

**Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg**



**Lehrstuhl für Informationstechnik  
mit dem Schwerpunkt Kommunikationselektronik**



Professor Dr.-Ing. Jörn Thielecke

**Bachelorarbeit**

**Thema:**

Mehrtonsignale zur robusten Distanzschätzung

Bearbeiter: Nirnai Rao

Betreuer: Dipl.-Ing. Thorsten Nowak  
M. Eng. Thomas Lindner

Beginn: 01. Dezember 2015

Ende: 17. Mai 2016

---

## Bestätigung

---

### Erklärung:

Ich versichere, dass ich die Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Quellen angefertigt habe und, dass die Arbeit in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen hat und von dieser als Teil einer Prüfungsleistung angenommen wurde. Alle Ausführungen, die wörtlich oder sinngemäß übernommen wurden, sind als solche gekennzeichnet.

Erlangen, den 17.05.2016

---

Nirnai Rao

---

## Thema und Aufgabenstellung

---

### **Thema:**

Mehrtonsignale zur robusten Distanzschätzung

### **Aufgabenstellung:**

Im Rahmen der Arbeiten sind Mehrtonsignale zu erzeugen. Für die erzeugten Signale sind Distanzschätzer zu implementieren (z.B. Phasendifferenz und MUSIC). Zudem sind die Signale bzgl. ihrer Leistungsfähigkeit mit Hilfe der CRLB zu charakterisieren. Abschließend sollen die Schätzverfahren mit Hilfe einer ebenfalls zu entwickelnden Kanalsimulationsumgebung zu testen. Optional können die entwickelten Verfahren im realen Lokalisierungssystem validiert werden. 1. Literaturrecherche: Laufzeitschätzung, insbesondere Mehrtonsignale 2. Theoretische Grenzen: CRLB, Vergleich mit PN-Sequenzen und Zweiton. 3. Erzeugung von Mehrtonsignalen 4. Entwicklung mehrerer Laufzeitschätzer (z.B. Phasendifferenz und MUSIC) 5. Kanalsimulation zum Test der entwickelten Verfahren 6. Validierung im realen System (optional)

---

## Kurzzusammenfassung

---

*Für Navigation und Ortung müssen oftmals präzise Laufzeitmessungen durchgeführt werden. Eine Methode die Laufzeit eines Signals zu ermitteln, ist die Phasendifferenzschätzung. Dafür werden Signale mit mindestens zwei Subträgern benötigt. Es stellte sich heraus, dass ein Zweiton ideal für Phasendifferenzschätzung in einem AWGN-Kanal ist. Er ist jedoch nicht sehr robust gegenüber Mehrwegeausbreitung. In dieser Arbeit sollen Mehrtonsignale mit unterschiedlicher Anzahl und Verteilung von Subträgern zur robusten Distanzschätzung in einer Mehrwegeumgebung untersucht werden. Dazu werden zunächst Methoden zur Erzeugung solcher Signale beschrieben und deren Eigenschaften erklärt. Anschließend werden Schätzverfahren vorgestellt, welche die Parameterschätzung mittels dieser Signale besonders effizient und genau gestalten sollen. Es werden auch Methoden aus der Statistik und Schätztheorie, sowie dem Forschungsgebiet des GPS, vorgestellt, um diese Verfahren zu bewerten. In einer Simulation werden sämtliche Kombinationsmöglichkeiten aus Schätzer und Signal für einen AWGN-Kanal, einen Mehrwegekanal und der Kombination aus beiden ausgewertet. Die Ergebnisse zeigen, dass Mehrtonsignale bis zu einem gewissen Maß Mehrwegeausbreitung auflösen können. Bei besonders schlechten Verhältnissen können jedoch Fehlerwerte unter 20 m nicht erreicht werden. Da nicht alle Einflüsse eines Mehrwegekanals berücksichtigt werden konnten, wäre eine Verifizierung in einer realen Umgebung sinnvoll.*

---

## Abstract

---

*A precise method for estimating the delay of a signal is often needed in navigation and localization. Phase difference of arrival is one method to realize delay estimation. To use this method, a signal with at least two subcarriers is needed. This type of signal is even the optimum for parameter estimation in an AWGN-channel. For distance estimation in multipath propagation channels it is not that well suited though. The purpose of this thesis is to investigate the behavior of multiton signals with more than two subcarriers in multipath channels. Firstly signal generation methods will be explained, after which four estimators will be introduced, which try to use the information, given in the subcarriers, efficiently to increase the estimation accuracy. To have the necessary knowledge to evaluate these estimators an overview of statistical signal processing, estimation theory and an evaluation method from GPS is given. Multiple combinations of the signals and estimators, which were introduced, will be tested and evaluated in simulation. The results of these simulations show that with multiton signals, estimators have the ability to reduce estimation errors produced by multipath channels. In very bad conditions the estimation error didn't stay below 20 m. Because the channel model can't account for all influences of the channel a verification of the simulation results in a real environment would be useful.*

