673
Rapporto PE (ttm)	14.03	16.22	30.18	22.00	17.58
Eps base (ttm)	12.40 USD	11.67 USD	37.25 USD	1.68 USD	2.32 USD
Beta (1Y)	1.09	0.69	0.94	0.10	0.07
Mercato	NYSE	NASDAQ	NYSE	NYSE	NYSE
Industria	Finance, Rental, Leasing	Semiconductors	Wholesale Distributors	Gas Distributors	Wireless Telecommunications
Settore	Finance	Electronic Technology	Distribution Services	Utilities	Communications

Table 1: Tabella dei titoli con righe e colonne invertite

Stime di μ , Σ

Matrice varianza-covarianza Σ

Prima di provvedere con la stima dei valori di rendimento medio degli asset μ e della matrice varianza-covarianza Σ , ci siamo occupati di controllare che i dati forniti fossero consistenti e non presentassero incongruenze.

Abbiamo quindi selezionato i dati dalla data "2007-07-31" poiché i dati antecedenti presentavano dei *missing value*. Il dataset che abbiamo utilizzato è composto dalle seguenti features:

- **Date:** Data di rilevazione
- **MonthTotalReturn:** Rendimenti [%] mensili comprensivi dei dividendi
- **CompanyMarketCap:** Capitalizzazione di Mercato
- **PriceClose:** Prezzo di chiusura non comprensivo del valore dei dividendi

Per il calcolo dei valori standard di μ e Σ abbiamo utilizzato i valori di **MonthTotalReturn** per ogni asset dal momento che includono il valore dei dividendi. La scelta di utilizzare questi valori, che includono i dividendi, ci permette di essere più aderenti alla realtà finanziaria delle stock sotto analisi.

È stata valutata la possibilità di utilizzare i *log return* per normalizzare i rendimenti ed essere più simili al caso teorico di distribuzione normale dei rendimenti. La formula per trasformare i *total return* mensile (TR) al *log return* (LR) è la seguente:

$$LR = \ln(1 + TR) \quad (1)$$

dove TR è il ritorno totale mensile e \ln è il logaritmo naturale.

L'idea, però, è stata scartata dal momento che il miglioramento apportato dalla trasformazione non è consistente e inoltre, l'interpretabilità dei valori è meno intuitiva rispetto ai rendimenti totali mensili.

Si è provveduto quindi al calcolo standard di μ e Σ per ogni asset con i valori di **MonthTotalReturn** (non in %).

Constant Correlation Approach Σ_{cc}

L'utilizzo del **Constant Correlation Approach** è raccomandabile nel caso in cui si estenda l'analisi ad un numero elevato di asset.

In questo caso il costo computazionale per il calcolo della matrice Σ risulta particolarmente ingente, un'alternativa è sostituire la matrice con una sua versione approssimata, dove i valori di covarianza extradiagonale ($\sigma_{i,j}$) vengono sostituiti da valori approssimati secondo la relazione $\sigma_{i,j} = \sigma_i \sigma_j \rho$.

$$\rho = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (r_{k,i} - \mu_i)(r_{k,j} - \mu_j)}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (r_{k,i} - \mu_i)^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (r_{k,j} - \mu_j)^2}} \quad (2)$$

In conclusione si è deciso di non utilizzare la matrice di correlazione costante in quanto il numero di asset presi in esame non comporta una spesa computazionale proibitiva.

Shrinkage Correlation Approach $\Sigma_{shrinkage}$

La matrice **Shrinkage Correlation Approach** combina i valori della matrice standard teorica Σ con una matrice target, la quale potrebbe essere la matrice di correlazione costante Σ_{cc} .

Questo permette alla matrice $\Sigma_{shrinkage}$ una maggiore adattabilità al caso di esame, rispetto alla matrice Σ_{cc} e inoltre dona alle stime che la sfruttano maggiore robustezza.

$$\Sigma_{shrinkage} = \lambda \Sigma_{target} + (1 - \lambda) \Sigma_{cc} \quad (3)$$

Dove $\lambda \in [0, 1]$, determina l'intensità dello shrinkage applicato alla matrice di varianza-covarianza Σ .

