ТВиМС. Практическое занятие №3

3. Задача о выборке

Задачи на классическое определения вероятности. Задача о выборке.

3.1. Классическое определение вероятности (продолжение)

Число способов, которыми из совокупности n объектов можно выбрать m, различающихся набором объектов или порядком их расположения в наборе, равно числу **размещений** из n по m:

$$A_n^m = \underbrace{n(n-1)\dots(n-m+1)}_{m \text{ сомножителей}}. \tag{3.1}$$

Эту формулы можно записать в более запоминающемся виде

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}. \tag{3.2}$$

Размещения с повторениями обозначаются $\overline{A}_n^m$ и вычисляются по формуле:

$$\overline{A}_n^m = n^m. \tag{3.3}$$

Перестановками называются различные способы упорядочивания n различных предметов (пронумерованных карточек) при их расположении слева направо. Перестановки являются частным случаем размещений из n по n и обозначаются $P_n = A_n^n$.

$$P_n = n!. \tag{3.4}$$

Если порядок выбора элементов не имеет значения, то число способов уменьшается в $m!$ раз. Это значение называется **числом сочетаний** и обозначается C_n^m

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}. \tag{3.5}$$

В соответствии с классическим определением вероятности вероятностью, события A называется отношение числа M благоприятствующих ему исходов к общему числу N исходов данного испытания (2.8):

$$P(A) = \frac{M}{N}. \tag{3.6}$$

Сочетания с повторениями из n элементов по m элементов обозначаются $\overline{C}_n^m$, а их число вычисляется по формуле

$$\overline{C}\,_n^m = C_{n+m-1}^m = \frac{(n+m-1)!}{m!(n-1)!}. \tag{3.7}$$

Пример 3.1. *В партии из* 100 *изделий имеются* 12 *бракованных. Из партии наудачу выбираются* 10 *изделий. Определить вероятность того, что среди этих 10 изделий будет ровно* 2 *бракованных.*

◀ Количество элементарных исходов данного испытания равно $N = C_{100}^{10}$. Обозначим через A событие состоящее в появлении 2 бракованных изделий среди выбранных наудачу 10 изделий. Так как всех бракованных изделий 12, то число способов, которыми можно вынуть 2 бракованных изделия, равно C_{12}^2. Каждый из этих способов может дополняться любой группой изделий из числа способов, которыми можно вынуть оставшиеся $10-2$ годных из общего числа годных $100-12$ изделий. Число таких групп равно $C_{100-12}^{10-2} = C_{88}^8$. Применяя свойство умножения комбинаций, получаем число всех исходов, благоприятствующих событию A: $M = C_{12}^2 \cdot C_{88}^8$ и вероятность

$$P(A) = \frac{C_{12}^2 \cdot C_{88}^8}{C_{100}^{10}} = \frac{12! \quad \cdot 88! \quad \cdot 10!\ 90!}{2!\ 10! \cdot 8!\ 80! \cdot 100!}. \tag{3.8}$$

Для вычисления вероятности по полученной формуле (3.8) используем свободную Maxima-программу, которая работает под управлением операционных систем: Windows, Linux, Android. Этот пакет можно бесплатно загрузить с сайта https://sourceforge.net/projects/maxima/files/Maxima-Windows/. В дальнейшем мы часто будем применять этот пакет для объёмных вычислений и геометрической иллюстрации результатов.

```
P:binomial(12,2)*binomial(88, 8)/binomial(100, 10); P, numer;
```

(P) $\dfrac{192830746581}{786832248020}$ (P) 0.24507224642386

Для первого выполнения этой Maxima-программы, необходимо запустить пакет wxMaxima, скопировать эту строку и выполнить данную команду нажав комбинацию клавиш: Shift+Enter, или в пункте меню поле выбрать пункт вычислить все поля. ▶

Ответ: $\boxed{P(A) \approx 0{,}245.}$

Пример 3.2. *Телефонный номер состоит из семи цифр. Найти вероятность того, что все цифры различны.*