---

## Abkürzungsverzeichnis

---

AoA	angle of arrival
AWGN	Additiv White Gaussian Noise
BATS	Betriebs-Adaptive Tracking-Sensorsysteme
CRLB	Cramer-Rao lower bound
DFG	Deutsche Forschungsgemeinschaft
DFT	Diskrete Fourier-Transformation
ESPRIT	Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques
FD-Filter	Fractional-Delay-Filter
GLONASS	Global Navigation Satellite System
GPS	Global Positioning System
IIS	Fraunhofer-Institut für Integrierte Schaltungen
L&R	Luise und Reggiannini
LOS	line of sight
mse	mean square error
MUSIC	Multiple Signal Classification
mvue	minimum variance unbiased-estimator

rms	root mean square
rmse	root mean square error
SNR	signal-to-noise ratio
WDF	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

---

## Symbolverzeichnis

---

$B$	Bandbreite
$\beta$	Phasenmaß
$\beta_{rms}$	Effektive Bandbreite die von einem Signal benötigt wird. Ist signalformabhängig
$C$	Signalleistung
$c_0$	Ausbreitungsgeschwindigkeit einer elektromagnetischen Welle im Vakuum
$\Delta f$	Frequenzabstand zweier Subträgerfrequenzen
$\Delta \varphi$	Phasendifferenz zwischen Subträgerfrequenzen
$\epsilon$	absolute Dielektrizitätszahl
$f_c$	Trägerfrequenz der elektromagnetischen Trägerschwingung
$\mu$	absolute Permeabilitätszahl
$N_0$	Rauschleistung für eine gegebene Bandbreite
$\omega$	Kreisfrequenz, entspricht dem überstrichenen Phasenwinkel pro Zeitspanne
$\varphi$	Phasendrehung
$P_{Tx}$	Sendsignalleistung
$r$	Distanz die von einer elektromagnetischen Welle zurückgelegt wird
$\sigma_n$	Standardabweichung des Rauschprozesses
$\tau$	Laufzeit



---

## Inhaltsverzeichnis

---

Abkürzungsverzeichnis	i
Symbolverzeichnis	iii
1 Einleitung	1
2 Grundlagen der Ortung	3
2.1 Laufzeitschätzung . . . . .	4
2.2 Kanalmodell . . . . .	6
2.2.1 Additiv White Gaussian Noise (AWGN) - Kanal . . . . .	6
2.2.2 Mehrwegeausbreitung . . . . .	7
2.3 Schätztheorie . . . . .	11
2.3.1 Cramer Rao Lower Bound . . . . .	12
2.3.2 CRLB für Distanzschätzung im AWGN-Kanal . . . . .	14
2.3.3 Fehlerhüllkurven für Mehrwegeausbreitung . . . . .	15
2.4 Signalcharakteristik . . . . .	16
2.4.1 Hadamard-Sequenzen . . . . .	16
2.4.2 $m$ -Sequenzen . . . . .	18
3 Schätzverfahren	20
3.1 Gemittelte Phasendifferenz . . . . .	21
3.2 Schätzer nach Luise und Reggiannini . . . . .	21
3.3 Eigenwert-basierte Schätzalgorithmen . . . . .	23
3.3.1 Smoothing-Techniques . . . . .	25
3.3.2 MUSIC (MUltiple Signal Classification) . . . . .	27

3.3.3	ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) . . . . .	27
4	Signalerzeugung und Kanalsimulation . . . . .	29
4.1	Simulationsparameter . . . . .	29
4.2	Signalerzeugung . . . . .	30
4.3	Kanalsimulation . . . . .	32
4.3.1	Fractional-Delay-Filter (FD-Filter) . . . . .	32
4.3.2	Implementierung . . . . .	33
5	Auswertung . . . . .	35
5.1	Betrachtung für <i>Additiv White Gaussian Noise (AWGN)</i> -Fall . . . . .	36
5.1.1	Auswertung des gemittelten-Phasendifferenz-Schätzers . . . . .	39
5.1.2	Auswertung des L&R-Schätzers . . . . .	40
5.1.3	Auswertung von MUSIC und ESPRIT . . . . .	44
5.1.4	Auswertung für den <i>AWGN</i> -Fall . . . . .	47
5.2	Betrachtung bei Mehrwegeausbreitung . . . . .	49
5.2.1	Auswertung des gemittelten-Phasendifferenz-Schätzers . . . . .	49
5.2.2	Auswertung des <i>Luise und Reggiannini (L&amp;R)</i> -Schätzers . . . . .	53
5.2.3	Auswertung der Subraumalgorithmen . . . . .	54
5.2.4	Bewertung bei Mehrwegeausbreitung . . . . .	55
5.3	Betrachtung des gesamten Kanals . . . . .	56
6	Zusammenfassung und Ausblick . . . . .	58
	Literaturverzeichnis . . . . .	60
	Abbildungsverzeichnis . . . . .	62
	Tabellenverzeichnis . . . . .	64
A	Anhang . . . . .	65
A.1	Elektronischer Anhang (auf CD) . . . . .	65

