

# 课程作业

日期：2024 年 3 月 4 日

## 1 题目

仍考虑例 1.1 中的问题, 但现在假设猪的价格保持稳定, 设

$$p = 0.65 - 0.01t + 0.00004t^2 \quad (1)$$

表示  $t$  天后猪的价格 (美分/磅).

### 1.1 (a)

1. 画图: 根据图像可知: 他们在  $t = 0$  处的图像接近.

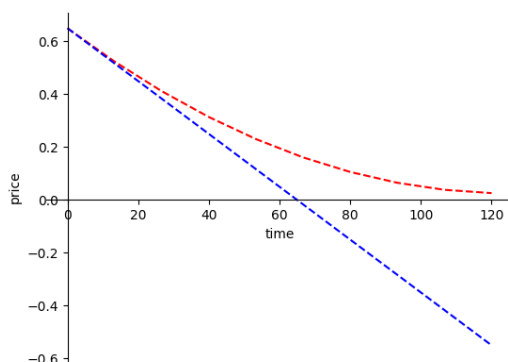


图 1: 价格图像

### 1.2 (b)

五步方法: 1. 提出问题: 同例题 1.1 2. 选择建模方法: 我们选择单变量优化模型. 3. 推导模型的公式:

$$Q = (0.65 - 0.01x + 0.00004x^2)(200 + 5x) - 0.45x$$

4. 求解模型:

$$f'(x) = \frac{3X^2 - 420x + 4000}{5000}$$

经过求解可得:  $f'$  的零点取值为  $x = 70 \pm \frac{10\sqrt{321}}{3} \approx 10.28$  和  $129.72$  5. 回答问题: 利润在 10 天之后达到顶点, 最大利润值为 129.72

### 1.3 (c)

设价格平稳率的参数  $a$  根据模型公式和导数运算可得:

$$x = -\frac{\sqrt{16000000a^2 - 12800a + 1} + 4000a - 1}{300a}$$
$$\frac{dx}{da} = -\frac{\sqrt{16000000a^2 - 12800a + 1} + 6400a - 1}{300a^2\sqrt{16000000a^2 - 12800a + 1}}$$

将  $a = 0.00004$  代回可得:

$$S(x, a) = \frac{dx}{da} * \frac{a}{x}$$
$$= 0.31$$

如果价格提高比预期快 10%, 预期的售猪时间要增加 3.1% . 同样的: 得到  $S(y, a) = 0.005$ , 如果价格提高比预期快 10%, 预期的纯利润要增加 0.05%

### 1.4 (d)

由 (c) 中所展示的灵敏性来看,(b) 中的最优解和例题中的最优解并没有极大差距, 对价格的假设是稳健的