Anche in questo caso, data la semplicità dei calcoli in esame, il numero di osservazioni a disposizione e la difficoltà di un corretto fine tuning del parametro λ , si è preferito optare per l'utilizzo della matrice standard Σ .

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.0101 & 0.0037 & 0.0019 & 0.0030 & 0.0012 \\ 0.0037 & 0.0053 & 0.0013 & 0.0026 & 0.0012 \\ 0.0019 & 0.0013 & 0.0030 & 0.0017 & 0.0013 \\ 0.0030 & 0.0026 & 0.0017 & 0.0299 & 0.0014 \\ 0.0012 & 0.0012 & 0.0013 & 0.0014 & 0.0027 \end{bmatrix}, \quad \Sigma_{cc} = \begin{bmatrix} 0.0101 & 0.0021 & 0.0016 & 0.0051 & 0.0015 \\ 0.0021 & 0.0053 & 0.0012 & 0.0037 & 0.0011 \\ 0.0016 & 0.0012 & 0.0030 & 0.0028 & 0.0008 \\ 0.0051 & 0.0037 & 0.0028 & 0.0299 & 0.0026 \\ 0.0015 & 0.0011 & 0.0008 & 0.0026 & 0.0027 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_{shrinkage} = \begin{bmatrix} 0.0101 & 0.0032 & 0.0018 & 0.0037 & 0.0013 \\ 0.0032 & 0.0053 & 0.0013 & 0.0030 & 0.0012 \\ 0.0018 & 0.0013 & 0.0030 & 0.0020 & 0.0011 \\ 0.0037 & 0.0030 & 0.0020 & 0.0299 & 0.0018 \\ 0.0013 & 0.0012 & 0.0011 & 0.0018 & 0.0027 \end{bmatrix}$$

Rendimenti medi μ

Media esponenziale μ_{exp}

Il calcolo della media esponenziale differisce dal calcolo della media semplice per l'utilizzo di un parametro γ che pesa il contributo della serie storica, rispetto all'istante t nel quale viene valutato.

Questo comporta una media pesata sul valore temporale dei contributi alla media, dando maggiore enfasi a valori t prossimi alla fine dell'osservazione.

$$\mu_i = \frac{\sum_{t=1}^N R_{i,t} e^{-\gamma(N-t)}}{\sum_{j=1}^N e^{-\gamma(N-j)}} \quad (4)$$

Anche in questo caso $\gamma \in [0, 1]$.

L'utilizzo del calcolo della media esponenziale μ_{exp} è raccomandabile nel caso di serie temporali di breve periodo, dove i cambiamenti recenti sono considerati più importanti. Dal momento che le serie a nostra disposizione fanno riferimento ad un arco temporale esteso si è preferito utilizzare la media classica dei rendimenti μ .

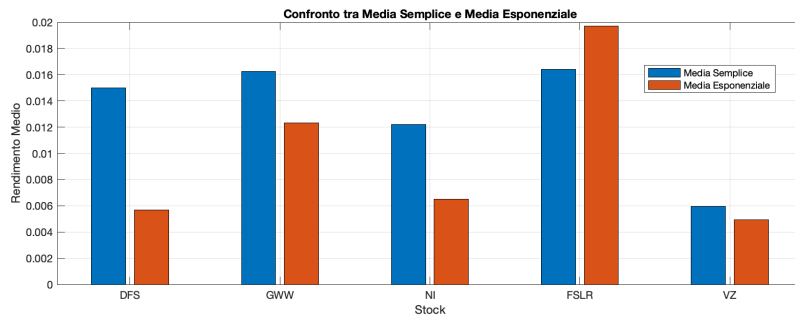


Figure 1: Rendimenti esponenziali e classici

Tuttavia è apprezzabile notare che, paragonando i due rendimenti medi, il rendimento esponenziale attualizzi il rendimento medio dando indicazione di apprezzamento se $\mu_{exp} > \mu$; deprezzamento $\mu_{exp} < \mu$.