# KAPITEL 1

---

## Einleitung

---

Navigation und Ortung spielten seit jeher eine wichtige Rolle für die Menschheit. Vor allem der Welthandel und der damit einhergehenden wirtschaftliche Erfolg einer Nation haben von den Errungenschaften dieser Disziplin profitiert. Handel ist maßgeblich von den logistischen Möglichkeiten eines Landes abhängig, welche damals Schiff- sowie heute Schiff- und Luftfahrt beinhalten. Vor allem in der Schifffahrt hatte es katastrophale Folgen, wenn ein solches Schiff sein Ziel nicht gefunden hat. Deshalb wurden schon im 17. bis 19. Jahrhundert hohe Preisgelder für navigatorische Problemstellungen verliehen, wie für die Lösung des Längengradproblems, welches sich über vier Jahrhunderte zog [13]. Mit technischen Fortschritten waren immer bessere Navigationslösungen möglich, bis hin zum *Global Positioning System (GPS)*, oder dem Russischen Pendant *Global Navigation Satellite System (GLONASS)*. Mit immer kleiner werdender Mikroelektronik und der heutigen digitalen Vernetzung, bieten sich für diesen Forschungsbereich mehr und mehr Anwendungsmöglichkeiten. Autonomes Fahren, Paketverfolgung oder Robotik sind nur einige Stichworte bezüglich neuer Herausforderungen der Navigation und Ortung. Eine Technologie der letzten Jahre tritt dabei besonders in den Vordergrund: Sensornetze verbinden energieeffiziente miniaturisierte Sensoren in einem intelligenten Netzwerk miteinander. Damit können, räumlich unabhängig, große Mengen an Daten gesammelt und analysiert werden, um z.B. eine globale Wettererfassung zu realisieren. Um die neuen Möglichkeiten dieser Technologie zu erforschen, hat die *Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG)* die Forschungsgruppe *BATS* zur Entwicklung „Betriebs-Adaptiver Tracking-Sensorsysteme“ ins Leben gerufen. Diese Systeme sollen die Überwachung einer Vielzahl sich bewogender Objekte ermöglichen. Sie können sehr energieeffizient und klein realisiert werden, wodurch sie ihre Umgebung und die zu beobachtenden Objekte kaum beeinträchtigen. Die Forschungsgruppe, bestehend aus

Lehrstühlen der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, des Leibnitz-Instituts für Evolutions- und Biodiversitätsforschung in Berlin, der Universität Innsbruck und dem *Fraunhofer-Institut für Integrierte Schaltungen (IIS)*, will mit diesem System Tierpopulationen beobachten. Dabei soll die Fledermausart "Großes Mausohr" (*Myotis myotis*) und deren soziales Gefüge genauer untersucht werden. Das Beispiel der Fledermausortung wurde aufgrund der anspruchsvollen Randbedingungen bezüglich Energie, Gewicht, aber auch der mobilen Datenerfassung und Speicherung gewählt. Eine weitere Herausforderung an die Navigationslösung stellt die, für Signalausbreitung ungeeignete Umgebung dar [1]. Das System soll in Waldgebieten eingesetzt werden, in welchen sich viele große Objekte befinden, die die elektromagnetischen Wellen bei der Ausbreitung behindern, oder diese reflektieren. Diese Effekte werden Mehrwegeausbreitung und Abschattung genannt. Deren Ursache liegt darin begründet, dass ein Funksignal nicht über die Sichtverbindung, *line of sight (LOS)*, ihr Ziel erreicht, sondern durch ein Objekt abgeschattet, oder an diesem reflektiert wird. Durch Überlagerungen der Wellen am Empfänger, kann es zu erheblichen Abweichungen zum erwarteten Signal kommen. Diese Eigenschaften des Übertragungskanals verursachen fehlerhafte Messergebnisse und führen daher zu Fehlern in der Navigation. Allerdings können mit diesem Wissen auch entsprechende Vorkehrungen getroffen werden, um diese Art von Fehler zu vermeiden. Kern dieser Arbeit ist es, die Eigenschaften eines Mehrwegekanals zu charakterisieren und Verfahren vorzustellen, die zur Vermeidung von Messfehlern angewendet werden können.

Zu Beginn werden grundlegende Methoden der Funkortung und Navigation erläutert. Anschließend werden die Eigenschaften des Übertragungskanals genauer beleuchtet, um daraufhin geeignete Signale und Schätzalgorithmen zu entwerfen, die Mehrwegefehler minimieren sollen. Es wird untersucht ob Mehrtonsignale einen stark gestörten Übertragungskanal besser auflösen können als Zweitonsignale. Dazu sollen unterschiedliche Methoden, Mehrtonsignale zu erzeugen gezeigt, und deren Eigenschaften erläutert werden. Des weiteren werden Algorithmen zur Distanzschätzung vorgestellt, welche versuchen die Information in solchen Signalen effizient zu nutzen. Insgesamt vier dieser Algorithmen werden in dieser Arbeit untersucht. Zusätzlich werden Möglichkeiten, diese zu testen und zu bewerten auch dargelegt. Abschließend folgt die Implementation und Simulation.

