



PROYECTO DOCENTE

**Cálculo en Variedades**

**Cálculo en Variedades**

**CURSO 2020-21**

**Datos básicos de la asignatura**

|                      |                         |
|----------------------|-------------------------|
| Titulación:          | Grado en Matemáticas    |
| Año plan de estudio: | 2009                    |
| Curso implantación:  | 2012-13                 |
| Centro responsable:  | Facultad de Matemáticas |
| Nombre asignatura:   | Cálculo en Variedades   |
| Código asignatura:   | 1710036                 |
| Tipología:           | OPTATIVA                |
| Curso:               | 4                       |
| Periodo impartición: | Segundo cuatrimestre    |
| Créditos ECTS:       | 6                       |
| Horas totales:       | 150                     |
| Área/s:              | Geometría y Topología   |
| Departamento/s:      | Geometría y Topología   |

**Coordinador de la asignatura**

CARDENAS ESCUDERO MANUEL ENRIQUE

**Profesorado**

Profesorado del grupo principal:  
CARDENAS ESCUDERO MANUEL ENRIQUE

**Objetivos y competencias**

**OBJETIVOS:**

El objetivo fundamental de la asignatura Cálculo en Variedades es proporcionar al estudiante una formación avanzada en Geometría Diferencial como disciplina científica, orientada a la preparación para el ejercicio de actividades de carácter profesional, con capacidad para aplicar las destrezas adquiridas en distintos ámbitos, que incluyen tanto la docencia y la investigación, como sus aplicaciones.

De manera específica se pretende:



## PROYECTO DOCENTE

### **Cálculo en Variedades**

### **Cálculo en Variedades**

### **CURSO 2020-21**

- Conocer la naturaleza, métodos y fines de la Geometría Diferencial junto con cierta perspectiva histórica de su desarrollo.
- Desarrollar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso a través del estudio de las variedades diferenciables.
- Capacitar para la utilización de los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.
- Preparar para posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos geométricos.

#### COMPETENCIAS:

##### Competencias específicas:

- Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.
- Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.



## PROYECTO DOCENTE

### Cálculo en Variedades

### Cálculo en Variedades

### CURSO 2020-21

En particular, las competencias que el estudiante adquiere con esta asignatura se concretan en el siguiente resultado del aprendizaje:

\* Conocer y manejar los conceptos fundamentales de la teoría de Cálculo en variedades.

Competencias genéricas:

- Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
- Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado.
- Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
- Poder comunicarse en otra lengua de relevancia en el ámbito científico.

### Contenidos o bloques temáticos

- Campos y formas
- Operadores sobre formas.
- Cohomología de De Rham.
- Orientación e integración en variedades.

### Relación detallada y ordenación temporal de los contenidos

Tema 1. Introducción: Álgebra alternada.

Tema 2. Cohomología de de Rham (en abiertos de  $\mathbb{R}^n$ ). Complejos de cadenas. (Co)homología. Álgebra alternada y complejo de de Rham. Sucesión de Mayer-Vietoris. Homotopía.



PROYECTO DOCENTE

**Cálculo en Variedades**

**Cálculo en Variedades**

**CURSO 2020-21**

Tema 3. Aplicaciones de la cohomología de de Rham: Teorema del Punto Fijo de Brower. Teorema de Jordan-Brower. Invarianza de Dominio.

Tema 4. Cohomología de de Rham para variedades: Complejo de de Rham. Cohomología. Orientación. Estructura Riemannianas. Aplicación de Gauss.

Tema 5. Integración sobre variedades: Integración. Teorema de Stokes. Grado de una aplicación. Teorema de Brown-Sard. Número de engarce. Índice de campos vectoriales. Teorema de Poincaré-Hopf.

Tema 6. Fibrados (vectoriales): Fibrados. Fibrado tangente y normal. Secciones de fibrados. Operaciones sobre fibrados vectoriales. Conexiones y curvatura. Clases características. La clase de Euler.

