



## PROYECTO DOCENTE

### Geometría Local de Curvas y Superficies

### Geometría Local de Curvas y Superficies

**CURSO 2020-21**

#### Datos básicos de la asignatura

Titulación:	Grado en Matemáticas
Año plan de estudio:	2009
Curso implantación:	2012-13
Centro responsable:	Facultad de Matemáticas
Nombre asignatura:	Geometría Local de Curvas y Superficies
Código asignatura:	1710022
Tipología:	OBLIGATORIA
Curso:	3
Periodo impartición:	Primer cuatrimestre
Créditos ECTS:	6
Horas totales:	150
Área/s:	Geometría y Topología
Departamento/s:	Geometría y Topología

#### Coordinador de la asignatura

FERNANDEZ FERNANDEZ LUIS MANUEL

#### Profesorado

Profesorado del grupo principal:  
CARRIAZO RUBIO ALFONSO

#### Objetivos y competencias

##### OBJETIVOS:

El objetivo fundamental de la asignatura de Geometría Local de Curvas y Superficies es proporcionar al estudiante una formación inicial en Geometría Diferencial como disciplina científica, orientada a la preparación para el ejercicio de actividades de carácter profesional, con

capacidad para aplicar las destrezas adquiridas en distintos ámbitos, que incluyen tanto la docencia y la investigación, como sus aplicaciones. De manera específica se pretende:



## PROYECTO DOCENTE

### **Geometría Local de Curvas y Superficies**

### **Geometría Local de Curvas y Superficies**

### **CURSO 2020-21**

Conocer la naturaleza, métodos y fines de la Geometría Diferencial junto con cierta perspectiva histórica de su desarrollo.

-Desarrollar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso a través del estudio de las curvas y superficies.

-Capacitar para la utilización de los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.

-Preparar para posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos geométricos.

#### COMPETENCIAS:

##### Competencias específicas:

-Utilizar el análisis teórico para la modelización de problemas geométricos.

-Comprender las nociones fundamentales de la curvatura en los diferentes contextos geométricos y su cálculo.

##### Competencias genéricas:

Habilidad para trabajar de forma autónoma

Trabajo en equipo

Iniciativa y espíritu emprendedor

Inquietud por la calidad

Capacidad de análisis y síntesis

Capacidad de organizar y planificar

Conocimientos generales básicos



PROYECTO DOCENTE  
**Geometría Local de Curvas y Superficies**  
**Geometría Local de Curvas y Superficies**  
**CURSO 2020-21**

Solidez en los conocimientos básicos de la profesión

Habilidades para recuperar y analizar información desde diferentes fuentes

Resolución de problemas

Toma de decisiones

Capacidad de crítica y autocrítica

Capacidad para aplicar la teoría a la práctica

Habilidades de investigación

Capacidad de aprender

Capacidad de adaptación a nuevas situaciones

Capacidad de generar nuevas ideas

**Contenidos o bloques temáticos**

- Curvas en el plano y en el espacio.
- Superficies parametrizadas y superficies regulares en el espacio.
- Geometría Intrínseca y extrínseca.
- Curvatura de Gauss y curvatura media.

**Relación detallada y ordenación temporal de los contenidos**

1. Curva parametrizada regular en el espacio Euclídeo  $n$ -dimensional. Casos del plano y del espacio. Parámetro arco. Curvatura de una curva plana. Curvatura y torsión de una curva espacial. Teorema Fundamental de la Teoría de Curvas (20 horas)
2. Superficie parametrizada regular. Normal y plano tangente. Curvas en la superficie. Ejemplos:



PROYECTO DOCENTE  
**Geometría Local de Curvas y Superficies**  
**Geometría Local de Curvas y Superficies**  
**CURSO 2020-21**

---

grafos, superficies de revolución, superficies regladas. Superficie regular. Orientación. Superficies de nivel (14 horas).

3. La primera forma fundamental. Longitudes ángulos y áreas. Geometría intrínseca. Curvatura geodésica. Curvas geodésicas. (12 horas).

4. La segunda forma fundamental. Curvatura normal de una curva. Curvaturas y direcciones principales. Curvaturas media y de Gauss (10 horas).

Plan de contingencia:

Escenario A: menor actividad académica presencial como consecuencia de medidas sanitarias de distanciamiento interpersonal que limiten el aforo permitido en las aulas.

En este escenario, que es con el que comenzará el curso 2020-21 si no se produce un cambio en las limitaciones sanitarias vigentes, las clases se impartirán desde el aula asignada. Los estudiantes asistirán presencialmente en dos turnos de cadencia semanal. Los estudiantes a los que no les corresponda el turno de asistencia podrán seguir la clase mediante la retransmisión en directo de la misma a través de las cámaras que se instalarán al efecto. Si dichas cámaras no estuvieran disponibles, se impartiría la misma materia a ambos turnos por videoconferencia, facilitando materiales adicionales a través de la plataforma de enseñanza virtual para poder completar el temario.

Escenario B: suspensión de la actividad presencial.