# KAPITEL 2

---

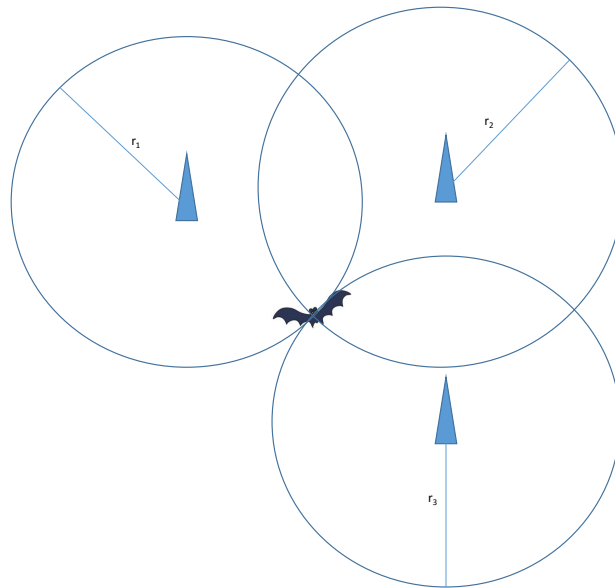
## Grundlagen der Ortung

---

Es existieren einige Methoden einen Punkt im Raum zu lokalisieren. Meistens werden jedoch die folgenden drei angewendet: Triangulation, Fingerabdruckverfahren und Trilateration. Die Triangulation basiert auf den Trigonometrischen Funktionen. Dabei wird ein Dreieck zwischen zwei Referenzstandorten und dem gesuchten Objekt gespannt. Um dieses Dreieck eindeutig zu bestimmen, benötigt man den Abstand der beiden Referenzpunkte zueinander und die beiden Winkel der Geraden vom Objekt zum jeweiligen Referenzort. Um eine Ortung mittels Triangulation durchzuführen, sind Richtungsmessungen, *angle of arrival (AoA)* an den Basisstationen notwendig.

Eine zweite Möglichkeit ist das Fingerabdruckverfahren (*Fingerprinting*). Dabei wird für eine Position ein charakteristisches Merkmal in einer Datenbank gespeichert. Wird beim Messvorgang dieses Merkmal erkannt, kann es wieder der jeweiligen Position zugeordnet werden. Wichtig bei dieser Methode ist es, einzigartige Merkmale zu finden, damit zwei Positionen nicht miteinander verwechselt werden. Die beiden bisher genannten Methoden werden ebenfalls im Rahmen des *BATS* Projektes untersucht und von anderen Arbeiten am Lehrstuhl behandelt. Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Methode der Trilateration, welche in Abbildung 2.1 veranschaulicht wird. Um die Position eines Objektes zu bestimmen, wird hierbei die Distanz zum Objekt von drei oder mehr Referenzpunkten aus geschätzt. Zieht man um die jeweiligen Referenzpunkte einen Kreis, mit der zugehörigen Distanz als Radius, findet man in deren Schnittpunkt das gesuchte Objekt.

Ob mit dieser Methode eine hohe Genauigkeit erzielt wird, hängt davon ab, wie fehlerbehaftet die Distanzmessungen sind. Die Distanz lässt sich aus zwei unterschiedlichen Messungen gewinnen. Zum einen kann man die Signalleistung, zum anderen die Laufzeit



**Abbildung 2.1:** Trilateration

auswerten. Mit Kenntnissen der Ausbreitungsdämpfung und der Sendesignalleistung ist es möglich, auf eine Distanz, die die Welle zurückgelegt haben muss, zu schließen.

Mithilfe der Laufzeit  $\tau$  und Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c_0$ <sup>1</sup> einer elektromagnetischen Welle, ist es ebenfalls möglich die Distanz zu berechnen.

$$r = c_0 \cdot \tau \quad (2.1)$$

Die Schwierigkeit besteht darin, die Laufzeit, über einen stark gestörten Kanal, möglichst genau zu ermitteln.

## 2.1 Laufzeitschätzung

Möglichkeiten zur Ermittlung der Laufzeit beruhen auf den Ausbreitungsgesetzen elektromagnetischer Wellen. Diese lassen sich aus den Maxwell-Gleichungen, welche die Eigenschaften elektromagnetischer Felder und deren Ausbreitung beschreiben, ableiten. Die Bestimmung

<sup>1</sup> Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer elektromagnetischen Welle, entspricht im Vakuum der Lichtgeschwindigkeit, ist sonst aber materialabhängig.

der Laufzeit einer Welle, lässt sich jedoch auch Systemtheoretisch ausdrücken. Die räumliche Ausbreitung der Welle wird dabei als zeitliche Verzögerung eines Signals betrachtet. Dabei korrespondiert eine Verzögerung im Zeitbereich mit einer Phasenmodulation im Frequenzbereich. Der Verschiebungssatz der Fouriertransformation zeigt diesen Zusammenhang:

$$x(t - \tau) \longleftrightarrow X(f)e^{-j2\pi f_c \tau} \quad (2.2)$$

Wenn die Trägerfrequenz  $f_c$  und die Phasendrehung  $\varphi = 2\pi f_c \tau$  bekannt sind, kann die Verzögerung  $\tau$  bestimmt werden. Da die Phasendrehung aber periodisch mit der Periode  $2\pi$  ist, kann keine eindeutige Aussage über die Laufzeit getroffen werden. Um das an einem Zahlenbeispiel zu verdeutlichen, soll von einem Signal mit der Frequenz 1 GHz ausgegangen werden. Dieses Signal hat eine Periodendauer von 1 ps. Nach (2.1) entspricht das einer Strecke von 30 cm. Nach diesen 30 cm wiederholt sich die Phase. Damit kann die zurückgelegte Strecke nur auf den ersten 30 cm eindeutig bestimmt werden, da man danach nicht genau sagen kann, in welcher Periode man sich befindet. Damit ist der Eindeutigkeitsbereich der Phaseninformation der Welle auf einen Bereich von 30 cm beschränkt. Je höher die Frequenz, desto kleiner ist der Eindeutigkeitsbereich. Dieser Bereich kann jedoch vergrößert werden, indem Phasendifferenzen verwendet werden. Dazu werden Signale mit mehreren Frequenzanteilen, sogenannte Subträger, erzeugt. Die Geschwindigkeit, mit der sich die Phase dreht, wird mit dem Phasenmaß  $\beta = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$  angegeben, wobei  $\omega$  der Kreisfrequenz und  $\epsilon$  und  $\mu$  den Materialeigenschaften entsprechen. Aus diesem Zusammenhang ist erkennbar: je höher die Frequenz, desto schneller dreht sich die Phase. Die hieraus resultierende Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  zwischen den, bei unterschiedlichen Frequenzen liegenden Subträgern, wird zur Laufzeitbestimmung verwendet. Je länger die Welle wandert, desto größer wird die Differenz, aufgrund der unterschiedlichen Drehgeschwindigkeiten. Allerdings ist auch der Eindeutigkeitsbereich dieser Methode begrenzt, da die Phasendifferenz selbst periodisch ist. Die Länge der Periodendauer ist vom Abstand der Subträger zueinander abhängig. Bei einem großen Abstand erfolgt die Verdrehung zueinander schneller und führt damit zu einer kürzeren Periodendauer. Somit verhält sich der Eindeutigkeitsbereich  $\tau_{max}$  umgekehrt proportional zum Frequenzabstand  $\Delta f$ .

$$\tau_{max} = \frac{1}{\Delta f} \quad (2.3)$$

Wenn man das zuvor genannte Beispiel wieder heranzieht, und von einer Mittenfrequenz bei 1 GHz und einer Bandbreite von 2 MHz ausgeht, ist der größtmögliche Subträgerabstand  $\Delta f$  gleich der Bandbreite. Als kleinstmöglichen Eindeutigkeitsbereich ergeben sich 150 m. Für die Laufzeitbestimmung muss die gemessene Phasendifferenz in Bezug zum jeweiligen Subträgerabstand gestellt werden, da der Abstand maßgeblich für die Stärke der Verdrehung verantwortlich ist. Aus diesem Zusammenhängen, und aus den Gleichungen (2.1) und (2.2), folgt für die Distanzschätzung mittels Phasendifferenzen folgende Beziehung [10]:

$$r = \frac{c_0}{2\pi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial f} \quad (2.4)$$

Die Ableitung der Phase nach der Frequenz entspricht einer Gruppenlaufzeit. Diese beschreibt wie lange eine Wellengruppe (mehrere Subträger) gewandert ist.

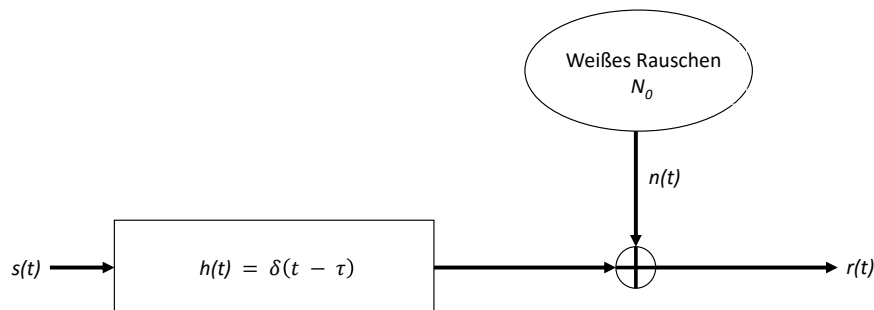
## 2.2 Kanalmodell

Wenn die Phasen exakt gemessen werden können, ermöglicht dies eine sehr genaue Bestimmung der Laufzeit im Eindeutigkeitsbereich. Beim Detektieren von Signalen passieren jedoch häufig Fehler. Diese entstehen aufgrund von Störeinflüssen der Umgebung. Damit der Einfluss dieser Fehlerquellen verringert werden kann, muss der Übertragungskanal genauer untersucht werden. Wenn das Übertragungsverhalten des Kanals bekannt ist, können anschließend Signale und Schätzverfahren entworfen werden, um Störeinflüsse zu minimieren. Um Einflüsse der Umgebung zu simulieren, wird ein mathematisches Modell benötigt, welches diese beschreibt. Dabei werden die unterschiedlichen Störungen getrennt betrachtet und am Ende zusammengeführt. Die Laufzeit der Welle wird als Verzögerungsglied modelliert, welches die Phasendrehung realisieren soll.

### 2.2.1 Additiv White Gaussian Noise (AWGN) - Kanal

Zunächst kann von einem *AWGN*-Kanal, wie in Abbildung 2.2 ausgegangen werden. Ein solches Rauschmodell, stellt den „*worst case*“ dar, da das gesamte Band konstant verrauscht ist. Dieser Kanal addiert auf das verzögerte Sendesignal  $s(t - \tau)$  eine Musterfunktion  $n(t)$  aus einem Gaußschen Rauschprozess  $N$  mit einem konstanten Leistungsdichtespektrum  $\Phi(f) = \frac{N_0}{2}$ , sodass das Empfangssignal  $r(t)$  resultiert. Eine Musterfunktion entspricht einer konkreten Realisierung eines Zufallsprozesses.