◀ Цифры изменяются от 0 до 9, поэтому количество всех номеров будет $N = 10^7$, а число номеров с различными цифрами равно числу размещений $M = A_{10}^7 = \dfrac{10!}{3!}$. Следовательно,

$$P(A) = \frac{10!}{3! \cdot 10^7} = \frac{189}{3125} \approx \mathbf{0{,}061}. \ ▶$$

Ответ: $\boxed{P(A) = \dfrac{189}{3125} \approx 0{,}061.}$

Maxima-команда: P:10!/(3!*10^7); P,numer;

Пример 3.3. *Восемь студентов садятся в аудитории случайно на один ряд. Найти вероятность того, что три определённых студента окажутся рядом.*

◀ Всех комбинаций здесь будет $N = 8!$. Трёх определённых студентов можно посадить подряд шестью способами (начиная с 1-го места, со 2-го и т.д., с 6-го), причём нужно учесть, что внутри тройки 3! комбинаций; пятерых оставшихся студентов можно разместить 5! способами. Таким образом,

$$M = 6 \cdot 3! \cdot 5! \quad \text{и} \quad P(A) = \frac{6 \cdot 3! \cdot 5!}{8!} = \frac{6 \cdot 6}{6 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{3}{28} \approx \mathbf{0{,}107}. \ ▶$$

Ответ: $\boxed{P(A) = \dfrac{3}{28} \approx 0{,}107.}$

Пример 3.4. *Из колоды в 36 карт наугад вынимают 8 карт. Найти вероятность того, что взяли: а) три карты бубновой масти и три карты чёрной масти; б) хотя бы одну картинку?*

◀ а) В колоде карт всего 9 карт бубновой масти и 18 карт чёрной масти. Искомое событие A происходит, когда вытаскивают три карты бубновой масти и три карты чёрной и две карты червонной масти. Применяем правило произведения для трёх множеств упорядоченных элементов.

$$P(A) = \frac{C_9^3 \cdot C_{18}^3 \cdot C_9^2}{C_{36}^8} = \frac{9! \quad \cdot \quad 18! \cdot \quad 9! \quad \cdot \quad 8! \cdot 28!}{3! \cdot 6! \cdot 3! \cdot 15! \cdot 2! \cdot 7! \cdot 36!} = \frac{4032}{49445}.$$

Ответ: $\boxed{P(A) = \dfrac{4032}{49445} \approx 0{,}082.}$

б) Всего в колоде карт 16 картинок (валет, дама, король, туз). Искомое событие $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8$, где A_i — событие, состоящее в том, что вытащили i карт являющихся картинками.

$$P(A)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)+P(A_4)+P(A_5)+P(A_6)+P(A_7)+P(A_8).$$

При этом $P(A_i)=\dfrac{C_{16}^{i}\cdot C_{20}^{8-i}}{C_{36}^{8}}$. Вычисляем все восемь вероятностей, суммируя их, получаем

$$P(A)=\frac{1}{C_{36}^{8}}\sum_{i=1}^{8}C_{16}^{i}\cdot C_{20}^{8-i}.$$

Всё просто, но трудоёмко.

Но нетрудно заметить, что

$$A=A_1+A_2+A_3+A_4+A_5+A_6+A_7+A_8=\Omega-A_0.$$

Поэтому, $P(A)=1-P(A_0)=1-\dfrac{C_{20}^{8}}{C_{36}^{8}}=1-\dfrac{20!\ \cdot 8!\cdot 28!}{8!\cdot 12!\cdot\ 36!}=$
$=1-\dfrac{13\cdot 14\cdot 15\cdot 16\cdot 17\cdot 18\cdot 19\cdot 20}{29\cdot 30\cdot 31\cdot 32\cdot 33\cdot 34\cdot 35\cdot 36}=1-\dfrac{247}{59334}=\dfrac{59087}{59334}\approx 0{,}9958$. ►

Ответ: $\boxed{\dfrac{59087}{59334}\approx 0{,}996.}$

Проверка с помощью пакета maxima:

Первый способ:

P: sum(binomial(16, i)*binomial(20, 8-i), i, 1, 8)/binomial(36, 8); P,numer;

Второй способ:

P:1-binomial(20,8)/binomial(36,8); P,numer; $\dfrac{59087}{59334}\approx 0{,}9958.$

Пример 3.5. *В урне* 13 *белых и* 8 *чёрных шаров. Из урны вынимают наугад сразу два шара. Найти вероятность того, что:*

(1) *оба шара будут разного цвета;*

(2) *оба будут белыми;*

(3) *хотя бы один из них — белый;*

(4) *Оба шара будут одного цвета.*

Пусть A_i – случайное событие удовлетворяющее условию i-той подзадачи.