Frontiera efficiente di portafoglio

Nel contesto della teoria moderna della gestione di portafoglio, il contributo di Markowitz è stato quello di creare un framework di riferimento per la gestione ottimizzata dei pesi di portafoglio \mathbf{w} , in modo da minimizzare la varianza dell'intero portafoglio Σ .

Le assunzioni fondamentali per la risoluzione del problema di Markowitz sono:

- Funzione di utilità quadratica: $u(x) = x - \frac{a}{2}x^2$
- Distribuzione normale dei rendimenti: $R \sim (\mu, \sigma^2)$

Sotto queste assunzioni la formulazione del problema di Markowitz si compone di un problema di minimizzazione del valore di rischio σ_p^2 per un dato valore di rendimento atteso di portafoglio μ_p .

Portafoglio	Rendimento Atteso (μ)	Varianza (σ^2)
Titolo privo di rischio (Risk-free)	0.25%	0
Portafoglio a minima varianza	1.0%	0.0019
Portafoglio tangente	1.62%	0.0035

Table 2: Rendimento atteso e varianza.

Titolo	w_T	w_{MVP}
Discover Financial Services	0.0128	0.0044
Grainger Inc.	0.5317	0.1625
Nisource	0.6726	0.3639
First Solar	0.0476	0.0091
Verizon	-0.2648	0.4601

Table 3: Composizione del portafoglio tangente e del portafoglio a minima varianza per i titoli specifici.

In accordo con la teoria, dal momento che il portafoglio a minima varianza ha un rendimento maggiore del rendimento del titolo privo di rischio, il punto di tangenza tra la retta a massimo sharpe ratio e la frontiera efficiente di markowitz dei soli titoli rischiosi si trova sulla frontiera efficiente.

Imponendo ulteriori vincoli al problema di ottimizzazione proposto sopra; in particolare **v1: la somma dei primi due titoli sia del 50%, v2: valore minimo di portafoglio per ogni titolo 10%**.

I portafogli tangenti, calcolati per ciascuna delle tre frontiere, sono stati calcolati sfruttando la definizione di portafoglio tangente. Esso rappresenta il portafoglio, appartenente alla frontiera, che massimizza l'indice di sharpe.

Notiamo, dal grafico e dalla tabella, che per i portafogli tangenti nel caso no vincoli aggiuntivi e v1 che i risultati sono simili.

Il vincolo aggiuntivo **v1** non altera le performance del portafoglio.

Non si può dire lo stesso per il caso **v2**, nel quale in accordo con la teoria, limitando i gradi di libertà del portafoglio a prendere posizioni short, questo comporta la possibilità di "escludere" titoli con andamenti non eccellenti o addirittura negativi.

In riferimento al rendimento target $\mu_{target} = 0.5\%$ si osserva che le frontiere calcolate, con vincoli aggiuntivi e non, ammettono portafogli come segue:

- Nel caso di nessun vincolo aggiuntivo il portafoglio \mathbf{w}_1 ha l'esposizione al rischio minore. Solidale con la teoria, perchè il problema presenta il maggior spazio su cui variare i pesi di portafoglio.
- Il portafoglio sottoposto a **v2** per valori di rendimento bassi, si discosta dal caso precedente, generando un portafoglio che a parità di rendimento atteso $\mu_{target} = 0.5\%$ ha rischio maggiore. Questo comportamento sembrerebbe essere dato dagli alti rendimenti (riferiti ai titoli in esame) dei due titoli vincolati in posizione 1 e 2. Quest'ultimi, per essere ribilanciati ed ottenere un rendimento $\mu_{target} = 0.5\%$, hanno bisogno di forti posizioni short sugli altri titoli. Tant'è vero che la frontiera, a parità di uguale esposizione al rischio, suggerisce un portafoglio con rendimento maggiore.
- Infine nel caso di **v2** non esiste nessuna combianzione di pesi di portafoglio che permetta il raggiungimento del rendimento desiderato. Il valore minimo di rendimento di portafoglio μ_p ammissibile con i valori imposti è $(1 - n_{stock}lb)\mu_{riskfree} + \sum \mu * lb = 3,41\%$.