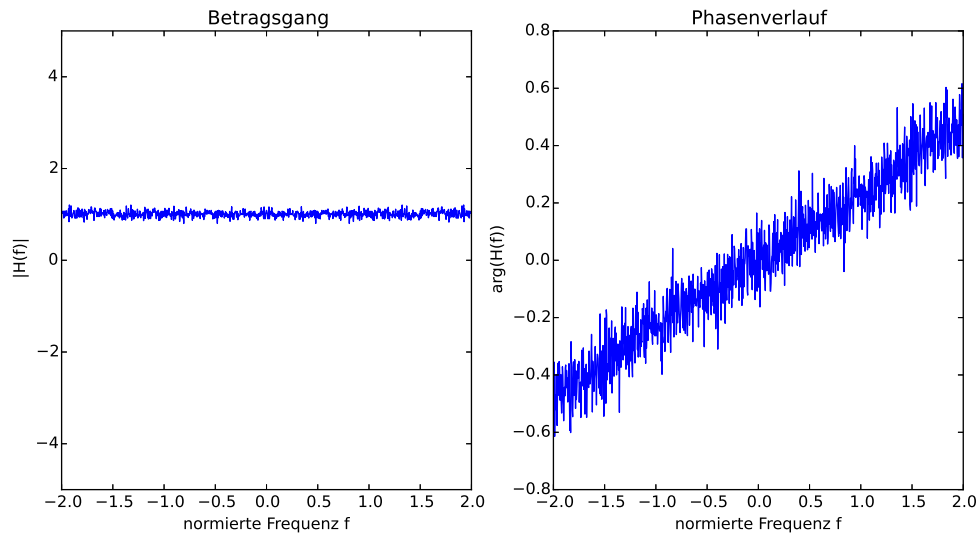


**Abbildung 2.2:** Blockschaltbild zu einem AWGN-Kanal

Wie im vorherigen Kapitel bereits angesprochen, führt das Verzögerungsglied zu einer frequenzabhängigen Phasendrehung. Für eine feste Laufzeit ergibt sich, aufgrund des linearen Zusammenhangs zwischen Phasendrehung und Laufzeit aus (2.2), eine Rampe mit der Steigung  $2\pi\tau$ . Vernachlässigt man die Dämpfung, ist der Betragsgang der Übertragungsfunktion  $H(f)$  konstant gleich eins. Die Aufgabe, der in dieser Arbeit vorgestellten Schätzverfahren, ist es, die Steigung der Phasenrampe zu ermitteln. Deshalb ist von großem Interesse, welchen Einfluss der *AWGN*-Kanal auf den Phasengang des Verzögerungsgliedes hat. In Abbildung 2.3, wurde ein solcher Kanal simuliert. Auf der rechten Seite ist der Phasengang und auf der Linken der Betragsgang eines solchen Kanals zu sehen. Durch additives Rauschen ist der Phasengang ebenfalls verrauscht, wobei es vom Signal-Rausch-Verhältnis (*signal-to-noise ratio (SNR)*) abhängt, wie groß die Schwankungen sind. Bei einer Schätzung der Phasendifferenz mit zwei Trägern, werden zwei Werte aus diesem Verlauf entnommen und versucht daraus die Steigung zu ermitteln.

### 2.2.2 Mehrwegeausbreitung

Ein weiterer Störeinfluss ist die Mehrwegeausbreitung. Das Signal erreicht nicht nur über die Sichtverbindung (*LOS*) das Ziel, sondern wird an Objekten in der Umgebung reflektiert und



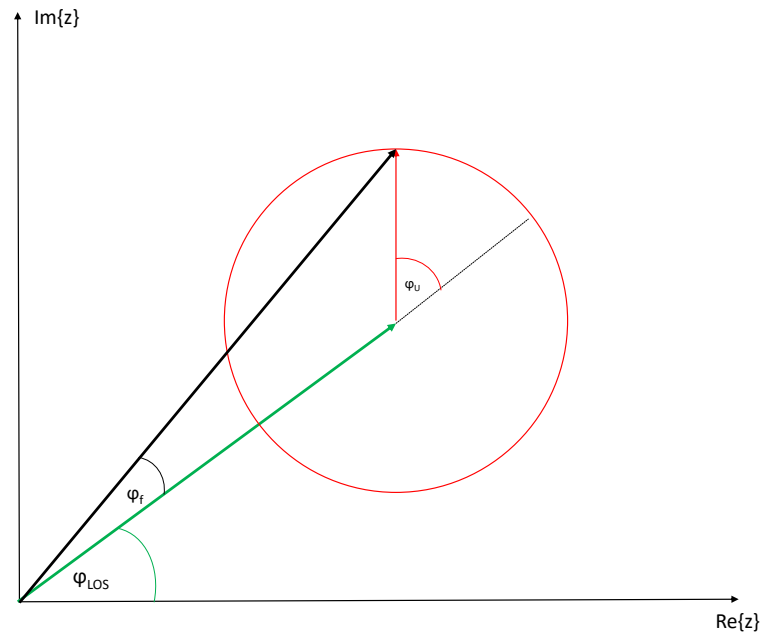
**Abbildung 2.3:** Übertragungsverhalten eines *AWGN*-Kanals

