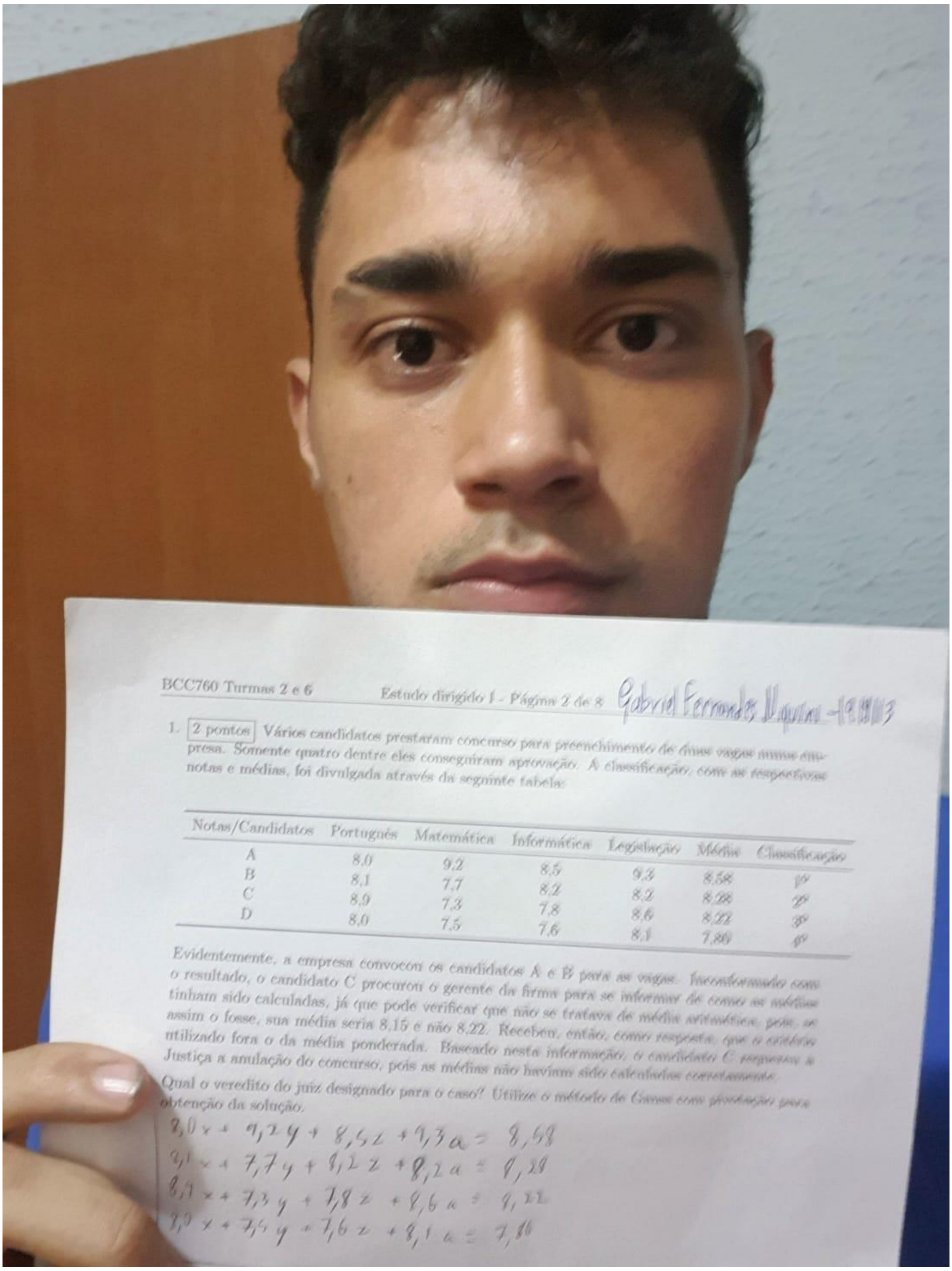

BCC760 Turmas 2 e 6 — Estudo dirigido 1 - Página 2 de 8 — Gabriel Fernandes Marques - 19.1.8113