En este escenario todas las actividades se realizarían de manera online síncrona, a través de la plataforma de enseñanza virtual.



PROYECTO DOCENTE  
**Geometría Local de Curvas y Superficies**  
**Geometría Local de Curvas y Superficies**  
**CURSO 2020-21**

**Actividades formativas y horas lectivas**

Actividad	Créditos	Horas
B Clases Teórico/ Prácticas	6	60

**Metodología de enseñanza-aprendizaje**

**Clases teóricas**

La clase teórica y/o práctica en la pizarra, no entendida exclusivamente como lección magistral, sino procurando una fuerte implicación del alumno en el desarrollo de la misma. En muchas ocasiones es útil complementar el uso simultáneo de medios audiovisuales.

La resolución de problemas por parte del alumno, bien de forma individual o en grupo, que puede ser presentada por escrito o de forma oral ante la clase o grupo.

**Prácticas en aula**

Clases prácticas en las que se proponen y resuelven aplicaciones de la teoría, problemas y ejercicios.

**Sistemas y criterios de evaluación y calificación**

Del volumen de trabajo total del alumno en una asignatura, una gran parte corresponde al trabajo individual o en grupo que el alumno ha de realizar sin la presencia del profesor. En estas horas de trabajo se incluye la preparación de las clases, el estudio, ampliación y síntesis de información recibida, la resolución de ejercicios, la elaboración y redacción de trabajos, la escritura, verificación y comprobación de programas informáticos, la preparación y ensayo de exposiciones, la preparación de exámenes.

El rendimiento del alumno en la materia cursada depende, entre otros, de la combinación de dos factores: el esfuerzo realizado y la capacidad del propio alumno. La forma en que lo evaluamos condiciona el método de aprendizaje e influye en el aprendizaje mismo.

El proceso de aprendizaje puede contribuir de forma decisiva a estimular al alumno a seguir el proceso y a involucrarse más en su propia formación. En este sentido, se puede contemplar un criterio general de evaluación para todas las asignaturas que cuente con dos instrumentos: la evaluación continua y el examen y/o prueba final. En cualquier caso, se ha de respetar lo contemplado en el Estatuto de la Universidad de Sevilla al respecto: "los sistemas de evaluación contemplarán la posibilidad de aprobar una asignatura por curso de manera previa a la prueba final, caso de que la hubiere".



## PROYECTO DOCENTE

### **Geometría Local de Curvas y Superficies**

### **Geometría Local de Curvas y Superficies**

### **CURSO 2020-21**

La evaluación debe servir para verificar que el alumno ha asimilado los conocimientos básicos que se le han transmitido y adquirido las competencias generales del título. En este sentido, en la Licenciatura de Matemáticas, el examen escrito es una herramienta eficaz. Pero la evaluación también debe ser el instrumento de comprobación de que el estudiante ha adquirido las competencias prácticas del título. Por ello, es recomendable que, además del examen escrito o como alternativa al mismo, se utilicen métodos de evaluación distintos

(exposiciones orales preparadas de antemano, explicaciones cortas realizadas por los alumnos en clase, manejo práctico de bibliografía, uso de ordenador, trabajo en equipo, etc.) que permitan valorar si el alumno ha adquirido las competencias previstas.

Teniendo en cuenta lo anterior, y pretendiendo que el plan de estudios sea dinámico y ágil ante la constante necesidad de adaptación al entorno y condicionantes internos y externos, se dejan los detalles específicos para su inclusión posterior en las guías académicas y los programas de las asignaturas, evitándose referencias específicas al número de exámenes o trabajos previstos, el formato de los exámenes o su duración, los porcentajes de evaluación, etc.

En consecuencia, el criterio general deja la puerta abierta para que el profesor pueda desarrollar el esquema de evaluación continua que estime adecuado a los contenidos, alas competencias y los resultados del aprendizaje previstos. Dicho esquema deberá estar explicitado

detalladamente en la programación docente y hecho público con antelación al inicio de la actividad docente. Dicho criterio general se explicita en la información de cada módulo-materia-asignatura como sigue:

La evaluación constará de procedimientos que permitan la evaluación continua y un examen final. La evaluación continua se realizará a través de pruebas escritas, trabajos personales (individuales y/o grupales), participación en las actividades presenciales u otros medios explicitados en la programación previa de la asignatura.

Los profesores fijarán en la guía docente anual el sistema de ponderación de cada una de las actividades contempladas en la misma, respetando lo contemplado en el Estatuto de la Universidad de Sevilla.

En resumen, el sistema de evaluación podrá basarse en las siguientes técnicas:



PROYECTO DOCENTE  
**Geometría Local de Curvas y Superficies**  
**Geometría Local de Curvas y Superficies**  
**CURSO 2020-21**

- ¿ Exámenes de carácter teórico y/o práctico.
- ¿ Trabajos desarrollados durante el curso.
- ¿ Exposiciones de ejercicios, temas y trabajos.
- Pruebas escritas desarrolladas durante el curso.

#### **Criterios de calificación del grupo**

La evaluación de la asignatura se efectuará mediante la celebración de un examen final calificado sobre 10 puntos. Para superar el examen será necesario alcanzar un mínimo de 5 puntos.

