

# שיטות חישוביות – תרגיל מחשב 1:

מגיש:

ניר שניידר – 316098052

שאלה 1:

(א)

הנחות –  $M=18, \rho = 1, q = [3,1,6,0,9,8,0,5,2,3,1,6,0,9,8,0,5,2], h = \frac{\pi \cdot \rho}{M}$

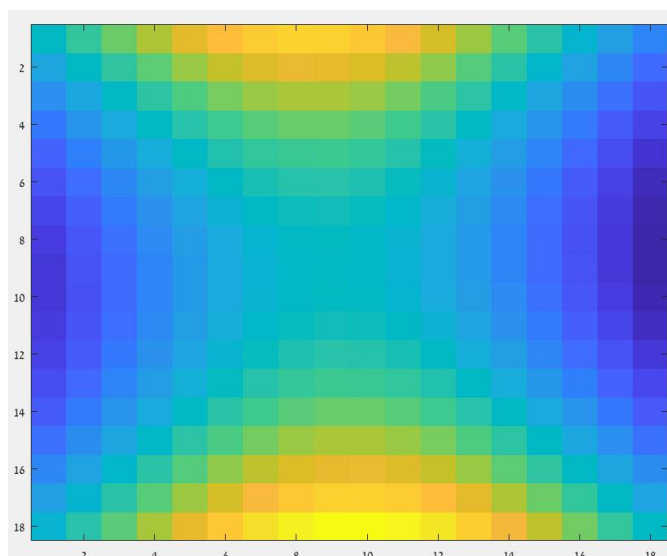
יעדי חישוב – A's condition number, norms, LU with pivoting,  $v = Aq$

A חושבה ע"י הנוסחה הנתונה הבאה:

$$a_{mn} = \frac{1}{4\pi r_{mn}} = \frac{1}{4\pi \sqrt{[h + \rho \sin\left(\frac{n\pi}{M}\right) - \rho \sin\left(\frac{n\pi}{M}\right)]^2 + [\rho \cos\left(\frac{m\pi}{M}\right) - \rho \cos\left(\frac{n\pi}{M}\right)]^2}}$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0.0091	0.0093	0.0095	0.0096	0.0098	0.0099	0.0100	0.0100	0.0100	0.0099	0.0099	0.0097	0.0096	0.0094	0.0093	0.0091	0.0089	0.0087
2	0.0089	0.0091	0.0093	0.0094	0.0096	0.0097	0.0098	0.0098	0.0098	0.0097	0.0096	0.0094	0.0093	0.0091	0.0089	0.0087	0.0086	0.0085
3	0.0088	0.0090	0.0091	0.0093	0.0094	0.0095	0.0096	0.0096	0.0096	0.0096	0.0095	0.0094	0.0093	0.0091	0.0089	0.0088	0.0086	0.0085
4	0.0087	0.0088	0.0090	0.0091	0.0092	0.0094	0.0094	0.0095	0.0095	0.0094	0.0094	0.0093	0.0091	0.0090	0.0088	0.0087	0.0085	0.0083
5	0.0085	0.0087	0.0088	0.0090	0.0091	0.0092	0.0093	0.0093	0.0093	0.0092	0.0091	0.0090	0.0089	0.0087	0.0086	0.0084	0.0083	0.0083
6	0.0084	0.0086	0.0087	0.0089	0.0090	0.0091	0.0092	0.0092	0.0092	0.0092	0.0092	0.0091	0.0089	0.0088	0.0087	0.0085	0.0083	0.0082
7	0.0084	0.0085	0.0087	0.0088	0.0089	0.0090	0.0091	0.0092	0.0092	0.0092	0.0091	0.0090	0.0089	0.0088	0.0086	0.0085	0.0083	0.0082
8	0.0083	0.0085	0.0086	0.0088	0.0089	0.0090	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	0.0090	0.0089	0.0087	0.0086	0.0084	0.0083	0.0081
9	0.0083	0.0084	0.0086	0.0087	0.0089	0.0090	0.0090	0.0091	0.0091	0.0091	0.0090	0.0090	0.0089	0.0087	0.0086	0.0084	0.0083	0.0081
10	0.0083	0.0084	0.0086	0.0087	0.0089	0.0090	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	0.0091	0.0090	0.0089	0.0088	0.0086	0.0085	0.0083	0.0082
11	0.0083	0.0085	0.0086	0.0088	0.0089	0.0090	0.0091	0.0092	0.0092	0.0091	0.0091	0.0090	0.0089	0.0088	0.0087	0.0085	0.0084	0.0082
12	0.0083	0.0085	0.0087	0.0088	0.0089	0.0091	0.0092	0.0092	0.0092	0.0092	0.0092	0.0091	0.0090	0.0089	0.0087	0.0086	0.0084	0.0083
13	0.0084	0.0086	0.0087	0.0089	0.0090	0.0091	0.0092	0.0093	0.0093	0.0093	0.0093	0.0092	0.0091	0.0090	0.0088	0.0087	0.0085	0.0084
14	0.0085	0.0087	0.0088	0.0090	0.0091	0.0093	0.0094	0.0094	0.0095	0.0095	0.0094	0.0094	0.0092	0.0091	0.0090	0.0088	0.0087	0.0085
15	0.0086	0.0088	0.0089	0.0091	0.0093	0.0094	0.0095	0.0096	0.0096	0.0096	0.0096	0.0095	0.0094	0.0093	0.0091	0.0090	0.0088	0.0086
16	0.0087	0.0089	0.0091	0.0093	0.0094	0.0096	0.0097	0.0098	0.0098	0.0098	0.0098	0.0097	0.0096	0.0094	0.0093	0.0091	0.0089	0.0088
17	0.0089	0.0091	0.0093	0.0094	0.0096	0.0097	0.0099	0.0099	0.0100	0.0100	0.0100	0.0099	0.0098	0.0096	0.0095	0.0093	0.0091	0.0089
18	0.0091	0.0092	0.0094	0.0096	0.0098	0.0099	0.0101	0.0102	0.0102	0.0102	0.0102	0.0101	0.0100	0.0098	0.0097	0.0095	0.0093	0.0091

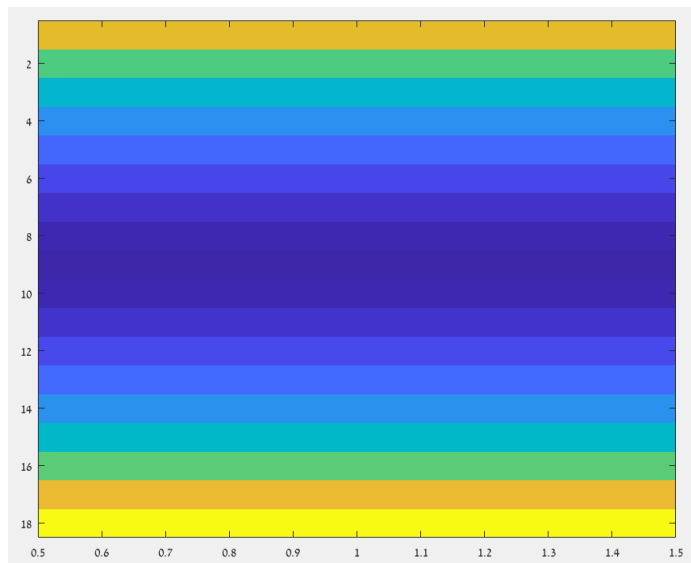
תצוגת A ע"י imagesc:



תוצאת החישוב של v:

v	
18x1 double	
	1
1	0.6495
2	0.6371
3	0.6262
4	0.6168
5	0.6090
6	0.6029
7	0.5985
8	0.5960
9	0.5951
10	0.5961
11	0.5988
12	0.6033
13	0.6095
14	0.6174
15	0.6270
16	0.6380
17	0.6505
18	0.6641

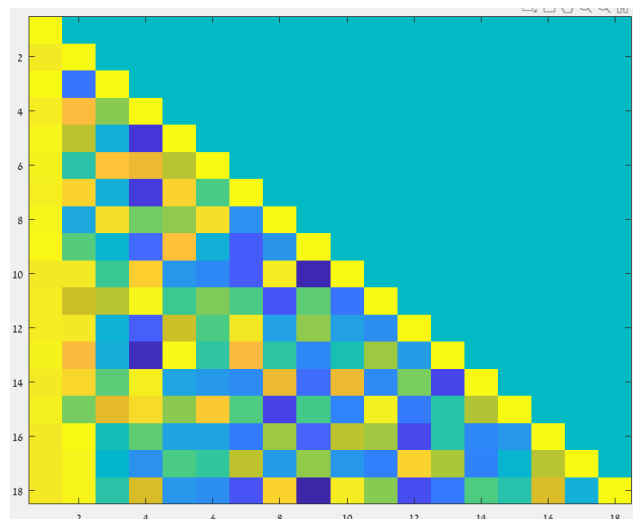
תצוגת v ע"י imagesc:



פירוק LU:

L																		
18x18 double																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0.9132	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0.9940	-0.4383	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0.9238	0.6955	0.3786	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0.9645	0.4892	-0.0875	-0.7781	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0.9596	0.1244	0.7259	0.6229	0.4869	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0.9369	0.8050	-0.0960	-0.7610	0.8068	0.2396	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0.9759	-0.1385	0.8597	0.3306	0.3970	0.8519	-0.3044	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0.9814	0.2673	-0.0550	-0.5084	0.7135	-0.0875	-0.5723	-0.2751	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0.9120	0.9090	0.1969	0.7864	-0.2631	-0.3516	-0.5757	0.9268	-0.8733	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0.9334	0.5402	0.4846	0.9699	0.2031	0.3670	0.2443	-0.6120	0.2898	-0.4473	1	0	0	0	0	0	0	0
12	0.9266	0.9045	-0.0768	-0.5638	0.5355	0.2478	0.8990	-0.2021	0.3949	-0.2118	-0.2675	1	0	0	0	0	0	0
13	0.9187	0.9687	-0.0443	-0.2978	0.2496	0.1585	0.4997	-0.2362	0.4025	-0.2654	-0.3503	0.7813	1	0	0	0	0	0
14	0.9496	0.6675	-0.1003	-0.8474	0.9926	0.1404	0.6756	0.1326	-0.3469	0.0683	0.4748	-0.0386	0.3797	1	0	0	0	0
15	0.9454	0.3503	0.6005	0.8422	0.3899	0.7563	0.2560	-0.7136	0.2287	-0.3683	0.9437	-0.3908	0.2460	0.3998	1	0	0	0
16	0.9103	0.9999	0.0553	0.2975	-0.1794	-0.1773	-0.4147	0.4229	-0.5456	0.4879	0.4791	-0.5190	0.1387	-0.3697	-0.1187	1	0	0
17	0.9167	0.8180	0.2827	0.9355	-0.1669	-0.2508	-0.3283	0.6275	-0.4908	0.6241	-0.3625	0.2453	-0.5225	0.3499	-0.1529	-0.8614	1	0
18	0.9099	0.9695	0.1210	0.5673	-0.2693	-0.3134	-0.6202	0.8133	-0.9027	0.9269	0.4086	-0.5197	-0.6894	-0.2105	0.1049	0.4258	0.4270	1

תצוגת L ע"י imagesc:



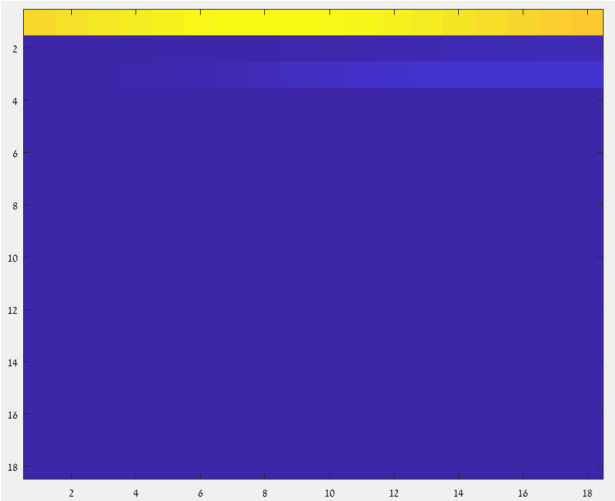
מטריצה U:

U

18x18 double

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0.0093	0.0095	0.0096	0.0098	0.0099	0.0101	0.0101	0.0102	0.0102	0.0101	0.0100	0.0099	0.0098	0.0096	0.0094	0.0092	0.0091	0.0089
2	0	-1.2017e-05	-2.1355e-05	-2.7066e-05	-2.8259e-05	-2.4257e-05	-1.4769e-05	-1.3039e-08	1.9235e-05	4.1716e-05	6.5871e-05	9.0080e-05	1.1289e-04	1.3317e-04	1.5021e-04	1.6365e-04	1.7347e-04	1.7987e-04
3	0	0	9.7289e-06	3.0488e-05	6.2993e-05	1.0703e-04	1.6118e-04	2.2274e-04	2.8793e-04	3.5236e-04	4.1167e-04	4.6223e-04	5.0152e-04	5.2840e-04	5.4290e-04	5.4601e-04	5.3926e-04	5.2445e-04
4	0	0	0	-2.7211e-08	-1.0222e-07	-2.2944e-07	-3.8929e-07	-5.3668e-07	-6.0905e-07	-5.4336e-07	-2.9611e-07	1.4171e-07	7.4104e-07	1.4431e-06	2.1750e-06	2.8662e-06	3.4598e-06	3.9188e-06
5	0	0	0	0	7.6973e-09	3.9593e-08	1.1924e-07	2.7194e-07	5.1674e-07	8.5835e-07	1.2824e-06	1.7565e-06	2.2367e-06	2.6770e-06	3.0388e-06	3.2961e-06	3.4379e-06	3.4659e-06
6	0	0	0	0	0	2.1149e-10	1.2680e-09	4.2363e-09	1.0272e-08	1.9978e-08	3.2811e-08	4.6937e-08	5.9703e-08	6.8510e-08	7.1624e-08	6.8591e-08	6.0161e-08	4.7892e-08
7	0	0	0	0	0	0	2.8873e-11	1.9691e-10	7.3689e-10	1.9844e-09	4.2748e-09	7.7909e-09	1.2441e-08	1.7836e-08	2.3378e-08	2.8416e-08	3.2395e-08	3.4955e-08
8	0	0	0	0	0	0	0	-9.3295e-13	-6.9470e-12	-2.7368e-11	-7.5110e-11	-1.6018e-10	-2.8154e-10	-4.2339e-10	-5.5909e-10	-6.6066e-10	-7.0829e-10	-6.9545e-10
9	0	0	0	0	0	0	0	0	3.5828e-13	2.8487e-12	1.1924e-11	3.4759e-11	7.9005e-11	1.4896e-10	2.4240e-10	3.5006e-10	4.5803e-10	5.5163e-10
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3.0157e-14	-2.5752e-13	-1.1246e-12	-3.3390e-12	-7.5771e-12	-1.4025e-11	-2.2081e-11	-3.0461e-11	-3.7624e-11
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3.5332e-15	-2.8623e-14	-1.2082e-13	-3.5198e-13	-7.9358e-13	-1.4753e-12	-2.3553e-12	-3.3226e-12
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.1910e-15	1.6530e-14	6.5680e-14	1.8202e-13	3.9439e-13	7.1126e-13	1.1110e-12
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.1764e-16	2.1337e-15	7.6432e-15	1.9438e-14	3.9179e-14	6.6456e-14
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.5304e-16	1.3288e-15	3.6793e-15	7.0152e-15	1.0056e-14
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.8409e-16	2.3610e-15	8.0803e-15	1.9861e-14
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.8104e-16	-9.2808e-16	-2.7079e-15
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.4521e-17	1.5959e-16
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2.3276e-17

תצוגת U ע"י imagesc:



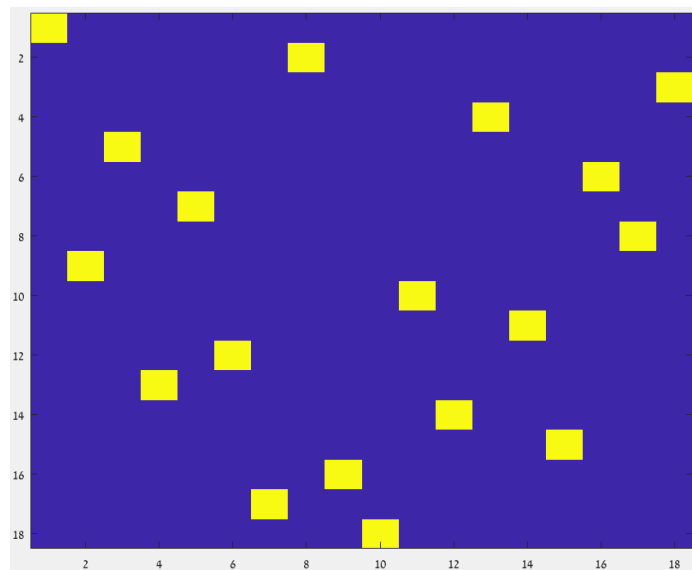
מטריצה P:

P

18x18 double

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
7	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

תצוגת P ע"י imagesc:



תוצאות הנורמות:

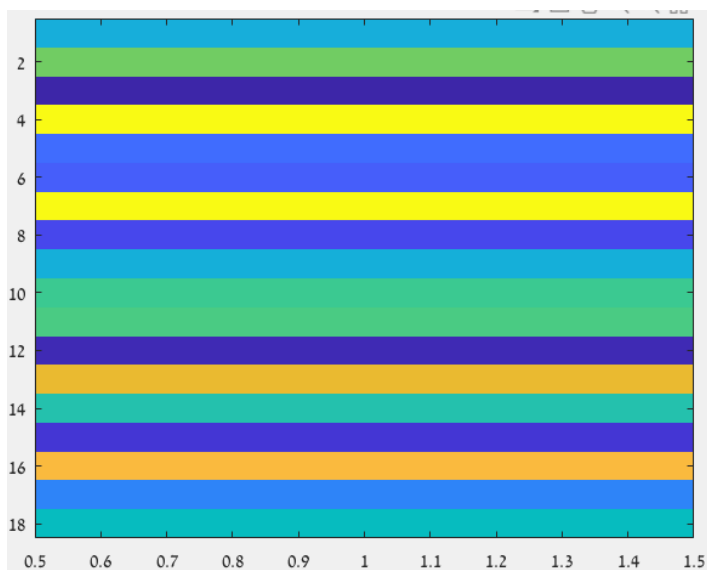
$$\|q\|_2 = 20.9761, \|v\|_2 = 2.6262, \|A\|_F = 0.1637$$

(ב) דרך הפעולה לפתרון תהיה פתרון המערכות  $Ux = y, Ly = b$  ע"י הצבה קדמית והצבה אחורית.