Tema 7. Cohomología de fibrados proyectivos y Grassmanianos.

Tema 8. Isomorfismo de Thom.

Tema 9. Apéndice A: Dualidad de Poincaré.

Tema 10. Apéndice B: Cohomología de  $\mathbb{CP}^n$ .

Tema 11. Apéndice C: La topología de una variedad. Variedades diferenciables. Aplicaciones diferenciables. Particiones de la unidad.

-----  
Escenario 0 (presencialidad total): Las clases serán presenciales.



## PROYECTO DOCENTE

### Cálculo en Variedades

### Cálculo en Variedades

**CURSO 2020-21**

#### Plan de contingencia:

Escenario A (presencialidad reducida): Las clases se realizarán de manera preferentemente presencial y siendo por turnos de asistencia si se dan las circunstancias atendiendo a las directrices de la Facultad de Matemáticas; en tal caso se compaginará la presencial y la telemática. La realización de dichas clases telemáticas tendrían lugar a través de la plataforma de enseñanza virtual, de las aplicaciones corporativas de la Universidad de Sevilla o de cualquier otra herramienta que pudiera facilitar el proceso. Todo se concretará con la mayor antelación posible en función de los recursos disponibles en su momento.

Escenario B (presencialidad suspendida): Las clases se realizarán telemáticamente con las características descritas en el apartado anterior.

#### Actividades formativas y horas lectivas

| Actividad                   | Créditos | Horas |
|-----------------------------|----------|-------|
| B Clases Teórico/ Prácticas | 6        | 60    |

#### Metodología de enseñanza-aprendizaje

##### Clases teóricas

¿ La clase teórica y/o práctica en la pizarra, no entendida exclusivamente como lección magistral, sino procurando una fuerte implicación del alumno en el desarrollo de la misma. En muchas ocasiones es útil complementar el uso simultáneo del video-proyector.

¿ La resolución de problemas por parte del alumno, bien de forma individual o en grupo, que puede ser presentada por escrito o de forma oral ante la clase o grupo.

#### Sistemas y criterios de evaluación y calificación

Del volumen de trabajo total del alumno en una asignatura, una gran parte corresponde al trabajo individual o en grupo que el alumno ha de realizar sin la presencia del profesor. En estas horas de trabajo se incluye la preparación de las clases, el estudio, ampliación y síntesis de información



## PROYECTO DOCENTE

### **Cálculo en Variedades**

### **Cálculo en Variedades**

### **CURSO 2020-21**

recibida, la resolución de ejercicios, la elaboración y redacción de trabajos, la escritura, verificación y comprobación de programas informáticos, la preparación y ensayo de exposiciones, la preparación de exámenes.

El rendimiento del alumno en la materia cursada depende, entre otros, de la combinación de dos factores: el esfuerzo realizado y la capacidad del propio alumno. La forma en que lo evaluamos condiciona el método de aprendizaje e influye en el aprendizaje mismo. El proceso de aprendizaje puede contribuir de forma decisiva a estimular al alumno a seguir el proceso y a involucrarse más en su propia formación. En este sentido, se puede contemplar un criterio general de evaluación para todas las asignaturas que cuente con dos instrumentos: la evaluación continua y el examen y/o prueba final. En cualquier caso, se ha de respetar lo contemplado en el Estatuto de la

Universidad de Sevilla al respecto: "los sistemas de evaluación contemplarán la posibilidad de aprobar una asignatura por curso de manera previa a la prueba final, caso de que la hubiere".

La evaluación debe servir para verificar que el alumno ha asimilado los conocimientos básicos que se le han transmitido y adquirido las competencias generales del título. En este sentido, en el Grado en Matemáticas, el examen escrito es una herramienta eficaz. Pero la evaluación también debe ser el instrumento de comprobación de que el estudiante ha adquirido las competencias prácticas del título. Por ello, es recomendable que, además del examen escrito o como alternativa al mismo, se utilicen métodos de evaluación distintos (exposiciones orales preparadas de antemano, explicaciones cortas realizadas por los alumnos en clase, manejo práctico de bibliografía, trabajo en equipo, etc.) que permitan valorar si el alumno ha adquirido las competencias previstas.