1. $\boxed{\text{2 pontos}}$ Vários candidatos prestaram concurso para preenchimento de duas vagas numa empresa. Somente quatro dentre eles conseguiram aprovação. A classificação, com as respectivas notas e médias, foi divulgada através da seguinte tabela:

| Notas/Candidatos | Português | Matemática | Informática | Legislação | Média | Classificação |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 8,0 | 9,2 | 8,5 | 9,3 | 8,58 | 1º |
| B | 8,1 | 7,7 | 8,2 | 8,2 | 8,28 | 2º |
| C | 8,9 | 7,3 | 7,8 | 8,6 | 8,22 | 3º |
| D | 8,0 | 7,5 | 7,6 | 8,1 | 7,86 | 4º |

Evidentemente, a empresa convocou os candidatos A e B para as vagas. Inconformado com o resultado, o candidato C procurou o gerente da firma para se informar de como as médias tinham sido calculadas, já que pode verificar que não se tratava de média aritmética, pois, se assim o fosse, sua média seria 8,15 e não 8,22. Recebeu, então, como resposta, que o critério utilizado fora o da média ponderada. Baseado nesta informação, o candidato C requereu à Justiça a anulação do concurso, pois as médias não haviam sido calculadas corretamente.

Qual o veredito do juiz designado para o caso? Utilize o método de Gauss com pivotação para obtenção da solução.

$8{,}0x + 9{,}2y + 8{,}5z + 9{,}3a = 8{,}58$

$8{,}1x + 7{,}7y + 8{,}2z + 8{,}2a = 8{,}28$

$8{,}9x + 7{,}3y + 7{,}8z + 8{,}6a = 8{,}22$

$8{,}0x + 7{,}5y + 7{,}6z + 8{,}1a = 7{,}86$

 Gabriel Fernandes Niquini - 19.1.1113

1. [2 pontos] Vários candidatos prestaram concurso para preenchimento de duas vagas numa empresa. Somente quatro dentre eles conseguiram aprovação. A classificação, com as respectivas notas e médias, foi divulgada através da seguinte tabela:

| Notas/Candidatos | Português | Matemática | Informática | Legislação | Média | Classificação |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 8,0 | 9,2 | 8,5 | 9,3 | 8,58 | 1º |
| B | 8,1 | 7,7 | 8,2 | 8,2 | 8,28 | 2º |
| C | 8,9 | 7,3 | 7,8 | 8,6 | 8,22 | 3º |
| D | 8,0 | 7,5 | 7,6 | 8,1 | 7,80 | 4º |

Evidentemente, a empresa convocou os candidatos A e B para as vagas. Inconformado com o resultado, o candidato C procurou o gerente da firma para se informar de como as médias tinham sido calculadas, já que pode verificar que não se tratava de média aritmética, pois, se assim o fosse, sua média seria 8,15 e não 8,22. Recebeu, então, como resposta, que o critério utilizado fora o da média ponderada. Baseado nesta informação, o candidato C requereu à Justiça a anulação do concurso, pois as médias não haviam sido calculadas corretamente.

Qual o veredito do juiz designado para o caso? Utilize o método de Gauss com pivotação para obtenção da solução.