\* פיתוחים למשוואות כפי שהוצגו בכיתה נמצאים סוף המסמך.

תצוגת q2 ע"י imagesc:

תוצאת החישוב של q2:



q2	
18x1 double	
	1
1	-46.3542
2	265.0832
3	-604.3534
4	733.3260
5	-313.5540
6	-366.5226
7	728.4638
8	-451.9954
9	-41.7024
10	171.9951
11	204.1839
12	-580.7592
13	465.9344
14	96.9500
15	-515.9613
16	505.2461
17	-229.8491
18	47.8691

$$q_2\_Relative\_Error = \frac{\|q' - q\|}{\|q\|_2} = 1.9695 * e^{-10}$$

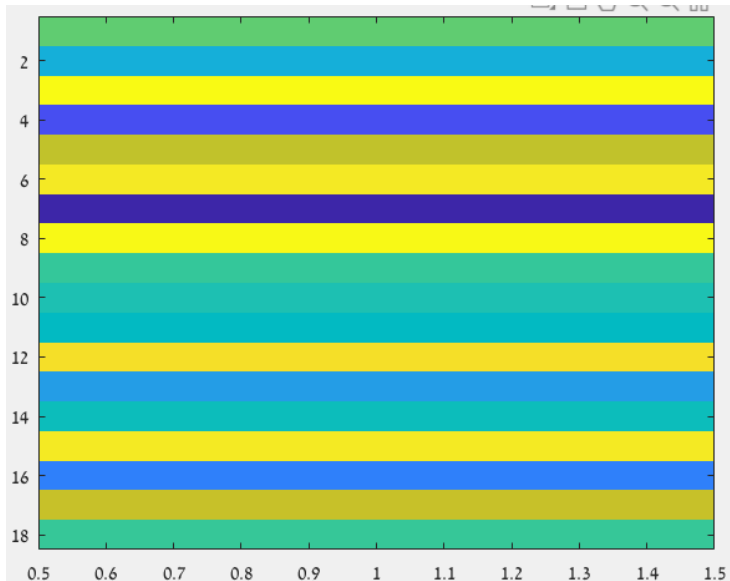
התקבלה שגיאה יחסית בין הק-ים הבאה:

נשים לב כי שגיאה זו תלויה בייצוג הסופי של המספרים במחשב.

ג) משנים את וקטור המדידות ע"י הוספת  $\delta$

תוצאת החישוב של q3:

תצוגת q3 ע"י imagesc:



q3	
	18x1 double
1	1
1	8.0328e+06
2	-4.2566e+07
3	9.6425e+07
4	-1.1005e+08
5	3.4457e+07
6	8.4981e+07
7	-1.4271e+08
8	9.4789e+07
9	-8.1857e+06
10	-2.0194e+07
11	-2.8084e+07
12	7.9067e+07
13	-5.7295e+07
14	-2.4577e+07
15	8.5581e+07
16	-7.8694e+07
17	3.6014e+07
18	-6.9940e+06

התקבלה השגיאה היחסית הבאה:  $q_3\_Relative\_Err = 0.0079$

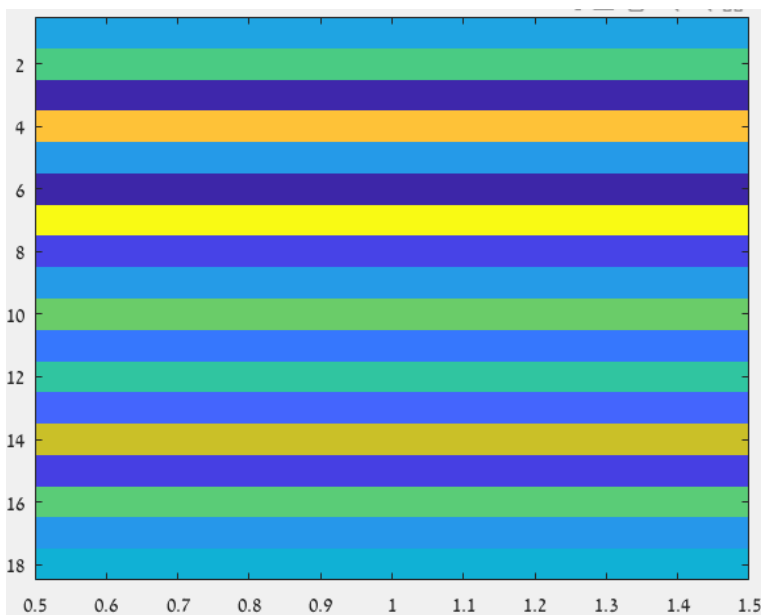
ישנו פער גדול בין השגיאות היחסיות מכיוון שהשגיאה חסומה ע"י כפל של מספר המצב

$$\text{בשגיאת הקלט: } \frac{||\Delta x||}{||x||} \leq ||A^{-1}|| * ||A|| * \frac{||\Delta b||}{||b||}$$

ד) משנים את המטריצה A ע"י הוספת  $\delta A$

תוצאת החישוב של q4:

תצוגת q4 ע"י imagesc:



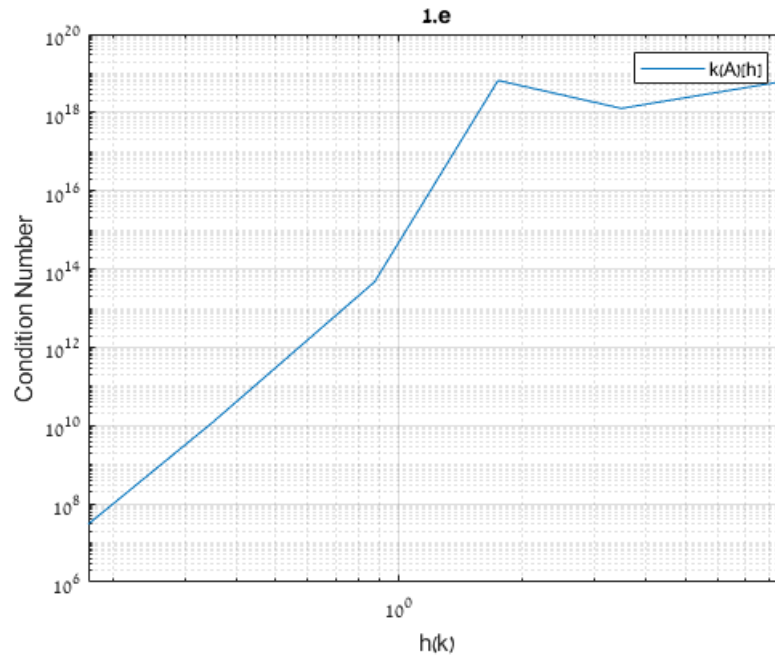
q4	
	18x1 double
1	1
1	-2.5200e+06
2	1.3217e+07
3	-2.9050e+07
4	3.0752e+07
5	-5.2063e+06
6	-2.9548e+07
7	4.1228e+07
8	-2.2115e+07
9	-4.7120e+06
10	1.6017e+07
11	-1.2370e+07
12	9.5777e+06
13	-1.5711e+07
14	2.3565e+07
15	-2.3188e+07
16	1.4606e+07
17	-5.5010e+06
18	9.5952e+05

התקבלה השגיאה היחסית הבאה:  $q_4\_Relative\_Err = 0.0623$

גם כאן התקבל פער גדול בין השגיאה היחסית הנ"ל לשגיאה היחסית מסעיף ב'. זה קורה

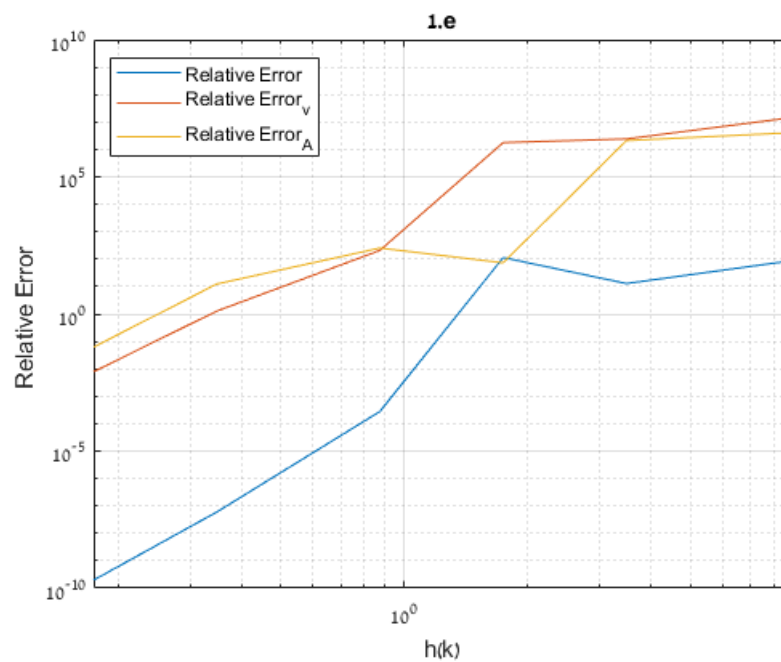
$$\kappa(A) = \|A^{-1}\| * \|A\| * \frac{|\Delta x|}{|x|} \leq \kappa(A) * \frac{|\Delta b|}{|b|} \text{ ע"י: מכיוון שהחסם העליון נתון ע"י:}$$

(ה) להלן גרף של מספר המצב:



נשים לב שככל ש-h גדל כך גם מספר המצב גדל.

להלן גרף של שגיאות החישוב היחסיות:



נשים לב שככל ש- $h$  גדל השגיאה היחסית גדלה (כצפוי מהנלמד בכיתה לגבי חסם עליון).  
כמו כן, השגיאה היחסית תגדל כאשר נוסף קבוע שגיאה נוסף לוקטור  $v$  או למטריצה  $A$ .

ראינו בכיתה חסם עליון לשגיאות היחסיות באמצעות מספר המצב. כמו כן, ישנה התאמה בין הגידול במספר המצב לבין הגידול בשגיאה היחסית שכן מספר המצב הוא רכיב בנוסחת החסם העליון של וקטור השגיאות. בנוסף, כאשר ישנן שגיאות מדידה בוקטור או במטריצה יש לכך השפעה משמעותית יותר על התוצאות מאשר שגיאות נומריות הנגרמות ע"י המחשב. אצלנו, תוספות השגיאה בוקטור  $v$  ובמטריצה  $A$  מהווים מרכיב נוסף לחסם העליון שהם כאמור גבוהים יותר מהשגיאה הנומרית של המחשב.

שאלה 2:

שיטת גאוס-זיידל

ע"פ שיטה זו נבנה מטריצה Q שמתקבל ע"י סכום המטריצות L,D. נעזר במטלב לצורך חישוב מטריצה הופכית ולא ע"י הצבה קדמית.

ראינו בכיתה כי צעדי האיטרציה לחישוב x מהמשווא  $Ax = b$  הינם:

$$x^{(k)} = -(L + D)^{-1} * u * x^{(k-1)} + (L + D)^{-1} * b$$

בנוסף ראינו שישנם תנאים להתכנסות שיטה זו (מספיק שאחד התנאים מתקיים):

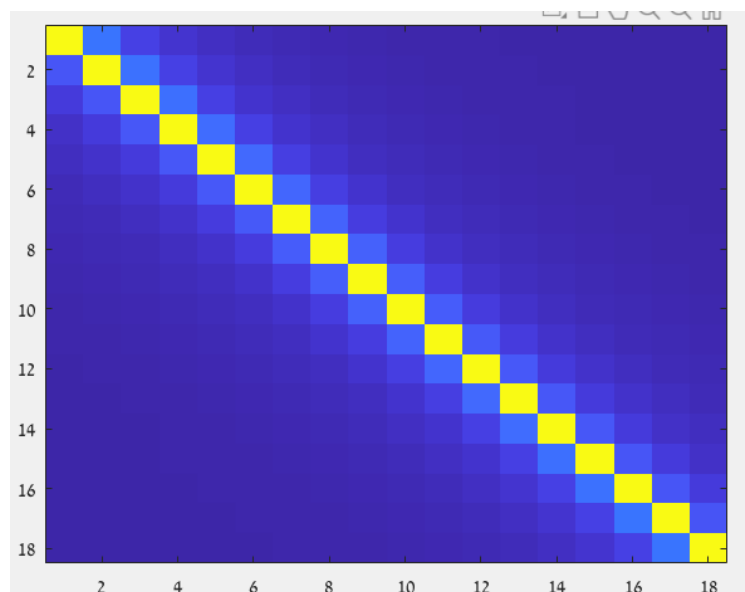
- אלכסון דומיננטי ל-A
- המטריצה A סימטרית ומוגדרת חיובית

$$h = \frac{\pi \rho}{5M} (\alpha$$

חישוב המטריצה A:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	2.2797	0.5648	0.2529	0.1637	0.1217	0.0974	0.0817	0.0709	0.0630	0.0571	0.0525	0.0490	0.0463	0.0441	0.0425	0.0413	0.0404	0.0399
2	0.3822	2.2797	0.5548	0.2506	0.1626	0.1210	0.0969	0.0814	0.0706	0.0627	0.0568	0.0523	0.0488	0.0461	0.0440	0.0423	0.0411	0.0403
3	0.2093	0.3854	2.2797	0.5410	0.2476	0.1612	0.1202	0.0964	0.0810	0.0702	0.0625	0.0566	0.0521	0.0487	0.0459	0.0438	0.0422	0.0410
4	0.1448	0.2106	0.3903	2.2797	0.5247	0.2441	0.1597	0.1193	0.0958	0.0805	0.0699	0.0622	0.0564	0.0519	0.0485	0.0458	0.0437	0.0421
5	0.1114	0.1456	0.2124	0.3969	2.2797	0.5071	0.2403	0.1579	0.1183	0.0951	0.0800	0.0695	0.0619	0.0561	0.0517	0.0483	0.0456	0.0435
6	0.0910	0.1119	0.1466	0.2147	0.4051	2.2797	0.4892	0.2362	0.1561	0.1172	0.0944	0.0795	0.0692	0.0616	0.0559	0.0515	0.0481	0.0455
7	0.0775	0.0914	0.1126	0.1478	0.2174	0.4151	2.2797	0.4718	0.2320	0.1543	0.1162	0.0937	0.0791	0.0688	0.0613	0.0557	0.0513	0.0480
8	0.0679	0.0778	0.0919	0.1133	0.1492	0.2206	0.4269	2.2797	0.4553	0.2280	0.1525	0.1152	0.0931	0.0786	0.0685	0.0611	0.0555	0.0512
9	0.0608	0.0682	0.0782	0.0925	0.1142	0.1508	0.2241	0.4403	2.2797	0.4403	0.2241	0.1508	0.1142	0.0925	0.0782	0.0682	0.0608	0.0553
10	0.0555	0.0611	0.0685	0.0786	0.0931	0.1152	0.1525	0.2280	0.4553	2.2797	0.4269	0.2206	0.1492	0.1133	0.0919	0.0778	0.0679	0.0606
11	0.0513	0.0557	0.0613	0.0688	0.0791	0.0937	0.1162	0.1543	0.2320	0.4718	2.2797	0.4151	0.2174	0.1478	0.1126	0.0914	0.0775	0.0677
12	0.0481	0.0515	0.0559	0.0616	0.0692	0.0795	0.0944	0.1172	0.1561	0.2362	0.4892	2.2797	0.4051	0.2147	0.1466	0.1119	0.0910	0.0772
13	0.0456	0.0483	0.0517	0.0561	0.0619	0.0695	0.0800	0.0951	0.1183	0.1579	0.2403	0.5071	2.2797	0.3969	0.2124	0.1456	0.1114	0.0907
14	0.0437	0.0458	0.0485	0.0519	0.0564	0.0622	0.0699	0.0805	0.0958	0.1193	0.1597	0.2441	0.5247	2.2797	0.3903	0.2106	0.1448	0.1110
15	0.0422	0.0438	0.0459	0.0487	0.0521	0.0566	0.0625	0.0702	0.0810	0.0964	0.1202	0.1612	0.2476	0.5410	2.2797	0.3854	0.2093	0.1443
16	0.0411	0.0423	0.0440	0.0461	0.0488	0.0523	0.0568	0.0627	0.0706	0.0814	0.0969	0.1210	0.1626	0.2506	0.5548	2.2797	0.3822	0.2085
17	0.0404	0.0413	0.0425	0.0441	0.0463	0.0490	0.0525	0.0571	0.0630	0.0709	0.0817	0.0974	0.1217	0.1637	0.2529	0.5648	2.2797	0.3806
18	0.0400	0.0405	0.0414	0.0426	0.0443	0.0464	0.0492	0.0527	0.0573	0.0632	0.0711	0.0820	0.0978	0.1222	0.1644	0.2543	0.5702	2.2797