De manera alternativa y voluntaria se propondrá a los estudiantes la realización de 4 pruebas parciales, consistente cada una en la resolución de un problema, evaluado sobre 2.5 puntos.

Estos problemas se realizarán a la finalización de cada lección, en horario de clase, y las fechas se fijarán al menos con una semana de antelación. Para superar esta evaluación alternativa, será necesario alcanzar un mínimo de 5 puntos, sumando las calificaciones de las 4 pruebas.

Plan de contingencia:

Escenario A: menor actividad académica presencial como consecuencia de medidas sanitarias de distanciamiento interpersonal que limiten el aforo permitido en las aulas.

Las pruebas parciales se realizarán de manera presencial por parte de los estudiantes a los que les



PROYECTO DOCENTE  
**Geometría Local de Curvas y Superficies**  
**Geometría Local de Curvas y Superficies**  
**CURSO 2020-21**

corresponda el turno de asistencia a clase y de manera online por aquellos a los que no les corresponda. El examen final se realizará de manera presencial, siempre y cuando lo permitan las condiciones sanitarias y las instrucciones académicas vigentes.

Escenario B: suspensión de la actividad presencial.

En este escenario tanto las pruebas parciales como el examen final se realizarían de manera online.

#### **Horarios del grupo del proyecto docente**

<https://matematicas.us.es/index.php/informacion-academica/horarios>

#### **Calendario de exámenes**

<https://matematicas.us.es/index.php/informacion-academica/examenes>

#### **Tribunales específicos de evaluación y apelación**

Presidente: ANTONIO RAFAEL QUINTERO TOSCANO  
Vocal: FRANCISCO JESUS FERNANDEZ LASHERAS  
Secretario: RAMON JESUS FLORES DIAZ  
Suplente 1: MANUEL ENRIQUE CARDENAS ESCUDERO  
Suplente 2: DESAMPARADOS FERNANDEZ TERNERO  
Suplente 3: CARMEN MARQUEZ GARCIA

#### **Bibliografía recomendada**

##### **BIBLIOGRAFÍA GENERAL:**

Geometría Diferencial de Curvas y Superficies  
Autores: M. P. Do Carmo  
Edición: 1990  
Publicación: Alianza Editorial





PROYECTO DOCENTE

**Geometría Local de Curvas y Superficies**

**Geometría Local de Curvas y Superficies**

**CURSO 2020-21**

ISBN: 84-206-8135-0

Un curso de Geometría Diferencial

Autores: M. A. Hernández Cifre y J. A. Pastor

Edición: 2010

Publicación: CSIC

ISBN: 978-84-00-09154-5

**BIBLIOGRAFÍA ESPECÍFICA:**

Curves and Surfaces

Autores: M. Abate and F. Tovena

Edición: 2006

Publicación: Springer

ISBN: 978-88-470-1940-9

Differential Geometry of Curves and Surfaces

Autores: T. Banchoff and S. Lovett

Edición: 2010

Publicación: A.K. Peters

ISBN: 978-1-56881-456-8

Elementary Differential Geometry

Autores: C. Bär

Edición: 2010

Publicación: Cambridge University Press

ISBN: 978-0-521-72149-3

Teoría de Superficies

Autores: S.P. Fínikov

Edición: 2015

Publicación: URSS

ISBN: 978-5-396-00681-2

Differential Geometry: Curves-Surfaces-Manifolds, 3rd. Ed.

Autores: W. Kühnel

Edición: 2015



PROYECTO DOCENTE

**Geometría Local de Curvas y Superficies**

**Geometría Local de Curvas y Superficies**

**CURSO 2020-21**

Publicación: AMS

ISBN: 978-1-4704-2320-9

Elements of Differential Geometry

Autores: R. S. Millman and G. D. Parker

Edición: 1977

Publicación: Prentice-Hall

ISBN: 0-13-264143-7

Elementary Differential Geometry (2nd. Ed.)

Autores: B. O'Neill

Edición: 2006

Publicación: Academic Press

ISBN: 978-0-12-088735-4

Introducción a La Geometría Diferencial I: Curvas

Autores: J.M. Rodríguez Sanjurjo y J.M. Ruiz

Edición: 2012

Publicación: Sanz y Torres

ISBN: 978-84-15550-23-5

Handbook and Atlas of Curves

Autores: E.V. Shikin

Edición: 1995

Publicación: CRC Press

ISBN: 0-8493-8963-1

INFORMACIÓN ADICIONAL

Lecturas recomendadas:

1. Edwin A. Abbott, Planilandia: una novela de muchas dimensiones. Palma de Mallorca: José J. de Olañeta, D.L. 2004.

2. David W. Henderson, Experiencing Geometry. Prentice Hall, 2001.



PROYECTO DOCENTE

**Geometría Local de Curvas y Superficies**

**Geometría Local de Curvas y Superficies**

**CURSO 2020-21**

---

3. Jeffrey R. Weeks, The Shape of Space. Marcel Dekker, 1985.