$8,0x + 9,2y + 8,5z + 9,3a = 8,58$

$8,1x + 7,7y + 8,2z + 8,2a = 8,28$

$8,9x + 7,3y + 7,8z + 8,6a = 8,22$

$8,0x + 7,5y + 7,6z + 8,1a = 7,80$

| Linha | Mult | Coef | | | | Term ind | Trans |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $L_3^1$ | $m_{21} = 0,9101$ | 8,9 | 7,3 | 7,8 | 8,6 | 8,22 | $L_3$ |
| $L_2^1$ | $m_{31} = 0,8989$ | 8,1 | 7,7 | 8,2 | 8,2 | 8,28 | $L_2$ |
| $L_1^1$ | $m_{41} = 0,8984$ | 8,0 | 9,2 | 8,5 | 9,3 | 8,58 | $L_1$ |
| $L_4^1$ | | 8,0 | 7,5 | 7,6 | 8,1 | 7,80 | $L_4$ |
| $L_2^2$ | | 0 | [illegible] | 1,0012 | 0,3731 | 0,3484 | $L_2 = L_2 - 0,9101L_1$ |
| $L_3^2$ | | 0 | 2,6380 | [illegible] | 1,5695 | 1,19104 | $L_3 = L_3 - 0,8989L_1$ |
| $L_4^2$ | | 0 | 0,9390 | [illegible] | 0,3696 | 0,4110 | $L_4 = L_4 - 0,8989L_1$ |
| $L_3^2$ | $m_{22} = 0,4003$ | 0 | 2,6380 | 1,4886 | 1,5695 | 1,1910 | $L_3$ |
| $L_2^2$ | | 0 | 1,1560 | 1,3012 | 0,3731 | 0,3484 | $L_2$ |
| $L_4^2$ | $m_{42} = 0,3566$ | 0 | 0,9390 | 0,5886 | 0,3695 | 0,4110 | $L_4$ |
| $L_3^3$ | | 0 | 0 | 0,5053 | -0,2552 | 0,3221 | $L_3 = L_3 - m_{32}L_2$ |
| $L_4^3$ | | 0 | 0 | 0,0597 | -0,1886 | -0,0125 | $L_4 = L_4 - m_{42}L_2$ |
| $L_4^5$ | $m_{43} = 0,1174$ | 0 | 0 | 0 | -0,1586 | -0,0503 | $L_4 = L_4 - m_{43}L_3$ |

$$\begin{cases} -0,1586a = -0,0503 \\ 0,5053z - 0,2552a = 0,3221 \\ 2,6380y + 1,4886z + 1,5695a = 1,1910 \\ 8,9x + 7,3y + 7,8z + 8,6a = 8,22 \end{cases}$$

$a = 0,3172$
$z = 0,7976$
$y = -0,1864$
$x = 0,0704$

Solução = $[0.0704 \quad -0,1864 \quad 0,7976 \quad 0,3172]^t$

 Gabriel Fernandes Niquini - 19.1.4113

2. $\boxed{\text{2 pontos}}$ Descubra os pesos utilizados pelos jogadores para calcular a pontuação de cada dupla em um torneio de truco[1]. Para isso, utilize as informações destacadas na Tabela a seguir:

| Dupla | Vitórias | Empates | Derrotas | Pontuação |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 2 | 5 | 27 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 18 |
| 3 | 4 | 1 | 5 | 31 |

Apresente os resultados utilizando o método de Gauss.

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z = 27 \\ 1x + 1y + 1z = 18 \\ 4x + 1y + 5z = 31 \end{cases}$$

| linha | | mult | Coef | | | Term. id. | Trans |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $L_1$ | (1) | $m_{21} = \frac{1}{3}$ | 3 | 2 | 5 | 27 | |
| $L_2$ | | | 1 | 1 | 1 | 18 | |
| $L_3$ | | $m_{31} = \frac{4}{3}$ | 4 | 1 | 5 | 31 | |
| $L_2$ | (2) | | 0 | -1/3 | +2/3 | 9 | $L_2 = L_2 - m_{21} L_1$ |
| $L_3$ | | | 0 | -5/3 | -5/3 | -5 | $L_3 = L_3 - m_{31} L_1$ |
| $L_3$ | (3) | $m_{32} = 5$ | 0 | 0 | 5/3 | -50 | $L_3 = L_3 - m_{32} L_2$ |

$$\begin{cases} 5/3\, z = -50 \\ 1/3\, y - 2/3\, z = 9 \\ 3x + 2y + 5z = 27 \end{cases}$$

$z = -\frac{50 \cdot 3}{5} \rightarrow z = -30$

$y = \frac{9 - (2/3 \cdot (30))}{1} \cdot 3 \rightarrow y = -33$

$x = \frac{27 - (-66 - 150)}{3} \rightarrow x = \frac{27 + 216}{3} \rightarrow x = \frac{243}{3} \rightarrow x = 81$

[1] https://pt.wikipedia.org/wiki/Truco

Solução $= [81 \quad -33 \quad -30]^t$

 Gabriel Fernandes Niquini 19.1.4113

3. $\boxed{\text{2 pontos}}$ Suponha $M$ o dígito do seu último número de matrícula. Por exemplo, $M = 4$ para o número de matrícula 20.2.1234. Resolver o sistema a seguir utilizando o método iterativo de Gauss-Seidel. Utilizar precisão de 0,050, no máximo 3 iterações e $X^0 = [0; 0; 0]^t$.