תצוגת A ע"י imagesc:

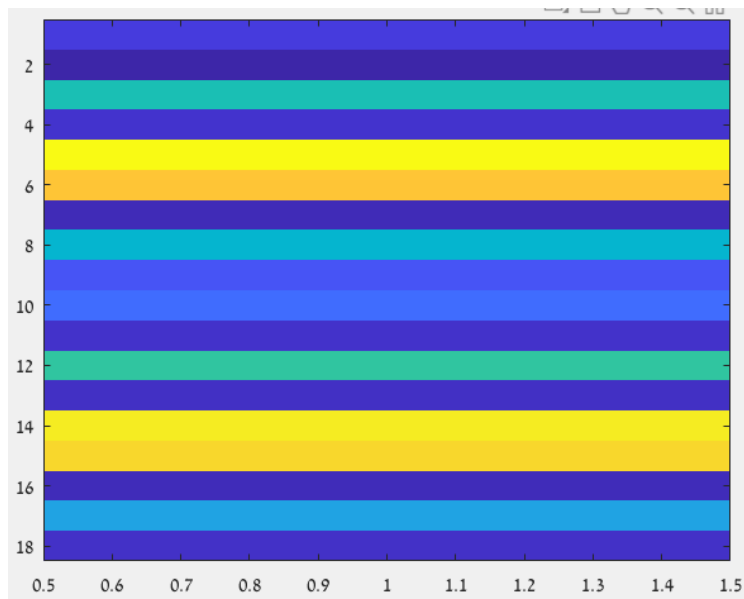




חישוב הוקטור v:

v1	
	18x1 double
1	
1	12.8121
2	11.3461
3	20.5651
4	12.2924
5	29.3713
6	26.8979
7	11.7038
8	19.4123
9	14.0371
10	15.2537
11	12.2136
12	21.2787
13	12.0864
14	28.6346
15	27.6999
16	11.8311
17	18.1713
18	12.1345

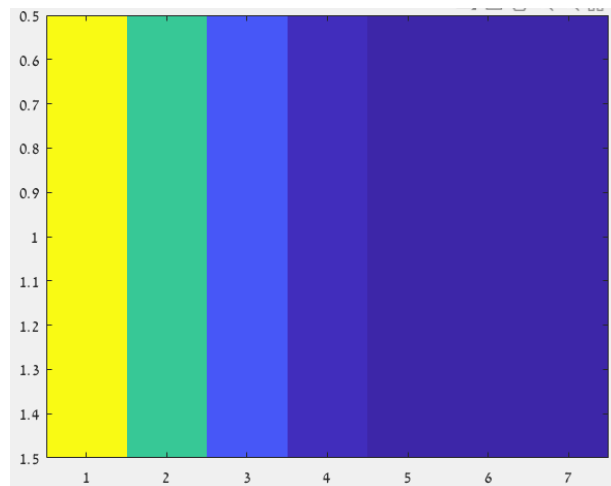
תצוגת v ע"י imagesc:



חישוב המרחק היחסי:

Relative_Distance_a							
	1x7 double						
	1	2	3	4	5	6	7
1	0.3775	0.2168	0.0593	0.0108	9.3354e-04	3.7783e-04	1.6089e-04

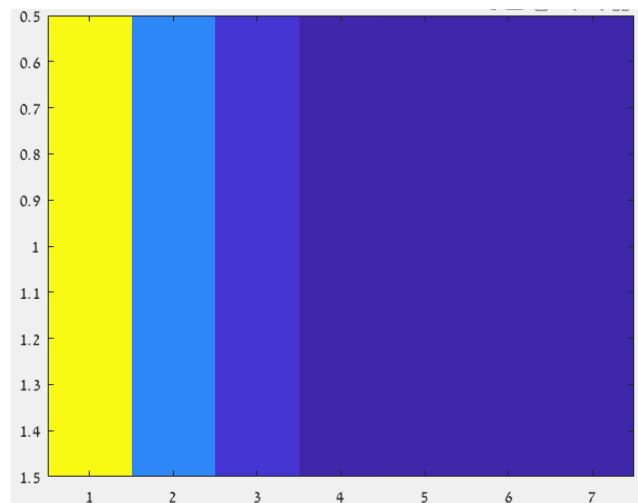
תצוגה ע"י imagesc:



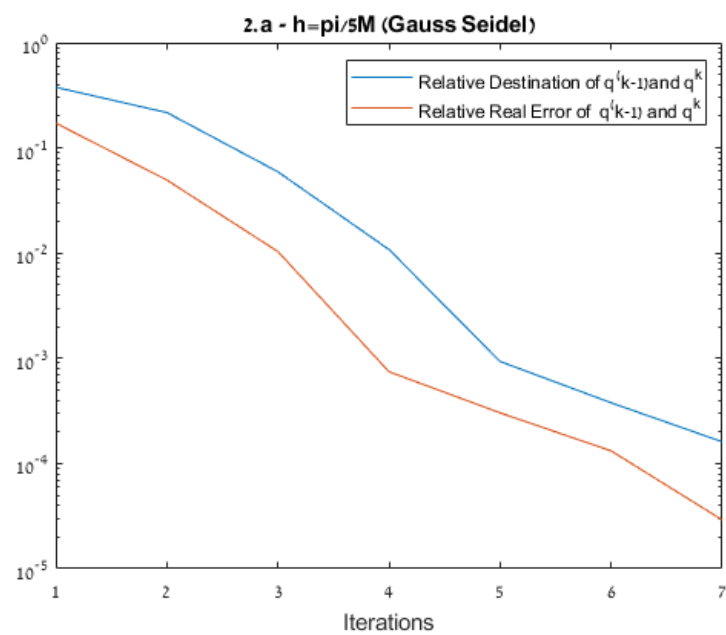
חישוב השגיאה היחסית האמיתית:

Relative_Error_a							
	1x7 double						
	1	2	3	4	5	6	7
1	0.1722	0.0495	0.0104	7.4572e-04	3.0339e-04	1.3181e-04	2.9081e-05

תצוגה ע"י imagesc:



להלן הגרף המייצג את השגיאה היחסית של  $\frac{q(k)-q(k-1)}{1(k)}$  לעומת השגיאה:



קיבלנו כי לצורך התכנסות יש לעבור 7 איטרציות.

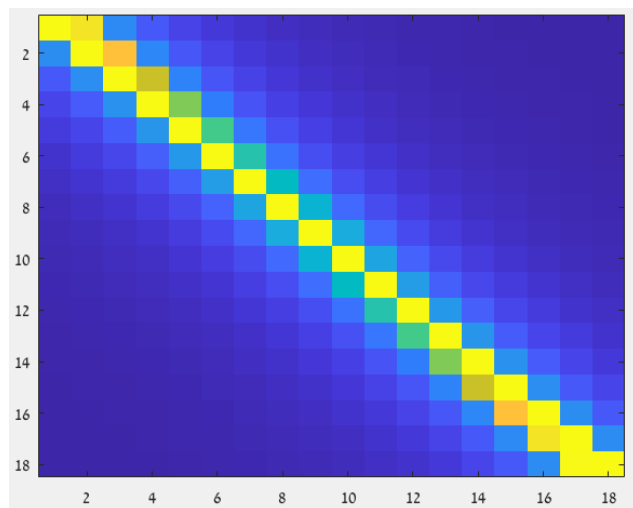
השגיאה היחסית של  $q$  ל- $q$  הוא:  $2.9081 * e^{-5}$

$$h = \frac{\pi \rho}{2M}, h = \frac{\pi \rho}{M} \text{ (ב)}$$

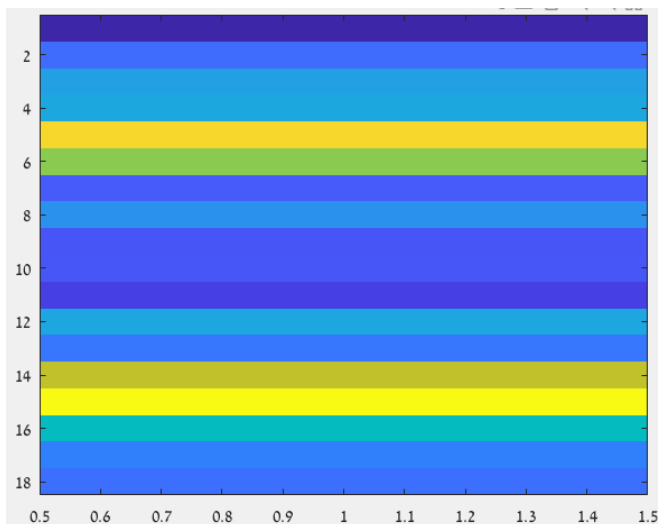
חישוב המטריצה A:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0.9119	0.8574	0.2981	0.1808	0.1304	0.1026	0.0851	0.0732	0.0646	0.0583	0.0534	0.0496	0.0467	0.0444	0.0426	0.0413	0.0404	0.0398
2	0.3066	0.9119	0.7793	0.2892	0.1773	0.1284	0.1012	0.0841	0.0724	0.0640	0.0577	0.0529	0.0492	0.0463	0.0440	0.0423	0.0410	0.0401
3	0.1849	0.3108	0.9119	0.6958	0.2782	0.1730	0.1260	0.0997	0.0829	0.0715	0.0632	0.0571	0.0524	0.0487	0.0459	0.0437	0.0420	0.0407
4	0.1331	0.1872	0.3172	0.9119	0.6197	0.2663	0.1682	0.1234	0.0980	0.0817	0.0706	0.0625	0.0565	0.0519	0.0483	0.0455	0.0433	0.0416
5	0.1046	0.1346	0.1904	0.3262	0.9119	0.5551	0.2543	0.1633	0.1207	0.0962	0.0805	0.0696	0.0618	0.0559	0.0514	0.0479	0.0451	0.0430
6	0.0867	0.1057	0.1366	0.1946	0.3379	0.9119	0.5019	0.2427	0.1585	0.1180	0.0945	0.0793	0.0687	0.0610	0.0553	0.0509	0.0475	0.0448
7	0.0745	0.0875	0.1071	0.1391	0.1999	0.3529	0.9119	0.4585	0.2319	0.1538	0.1154	0.0928	0.0781	0.0679	0.0604	0.0548	0.0504	0.0471
8	0.0657	0.0752	0.0886	0.1088	0.1421	0.2062	0.3715	0.9119	0.4233	0.2222	0.1495	0.1130	0.0913	0.0770	0.0671	0.0598	0.0543	0.0501
9	0.0592	0.0664	0.0761	0.0899	0.1107	0.1455	0.2136	0.3947	0.9119	0.3947	0.2136	0.1455	0.1107	0.0899	0.0761	0.0664	0.0592	0.0539
10	0.0543	0.0598	0.0671	0.0770	0.0913	0.1130	0.1495	0.2222	0.4233	0.9119	0.3715	0.2062	0.1421	0.1088	0.0886	0.0752	0.0657	0.0588
11	0.0504	0.0548	0.0604	0.0679	0.0781	0.0928	0.1154	0.1538	0.2319	0.4585	0.9119	0.3529	0.1999	0.1391	0.1071	0.0875	0.0745	0.0652
12	0.0475	0.0509	0.0553	0.0610	0.0687	0.0793	0.0945	0.1180	0.1585	0.2427	0.5019	0.9119	0.3379	0.1946	0.1366	0.1057	0.0867	0.0739
13	0.0451	0.0479	0.0514	0.0559	0.0618	0.0696	0.0805	0.0962	0.1207	0.1633	0.2543	0.5551	0.9119	0.3262	0.1904	0.1346	0.1046	0.0860
14	0.0433	0.0455	0.0483	0.0519	0.0565	0.0625	0.0706	0.0817	0.0980	0.1234	0.1682	0.2663	0.6197	0.9119	0.3172	0.1872	0.1331	0.1038
15	0.0420	0.0437	0.0459	0.0487	0.0524	0.0571	0.0632	0.0715	0.0829	0.0997	0.1260	0.1730	0.2782	0.6958	0.9119	0.3108	0.1849	0.1321
16	0.0410	0.0423	0.0440	0.0463	0.0492	0.0529	0.0577	0.0640	0.0724	0.0841	0.1012	0.1284	0.1773	0.2892	0.7793	0.9119	0.3066	0.1836
17	0.0404	0.0413	0.0426	0.0444	0.0467	0.0496	0.0534	0.0583	0.0646	0.0732	0.0851	0.1026	0.1304	0.1808	0.2981	0.8574	0.9119	0.3045
18	0.0401	0.0407	0.0416	0.0430	0.0448	0.0471	0.0501	0.0539	0.0588	0.0652	0.0739	0.0860	0.1037	0.1320	0.1834	0.3040	0.9073	0.9119

תצוגת A ע"י imagesc:



תצוגת v ע"י imagesc:



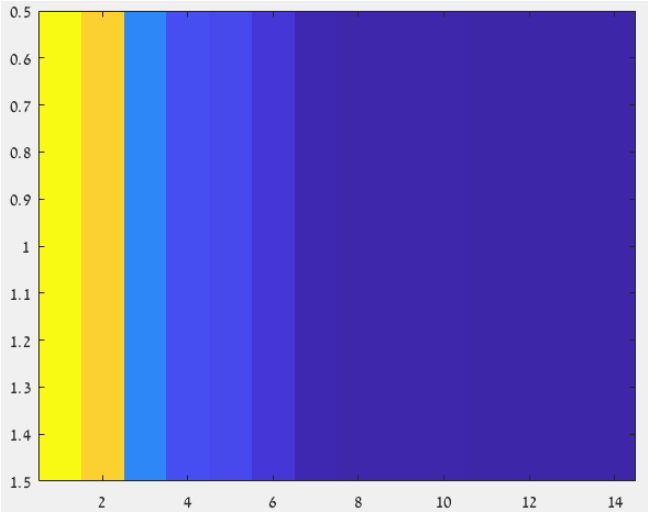
חישוב וקטור v:

	1
1	9.4200
2	11.3160
3	12.6060
4	12.8549
5	17.3089
6	15.2950
7	10.9054
8	12.2333
9	10.7506
10	10.7861
11	10.2627
12	12.8114
13	11.5558
14	15.8325
15	18.1055
16	13.6206
17	11.7570
18	11.3782

המרחק היחסי:

Relative_distance_B														
1x14 double														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1.5233	1.3590	0.4374	0.2062	0.1809	0.1047	0.0216	0.0095	0.0073	0.0062	0.0016	4.6401e-04	3.8696e-04	2.4778e-04

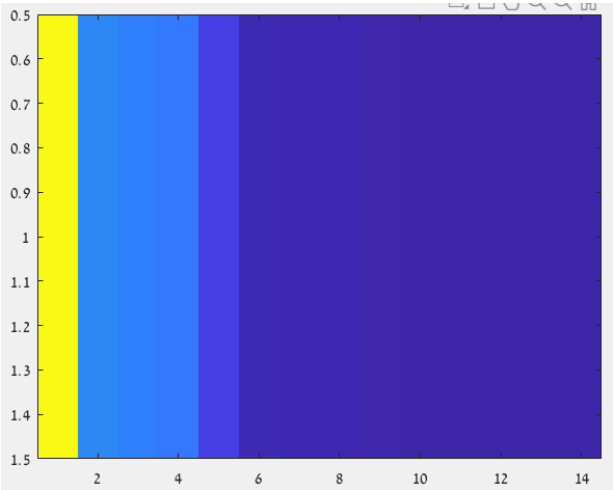
תצוגה ע"י imagesc:



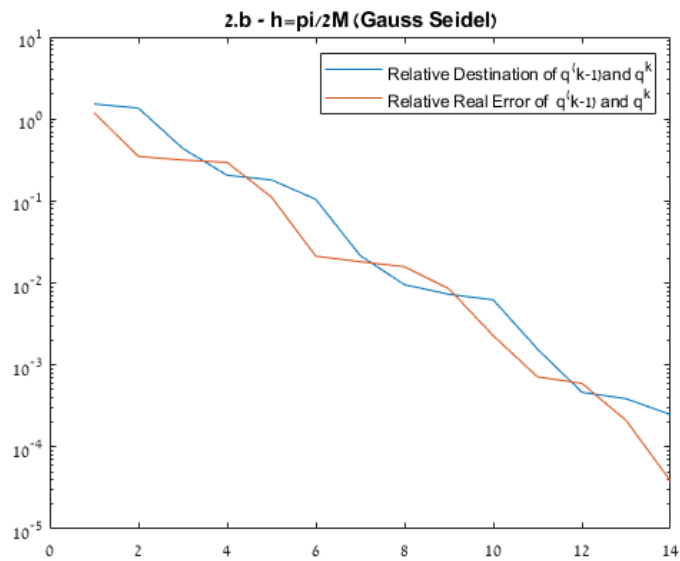
השגיאה היחסית האמיתית:

Relative_Error_B														
1x14 double														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1.1994	0.3495	0.3157	0.2955	0.1117	0.0212	0.0182	0.0158	0.0085	0.0023	7.1521e-04	5.9645e-04	2.0949e-04	3.8286e-05

תצוגה ע"י imagesc:



להלן הגרף המייצג את השגיאה היחסית של  $\frac{q(k)-q(k-1)}{1(k)}$  לעומת השגיאה:



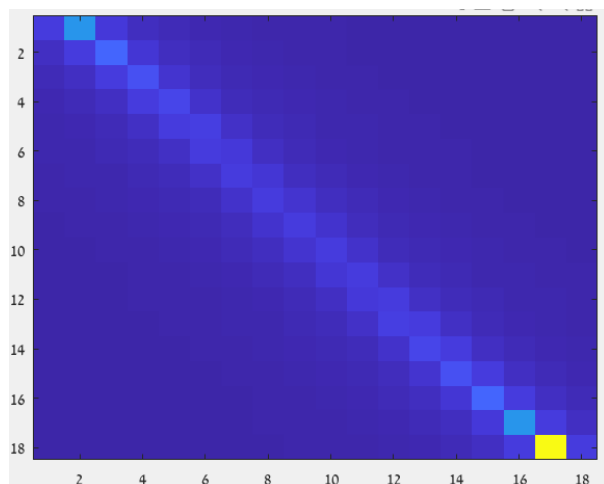
קיבלנו כי לצורך התכנסות יש לעבור 14 איטרציות.