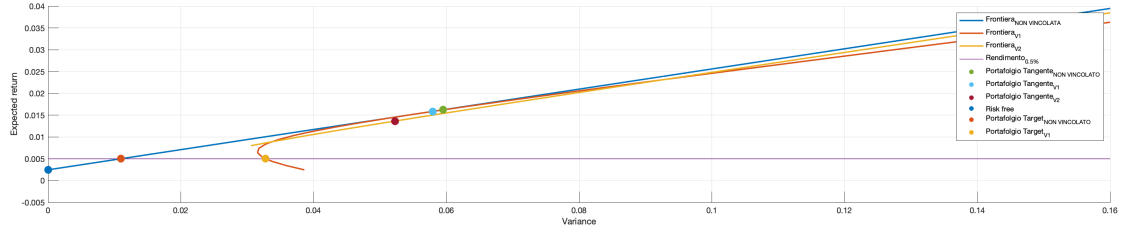


Figure 2: Frontiere vincolate e portafogli notevoli

Titolo	Nessun vincolo (w)	Vincolo 1 (w)
Discover Financial Services	0.0024	0.1328
Grainger Inc.	0.0979	0.3672
Nisource	0.1238	-0.3317
First Solar	0.0088	-0.0441
Verizon	-0.0488	-0.1022
Somma pesi	0.1841	0.0219

Composizione dei portafogli tangenti in condizioni di nessun vincolo e **v1**. Per ogni titolo, i pesi assoluti mostrano l'allocatione della ricchezza nel portafoglio rispetto al titolo risk-free.

Alpha e Beta CAPM

Il CAPM è un modello per il calcolo del prezzo di equilibrio di un'attività finanziaria. Esso si focalizza sul fatto che l'investitore debba tenere conto del rischio sistematico, cioè il rischio associato all'andamento del mercato non eliminabile tramite diversificazione. Nel nostro caso notiamo che i titoli maggiormente esposti alle variazioni del mercato sono Discover Financial Services, First Solar e Grainger Inc. per i quali si osserva un $\beta > 1$ e un extra rendimento α positivo. Verizon dovrebbe essere venduto perché ha un extra rendimento negativo, mentre per quanto riguarda NiSource si dovrebbe rimanere neutrali in quanto mostra un extra rendimento prossimo allo zero.

Titolo	α	β	Significatività (α) ($p < 0.05$)
Discover Financial Services	0.0162	1.4206	1
Grainger Inc.	0.0108	0.9936	1
Nisource	0.0013	0.6095	0
First Solar	0.0164	1.4829	0
Verizon	-0.0074	0.4824	1

Table 4: Valori di α e β del modello CAPM per ciascun titolo e loro significatività statistica.

Portafoglio di Mercato e Ritorni Impliciti con il Modello Black-Litterman

Assumendo che il portafoglio di mercato sia costituito solo dai cinque titoli in esame, stimiamo i rendimenti impliciti e il portafoglio di mercato secondo il modello Black-Litterman.

Per il calcolo dei rendimenti impliciti il primo passaggio fondamentale è la quantificazione dei pesi di mercato di ciascun asset, misurati come il rapporto tra la capitalizzazione di ciascun asset e la capitalizzazione totale del mercato (assumendo che sia costituito dai 5 stocks). La procedura successiva è stata definire il rendimento di mercato come media ponderata dei rendimenti degli asset, ottenuto dunque combinando i pesi con i rendimenti relativi di ciascun titolo. Questo calcolo è necessario in vista della stima del coefficiente di avversione al rischio. Riutilizzando la matrice var-cov calcolata nei punti precedenti, possiamo determinare il vettore dei rendimenti impliciti secondo il modello Black-Litterman come il prodotto tra la matrice, i pesi e il coefficiente di avversione al rischio.

La tabella a fine paragrafo riassume i risultati ottenuti attraverso questo processo (i pesi soddisfano la condizione $\sum w_i = 1$ e fornisce una base neutrale per l'allocatione degli asset).

Il portafoglio di mercato risulta significativamente concentrato su VZ, con un peso del 56.52%, seguito da GWW con il 17.77% e DFS con il 13.86%. I pesi rimanenti sono distribuiti tra FSLR (6.46%) e NI (5.38%). Questa distribuzione riflette la capitalizzazione di mercato relativa delle società nel nostro campione.