Sistema $\begin{cases} x_1 - x_2 - 8x_3 = M \\ 4x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 - 8x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$ $m = 3$ $\to$ $\begin{array}{l} 4x - y - z = 2 \\ x - 8y - z = 3 \\ x - y - 8z = 3 \end{array}$

Sumário:

| $k$ | $x_1^k$ | $x_2^k$ | $x_3^k$ | $max_{1 \le i \le 3} \lvert x_i^k - x_i^{k-1} \rvert$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | — |
| 1 | 0,5 | -0,3125 | -0,2734 | 0,50 |
| 2 | 0,3535 | -0,2966 | -0,2937 | 0,1465 |
| 3 | 0,3524 | -0,2942 | -0,2942 | 0,024 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $x = \frac{1}{4}(2 + y + z)$ | $y = \frac{1}{-8}(3 - x + z)$ | $z = \frac{1}{-8}(3 - x + y)$ |
| (1) | $x = \frac{1}{4}(2 + 0 + 0)$ | $y = \frac{1}{-8}(3 - 0{,}5 + 0)$ | $z = \frac{1}{-8}(3 - 0{,}5 - 0{,}3125)$ |
| (1) | $x = \frac{2}{4} \to x = 0{,}5$ | $y = -\frac{2{,}5}{8} \to y = 0{,}3125$ | $z = -\frac{1}{8}(2{,}1875) \to z = -0{,}2734$ |
| (2) | $x = \frac{1}{4}(2 + (-0{,}3125) + (-0{,}2734))$ | $y = -\frac{1}{8}(3 - 0{,}3535 + 0{,}2734)$ | $z = -\frac{1}{8}(3 - 0{,}3535 - 0{,}2966)$ |
| (2) | $x = \frac{1}{4}(1{,}4141) = 0{,}3535$ | $y = -\frac{1}{8}(2{,}373) = -0{,}2966$ | $z = -\frac{1}{8}(2{,}3499) = -0{,}2937$ |
| (3) | $x = \frac{1}{4}(2 - 0{,}2966 - 0{,}2937)$ | $y = \frac{1}{8}(3 - 0{,}3524 - 0{,}2937)$ | $z = -\frac{1}{8}(3 - 0{,}3524 - 0{,}2942)$ |
| (3) | $x = \frac{1}{4}(1{,}4096) = 0{,}3524$ | $y = -\frac{1}{8}(2{,}3539) = -0{,}2942$ | $z = -\frac{1}{8}(2{,}3534) = -0{,}2942$ |

Solução = $[0{,}3524 \quad -0{,}2942 \quad -0{,}2942]^t$

 Gabriel Fernandes Niquini - 19.1.4113

4. $\boxed{\text{3 pontos}}$ A tabela a seguir apresenta o número de habitantes do município de Ouro Preto nos três últimos censos.

| X | Ano | 1990 | 2000 | 2010 |
|---|---|---|---|---|
| Y | Número de habitantes | 61.619 | 66.277 | 70.281 |

Utilize a interpolação linear de grau 2 para determinar o número aproximado de habitantes do município nos anos de 1993 e 2007.

Dica: Para facilitar os cálculos, normalize o ano e o número de habitantes para o intervalo [0, 1], usando a fórmula

$$v_{new} = \frac{v - min}{max - min}$$

. Exemplo: Para $v = 2000$ temos

$$v_{new} = \frac{2000 - 1990}{2010 - 1990} = 0,5.$$

$$L_0(x) = \frac{(x-2000)(x-2010)}{(1990-2000)(1990-2010)} \rightarrow L_0(x) = \frac{x^2 - 4010x + 4020000}{200}$$

$$L_1(x) = \frac{(x-1990)(x-2010)}{(2000-1990)(2000-2010)} \rightarrow L_1(x) = \frac{-x^2 + 4000x - 3999900}{100}$$

$$L_2(x) = \frac{(x-1990)(x-2000)}{(2010-1990)(2010-200)} \rightarrow L_2(x) = \frac{x^2 - 3990x + 3980000}{200}$$