(1) Оба шара будут разного цвета.

◄ Здесь N — число способов, которыми можно вынуть одновременно 2 шара из $13+8=21$, $N=C_{21}^{2}=\dfrac{21!}{2!\cdot 19!}=\dfrac{21\cdot 20}{1\cdot 2}$.

Каждый благоприятный способ есть комбинация способа, которым можно вынуть белый шар из 13 (таких способов 13), и способа, которым можно вынуть чёрный шар из 8 (8 способов). Всего таких комбинаций будет $M=13\cdot 8$. Или $M=C_{13}^{1}\cdot C_{8}^{1}=13\cdot 8$. Тогда, используя классическое определение вероятности получаем:

$$P(A_1)=\frac{M}{N}=\frac{13\cdot 8}{(21\cdot 20)/2}=\frac{2\cdot 13\cdot 8}{21\cdot 20}=\frac{208}{420}=\frac{52}{105}\approx 0{,}495.\ ►$$

Ответ: $\boxed{\dfrac{52}{105} \approx 0{,}495.}$

(2) Оба шара будут белыми.

◀ Здесь $N = C_{21}^2 = 210$ (см. п. 1); M — число способов, которыми можно составить пары из 13 белых шаров,

$$M = C_{13}^2 = \frac{13!}{2! \cdot 11!} = \frac{13 \cdot 12}{2} = 78;$$

$$P(A_2) = \frac{M}{N} = \frac{78}{210} = \frac{13}{35}. \ ▶$$

Ответ: $\boxed{\dfrac{13}{35} \approx 0{,}371.}$

(3) Хотя бы один шар будет белый.

◀Если $A_3 = \{$хотя бы один белый$\}$ — искомое событие, то легче найти вероятность противоположного события $\overline{A}_3$, состоящего в том, что в выборке белых шаров нет: $\overline{A}_3 = \{$оба чёрные$\}$.

$P(\overline{A}_3) = \dfrac{C_8^2}{C_{21}^2} = \dfrac{8 \cdot 7}{21 \cdot 20} = \dfrac{56}{420} = \dfrac{2}{15}$ (см. п. 2). Тогда

$$P(A_3) = 1 - P(\overline{A}_3) = 1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15}. \ ▶$$

Ответ: $\boxed{\dfrac{13}{15} \approx 0{,}867.}$

(4) Оба шара будут одного цвета.

◀*Первый способ.* Искомое событие A есть сумма двух несовместных событий:

$$B_1 = \{\text{оба белые}\} \text{ и } B_2 = \{\text{оба чёрные}\}. \text{ Тогда}$$

$P(A_4) = P(B_1) + P(B_2)$. $P(B_1) = \dfrac{13}{35}$, найдено в п. 2; $P(B_2) = \dfrac{2}{15}$ (п. 3);
$P(A_4) = \dfrac{13}{35} + \dfrac{2}{15} = \dfrac{53}{105}$.

Второй способ. Событие A_4 — противоположное к событию B, состоящему в извлечении двух шаров разного цвета.

$P(B) = \dfrac{52}{105}$ (см. п. 1) $\Rightarrow$ $P(A_4) = 1 - P(B) = 1 - \dfrac{52}{105} = \dfrac{53}{105}$.▶

Ответ: $\boxed{\dfrac{53}{105} \approx 0{,}505.}$

Пример 3.6. *В урне 13 белых и 8 чёрных шаров. Из урны вынимают сразу три шара. Найти вероятность того, что:*

(1) *все три шара будут белыми;*

(2) *хотя бы один шар белый;*
(3) *среди них один белый и два чёрных;*
(4) *все шары одного цвета;*
(5) *среди них имеются как белые, так и чёрные шары.*

Пусть A_i – случайное событие, удовлетворяющее условию i-той подзадачи.