gestreut. Diese gestreuten Signalanteile überlagern sich am Empfänger mit dem *LOS*-Signal additiv. Das *LOS*-Signal ist dann nicht mehr klar von den Umwegpfaden trennbar. Ein solcher Kanal kann durch mehrere parallele Verzögerungsglieder modelliert werden. Diese werden mit einem Dämpfungsfaktor  $\alpha_i$  gewichtet und aufgrund der Beschaffenheit der Reflektoroberfläche zusätzlichen in der Phase gedreht, was durch einen komplexen Zeiger  $e^{j\Phi_i}$  modelliert werden kann. Je nach Anzahl  $L$  und Gewichtung  $\alpha_i$  der Umwegpfade, ist die Phase mehr oder weniger stark verfälscht. Für die Impulsantwort des Kanals ergibt sich daher folgender Ausdruck:

$$h(t) = \sum_{i=0}^L \alpha_i \delta(t - \tau_i) e^{j\Phi_i} \quad \longleftrightarrow \quad H(f) = \sum_{i=0}^L \alpha_i e^{-j2\pi f \tau_i + \Phi_i} \quad (2.5)$$

Um die Komplexität des Kanalmodells nicht zu groß werden zu lassen, sollen in dieser Arbeit zunächst nur Betrachtungen mit einem Umwegpfad gemacht werden. In Abbildung 2.4 ist veranschaulicht, wie sich die Phase zweier additiv überlagerter komplexer Zeiger verhält. Der in rot dargestellte, mit  $\alpha$  skalierte Vektor des Umwegpfades dreht mindestens bis  $\varphi_{LOS}$ , da die Sichtverbindung der kürzest mögliche Pfad ist.

Abhängig von der Länge des Umwegpfades, dreht er sich um  $\varphi_u$  weiter. Der in der Abbildung 2.4 schwarze, resultierende Vektor, hat nun eine, um  $\varphi_f$  von  $\varphi_{LOS}$  abweichende Phase. Wenn sämtliche Umwege betrachtet werden, dreht sich der Umwegvektor auf einem



**Abbildung 2.4:** Zwei additiv überlagerte komplexe Zeiger

Kreis um die Spitze des LOS-Vektors.  $\varphi_f$  schwingt dabei sinusartig um  $\varphi_{\text{LOS}}$ , wobei die Amplitude dieser Schwingung von dem Skalierungsfaktor  $\alpha$  abhängt. Ein Sonderfall entsteht bei  $\alpha = 1$ . Hier entspricht die Amplitude des Umwegpfades der des LOS-Pfades und sorgt bei einem  $\varphi_u$  von  $180^\circ$  für einen Phasensprung. In diesem Fall verhält sich  $\varphi_f$  wie ein Sägezahn um  $\varphi_{\text{LOS}}$  [14].

In Abbildung 2.5 wurde beispielhaft ein solcher Phasenverlauf eines Zweipfadkanals simuliert. Auf der linken Seite ist die sinusförmige Schwingung um die eigentliche Phasenrampe und auf der Rechten der Sägezahn zu erkennen. In Abbildung 2.4 ist zu sehen, dass die Amplitude des Signals nicht unberührt vom zweiten Pfad bleibt. Teilweise trägt der Umweg konstruktiv, teilweise auch destruktiv zur Amplitude bei. Dabei kann es sogar zur völligen Auslöschung des Zeigers kommen. Dies führt bei einer Multiplikation mit dem Signal zu einer Auslöschung des Subträgers. Ein solcher Kanal wird deshalb auch frequenzselektiver Fadingkanal genannt, da, je nach Umweglänge, unterschiedliche Frequenzen stark gedämpft werden. In Abbildung 2.6 wird der Betragsgang zum obigen Phasenverlauf aufgezeigt, anhand dessen der frequenzselektive Schwund an zwei Stellen im Band erkennbar wird. In diesem Beispiel wäre die Bestimmung der Phasendifferenz nicht mehr möglich, wenn genau diese Stellen mit Subträgern belegt worden wären. All diese Eigenschaften lassen darauf