השגיאה היחסית של  $q'$  ל- $q$  הוא:  $3.8286 * e^{-5}$

חישוב המטריצה A:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0.4559	1.7477	0.4128	0.2169	0.1474	0.1122	0.0911	0.0772	0.0674	0.0602	0.0548	0.0506	0.0474	0.0448	0.0429	0.0413	0.0402	0.0395
2	0.2301	0.4559	1.0539	0.3707	0.2052	0.1417	0.1087	0.0886	0.0753	0.0659	0.0590	0.0537	0.0497	0.0465	0.0441	0.0422	0.0407	0.0396
3	0.1546	0.2337	0.4559	0.7586	0.3298	0.1926	0.1355	0.1049	0.0860	0.0733	0.0643	0.0577	0.0526	0.0487	0.0457	0.0433	0.0415	0.0401
4	0.1171	0.1573	0.2392	0.4559	0.5961	0.2942	0.1803	0.1293	0.1010	0.0834	0.0714	0.0628	0.0564	0.0516	0.0479	0.0449	0.0427	0.0409
5	0.0948	0.1191	0.1611	0.2469	0.4559	0.4940	0.2646	0.1689	0.1233	0.0973	0.0808	0.0695	0.0613	0.0553	0.0506	0.0470	0.0442	0.0420
6	0.0801	0.0964	0.1219	0.1663	0.2572	0.4559	0.4246	0.2404	0.1586	0.1177	0.0938	0.0784	0.0677	0.0600	0.0542	0.0497	0.0463	0.0436
7	0.0699	0.0815	0.0986	0.1255	0.1730	0.2705	0.4559	0.3747	0.2207	0.1497	0.1127	0.0907	0.0762	0.0661	0.0587	0.0532	0.0489	0.0456
8	0.0623	0.0710	0.0832	0.1012	0.1300	0.1814	0.2875	0.4559	0.3377	0.2047	0.1420	0.1083	0.0878	0.0742	0.0646	0.0576	0.0523	0.0482
9	0.0567	0.0634	0.0725	0.0853	0.1045	0.1354	0.1918	0.3094	0.4559	0.3094	0.1918	0.1354	0.1045	0.0853	0.0725	0.0634	0.0567	0.0516
10	0.0523	0.0576	0.0646	0.0742	0.0878	0.1083	0.1420	0.2047	0.3377	0.4559	0.2875	0.1814	0.1300	0.1012	0.0832	0.0710	0.0623	0.0559
11	0.0489	0.0532	0.0587	0.0661	0.0762	0.0907	0.1127	0.1497	0.2207	0.3747	0.4559	0.2705	0.1730	0.1255	0.0986	0.0815	0.0699	0.0615
12	0.0463	0.0497	0.0542	0.0600	0.0677	0.0784	0.0938	0.1177	0.1586	0.2404	0.4246	0.4559	0.2572	0.1663	0.1219	0.0964	0.0801	0.0689
13	0.0442	0.0470	0.0506	0.0553	0.0613	0.0695	0.0808	0.0973	0.1233	0.1689	0.2646	0.4940	0.4559	0.2469	0.1611	0.1191	0.0948	0.0791
14	0.0427	0.0449	0.0479	0.0516	0.0564	0.0628	0.0714	0.0834	0.1010	0.1293	0.1803	0.2942	0.5961	0.4559	0.2392	0.1573	0.1171	0.0936
15	0.0415	0.0433	0.0457	0.0487	0.0526	0.0577	0.0643	0.0733	0.0860	0.1049	0.1355	0.1926	0.3298	0.7586	0.4559	0.2337	0.1546	0.1157
16	0.0407	0.0422	0.0441	0.0465	0.0497	0.0537	0.0590	0.0659	0.0753	0.0886	0.1087	0.1417	0.2052	0.3707	1.0539	0.4559	0.2301	0.1530
17	0.0402	0.0413	0.0429	0.0448	0.0474	0.0506	0.0548	0.0602	0.0674	0.0772	0.0911	0.1122	0.1474	0.2169	0.4128	1.7477	0.4559	0.2283
18	0.0401	0.0409	0.0420	0.0436	0.0456	0.0482	0.0515	0.0558	0.0614	0.0688	0.0789	0.0933	0.1152	0.1520	0.2261	0.4470	5.2292	0.4559

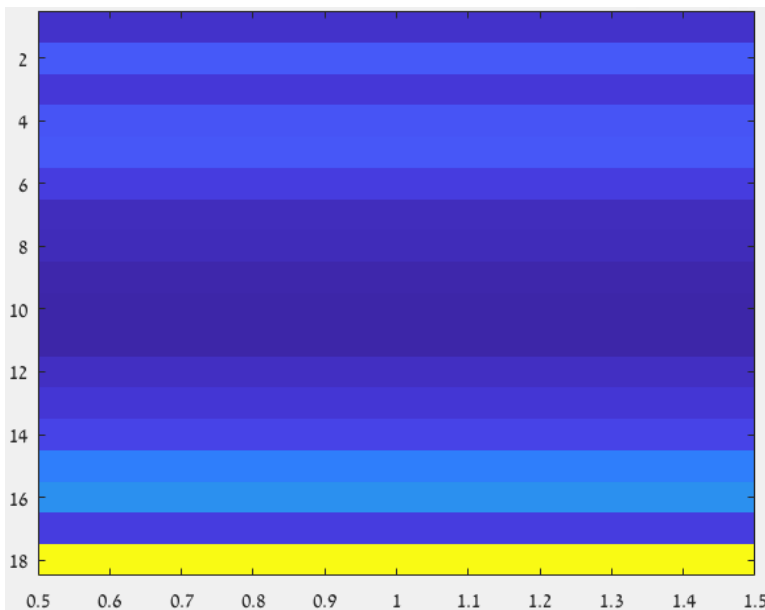
תצוגת A ע"י imagesc:



חישוב וקטור v:

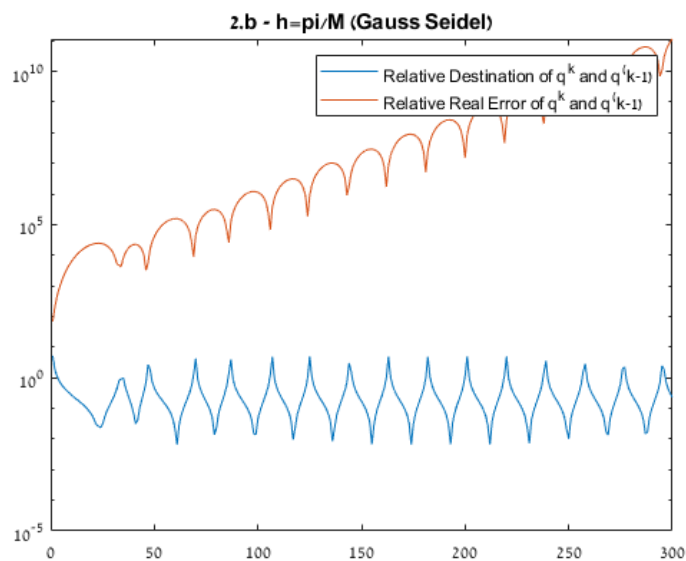
v2b	
18x1 double	
1	9.9022
2	12.6769
3	10.3618
4	12.3514
5	12.5141
6	10.7583
7	9.4239
8	9.2823
9	8.8185
10	8.7022
11	8.7462
12	9.5476
13	10.2032
14	11.2125
15	15.0016
16	16.2343
17	10.6725
18	32.6900

תצוגת v ע"י imagesc:



להלן הגרף המייצג את השגיאה היחסית של  $\frac{q(k)-q(k-1)}{1(k)}$  לעומת השגיאה:

$$q(k) - q(k-1) / q(k)$$



אין התכנסות במקרה זה.

- עבור המקרה הראשון לקחו 7 איטרציות להתכנסות. ע"פ הגרף אכן השגיאה מונוטונית יורדת.
- עבור המקרה השני לקחו 14 איטרציות להתכנסות.
- עבור המקרה השלישי אין התכנסות. לא מתקבל אלכסון דומיננטי עבור A ולכן לא נקבל מצב של התכנסות עבור המספר איטרציות המקסימלי שהוגדר בקוד (300 איטרציות).

ג) שיטת יעקובי

הצעד האיטרטיבי בשיטה זו הוא:

$$x^{(k)} = (I - Q^{-1} * A) * x^{(k-1)} + Q^{-1} * b$$

$$\|I - Q^{-1} * A\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1 \neq i}^n \left| \frac{a_{ij}}{a_{ii}} \right| < 1$$
 לקבלת התכנסות נדרש

כמו כן למדנו בכיתה את המשפט הבא:

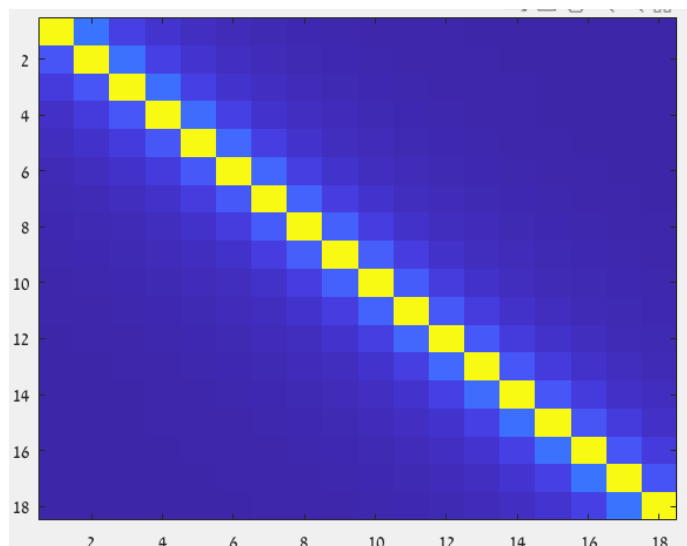
אם ל-A אלכסון דומיננטי אז סדרת הוקטורים  $\{x^{(k)}\}$  המתקבלת מהפעלת איטרצית יעקובי מתכנסת לפתרון המערכת  $Ax = b$  מכל תנאי התחלה  $x^{(0)}$

$$h = \frac{\pi \rho}{5M}$$
 עבור

חישוב המטריצה A:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	2.2797	0.5648	0.2529	0.1637	0.1217	0.0974	0.0817	0.0709	0.0630	0.0571	0.0525	0.0490	0.0463	0.0441	0.0425	0.0413	0.0404	0.0399
2	0.3822	2.2797	0.5548	0.2506	0.1626	0.1210	0.0969	0.0814	0.0706	0.0627	0.0568	0.0523	0.0488	0.0461	0.0440	0.0423	0.0411	0.0403
3	0.2093	0.3854	2.2797	0.5410	0.2476	0.1612	0.1202	0.0964	0.0810	0.0702	0.0625	0.0566	0.0521	0.0487	0.0459	0.0438	0.0422	0.0410
4	0.1448	0.2106	0.3903	2.2797	0.5247	0.2441	0.1597	0.1193	0.0958	0.0805	0.0699	0.0622	0.0564	0.0519	0.0485	0.0458	0.0437	0.0421
5	0.1114	0.1456	0.2124	0.3969	2.2797	0.5071	0.2403	0.1579	0.1183	0.0951	0.0800	0.0695	0.0619	0.0561	0.0517	0.0483	0.0456	0.0435
6	0.0910	0.1119	0.1466	0.2147	0.4051	2.2797	0.4892	0.2362	0.1561	0.1172	0.0944	0.0795	0.0692	0.0616	0.0559	0.0515	0.0481	0.0455
7	0.0775	0.0914	0.1126	0.1478	0.2174	0.4151	2.2797	0.4718	0.2320	0.1543	0.1162	0.0937	0.0791	0.0688	0.0613	0.0557	0.0513	0.0480
8	0.0679	0.0778	0.0919	0.1133	0.1492	0.2206	0.4269	2.2797	0.4553	0.2280	0.1525	0.1152	0.0931	0.0786	0.0685	0.0611	0.0555	0.0512
9	0.0608	0.0682	0.0782	0.0925	0.1142	0.1508	0.2241	0.4403	2.2797	0.4403	0.2241	0.1508	0.1142	0.0925	0.0782	0.0682	0.0608	0.0553
10	0.0555	0.0611	0.0685	0.0786	0.0931	0.1152	0.1525	0.2280	0.4553	2.2797	0.4269	0.2206	0.1492	0.1133	0.0919	0.0778	0.0679	0.0606
11	0.0513	0.0557	0.0613	0.0688	0.0791	0.0937	0.1162	0.1543	0.2320	0.4718	2.2797	0.4151	0.2174	0.1478	0.1126	0.0914	0.0775	0.0677
12	0.0481	0.0515	0.0559	0.0616	0.0692	0.0795	0.0944	0.1172	0.1561	0.2362	0.4892	2.2797	0.4051	0.2147	0.1466	0.1119	0.0910	0.0772
13	0.0456	0.0483	0.0517	0.0561	0.0619	0.0695	0.0800	0.0951	0.1183	0.1579	0.2403	0.5071	2.2797	0.3969	0.2124	0.1456	0.1114	0.0907
14	0.0437	0.0458	0.0485	0.0519	0.0564	0.0622	0.0699	0.0805	0.0958	0.1193	0.1597	0.2441	0.5247	2.2797	0.3903	0.2106	0.1448	0.1110
15	0.0422	0.0438	0.0459	0.0487	0.0521	0.0566	0.0625	0.0702	0.0810	0.0964	0.1202	0.1612	0.2476	0.5410	2.2797	0.3854	0.2093	0.1443
16	0.0411	0.0423	0.0440	0.0461	0.0488	0.0523	0.0568	0.0627	0.0706	0.0814	0.0969	0.1210	0.1626	0.2506	0.5548	2.2797	0.3822	0.2085
17	0.0404	0.0413	0.0425	0.0441	0.0463	0.0490	0.0525	0.0571	0.0630	0.0709	0.0817	0.0974	0.1217	0.1637	0.2529	0.5648	2.2797	0.3806
18	0.0400	0.0405	0.0414	0.0426	0.0443	0.0464	0.0492	0.0527	0.0573	0.0632	0.0711	0.0820	0.0978	0.1222	0.1644	0.2543	0.5702	2.2797

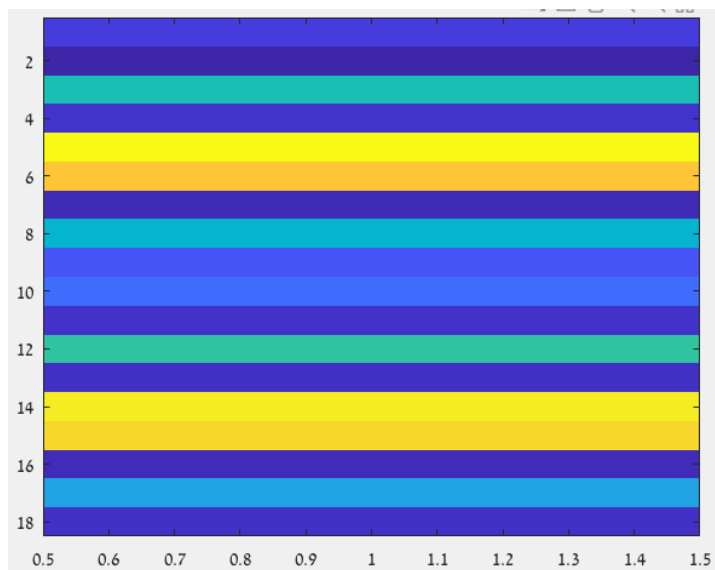
תצוגת A ע"י Imagesc:



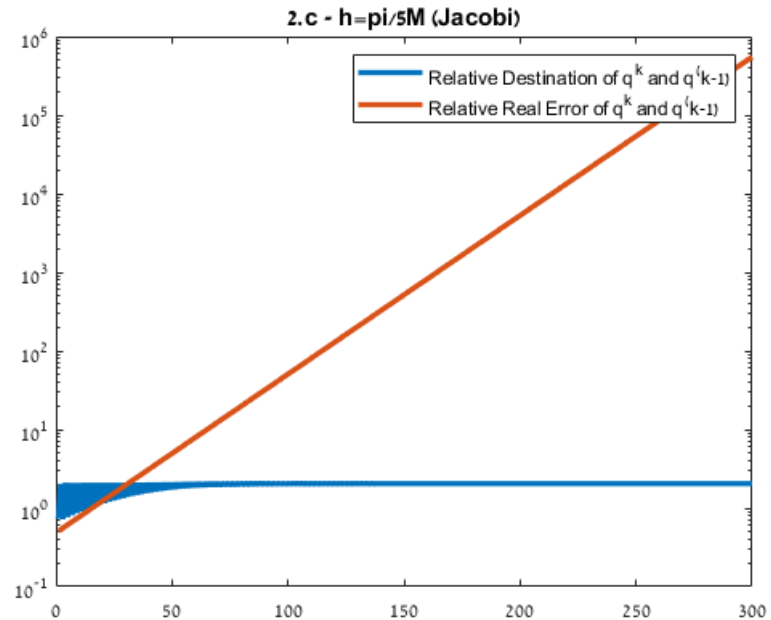
חישוב וקטור v:

v3	
18x1 double	
	1
1	12.8121
2	11.3461
3	20.5651
4	12.2924
5	29.3713
6	26.8979
7	11.7038
8	19.4123
9	14.0371
10	15.2537
11	12.2136
12	21.2787
13	12.0864
14	28.6346
15	27.6999
16	11.8311
17	18.1713
18	12.1345

תצוגת v ע"י imagesc:



להלן הגרף המייצג את השגיאה היחסית של  $\frac{q(k) - q(k-1)}{1(k)}$  לעומת השגיאה היחסית בין  $q(k)$  לבין  $q$  המקורי כפונקציה של מספר האיטרציות.



נקבל  $\|G\|_{\infty} > 1$  כלומר התנאי להתכנסות לא מתקיים, לכן אין התכנסות.



$$h = \frac{\pi \rho}{5M}$$

(ד) עבור

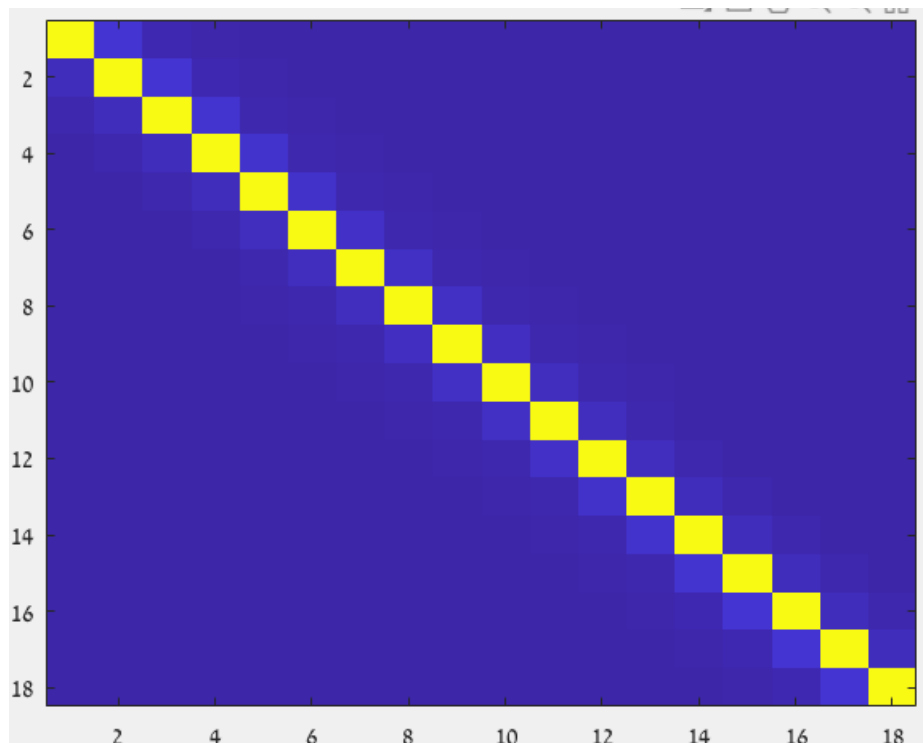
נשנה את המטריצה A ע"י הנוסחה הבאה:

$$a_{mn} = \frac{1}{4\pi r_{mn}} = \frac{1}{4\pi [h + \rho \sin\left(\frac{n\pi}{M}\right) - \rho \sin\left(\frac{n\pi}{M}\right)]^2 + [\rho \cos\left(\frac{m\pi}{M}\right) - \rho \cos\left(\frac{n\pi}{M}\right)]^2}$$

חישוב המטריצה A:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	65.3094	4.0093	0.8034	0.3366	0.1860	0.1193	0.0840	0.0631	0.0499	0.0409	0.0347	0.0302	0.0269	0.0245	0.0227	0.0214	0.0205	0.0200
2	1.8354	65.3094	3.8679	0.7892	0.3322	0.1840	0.1181	0.0832	0.0626	0.0495	0.0406	0.0344	0.0300	0.0267	0.0243	0.0225	0.0212	0.0204
3	0.5503	1.8666	65.3094	3.6783	0.7707	0.3267	0.1815	0.1167	0.0824	0.0620	0.0490	0.0403	0.0342	0.0297	0.0265	0.0241	0.0224	0.0211
4	0.2636	0.5571	1.9142	65.3094	3.4602	0.7490	0.3203	0.1787	0.1152	0.0814	0.0614	0.0486	0.0399	0.0339	0.0295	0.0263	0.0240	0.0222
5	0.1559	0.2664	0.5668	1.9791	65.3094	3.2318	0.7253	0.3134	0.1757	0.1136	0.0805	0.0607	0.0481	0.0396	0.0336	0.0293	0.0262	0.0238
6	0.1042	0.1574	0.2700	0.5791	2.0625	65.3094	3.0075	0.7009	0.3063	0.1727	0.1120	0.0795	0.0601	0.0477	0.0393	0.0334	0.0291	0.0260
7	0.0755	0.1051	0.1592	0.2745	0.5941	2.1656	65.3094	2.7968	0.6765	0.2991	0.1696	0.1104	0.0785	0.0595	0.0472	0.0390	0.0331	0.0289
8	0.0579	0.0761	0.1062	0.1614	0.2798	0.6115	2.2898	65.3094	2.6055	0.6532	0.2922	0.1667	0.1089	0.0776	0.0589	0.0468	0.0387	0.0329
9	0.0465	0.0584	0.0768	0.1075	0.1639	0.2857	0.6313	2.4363	65.3094	2.4363	0.6313	0.2857	0.1639	0.1075	0.0768	0.0584	0.0465	0.0384
10	0.0387	0.0468	0.0589	0.0776	0.1089	0.1667	0.2922	0.6532	2.6055	65.3094	2.2898	0.6115	0.2798	0.1614	0.1062	0.0761	0.0579	0.0462
11	0.0331	0.0390	0.0472	0.0595	0.0785	0.1104	0.1696	0.2991	0.6765	2.7968	65.3094	2.1656	0.5941	0.2745	0.1592	0.1051	0.0755	0.0575
12	0.0291	0.0334	0.0393	0.0477	0.0601	0.0795	0.1120	0.1727	0.3063	0.7009	3.0075	65.3094	2.0625	0.5791	0.2700	0.1574	0.1042	0.0750
13	0.0262	0.0293	0.0336	0.0396	0.0481	0.0607	0.0805	0.1136	0.1757	0.3134	0.7253	3.2318	65.3094	1.9791	0.5668	0.2664	0.1559	0.1035
14	0.0240	0.0263	0.0295	0.0339	0.0399	0.0486	0.0614	0.0814	0.1152	0.1787	0.3203	0.7490	3.4602	65.3094	1.9142	0.5571	0.2636	0.1548
15	0.0224	0.0241	0.0265	0.0297	0.0342	0.0403	0.0490	0.0620	0.0824	0.1167	0.1815	0.3267	0.7707	3.6783	65.3094	1.8666	0.5503	0.2617
16	0.0212	0.0225	0.0243	0.0267	0.0300	0.0344	0.0406	0.0495	0.0626	0.0832	0.1181	0.1840	0.3322	0.7892	3.8679	65.3094	1.8354	0.5461
17	0.0205	0.0214	0.0227	0.0245	0.0269	0.0302	0.0347	0.0409	0.0499	0.0631	0.0840	0.1193	0.1860	0.3366	0.8034	4.0093	65.3094	1.8199
18	0.0201	0.0206	0.0215	0.0228	0.0246	0.0271	0.0304	0.0349	0.0412	0.0502	0.0636	0.0846	0.1202	0.1876	0.3397	0.8124	4.0851	65.3094

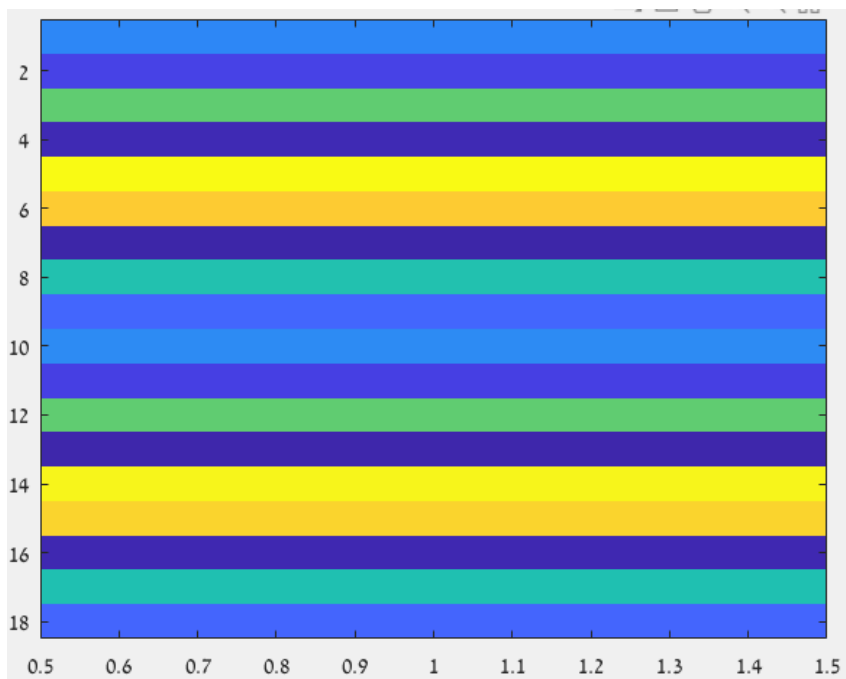
תצוגת A ע"י Imagesc:



חישוב הוקטור v:

v4	
18x1 double	
	1
1	208.6839
2	100.0026
3	406.7816
4	52.3934
5	621.2816
6	549.2918
7	42.1613
8	344.7358
9	158.7650
10	215.8777
11	95.7905
12	408.0178
13	46.5375
14	611.7369
15	562.7003
16	50.9360
17	341.6388
18	157.0765

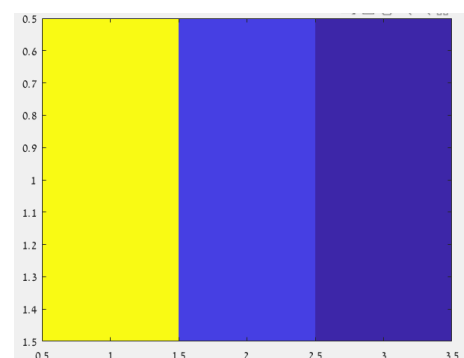
תצוגת v ע"י imagesc:



המרחק היחסי:

Relative_distance_D			
1x3 double			
	1	2	3
1	0.0897	0.0091	9.6942e-04

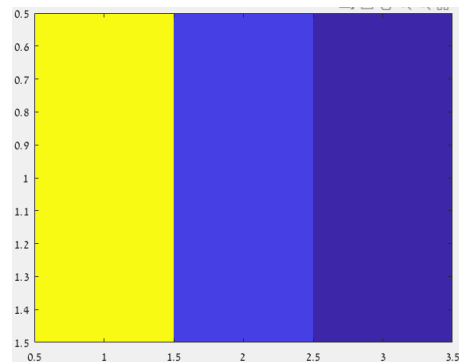
תצוגה ע"י Imagesc:



השגיאה היחסית האמיתית:

Relative_Error_D			
1x3 double			
	1	2	3
1	0.0083	8.7725e-04	9.8920e-05

תצוגה ע"י imagesc

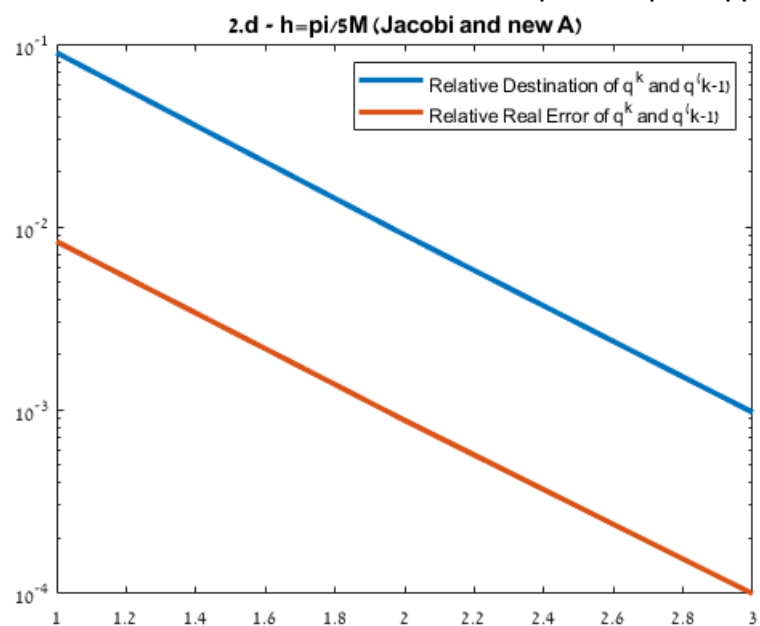


נקבל  $\|G\|_\infty < 1$  ובנוסף למטריצה A יש אלכסון דומיננטי ולכן התנאים להתכנסות מתקיימים.

כפי שניתן לראות בגרף הבא נקבל התכנסות תוך 3 איטרציות.

השגיאה היחסית של  $q'$  ל- $q$  הוא:  $9.8920 * e^{-5}$

להלן הגרף המייצג את השגיאה היחסית של  $\frac{q(k)-q(k-1)}{1(k)}$  לעומת השגיאה היחסית בין  $q(k)$  לבין  $q$  המקורי כפונקציה של מספר האיטרציות.



מסקנה - כאשר ניסינו לפתור את המערכת הראשונה באמצעות שיטת יעקבי הבחנו כי השיטה אינה מתכנסת לכן עצרנו את מימוש השגרה לאחר 300 פעולות. שיטת יעקובי דורשת אלכסון דומיננטי כדי להצליח להתכנס. לעומת זאת, שיטת גאוס זיידל התכנסה תמיד. נשים לב כי ככל שה- $h$  גדול יותר כך גדל מספר האיטרציות הנדרש לשם התכנסות השיטה. שיטת גאוס זיידל אינה דורשת אלכסון דומיננטי והיא תתכנס גם תחת תנאי שהמטריצה תהיה חיובית לחלוטין, אצלנו מדובר בוקטור  $q$  שהוא תמיד חיובי (תעודת הזהות) והמטריצה  $A$  שעל פי הגדרת התרגיל האיברים שלה אי שליליים. הסיבה לכך שנדרשו יותר איטרציות להתכנסות השיטה לדיוק הרצוי ככל ש- $h$  גדל היא שאיברי המטריצה קטנו ( $h$  מופיע במכנה בנוסחה הנתונה) לכן נדרשו יותר פעולות כדי להגיע לדיוק המבוקש.

שאלה 3:

בחלק זה נפתור ע"י שיטת LEAST SQUARES על מנת לפתור את המערכת  $Aq = v$ .