(1) Все три шара будут белыми.

◀ Всего в урне $13 + 8 = 21$ шар. Оттуда три шара одновременно можно извлечь

$$N = C_{21}^3 = \frac{21!}{3! \cdot 18!} = \frac{21 \cdot 20 \cdot 19}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{7980}{6} = 1330 \text{ способами.}$$

Для подсчёта числа благоприятных исходов оставим в урне только 13 белых шаров. Теперь каждый исход — благоприятный, и всего таких исходов $M = C_{13}^3 = \dfrac{13!}{3! \cdot 10!} = \dfrac{13 \cdot 12 \cdot 11}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 286.$

Если A — искомое событие, то

$$P(A_1) = \frac{M}{N} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3!} : \frac{21 \cdot 20 \cdot 19}{3!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{21 \cdot 20 \cdot 19} = \frac{13 \cdot 4 \cdot 11}{7 \cdot 20 \cdot 19} =$$

$$= \frac{13 \cdot 11}{7 \cdot 5 \cdot 19} = \frac{286}{1330} = \frac{143}{665}. \text{ ▶}$$

Ответ: $\boxed{\dfrac{143}{665} \approx 0{,}215.}$

Замечание 3.1. *Аналогично ищется вероятность того, что все три шара — чёрные.* $P(\textit{все чёрные}) = \dfrac{4}{95}$.

Замечание 3.2. *События* $\{$*все белые*$\}$ *и* $\{$*все чёрные*$\}$ *хоть и несовместны, но не противоположны; сумма их вероятностей равна* $\dfrac{171}{665} \neq 1$. *Кроме них, возможны события, состоящие в выборке разноцветных шаров.*

(2) Хотя бы один шар белый.

◀ Здесь легче вычислить $P(\overline{A}_2)$, где событие $\overline{A}_2$, противоположное к A_2, состоит в том, что среди вынутых шаров белых нет, то есть все чёрные. В замечании 3.2 найдено $P(\overline{A}_2) = \dfrac{4}{95}$, откуда

$$P(A_2) = 1 - P(\overline{A}_2) = 1 - \frac{4}{95} = \frac{91}{95}. \text{ ▶}$$

Ответ: $\boxed{\dfrac{91}{95} \approx 0{,}958.}$

Замечание 3.3. *Аналогично ищется вероятность того, что хотя бы один из них — чёрный (см. п. 1):*

$$P(\textit{хотя бы один чёрный}) = 1 - P(\textit{все белые}) = 1 - \frac{143}{665} = \frac{522}{665}.$$

(3) Среди них один белый и два чёрных.

◀Здесь, как и в п. 1, общее число исходов равно $C_{21}^3 = 1330$. Благоприятный исход содержит ровно один белый шар (который можно извлечь 13 способами) и ровно два чёрных шара (которые можно извлечь $C_8^2 = 28$ способами).

Всего благоприятных исходов будет $M = C_{13}^1 \cdot C_8^2 = 13 \cdot 28 = 364$.

$P(A_3) = \dfrac{364}{1330} = \dfrac{26}{95}$.▶

Ответ: $\boxed{\dfrac{26}{95} \approx 0{,}274.}$

Замечание 3.4. *Аналогично ищется вероятность того, что среди них один чёрный и два белых:*

$$P(\textit{1 чёрный, 2 белых}) = \frac{C_{13}^2 \cdot C_8^1}{C_{21}^3} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 8}{2!} : \frac{21 \cdot 20 \cdot 19}{3!} = \frac{312}{665}.$$

(4) Все шары одного цвета.

◀Искомое событие A_4 есть сумма двух несовместных событий $B_1 = \{$все белые$\}$ и $B_2 = \{$все чёрные$\}$, вероятности которых найдены ранее.

$$P(A_4) = \frac{143}{665} + \frac{4}{95} = \frac{171}{665} = \frac{9}{35}. \quad ▶$$

Ответ: $\boxed{\dfrac{9}{35} \approx 0,257.}$

(5) Среди них имеются как белые, так и чёрные шары.