$$P_2(x) = 61619\left(\frac{x^2 - 4010x + 4020000}{200}\right) - 66277\left(\frac{x^2 - 4000x + 3999900}{100}\right) + 70281\left(\frac{x^2 - 3990x + 3980000}{200}\right) \rightarrow$$

$$\frac{61619x^2}{200} - \frac{247092190x}{200} + 1238541900 + \frac{70281x^2}{200} - \frac{280421190x}{200} + 1398591900$$

$$-\frac{66277x^2}{100} + \frac{265108000x}{100} - 2651013723 = P_2(x) \rightarrow$$

$$P_2(x) = \frac{-654x^2 + 2702620x}{200} - 13879923 \rightarrow P_2(x) = \frac{-327x^2}{100} + \frac{135131x}{10} - 13879923$$

$$P(1993) = \frac{-941375613}{100} + \frac{269316083}{10} - 13879923 \Rightarrow \frac{6308567}{100} \simeq 63085$$

$$P(2007) = \frac{-1317172023}{100} + \frac{271207917}{10} - 13879923 \Rightarrow \frac{6914847}{100} \simeq 69148$$

 Gabriel Fernandes Niquini - 1914113

6. [4 pontos] Implemente o método de Decomposição LU **com pivotação** para cálculo da inversa da seguinte matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 2 & 2 & -1 & -4 \\ -5 & 5 & 3 & 5 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & -1 & -2 & 3 & 2 \\ -2 & 3 & 5 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 4 & 5 & 2 & -5 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Dica: Utilize o código de Decomposição LU disponibilizado na disciplina. Apresente a implementação.

```
import java.util.Scanner;
public static void main(String[] args){
    int n;
    Scanner ler = new Scanner(System.in); n= ler.nextInt();
    double maior = 0;
    double atual;
    int linhaMaior;
    double[][] A = new double[n][n];
    double[][] L = new double[n][n];
    double[][] U = new double[n][n];
    double[][] m = new double[n][n];
    double[] auxTroca = new double[n];
    for(int i = 0; i<n; i++){
        for(int j=0; j<n; j++){
            A[i][j] = ler.nextDouble();
            U[i][j] = A[i][j];
        }
    }
    for(int k=0; k< n-1; k++){
        linhaMaior = k;
        maior = U[k][k];
        for(int r = k+1; r<=n-1; r++){
            atual = U[r][k];
            if(maior < atual){
                maior = atual;
                linhaMaior = r;
            }
        }
    if(linhaMaior != k){
        auxTroca = U[k];
```

Gabriel Fernandes Niquini
19.1.4113

```
        U[K] = U[linhaMaior];
        U[linhaMaior] = auxTroca;
    }
    for(int i = K+1; i <= n-1; i++){
        m[i][K] = -(U[i][K]/U[K][K]);
        for(int j = K+1; j <= n-1; j++){
            L[i][j-1] = m[i][K];
            U[i][j] = U[i][j] - (m[i][K] * U[K][j]);
        }
    }
}
for(int i = 0; i < n; i++){
    for(int j = 0; j < n; j++){
        if(i == j){
            L[i][j] = 1;
        }
        else if(i < j){
            L[i][j] = 0;
        }
        else{
            U[i][j] = 0;
        }
    }
}
```

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -0{,}2286 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0{,}6 & 0{,}1714 & 0{,}2423 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}4 & -0{,}5429 & -0{,}5567 & 2 & 1 & 1 \\ 0{,}2 & 0{,}2286 & 0{,}2784 & 0{,}1561 & -0{,}2325 & \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 & 2 & -1 & -4 \\ 0 & 7 & 5 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5{,}5429 & 7 & 1{,}4 & -5{,}8 \\ & & & 1{,}9485 & 1{,}2010 & 2{,}1656 \\ 0 & 0 & 0 & & 4{,}3016 & 3{,}2245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5{,}2245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \end{bmatrix}$$