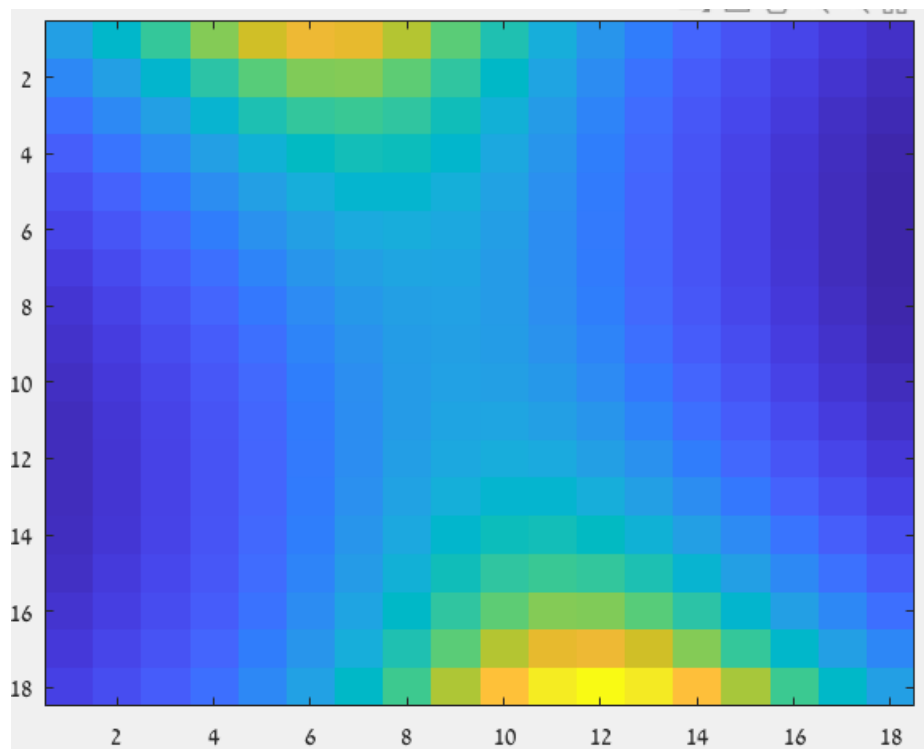
כפי שלמדנו בכיתה,  $q' = (A^T A)^{-1} A^T v$  יגיע לביטוי מינימלי עבור  $\|Aq' - v\|_2$ .

$$h = \frac{10\pi\rho}{M} \quad (\alpha)$$

חישוב המטריצה A:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0.0456	0.0504	0.0559	0.0615	0.0662	0.0686	0.0679	0.0643	0.0591	0.0535	0.0483	0.0437	0.0399	0.0367	0.0341	0.0320	0.0302	0.0288
2	0.0416	0.0456	0.0501	0.0547	0.0588	0.0613	0.0615	0.0593	0.0554	0.0508	0.0463	0.0422	0.0386	0.0356	0.0331	0.0310	0.0293	0.0279
3	0.0383	0.0418	0.0456	0.0496	0.0532	0.0558	0.0566	0.0553	0.0525	0.0487	0.0447	0.0410	0.0377	0.0348	0.0324	0.0303	0.0286	0.0273
4	0.0358	0.0388	0.0421	0.0456	0.0489	0.0515	0.0527	0.0522	0.0502	0.0471	0.0436	0.0402	0.0370	0.0343	0.0319	0.0299	0.0282	0.0268
5	0.0337	0.0363	0.0393	0.0425	0.0456	0.0482	0.0497	0.0498	0.0485	0.0460	0.0429	0.0397	0.0367	0.0340	0.0316	0.0296	0.0279	0.0265
6	0.0320	0.0344	0.0371	0.0401	0.0430	0.0456	0.0474	0.0480	0.0472	0.0452	0.0425	0.0396	0.0367	0.0340	0.0316	0.0296	0.0279	0.0264
7	0.0307	0.0329	0.0354	0.0382	0.0410	0.0436	0.0456	0.0466	0.0463	0.0448	0.0425	0.0397	0.0369	0.0342	0.0319	0.0298	0.0280	0.0265
8	0.0297	0.0317	0.0341	0.0367	0.0394	0.0420	0.0443	0.0456	0.0458	0.0447	0.0427	0.0401	0.0374	0.0348	0.0323	0.0302	0.0284	0.0268
9	0.0289	0.0308	0.0331	0.0356	0.0382	0.0409	0.0433	0.0450	0.0456	0.0450	0.0433	0.0409	0.0382	0.0356	0.0331	0.0308	0.0289	0.0272
10	0.0284	0.0302	0.0323	0.0348	0.0374	0.0401	0.0427	0.0447	0.0458	0.0456	0.0443	0.0420	0.0394	0.0367	0.0341	0.0317	0.0297	0.0279
11	0.0280	0.0298	0.0319	0.0342	0.0369	0.0397	0.0425	0.0448	0.0463	0.0466	0.0456	0.0436	0.0410	0.0382	0.0354	0.0329	0.0307	0.0288
12	0.0279	0.0296	0.0316	0.0340	0.0367	0.0396	0.0425	0.0452	0.0472	0.0480	0.0474	0.0456	0.0430	0.0401	0.0371	0.0344	0.0320	0.0299
13	0.0279	0.0296	0.0316	0.0340	0.0367	0.0397	0.0429	0.0460	0.0485	0.0498	0.0497	0.0482	0.0456	0.0425	0.0393	0.0363	0.0337	0.0314
14	0.0282	0.0299	0.0319	0.0343	0.0370	0.0402	0.0436	0.0471	0.0502	0.0522	0.0527	0.0515	0.0489	0.0456	0.0421	0.0388	0.0358	0.0332
15	0.0286	0.0303	0.0324	0.0348	0.0377	0.0410	0.0447	0.0487	0.0525	0.0553	0.0566	0.0558	0.0532	0.0496	0.0456	0.0418	0.0383	0.0354
16	0.0293	0.0310	0.0331	0.0356	0.0386	0.0422	0.0463	0.0508	0.0554	0.0593	0.0615	0.0613	0.0588	0.0547	0.0501	0.0456	0.0416	0.0381
17	0.0302	0.0320	0.0341	0.0367	0.0399	0.0437	0.0483	0.0535	0.0591	0.0643	0.0679	0.0686	0.0662	0.0615	0.0559	0.0504	0.0456	0.0415
18	0.0314	0.0332	0.0355	0.0382	0.0416	0.0458	0.0508	0.0569	0.0638	0.0709	0.0765	0.0787	0.0763	0.0706	0.0635	0.0567	0.0506	0.0456

תצוגת A ע"י imagesc:

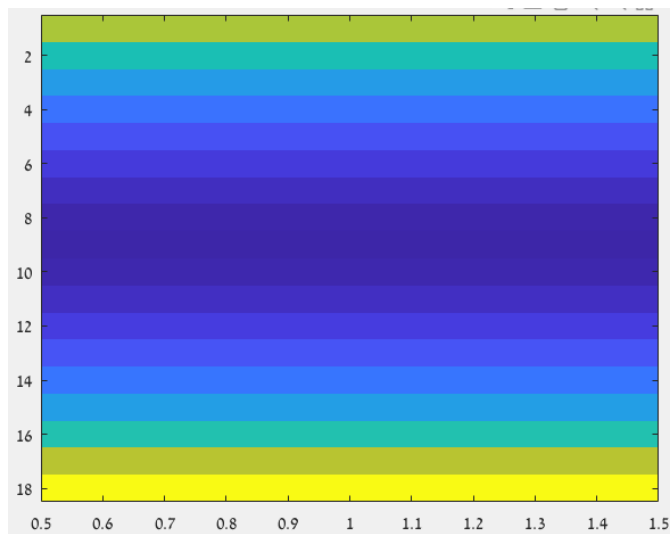


דטרמיננטה של A בעלת הערך:  $7.5197 * e^{-147}$

חישוב הוקטור v:

v1	
18x1 double	
	1
1	3.3904
2	3.1364
3	2.9434
4	2.7966
5	2.6863
6	2.6061
7	2.5517
8	2.5204
9	2.5109
10	2.5225
11	2.5558
12	2.6124
13	2.6948
14	2.8073
15	2.9562
16	3.1510
17	3.4057
18	3.7423

תצוגת v ע"י imagesc:



השגיאה היחסית בין  $q$  ל- $q'$  בעלת הערך: 34.2536

המטריצה שואפת לסינגולריות ולכן נוצרת השגיאה הגדולה.

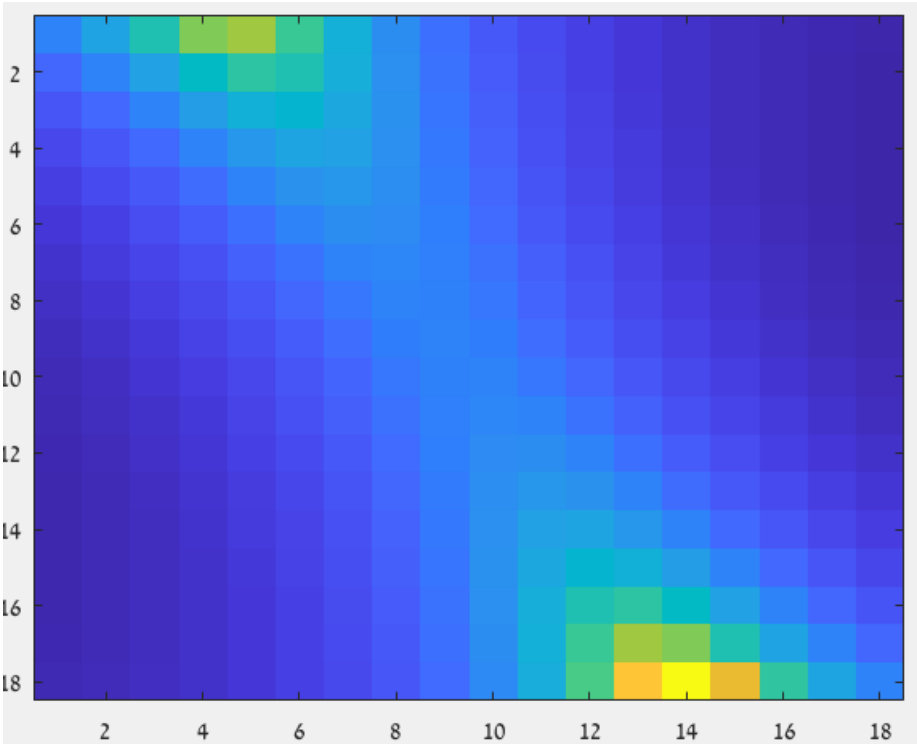
$$h = \frac{\pi\rho}{5M}, \frac{\pi\rho}{2M}, \frac{2\pi\rho}{M}, \frac{5\pi\rho}{M} - h \text{ בסעיף זה נשנה את ערכי } h$$

$$h = \frac{5\pi\rho}{M} \bullet$$

חישוב המטריצה A:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0.0912	0.1128	0.1423	0.1734	0.1800	0.1538	0.1221	0.0978	0.0807	0.0686	0.0598	0.0532	0.0482	0.0443	0.0412	0.0388	0.0369	0.0355
2	0.0764	0.0912	0.1108	0.1331	0.1479	0.1418	0.1210	0.0995	0.0826	0.0700	0.0607	0.0537	0.0484	0.0442	0.0410	0.0384	0.0364	0.0348
3	0.0660	0.0770	0.0912	0.1080	0.1231	0.1273	0.1171	0.1003	0.0844	0.0717	0.0620	0.0546	0.0489	0.0445	0.0410	0.0383	0.0361	0.0344
4	0.0585	0.0671	0.0780	0.0912	0.1048	0.1134	0.1113	0.1001	0.0862	0.0737	0.0637	0.0559	0.0499	0.0451	0.0414	0.0384	0.0361	0.0342
5	0.0529	0.0598	0.0686	0.0793	0.0912	0.1013	0.1046	0.0989	0.0878	0.0761	0.0659	0.0577	0.0512	0.0461	0.0421	0.0389	0.0363	0.0343
6	0.0486	0.0543	0.0616	0.0706	0.0809	0.0912	0.0977	0.0969	0.0892	0.0787	0.0686	0.0600	0.0530	0.0475	0.0432	0.0397	0.0369	0.0347
7	0.0452	0.0501	0.0563	0.0640	0.0731	0.0829	0.0912	0.0942	0.0903	0.0816	0.0718	0.0628	0.0554	0.0494	0.0446	0.0408	0.0377	0.0353
8	0.0426	0.0469	0.0522	0.0589	0.0670	0.0762	0.0853	0.0912	0.0910	0.0847	0.0756	0.0664	0.0584	0.0518	0.0465	0.0423	0.0389	0.0362
9	0.0405	0.0443	0.0490	0.0549	0.0622	0.0708	0.0801	0.0880	0.0912	0.0880	0.0801	0.0708	0.0622	0.0549	0.0490	0.0443	0.0405	0.0375
10	0.0389	0.0423	0.0465	0.0518	0.0584	0.0664	0.0756	0.0847	0.0910	0.0912	0.0853	0.0762	0.0670	0.0589	0.0522	0.0469	0.0426	0.0391
11	0.0377	0.0408	0.0446	0.0494	0.0554	0.0628	0.0718	0.0816	0.0903	0.0942	0.0912	0.0829	0.0731	0.0640	0.0563	0.0501	0.0452	0.0413
12	0.0369	0.0397	0.0432	0.0475	0.0530	0.0600	0.0686	0.0787	0.0892	0.0969	0.0977	0.0912	0.0809	0.0706	0.0616	0.0543	0.0486	0.0440
13	0.0363	0.0389	0.0421	0.0461	0.0512	0.0577	0.0659	0.0761	0.0878	0.0989	0.1046	0.1013	0.0912	0.0793	0.0686	0.0598	0.0529	0.0474
14	0.0361	0.0384	0.0414	0.0451	0.0499	0.0559	0.0637	0.0737	0.0862	0.1001	0.1113	0.1134	0.1048	0.0912	0.0780	0.0671	0.0585	0.0519
15	0.0361	0.0383	0.0410	0.0445	0.0489	0.0546	0.0620	0.0717	0.0844	0.1003	0.1171	0.1273	0.1231	0.1080	0.0912	0.0770	0.0660	0.0577
16	0.0364	0.0384	0.0410	0.0442	0.0484	0.0537	0.0607	0.0700	0.0826	0.0995	0.1210	0.1418	0.1479	0.1331	0.1108	0.0912	0.0764	0.0654
17	0.0369	0.0388	0.0412	0.0443	0.0482	0.0532	0.0598	0.0686	0.0807	0.0978	0.1221	0.1538	0.1800	0.1734	0.1423	0.1128	0.0912	0.0760
18	0.0378	0.0396	0.0418	0.0447	0.0483	0.0531	0.0592	0.0675	0.0789	0.0954	0.1203	0.1591	0.2135	0.2426	0.2009	0.1490	0.1138	0.0912

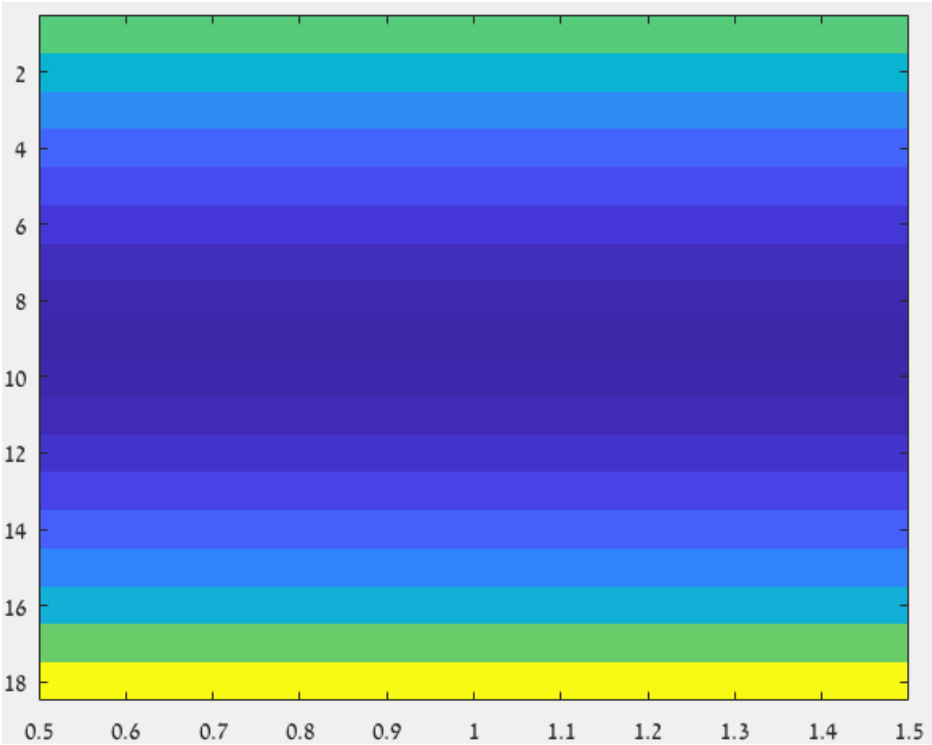
תצוגת A ע"י imagesec:



דטרמיננטה של A בעלת הערך:  $2.5204 \times 10^{-89}$

תצוגת v ע"י imagesc:

חישוב הוקטור v:



v2	
18x1 double	
	1
1	6.3103
2	5.6835
3	5.2018
4	4.8401
5	4.5733
6	4.3817
7	4.2510
8	4.1725
9	4.1412
10	4.1557
11	4.2177
12	4.3324
13	4.5095
14	4.7652
15	5.1266
16	5.6411
17	6.4065
18	7.6628