◀*Первый способ.* Искомое событие A_5 есть сумма несовместных событий

$$B_1 = \{1 \text{ белый, } 2 \text{ чёрных}\} \quad \text{и} \quad B_2 = \{2 \text{ белых, } 1 \text{ чёрный}\};$$

$P(B_1) = \dfrac{26}{95}$, $P(B_2) = \dfrac{312}{665}$ (см. п. 3 и замечание 3.4);

$$P(A_5) = \frac{26}{95} + \frac{312}{665} = \frac{494}{665} = \frac{26}{35}.$$

Второй способ. Если Вам проще найти вероятность того, что все шары одного цвета (равную $\frac{9}{35}$, см. п. 4), то событие A_5 будет противоположным событию A_4.

$P(A_5) = 1 - P(A_4) = 1 - \frac{9}{35} = \frac{26}{35}$. ▶

Ответ: $\boxed{\frac{26}{35} \approx 0,743.}$

Рассмотрим теперь решения блока из пяти однотипных задач на выборку из несколько однотипных элементов, но с разными свойствами. В реальных задачах вместо шаров могут быть карандаши, игрушки и другие предметы.

Пример 3.7. *В урне 6 белых и 4 чёрных шара. Из урны наугад сразу вынимают пять шаров. Найти вероятность того, что вытащили 2 белых и 3 чёрный шара.*

◀Найдём число всевозможных исходов данного испытания: $N = C_{10}^5$. Найдём теперь число (M) исходов, благоприятствующих искомому событию A. Два белых шара можно вытащить C_6^2 способами, а для каждого из них чёрный шар можно вытащить C_4^3 способами. Следовательно, $M = C_6^2 \cdot C_4^3$.

Получаем,

$$P(A) = \frac{M}{N} = \frac{C_6^2 \cdot C_4^3}{C_{10}^5} = \frac{6! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 5!}{2! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 10!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7} =$$
$$= \frac{5}{21} \approx \mathbf{0,238}. \ ▶$$

Ответ: $\boxed{\frac{5}{21} \approx 0{,}238.}$

Пример 3.8. *На полке находятся 4 пакета с апельсиновым соком, 4 с яблочным и 4 с персиковым. Случайным образом берут шесть пакетов. Найти вероятность того, что среди взятых соков хотя бы один персиковый.*

◀ Число исходов данного испытания $N = C_{12}^6 = \frac{12!}{6! \cdot 6!} = 924$.

Число исходов, в которых взяли хотя бы один пакет с персиковым соком, равно, $M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4$, где M_i — взяли i пакетов с персиковым соком и $4 - i$ с апельсиновым или яблочным, $i = 1,\ 2,\ 3,\ 4$.

$M = C_8^5 \cdot C_4^1 + C_8^4 \cdot C_4^2 + C_8^3 \cdot C_4^3 + C_8^2 \cdot C_4^4 = 224 + 420 + 224 + 28 = 896$,

$$P(A) = \frac{C_8^5 \cdot 4 + C_8^4 \cdot C_4^2 + C_8^3 \cdot C_4^3 + C_8^2 \cdot 1}{C_{12}^6} = \frac{896}{924} = \frac{32}{33} \approx 0{,}9697.$$

Рассмотрим теперь более простой способ. Нетрудно заметить, что противоположным к искомому событию A будет событие $\overline{A}$, состоящее в том, что не взяли ни одного пакета с персиковым соком.

$$M_0 = C_8^6 \quad \Rightarrow \quad P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{M_0}{M} = 1 - \frac{C_8^6}{C_{12}^6} = 1 - \frac{1}{33} = \frac{32}{33}.$$

Естественно, получили тот же ответ.▶

Ответ: $\boxed{P(A) = \frac{32}{33} \approx 0{,}9697.}$

Пример 3.9. *В урне 4 белых, 3 чёрных, 5 красных и 3 синих шаров. Из урны наугад сразу вынимают пять шаров. Найти вероятность того, что вытащили 2 белых, 1 чёрный и 2 красных шара.*