$$L^{-1} U^{-1} = A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2044}{8495} & \frac{44}{1699} & \frac{-1321}{8495} & \frac{56}{8495} & \frac{703}{8495} & \frac{16}{8495} \\ \frac{-3151}{8495} & \frac{391}{1699} & \frac{2664}{8495} & \frac{961}{8495} & \frac{-1437}{8495} & \frac{-934}{8495} \\ \frac{672}{8495} & \frac{-195}{1699} & \frac{-1449}{8495} & \frac{833}{8495} & \frac{3024}{8495} & \frac{238}{8495} \\ \frac{2671}{8495} & \frac{-9}{1699} & \frac{-369}{8495} & \frac{-1556}{8495} & \frac{-723}{8495} & \frac{764}{8495} \\ \frac{-2168}{8495} & \frac{83}{1699} & \frac{1717}{8495} & \frac{-2268}{8495} & \frac{-1261}{8495} & \frac{648}{8495} \\ \frac{3193}{8495} & \frac{-297}{1699} & \frac{-1702}{8495} & \frac{-378}{8495} & \frac{1626}{8495} & \frac{[illegible]}{8495} \end{bmatrix}$$

 Gabriel Fernandes Miguini - 1914113

7. [4 pontos] A Tabela a seguir apresenta a medida da estatura e do perímetro cefálico de um bebê ao longo de 6 meses. Infelizmente, não foi calculada a estatura do aos 5 meses de vida. Implemente o método de Diferenças finitas com uma função de segundo grau para estimar o valor faltante.

| *meses* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *estatura(cm)* | 45 | 48 | 49 | 52 | 65 | 66 |
| *perímetro(cm)* | 33 | 34 | 37 | 42 | 77 | 44 |

| $x_i$ | $\Delta^1$ | $\Delta^2$ | $\Delta^3$ | $\Delta^4$ | $\Delta^5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 45 | 33 | 1/3 | 2/3 | -1/7 | 335/44982 |
| 48 | 34 | 3 | -1/3 | 29/2142 | — |
| 49 | 37 | 5/3 | -32/357 | — | |
| 52 | 42 | 1/7 | — | | |
| 66 | 44 | — | | | |

$f[x_0,x_1] = \frac{34-33}{48-45} \to 1/3$

$f[x_1,x_2] = \frac{37-34}{49-48} \to 3$

$f[x_2,x_3] = \frac{42-37}{52-49} \to \frac{5}{3}$

$f[x_3,x_4] = \frac{44-42}{66-52} = 2/14$

$f[x_0,x_1,x_2] = \frac{(3)-\frac{1}{3}}{49-45} \to \frac{\frac{8}{3}}{4} \to \frac{8}{12} \to \frac{2}{3}$

$f[x_1,x_2,x_3] = \frac{(5/3)-(3)}{52-48} \to \frac{-\frac{4}{3}}{4} \to -\frac{1}{3}$

$f[x_2,x_3,x_4] = \frac{(1/7)-(5/3)}{66-49} \to \frac{\frac{32}{21}}{17} \to -32/357$

$f[x_0,x_1,x_2,x_3] = \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{2}{3}\right)}{52-45} \to \frac{-1}{7}$

$f[x_1,x_2,x_3,x_4] = \frac{-\frac{32}{357}+\frac{1}{3}}{66-48} \to \frac{\frac{29}{119}}{18} \to \frac{29}{2142}$

$f[\text{total}] = \frac{\frac{29}{2142}+\frac{1}{7}}{66-45} \to \frac{\frac{335}{2142}}{21} \to \frac{335}{44982}$

$f(x) = (33 + (x-45) \cdot 1/3 + (x-45)(x-48) \cdot 2/3 + (x-45)(x-48)(x-49) \cdot (-1/7) + (x-45)(x-48)(x-49)(x-52) \cdot 335/44982) \to f(x) = 33 + (0,3333x-15) + (0,6667x^2-62x+1440) + (-0,1429x^3+20,2857x^2-959,5714x+15120) + (0,0074x^4-1,4448x^3+105,0161x^2-3389,5011x+40998,2352)$

$f(x) = 0,0074x^4-1,5877x^3+125,9685x^2-4410,7392x+57566,2353$

$f(65) = 33 + \frac{1}{3}(20) + \frac{2}{3}(20 \cdot 17) + \left(-\frac{1}{7}\right)(20 \cdot 17 \cdot 16) + \frac{335}{44982}(20 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 13) \to$

$f(65) = 33 + 6,6667 + 226,6667 - 777,1428 + 526,6817 \to f(65) = 15,8723$