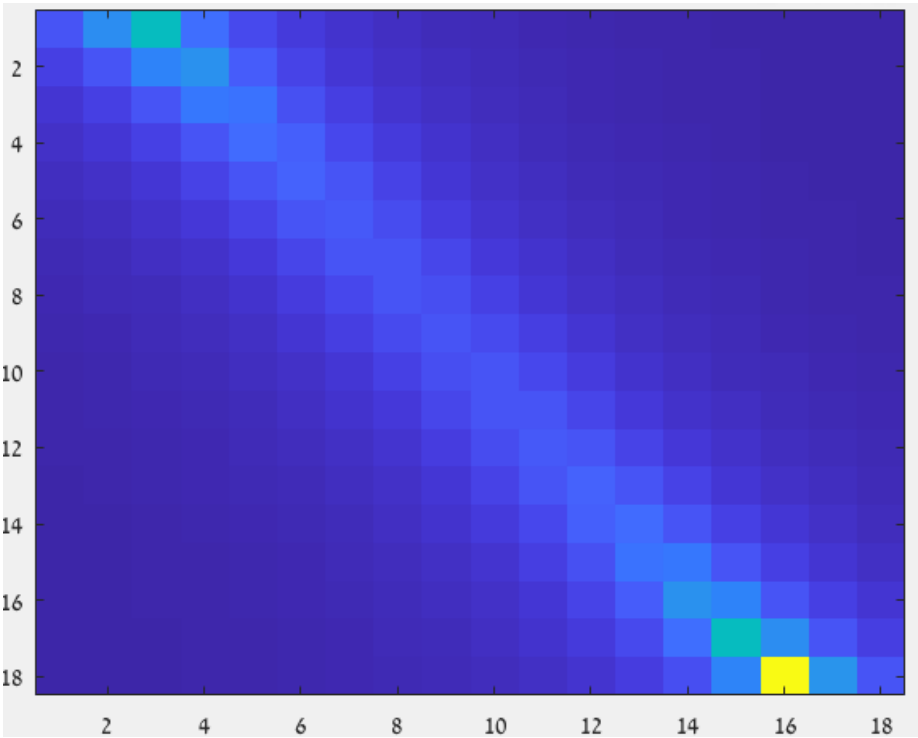
השגיאה היחסית בין  $q$  ל- $q'$  בעלת הערך: 119.0073

$$h = \frac{2\pi\rho}{M} \bullet$$

חישוב המטריצה  $A$ :

18x18 double																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0.2280	0.4273	0.6580	0.3189	0.1896	0.1340	0.1039	0.0852	0.0727	0.0638	0.0572	0.0522	0.0484	0.0453	0.0430	0.0412	0.0398	0.0388
2	0.1532	0.2280	0.3886	0.4415	0.2599	0.1682	0.1229	0.0970	0.0804	0.0691	0.0610	0.0549	0.0502	0.0466	0.0438	0.0416	0.0399	0.0386
3	0.1160	0.1553	0.2280	0.3471	0.3341	0.2172	0.1496	0.1128	0.0905	0.0759	0.0657	0.0583	0.0527	0.0484	0.0450	0.0424	0.0404	0.0388
4	0.0940	0.1183	0.1585	0.2280	0.3093	0.2704	0.1863	0.1343	0.1039	0.0847	0.0717	0.0625	0.0558	0.0506	0.0467	0.0436	0.0412	0.0393
5	0.0794	0.0961	0.1216	0.1630	0.2280	0.2772	0.2285	0.1634	0.1219	0.0963	0.0796	0.0680	0.0597	0.0536	0.0488	0.0452	0.0423	0.0401
6	0.0693	0.0814	0.0991	0.1261	0.1689	0.2280	0.2506	0.1992	0.1462	0.1118	0.0898	0.0751	0.0648	0.0573	0.0516	0.0473	0.0439	0.0412
7	0.0618	0.0711	0.0840	0.1030	0.1320	0.1763	0.2280	0.2290	0.1778	0.1329	0.1036	0.0845	0.0714	0.0620	0.0552	0.0499	0.0459	0.0428
8	0.0562	0.0635	0.0734	0.0874	0.1080	0.1395	0.1857	0.2280	0.2115	0.1616	0.1226	0.0970	0.0800	0.0682	0.0597	0.0534	0.0485	0.0448
9	0.0519	0.0578	0.0656	0.0764	0.0917	0.1145	0.1492	0.1972	0.2280	0.1972	0.1492	0.1145	0.0917	0.0764	0.0656	0.0578	0.0519	0.0474
10	0.0485	0.0534	0.0597	0.0682	0.0800	0.0970	0.1226	0.1616	0.2115	0.2280	0.1857	0.1395	0.1080	0.0874	0.0734	0.0635	0.0562	0.0507
11	0.0459	0.0499	0.0552	0.0620	0.0714	0.0845	0.1036	0.1329	0.1778	0.2290	0.2280	0.1763	0.1320	0.1030	0.0840	0.0711	0.0618	0.0550
12	0.0439	0.0473	0.0516	0.0573	0.0648	0.0751	0.0898	0.1118	0.1462	0.1992	0.2506	0.2280	0.1689	0.1261	0.0991	0.0814	0.0693	0.0606
13	0.0423	0.0452	0.0488	0.0536	0.0597	0.0680	0.0796	0.0963	0.1219	0.1634	0.2285	0.2772	0.2280	0.1630	0.1216	0.0961	0.0794	0.0680
14	0.0412	0.0436	0.0467	0.0506	0.0558	0.0625	0.0717	0.0847	0.1039	0.1343	0.1863	0.2704	0.3093	0.2280	0.1585	0.1183	0.0940	0.0781
15	0.0404	0.0424	0.0450	0.0484	0.0527	0.0583	0.0657	0.0759	0.0905	0.1128	0.1496	0.2172	0.3341	0.3471	0.2280	0.1553	0.1160	0.0926
16	0.0399	0.0416	0.0438	0.0466	0.0502	0.0549	0.0610	0.0691	0.0804	0.0970	0.1229	0.1682	0.2599	0.4415	0.3886	0.2280	0.1532	0.1147
17	0.0398	0.0412	0.0430	0.0453	0.0484	0.0522	0.0572	0.0638	0.0727	0.0852	0.1039	0.1340	0.1896	0.3189	0.6580	0.4273	0.2280	0.1522
18	0.0399	0.0410	0.0425	0.0444	0.0470	0.0502	0.0543	0.0596	0.0667	0.0763	0.0900	0.1106	0.1449	0.2119	0.3943	1.3106	0.4520	0.2280

תצוגת  $A$  ע"י `imagesec`:

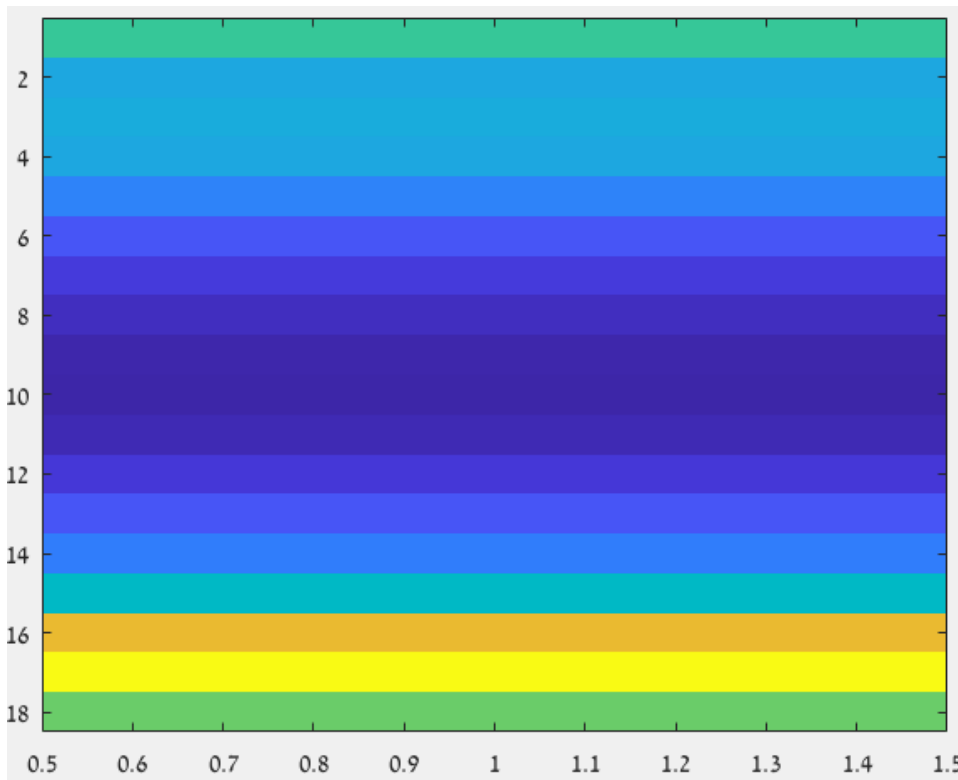


דטרמיננטה של  $A$  בעלת הערך:  $3.4450 * e^{-36}$



חישוב הוקטור v:

תצוגת v ע"י imagesc:



v3	
18x1 double	
	1
1	9.9993
2	8.9938
3	9.0788
4	8.9927
5	8.3351
6	7.6220
7	7.1837
8	6.9373
9	6.7842
10	6.7478
11	6.8483
12	7.1352
13	7.6272
14	8.2384
15	9.4389
16	11.3224
17	12.4775
18	10.4314

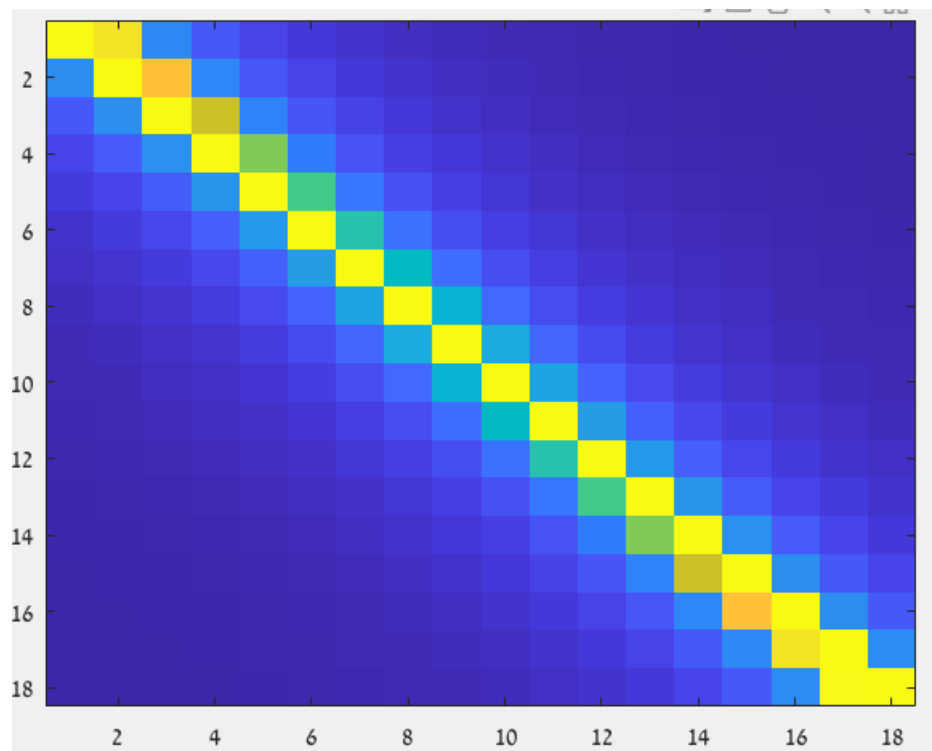
השגיאה היחסית בין  $q$  ל- $q'$  בעלת הערך: 0.9069

$$h = \frac{\pi \rho}{2M} \bullet$$

חישוב המטריצה A:

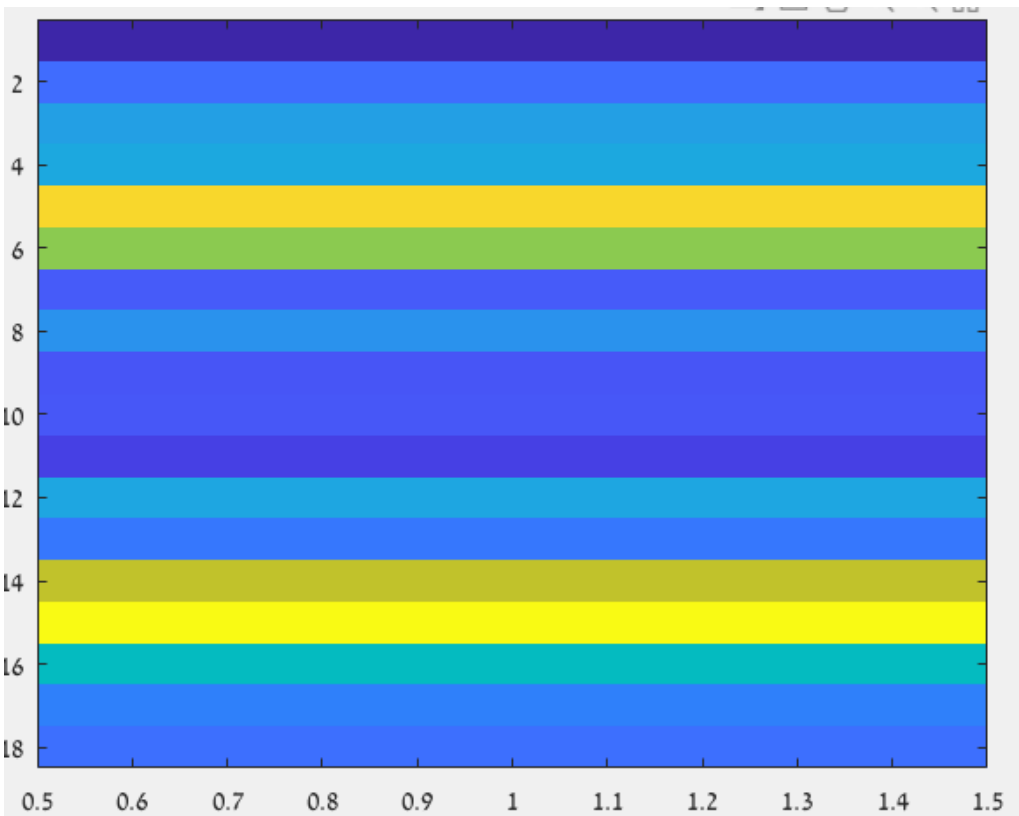
	A1	A2	A3	A4	A5														
18x18 double	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
1	0.9119	0.8574	0.2981	0.1808	0.1304	0.1026	0.0851	0.0732	0.0646	0.0583	0.0534	0.0496	0.0467	0.0444	0.0426	0.0413	0.0404	0.0398	
2	0.3066	0.9119	0.7793	0.2892	0.1773	0.1284	0.1012	0.0841	0.0724	0.0640	0.0577	0.0529	0.0492	0.0463	0.0440	0.0423	0.0410	0.0401	
3	0.1849	0.3108	0.9119	0.6958	0.2782	0.1730	0.1260	0.0997	0.0829	0.0715	0.0632	0.0571	0.0524	0.0487	0.0459	0.0437	0.0420	0.0407	
4	0.1331	0.1872	0.3172	0.9119	0.6197	0.2663	0.1682	0.1234	0.0980	0.0817	0.0706	0.0625	0.0565	0.0519	0.0483	0.0455	0.0433	0.0416	
5	0.1046	0.1346	0.1904	0.3262	0.9119	0.5551	0.2543	0.1633	0.1207	0.0962	0.0805	0.0696	0.0618	0.0559	0.0514	0.0479	0.0451	0.0430	
6	0.0867	0.1057	0.1366	0.1946	0.3379	0.9119	0.5019	0.2427	0.1585	0.1180	0.0945	0.0793	0.0687	0.0610	0.0553	0.0509	0.0475	0.0448	
7	0.0745	0.0875	0.1071	0.1391	0.1999	0.3529	0.9119	0.4585	0.2319	0.1538	0.1154	0.0928	0.0781	0.0679	0.0604	0.0548	0.0504	0.0471	
8	0.0657	0.0752	0.0886	0.1088	0.1421	0.2062	0.3715	0.9119	0.4233	0.2222	0.1495	0.1130	0.0913	0.0770	0.0671	0.0598	0.0543	0.0501	
9	0.0592	0.0664	0.0761	0.0899	0.1107	0.1455	0.2136	0.3947	0.9119	0.3947	0.2136	0.1455	0.1107	0.0899	0.0761	0.0664	0.0592	0.0539	
10	0.0543	0.0598	0.0671	0.0770	0.0913	0.1130	0.1495	0.2222	0.4233	0.9119	0.3715	0.2062	0.1421	0.1088	0.0886	0.0752	0.0657	0.0588	
11	0.0504	0.0548	0.0604	0.0679	0.0781	0.0928	0.1154	0.1538	0.2319	0.4585	0.9119	0.3529	0.1999	0.1391	0.1071	0.0875	0.0745	0.0652	
12	0.0475	0.0509	0.0553	0.0610	0.0687	0.0793	0.0945	0.1180	0.1585	0.2427	0.5019	0.9119	0.3379	0.1946	0.1366	0.1057	0.0867	0.0739	
13	0.0451	0.0479	0.0514	0.0559	0.0618	0.0696	0.0805	0.0962	0.1207	0.1633	0.2543	0.5551	0.9119	0.3262	0.1904	0.1346	0.1046	0.0860	
14	0.0433	0.0455	0.0483	0.0519	0.0565	0.0625	0.0706	0.0817	0.0980	0.1234	0.1682	0.2663	0.6197	0.9119	0.3172	0.1872	0.1331	0.1038	
15	0.0420	0.0437	0.0459	0.0487	0.0524	0.0571	0.0632	0.0715	0.0829	0.0997	0.1260	0.1730	0.2782	0.6958	0.9119	0.3108	0.1849	0.1321	
16	0.0410	0.0423	0.0440	0.0463	0.0492	0.0529	0.0577	0.0640	0.0724	0.0841	0.1012	0.1284	0.1773	0.2892	0.7793	0.9119	0.3066	0.1836	
17	0.0404	0.0413	0.0426	0.0444	0.0467	0.0496	0.0534	0.0583	0.0646	0.0732	0.0851	0.1026	0.1304	0.1808	0.2981	0.8574	0.9119	0.3045	
18	0.0401	0.0407	0.0416	0.0430	0.0448	0.0471	0.0501	0.0539	0.0588	0.0652	0.0739	0.0860	0.1037	0.1320	0.1834	0.3040	0.9073	0.9119	