◀ $N = C_{15}^5, \quad M = C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_5^2.$

$$P(A) = \frac{M}{N} = \frac{C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_5^2}{C_{15}^5} = \frac{60}{1001} \approx 0{,}0599. \quad ▶$$

Ответ: $\boxed{\frac{60}{1001} \approx 0{,}0599.}$

Пример 3.10. *В урне 4 белых, 3 чёрных, 2 красных и 3 синих шаров. Из урны наугад сразу вынимают пять шаров. Найти вероятность того, что вытащили 2 белых, 1 чёрный и хотя бы один красный шар.*

◀ $N = C_{12}^5, \quad M_1 = C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 C_3^1, \; M_2 = C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_2^2 \; \Rightarrow \; M = M_1 + M_2.$

$$P(A) = \frac{M}{N} = \frac{C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 C_3^1 + C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_2^2}{C_{12}^5} = \frac{7}{44} \approx 0{,}159. \quad ▶$$

Ответ: $\boxed{\frac{7}{44} \approx 0{,}159.}$

Пример 3.11. *В урне 4 белых, 3 чёрных, 4 красных и 4 синий шаров. Из урны наугад сразу вынимают семь шаров. Найти вероятность того, что вытащили 2 белых, 1 чёрный и хотя бы один красный шар.*

◀ $N = C_{15}^7 = \frac{15!}{7! \cdot 8!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = 15 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 3 = 6435,$

$M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot \left(C_4^1 C_4^3 + C_4^2 C_4^2 + C_4^3 C_4^1 + C_4^4\right),$

где M_i — вытащили i красных и $4 - i$ — синих шаров, $i = 1,\ 2,\ 3,\ 4.$

$M = \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot 3 \cdot (4 \cdot 4 + 6 \cdot 6 + 4 \cdot 4 + 1) = 6 \cdot 3 \cdot (16 + 36 + 16 + 1) = 18 \cdot 69 = 1242.$

$$P(A) = \frac{M}{N} = \frac{1242}{6435} = \frac{138}{715} \approx 0{,}193. \quad ▶$$

Ответ: $\boxed{\frac{138}{715} \approx 0{,}193.}$

Задания для самостоятельной работы

3.1. В студенческой лотерее выпущено 100 билетов, из которых 15 выигрышных. Куплено три билета. Какова вероятность того, что один из них выигрышный?

3.2. Из колоды в 52 карты наудачу выбирается четыре. Найти вероятность того, что среди них окажется одна дама.

3.3. В урне 10 белых и 15 чёрных шаров. Из урны вынимают 3 шара. Найти вероятность того, что все они будут чёрными.

3.4. Из колоды в 36 карт наудачу выбирают три карты. Какова вероятность того, что среди них окажется две дамы?

3.5. В конверте среди 80 фотокарточек находится одна разыскиваемая. Из конверта наудачу извлечены 20 карточек. Найти вероятность того, что среди них окажется нужная.

3.6. Полная колода карт (52 листа) делится пополам. Найти вероятность того, что число чёрных и красных карт в обеих пачках будет одинаковым.

3.7. Десять книг на одной полке расставлены наудачу. Определить вероятность того, что при этом три определённые книги окажутся поставленными рядом.

3.8. Четыре пассажира случайным образом рассаживаются по шести вагонам. Определить вероятность того, что в первых четырёх вагонах окажется по одному пассажиру.

3.9. В лифте имеются 5 пассажиров, которые случайным образом сходят на семи этажах. Определить вероятность того, что на первых пяти этажах сойдет ровно по одному пассажиру.

3.10. Из девяти лилий, шести пионов и десяти георгинов случайным образом выбирают для букета девять цветков. Какова вероятность того, что в букете будет: три лилии и три георгина.

3.11. Из трёх лилий, шести пионов и десяти георгинов случайным образом выбирают для букета девять цветков. Какова вероятность того, что в букете будет: пять георгин и хотя бы одна лилия.

3.12. Из колоды 36 карт случайным образом выбирают восемь. Найти вероятность того, что среди них: три пики, две черви и одна бубны.