课程作业

日期：2024 年 3 月 4 日

1 题目

在售猪问题中, 对每天的饲养花费做灵敏性分析, 分别考虑对最佳售猪时间和相应收益的影响. 如果有新的饲养方式, 每天饲养花费为 60 美分, 会使猪按 7 磅/天增重, 那么是否值得改变饲养方式? 求出使得饲养方式值得改变的最小增重率

2 符号说明

符号	意义
t	天数 (天)
w	猪的重量 (磅)
p	猪的售价 (美元/磅)
C	饲养 t 天的花费 (美元)
R	售出猪的收益 (美元)
P	净收益 (美元)

3 灵敏性分析

将 $C_t = \frac{C}{t}$ 作为独立的参数, 所以有

$$\begin{aligned} y = f(t) &= R - C \\ &= (0.65 - 0.01t)(200 + 5t) - C_t t \\ &= 130 + 1.25t - 0.05t^2 - C_t t \end{aligned}$$

计算:

$$f^{'}(t) = 1.25 - 0.1t - C_t$$

使得 $f^{'}(t) = 0$ 的点为

$$t = 12.5 - 10C_t \tag{1}$$

只要 $x \geq 0$, 即只要 $0 < C_t \leq 1.25$, 最佳的售猪时间和相应收益就由**??**式和1式决定. 对于 $C \geq 1.25$, 抛物线 $y = f(x)$ 的最高点落在我们求最大值的区间 $x \geq 0$ 之外, 在这种情况下, 由于在整个区间 $[0, 1)$ 上都有 $f^{'} < 0$ 所以最佳的售猪时间为 $x = 0$

4 是否改变饲养方式

计算新的饲养方式的净收益:

$$\begin{aligned} f(t) &= R - C \\ &= (0.65 - 0.01t)(200 + 7t) - 0.60t \\ &= 130 + 1.95t - 0.07t^2 \end{aligned}$$

计算 $f^{'}(t) = 1.95 - 0.14t$, 使得 $f^{'}(x) = 0$ 的点为 $t = \frac{195}{14} \approx 13.93$, 代回式**??**得到 $f(\frac{195}{14}) \approx$ 143.5804. 对比之前的最大值 133.20, 显然当前较高. 因此值得改变生产方式.

5 最小增长率

引入猪的生长率参数 g, 则有

$$\begin{aligned} f(t) &= R - C \\ &= (0.65 - 0.01t)(200 + gt) - 0.60t \\ &= 130 + (0.65g - 2.60)t - 0.01gt^2 \end{aligned}$$

计算:

$$f^{'}(t) = 0.65g - 2.60 - 0.02gt$$

使得 $f^{'}(t) = 0$ 的点为 $t_0 = \frac{0.65g - 2.60}{0.02g}$ 代回公式:

$$\begin{aligned} f(t_0) &= 130 + (0.65g - 2.6)\frac{0.65g - 2.60}{0.02g} - 0.01g\frac{0.65g - 2.60}{0.02g}^2 \\ &= 13\left(13g^2 + 56g + 208\right)/(16g) \end{aligned}$$

当上述式子等于 133.20 时, 得到 $g = 5.26$, 所以最小增长率为 5.26