Contrôle intermédiaire

Durée 1 heure 30

Tout document interdit

Exercice 1 (2)

On considère deux circuits logiques C_1 et C_2à *n* entrées et une sortie chacun. Donner l'expression logique d'un circuit qui permettrait de vérifier que les deux circuits délivrent les mêmes sorties quels que soient l'état de leurs entrées.

Exercice 2 (2-2)

Soit Γ, Γ_1, Γ_2, $\Gamma_3$les quatre ensemblessuivants :

$\Gamma : \{\alpha_1 \vee \beta_1 \vee \gamma_1$	$\Gamma_1 : \{\alpha_1 \vee \beta_1$	$\Gamma_2 : \{\beta_1 \vee \gamma_1$	$\Gamma_3 : \{\alpha_1 \vee \gamma_1$
$\alpha_2 \vee \beta_2 \vee \gamma_2$	$\alpha_2 \vee \beta_2$	$\beta_2 \vee \gamma_2$	$\alpha_2 \vee \gamma_2$
$\alpha_3 \vee \beta_3 \vee \gamma_3\}$	$\alpha_3 \vee \beta_3\}$	$\beta_3 \vee \gamma_3\}$	$\alpha_3 \vee \gamma_3\}$

Laquelle ou lesquelles des propositions suivantes est (sont) valide(s) ?

1. Toute valuation qui satisfait Γ_1 ou Γ_2 ou Γ_3 satisfait Γ.
2. Toute valuation (toute ligne du TV) qui satisfait Γ satisfait également Γ_1 ou Γ_2 ou Γ_3.

Exercice 3 (4-4)

Ali, Omar et Saïd veulent constituer une équipe pour travailler leur projet.

- Ali veut inviter Karima ou Aghilesmais il ne veut pas de la présence de Yasmine et Karima en même temps.
- Omar veut inviter Yasmine ou Aghiles mais pas Karima et Rachid en même temps.
- Saïd propose d'inviter Karima ou Yasmine ou Rachidmais ne veut pas destrois en même temps.

On sait par ailleurs que :

- Karima et Yasmine sont d'excellentes amies. La première ne vient que si et seulement si la seconde vient ;
- Si Rachid est dans le groupe, Aghiles refusera d'y être.

Montrer en utilisant un arbre sémantique puis la résolution que nos trois amis ne réussirontpas à former leur équipe ?

Exercice 4 (3)

Lesquelles des expressions suivantes sont des formules du premier ordre et lesquelles ne le sont pas ?

E1. $\forall u \forall y\ (P(u,f(u)) \wedge \urcorner P(a,y))$

E2. $\forall x,y\ (P(x,y) \rightarrow Q(a,y))$

E3. $\forall x(P(x,y) \rightarrow \exists y Q(x))$

E4. $\forall P(P(x) \rightarrow P(x))$

E5. $|= \exists y(P(x) \rightarrow Q(y))$

E6. $\forall x \exists y(P(x,y) \rightarrow (Q(x) \rightarrow P(x)))$

Exercice 5 (3)

Ecrire les énoncés suivants dans le langage des prédicats du premier ordre :

e1 : Chaque étudiant a un binôme.

e2 : Certains étudiants n'ont pas de binôme.

N.B. Remettre un cahier d'examen sans intercalaire.

Exercice 1 (2)

$S_1 \leftrightarrow S_2$ où S_1 et S_2 représentent les sorties de C_1 et C_2

Exercice 2 (2-2)

Soit Γ, Γ_1, Γ_2, Γ_3 les quatre ensembles suivants :

$\Gamma : \{\alpha_1 \vee \beta_1 \vee \gamma_1$	$\Gamma_1 : \{\alpha_1 \vee \beta_1$	$\Gamma_2 : \{\beta_1 \vee \gamma_1$	$\Gamma_3 : \{\alpha_1 \vee \gamma_1$
$\alpha_2 \vee \beta_2 \vee \gamma_2$	$\alpha_2 \vee \beta_2$	$\beta_2 \vee \gamma_2$	$\alpha_2 \vee \gamma_2$
$\alpha_3 \vee \beta_3 \vee \gamma_3\}$	$\alpha_3 \vee \beta_3\}$	$\beta_3 \vee \gamma_3\}$	$\alpha_3 \vee \gamma_3\}$

Laquelle ou lesquelles des propositions suivantes est (sont) valide(s) ?

1. Toute valuation qui satisfait Γ_1 ou Γ_2 ou Γ_3 satisfait Γ.
2. Toute valuation (toute ligne du TV) qui satisfait Γ satisfait également Γ_1 ou Γ_2 ou Γ_3.