En consecuencia, el criterio general deja la puerta abierta para que el profesor pueda desarrollar el esquema de evaluación continua que estime adecuado a los contenidos, a las competencias y los resultados del aprendizaje previstos. Dicho esquema deberá estar explicitado detalladamente en el proyecto docente y hecho público con antelación al inicio de la actividad docente. Dicho criterio general se explicita como sigue:

La evaluación constará de procedimientos que permitan la evaluación continua y un examen final. La evaluación continua se realizará a través de pruebas escritas, trabajos personales (individuales y/o grupales), participación en las actividades presenciales u otros medios explicitados en la programación previa de la asignatura. Los profesores fijarán en la guía docente anual el sistema de ponderación de cada una de las actividades contempladas en la misma, respetando lo contemplado en el Estatuto de la Universidad de Sevilla: "los sistemas de evaluación contemplarán la posibilidad de aprobar una asignatura por curso de manera previa a la prueba final, caso de que la hubiere".



PROYECTO DOCENTE  
**Cálculo en Variedades**  
**Cálculo en Variedades**  
**CURSO 2020-21**

En resumen, el sistema de evaluación podrá basarse en las siguientes técnicas:

- ¿ Exámenes de carácter teórico y/o práctico.
- ¿ Trabajos desarrollados durante el curso.
- ¿ Exposiciones de ejercicios, temas y trabajos.
- ¿ Pruebas escritas desarrolladas durante el curso.

#### **Criterios de calificación del grupo**

La evaluación de la asignatura se efectuará mediante la celebración de un examen final consistente en la resolución de varios ejercicios teórico-prácticos, calificado sobre 10 puntos, siendo necesaria una nota de 5 puntos para aprobar el examen.

Asímismo el alumno tendrá la posibilidad de aprobar la asignatura previamente a la realización de la prueba final mediante la superación de una prueba de características similares a las anteriores cuya fecha de realización se comunicará con antelación.

-----

Escenario 0 (presencialidad total): Los exámenes serán presenciales, siendo los de la evaluación continua celebrados en horario de clase.

Plan de contingencia:

Escenario A (presencialidad reducida): Los exámenes se realizarán de manera preferentemente presencial, en cuyo caso se llevarán a cabo en horario de clase, teniendo en cuenta los turnos de asistencia establecidos. Se llevarán a cabo telemáticamente si las circunstancias dificultaran la presencialidad. En tal caso, los exámenes consistirán en textos escritos que habrán de ser contestados. Los exámenes se podrían realizar en días distintos según las necesidades de los distintos turnos. La realización de dichos exámenes tendrían lugar a través de la plataforma de



## PROYECTO DOCENTE

### Cálculo en Variedades

### Cálculo en Variedades

### CURSO 2020-21

enseñanza virtual, de las aplicaciones corporativas de la Universidad de Sevilla o de cualquier otra herramienta que pudiera facilitar el proceso. También se podrían usar éstos u otros instrumentos en exámenes escritos no presenciales con el fin de establecer mecanismos de garantía de la autoría de las pruebas. Todo se concretará con la mayor antelación posible en función de los recursos disponibles en su momento.

Escenario B (presencialidad suspendida): Los exámenes se realizarán telemáticamente con las características descritas en el apartado anterior.