תצוגת A ע"י imagesec:



דטרמיננטה של A בעלת הערך: 0.0019

תצוגת v ע"י imagesc:



חישוב הוקטור v:

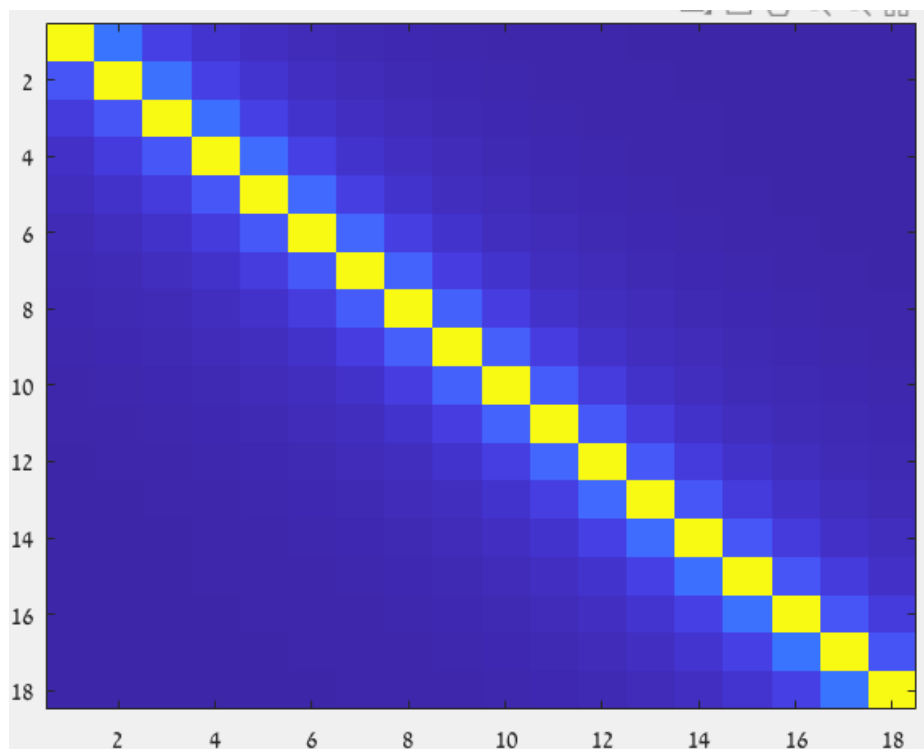
v4	
18x1 double	
	1
1	9.4200
2	11.3160
3	12.6060
4	12.8549
5	17.3089
6	15.2950
7	10.9054
8	12.2333
9	10.7506
10	10.7861
11	10.2627
12	12.8114
13	11.5558
14	15.8325
15	18.1055
16	13.6206
17	11.7570
18	11.3782

השגיאה היחסית בין  $q$  ל- $q'$  בעלת הערך:  $4.4917 * e^{-15}$

- $h = \frac{\pi \rho}{5M}$
- חישוב המטריצה  $A$ :

	A1	A2	A3	A4	A5													
	18x18 double																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	2.2797	0.5648	0.2529	0.1637	0.1217	0.0974	0.0817	0.0709	0.0630	0.0571	0.0525	0.0490	0.0463	0.0441	0.0425	0.0413	0.0404	0.0399
2	0.3822	2.2797	0.5548	0.2506	0.1626	0.1210	0.0969	0.0814	0.0706	0.0627	0.0568	0.0523	0.0488	0.0461	0.0440	0.0423	0.0411	0.0403
3	0.2093	0.3854	2.2797	0.5410	0.2476	0.1612	0.1202	0.0964	0.0810	0.0702	0.0625	0.0566	0.0521	0.0487	0.0459	0.0438	0.0422	0.0410
4	0.1448	0.2106	0.3903	2.2797	0.5247	0.2441	0.1597	0.1193	0.0958	0.0805	0.0699	0.0622	0.0564	0.0519	0.0485	0.0458	0.0437	0.0421
5	0.1114	0.1456	0.2124	0.3969	2.2797	0.5071	0.2403	0.1579	0.1183	0.0951	0.0800	0.0695	0.0619	0.0561	0.0517	0.0483	0.0456	0.0435
6	0.0910	0.1119	0.1466	0.2147	0.4051	2.2797	0.4892	0.2362	0.1561	0.1172	0.0944	0.0795	0.0692	0.0616	0.0559	0.0515	0.0481	0.0455
7	0.0775	0.0914	0.1126	0.1478	0.2174	0.4151	2.2797	0.4718	0.2320	0.1543	0.1162	0.0937	0.0791	0.0688	0.0613	0.0557	0.0513	0.0480
8	0.0679	0.0778	0.0919	0.1133	0.1492	0.2206	0.4269	2.2797	0.4553	0.2280	0.1525	0.1152	0.0931	0.0786	0.0685	0.0611	0.0555	0.0512
9	0.0608	0.0682	0.0782	0.0925	0.1142	0.1508	0.2241	0.4403	2.2797	0.4403	0.2241	0.1508	0.1142	0.0925	0.0782	0.0682	0.0608	0.0553
10	0.0555	0.0611	0.0685	0.0786	0.0931	0.1152	0.1525	0.2280	0.4553	2.2797	0.4269	0.2206	0.1492	0.1133	0.0919	0.0778	0.0679	0.0606
11	0.0513	0.0557	0.0613	0.0688	0.0791	0.0937	0.1162	0.1543	0.2320	0.4718	2.2797	0.4151	0.2174	0.1478	0.1126	0.0914	0.0775	0.0677
12	0.0481	0.0515	0.0559	0.0616	0.0692	0.0795	0.0944	0.1172	0.1561	0.2362	0.4892	2.2797	0.4051	0.2147	0.1466	0.1119	0.0910	0.0772
13	0.0456	0.0483	0.0517	0.0561	0.0619	0.0695	0.0800	0.0951	0.1183	0.1579	0.2403	0.5071	2.2797	0.3969	0.2124	0.1456	0.1114	0.0907
14	0.0437	0.0458	0.0485	0.0519	0.0564	0.0622	0.0699	0.0805	0.0958	0.1193	0.1597	0.2441	0.5247	2.2797	0.3903	0.2106	0.1448	0.1110
15	0.0422	0.0438	0.0459	0.0487	0.0521	0.0566	0.0625	0.0702	0.0810	0.0964	0.1202	0.1612	0.2476	0.5410	2.2797	0.3854	0.2093	0.1443
16	0.0411	0.0423	0.0440	0.0461	0.0488	0.0523	0.0568	0.0627	0.0706	0.0814	0.0969	0.1210	0.1626	0.2506	0.5548	2.2797	0.3822	0.2085
17	0.0404	0.0413	0.0425	0.0441	0.0463	0.0490	0.0525	0.0571	0.0630	0.0709	0.0817	0.0974	0.1217	0.1637	0.2529	0.5648	2.2797	0.3806
18	0.0400	0.0405	0.0414	0.0426	0.0443	0.0464	0.0492	0.0527	0.0573	0.0632	0.0711	0.0820	0.0978	0.1222	0.1644	0.2543	0.5702	2.2797

תצוגת  $A$  ע"י `imagesec`:

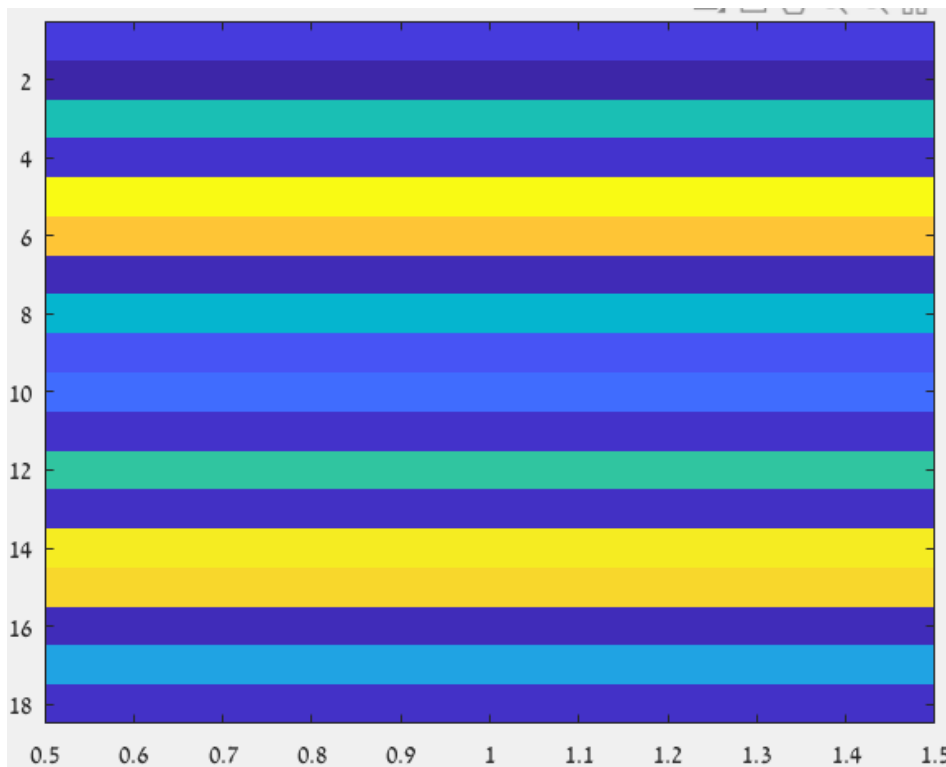


דטרמיננטה של  $A$  בעלת הערך:  $1.2392 * e^{+06}$

חישוב הוקטור v:

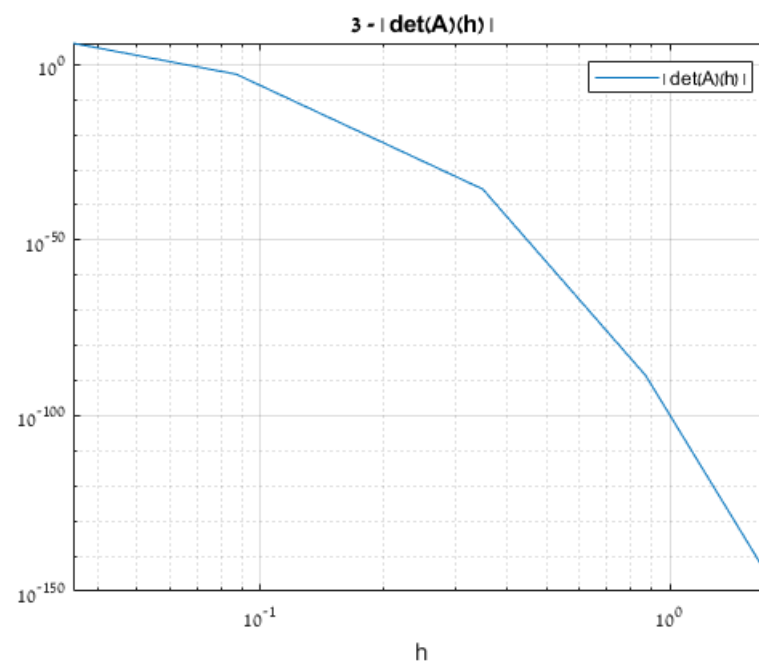
v5	
18x1 double	
1	
1	12.8121
2	11.3461
3	20.5651
4	12.2924
5	29.3713
6	26.8979
7	11.7038
8	19.4123
9	14.0371
10	15.2537
11	12.2136
12	21.2787
13	12.0864
14	28.6346
15	27.6999
16	11.8311
17	18.1713
18	12.1345

תצוגת v ע"י imagesc:

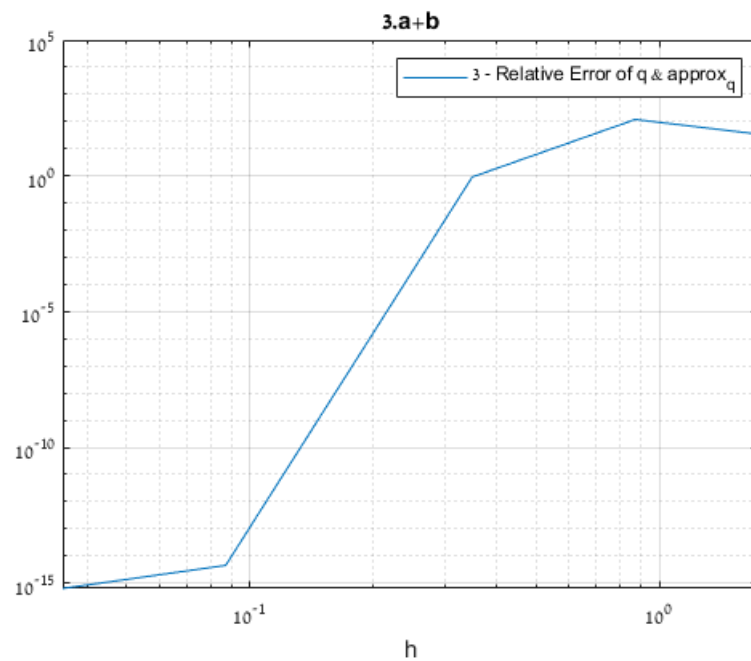


השגיאה היחסית בין  $q$  ל- $q'$  בעלת הערך:  $6.3739 * e^{-16}$

להלן גרף המייצג את הדטרמיננטה של A כפונקציה של h בערך מוחלט:



להלן גרף המייצג את שגיאת החישוב היחסית כפונקציה של  $h$ :



מסקנות - נבחין שכאשר עוברים את הערך  $h = \frac{\pi\rho}{2M}$  הדטרמיננטה תקבל ערכים שליליים ומסיבה זאת לקחנו ערך מוחלט. מכיוון שחישוב המטריצה  $A$  ביחס הפוך ל- $h$  גדל כך הערך המוחלט של הדטרמיננטה של  $A$ . כמו כן, עם הגדלת  $h$  המטריצה  $A$  תהפוך לפחות סינגולרית ולכן שיטת ה-least square תאבד מדיוקה. לכן הפתרון בשיטת ה-pseudo inverse כמעט מתלכד עם הפתרון כשהמטריצה הפיכה עבור  $h$  קטן ולכן השגיאה קטנה יותר. בנוסף, באותו אופן, כאשר  $h$  יגדל כך גם תגדל השגיאה היחסית.

### הסבר עבור $Ly = b$ :

בידנו המשוואה  $Aq = v$ . כאשר LU עם PIVOTING נותן לנו  $PA = LU$

$$\begin{aligned} P^{-1}PA &= P^{-1}LU \rightarrow A = P^{-1}LU \rightarrow \{Aq = v \text{ בצורה } \} \rightarrow P^{-1}LUq = v \\ &\rightarrow PP^{-1}LU1 = Pv \rightarrow LUq = Pv \end{aligned}$$

כאשר  $y = Uq, b = Pv$

$$L = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

$$a_{11}y_1 = b_1 \rightarrow y_1 = \frac{b_1}{a_{11}}$$

$$a_{21}y_1 + a_{22}y_2 = b_2 \rightarrow y_2 = \frac{b_2 - a_{21}y_1}{a_{22}}$$

$\vdots$

$$y_1 = \frac{b_1}{a_{11}}, \quad y_i = \frac{b_i - \sum_{k=1}^{i-1} a_{ik}y_k}{a_{ii}}$$

### הסבר עבור $Ux = y$ :

כאן נבצע הצבה אחורית

$$U = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$a_{nn}x_n = y_n \rightarrow x_n = \frac{y_n}{a_{nn}}$$

$\vdots$

$$x_n = \frac{y_n}{a_{nn}}, \quad x_i = \frac{y_i - \sum_{k=1}^{i-1} a_{ik}x_k}{a_{ii}}$$