Réponse 1. Toute valuation qui satisfait Γ_1 satisfait soit $\alpha_i \vee \beta_i$ pour tout i tq $1 \leq i \leq 3$ donc satisfait $\alpha_i \vee \beta_i \vee \gamma_i$ pour tout i tq $1 \leq i \leq 3$ et par conséquent satisfait Γ. Idem pour Γ_1, Γ_2, et Γ_3.

Réponse 1. La réponse est non. Il suffit de prendre une valuation ***v*** qui satisfait α_1, γ_2 et β_3 et ne satisfait pas les autres formules de Γ :

- ***v*** qui satisfait α_1,mais ne satisfait pas $\beta_1 \vee \gamma_1$ donc ne satisfait pas Γ_2 ;
- ***v*** qui satisfait γ_2 ,mais ne satisfait pas $\alpha_2 \vee \beta_2$ donc ne satisfait pas Γ_1 ;
- ***v*** qui satisfait β_3,mais ne satisfait pas $\alpha_3 \vee \gamma_3$ donc ne satisfait pas Γ_3.

Exercice 3 (4-4)

0,5 point par formule soit 2.5 pour toutes les formules –
1 point pour la forme clausale
2,5 pour l'arbre sémantique
2 points pour la résolution

Ali, Omar et Saïd veulent constituer une équipe pour travailler leur projet.

- Ali veut inviter Karima ou Aghiles mais il ne veut pas de la présence de Yasmine et Karima en même temps :
  $\boldsymbol{\alpha_A : (K \vee A) \wedge (\neg Y \vee \neg K)}$
- Omar veut inviter Yasmine ou Aghiles mais pas Karima et Rachid en même temps.
  $\boldsymbol{\alpha_O : (Y \vee A) \wedge (\neg K \vee \neg R)}$
- Saïd propose d'inviter Karima ou Yasmine ou Rachid mais ne veut pas destrois en même temps.
  $\boldsymbol{\alpha_s : (K \vee Y \vee R) \wedge (\neg K \vee \neg Y \vee \neg R)}$

On sait par ailleurs que :

- Karima et Yasmine sont d'excellentes amies. La première ne vient que si et seulement si la seconde vient : β_1 : $\boldsymbol{K \leftrightarrow Y \equiv (K \rightarrow Y) \wedge (Y \rightarrow K) \equiv (\neg K \vee Y) \wedge (\neg Y \vee K)}$
- Si Rachid est dans le groupe, Aghiles refusera d'y être : β_2 : $\boldsymbol{R \rightarrow \neg A \equiv \neg R \vee \neg A}$

Montrer en utilisant un arbre sémantique puis la résolution que nos trois amis ne réussiront pas à former leur équipe ?

Les trois amis ne réussiront pas à former leur équipe si leur discours est non satisfiable

Avec la résolution :

Les trois amis ne réussiront pas à former leur équipe si leur discours est inconsistant, i-e si à partir de S l'ensemble des clauses issu des formules α_A, α_O , α_S,β_1 etβ_2 on peut déduire la clause vide

1. $K \vee A$
2. $\neg Y \vee \neg K$
3. $Y \vee A$
4. $\neg K \vee \neg R$
5. $K \vee Y \vee R$
6. $\neg K \vee \neg Y \vee \neg R$
7. $\neg K \vee Y$
8. $\neg Y \vee K$
9. $\neg R \vee \neg A$
10. $A \vee \neg R$ res(1,4)
11. $\neg R$ res(9,10)
12. $K \vee Y$ res(5,11)
13. Y res(7,12)
14. $\neg K$ res(2,13)
15. K res(8,13)
16. **$\square$ res(14,15)**

<u>Exercice 4</u> (3) (**0.5 par réponse juste**)

Lesquelles des expressions suivantes sont des formules du premier ordre et lesquelles ne le sont pas ?

E1. $\forall u \forall y\, (P(u,f(u)) \wedge \neg P(a,y))$

E2. ~~$\forall x,y\, (P(x,y) \rightarrow Q(a,y))$~~

E3. $\forall x(P(x,y) \rightarrow \exists y Q(x))$

E4. ~~$\forall P(P(x) \rightarrow P(x))$~~

~~E5. $\models \exists y(P(x) \rightarrow Q(y))$~~

E6. ~~$\forall x \exists y(P(x,y) \rightarrow (Q(x) \rightarrow P(x)))$~~

<u>Exercice 5</u> (3)

Ecrire les énoncés suivants dans le langage des prédicats du premier ordre :

e1 : Chaque étudiant a un binôme

$\forall x(E(x) \rightarrow \exists y E(y) \wedge B(y, x))$ **1.5 point**

e2 : Certains étudiants n'ont pas de binôme.

$\exists x E(x) \wedge \forall y\, (E(y) \rightarrow \neg B(y, x))$ **1.5 point**