Azione	NI	VZ	DFS	FSLR	GWW
Rendimenti (π)	0.0045	0.0062	0.0091	0.0111	0.0071
Pesi	0.0538	0.5652	0.1386	0.0646	0.1777

Table 5: Rendimenti Impliciti di Mercato e Pesi del Portafoglio

Formulazione e integrazione delle views nel framework Black and Litterman

In questa sezione abbiamo formulato due approcci differenti per la determinazione delle views da applicare nel modello Black-Litterman.

Nella prima analisi le previsioni, focalizzate sugli stocks FSLR e GWW, sono state elaborate analizzando i ratio finanziari delle compagnie. Per quanto riguarda il primo, abbiamo teorizzato una crescita del rendimento atteso del 2%. I motivi alla base della formulazione di questa view possono essere ricondotti principalmente a 3 aspetti: il Debt To Equity Ratio pari a 0.09 che testimonia una buona gestione del debito, l'eccellente liquidità (nel 2023 FSLR ha registrato una media del 2.88) e infine il contesto delle energie rinnovabili contraddistinto da una crescita costante. Per GWW abbiamo previsto una crescita del 3% basandoci essenzialmente sui valori di ROE e ROA che risultano molto buoni (rispettivamente 34% e 22% nel 2023); per lo più l'Asset Turnover Ratio è il più alto a confronto con gli altri titoli analizzati (2.02), a testimonianza dell'ottima gestione degli asset. Attraverso queste views il portafoglio ha generato una nuova media attesa e i pesi ottenuti sono stati i seguenti:

Azione	Rendimento Medio Posteriore	Peso del Portafoglio
NI	0.755%	3.19%
VZ	0.910%	33.48%
DFS	1.75%	8.21%
FSLR	1.855%	4.74%
GWW	1.879%	50.38%

Dal portafoglio emerge che GWW è il titolo dominante (peso del 50.38%), in parte grazie alla view positiva attribuitagli ma anche a dimostrazione delle sue performance finanziarie costanti ed efficienti. FSLR è contraddistinto da un peso moderato del 4.74%, nonostante la previsione positiva del 2%, riflettendo una maggior volatilità del settore in cui opera e dunque un maggior rischio. DFS si colloca con un peso dell'8.21%, mitigato dal rischio legato al debito. VZ e NI presentano rispettivamente pesi del 33.48% e 3.19%, risultato prevedibile guardando ai loro rendimenti impliciti.

Nel secondo modello Black-Litterman, abbiamo costruito opinioni basate sull'analisi della crescita dei dividendi utilizzando il modello di crescita di Gordon (Gordon Growth Model). Questo approccio ha fornito un supporto quantitativo per le nostre aspettative sui rendimenti futuri delle azioni.

Sulla base dei risultati del modello di crescita di Gordon, abbiamo formulato due specifiche view per le quali VZ avrà un rendimento del 0,141%. e GWW un rendimento del 0,101%.

Queste view e la matrice P corrispondente sono state espresse matematicamente come:

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0.00141 \\ 0.00101 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Il modello Black-Litterman ha prodotto i seguenti rendimenti attesi e pesi posteriori:

Azione	Rendimento Medio Posteriore	Peso del Portafoglio
NI	0,298%	9,36%
VZ	0.365%	52,43%
DFS	0,666%	24,11%
FSLR	0,913%	11,23%
GWW	0,377%	2,87%

Il portafoglio risultante mostra una significativa concentrazione in VZ (52,43%) e DFS (24,11%), che insieme rappresentano circa il 76,54% del portafoglio. Questa concentrazione riflette l'importanza assegnata a queste azioni in base ai rendimenti attesi e alle prospettive di mercato incorporate nel modello.

1. Le forti opinioni positive su entrambe le azioni basate sull'analisi della crescita dei dividendi.
2. La fiducia del modello in queste view, supportate dai dati storici sui dividendi.
3. L'incertezza relativamente bassa nelle previsioni rispetto ai rendimenti impliciti dal mercato.