#### Horarios del grupo del proyecto docente

<https://matematicas.us.es/index.php/informacion-academica/horarios>

#### Calendario de exámenes

<https://matematicas.us.es/index.php/informacion-academica/examenes>

#### Tribunales específicos de evaluación y apelación

Presidente: ANTONIO RAFAEL QUINTERO TOSCANO  
Vocal: FRANCISCO JESUS FERNANDEZ LASHERAS  
Secretario: DESAMPARADOS FERNANDEZ TERNERO  
Suplente 1: JOSE ANTONIO VILCHES ALARCON  
Suplente 2: LUIS MANUEL FERNANDEZ FERNANDEZ  
Suplente 3: MANUEL ENRIQUE CARDENAS ESCUDERO

#### Bibliografía recomendada

##### BIBLIOGRAFÍA GENERAL:

A course in differential geometry  
Autores: Aubin, Thierry  
Edición: 1966  
Publicación: 2001  
ISBN: 978-84-615-3727-3





PROYECTO DOCENTE

**Cálculo en Variedades**

**Cálculo en Variedades**

**CURSO 2020-21**

An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry

Autores: Boothby, William M.

Edición: 1966

Publicación: 1986

ISBN: 978-84-615-3727-3

Differentiable manifolds

Autores: Matsushima, Y.

Edición: 1966

Publicación: 1972

ISBN: 978-84-615-3727-3

Foundations of differentiable manifolds and Lie groups

Autores: Warner, F. W.

Edición: 1966

Publicación: 1971

ISBN: 978-84-615-3727-3

Differential Topology

Autores: Hirsch, Morris W.

Edición: 1966

Publicación: 1994

ISBN: 978-84-615-3727-3

Elementary differential topology

Autores: Munkres, James R.

Edición: 1966

Publicación: Barcelona

ISBN: 978-84-615-3727-3

**BIBLIOGRAFÍA ESPECÍFICA:**

From calculus to cohomology

Autores: Madsen, I.;

Tornehave, J.



PROYECTO DOCENTE

**Cálculo en Variedades**

**Cálculo en Variedades**

**CURSO 2020-21**

Edición: 1966

Publicación: 1997

ISBN: 978-84-615-3727-3

Characteristic classes

Autores: Milnor, John W.; Stasheff, James D.

Edición: 1966

Publicación: 1974

ISBN: 978-84-615-3727-3

Introduction to smooth manifolds

Autores: Lee, John M.

Edición: 1966

Publicación: 2003

ISBN: 978-84-615-3727-3

A first course in geometric topology and differential geometry

Autores: Bloch, Ethan D.

Edición: 1966

Publicación: 1997

ISBN: 978-84-615-3727-3

Lectures on differential geometry

Autores: Chern, S. S.;

Chen, W. H.;

Lam, K. S.

Edición: 1966

Publicación: 2000

ISBN: 978-84-615-3727-3

Differential forms and applications

Autores: Carmo, Manfredo P. do

Edición: 1966

Publicación: 1994

ISBN: 978-84-615-3727-3



PROYECTO DOCENTE

**Cálculo en Variedades**

**Cálculo en Variedades**

**CURSO 2020-21**

Analysis and algebra on differentiable manifolds: a workbook for students and teachers

Autores: Gadea, P. M.;

Muñoz Masqué, J.

Edición: 1966

Publicación: 2001

ISBN: 978-84-615-3727-3

Iniciación al estudio de las variedades diferenciables

Autores: Gamboa, J. M.;

Ruiz, J. M.

Edición: 1966

Publicación: 1999

ISBN: 978-84-615-3727-3

Notas sobre geometría diferencial

Autores: Hicks, Noel J.

Edición: 1966

Publicación: 1974

ISBN: 978-84-615-3727-3

Foundations on differential geometry

Autores: Kobayashi, S.;

Nomizo, K.

Edición: 1966

Publicación: 1973

ISBN: 978-84-615-3727-3

Lectures on the geometry of manifolds

Autores: Nicolaescu, L. I.

Edición: 1966

Publicación: 1999

ISBN: 978-84-615-3727-3



PROYECTO DOCENTE

**Cálculo en Variedades**

**Cálculo en Variedades**

**CURSO 2020-21**

---