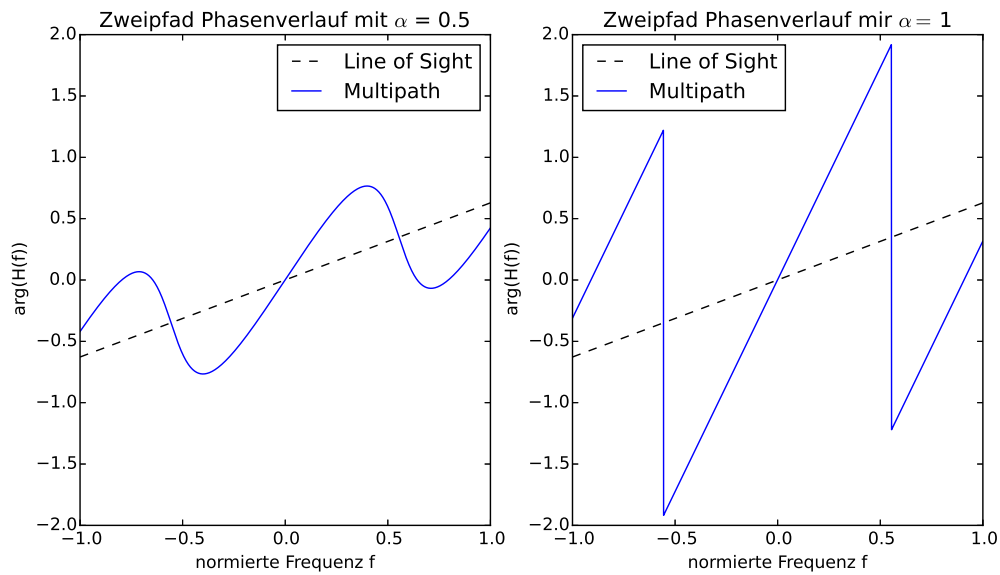


Abbildung 2.5: Phasenverlauf eines Zweipfadkanals

schließen, dass eine geringe Anzahl von Subträgern für die Phasendifferenzbestimmung sehr anfällig für den Mehrwegekanal sind. Diese Erkenntnis gibt einen Hinweis darauf, wie Signale entworfen werden müssen, damit sie möglichst robust gegenüber den Einflüssen des Kanals sind: Je mehr Subträger das Signal hat, desto besser lässt sich der Kanal auflösen.

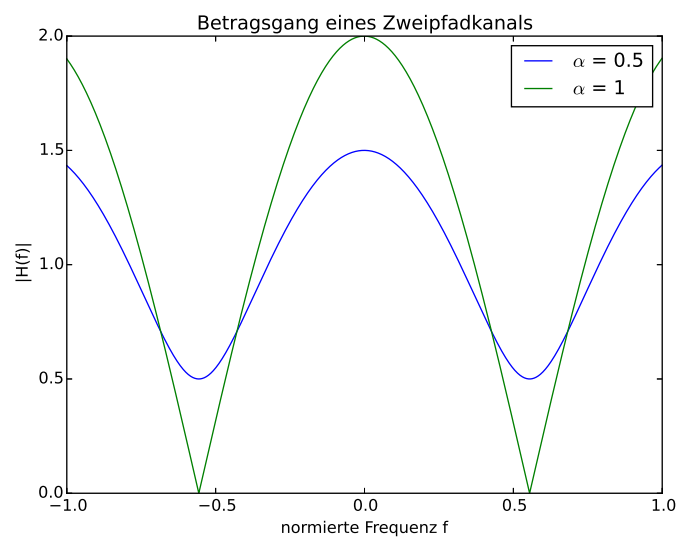


Abbildung 2.6: Betragsgang eines Zweipfadkanals

## 2.3 Schätztheorie

Aus dem Kanalmodell wird ersichtlich, dass Signale mit einem weißen Spektrum weniger anfällig gegenüber den Einflüssen des Mehrwegekanals wären, da die Fehleinflüsse frequenzselektiv sind. Die Eigenschaften, die ein Signal benötigt, um Schätzfehler unter Einfluss eines *AWGN*-Kanals zu minimieren, sind jedoch noch nicht offensichtlich. Die Schätztheorie beschäftigt sich damit, wie die Parameterschätzung bei gestörten Größen verbessert werden kann. Im Folgenden sollen einige Erkenntnisse der Schätztheorie genauer erläutert werden, um verständlich zu machen, wie ein Schätzer und das Signal aufgebaut sein müssen damit möglichst wenig Fehler verursacht werden.

Die Aufgabe besteht darin, aus einer Reihe von Beobachtungswerten  $x$  einen unbekannten Parameter  $\theta$  zu schätzen. Um einen Schätzer zu entwerfen, muss zunächst ein mathematisches Modell, zum Beschreiben der Beobachtungswerte gefunden werden. Da diese Werte zufällig sind, werden sie durch ihre *Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF)*  $p(x; \theta)$  beschrieben. Diese wird, durch die zu schätzende Größe  $\theta$ , parametrisiert. Die Funktion  $p(x; \theta)$  ist zunächst unbekannt und muss aus den Gegebenheiten, z.B. dem Kanalmodell, bestimmt werden. Bei einem *AWGN*-Kanal handelt es sich um eine Gaußverteilung mit Varianz  $\sigma^2$  und Mittelwert  $\theta$ .

$$p(x; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\theta)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.6)$$

Sobald eine solche *WDF* spezifiziert wurde, besteht die Aufgabe darin einen optimalen Schätzer, und somit eine Abbildung der Beobachtungswerte auf den jeweiligen Parameterwert, wie in (2.7) zu finden, welcher einen möglichst geringen Fehler macht.

$$\hat{\theta} = g(x[0], x[1], x[2], \dots, x[N-1]) \quad (2.7)$$

Bei jedem zu schätzenden Parameter gibt es zwei Varianten. Der eigentliche Parameterwert  $\theta$ , welcher unbekannt ist und der Schätzwert  $\hat{\theta}$ . Da die Werte  $x$  aus einer Zufallsvariablen  $X$  entstanden sind, müssen die Schätzwerte  $\hat{\theta}$  auch zufällig sein. Aus diesem Grund können diese nur mit statistischen Mitteln, wie Erwartungswert  $E[\ ]$  und Varianz  $Var(\ )$ , evaluiert werden. Schätzer können in drei Klassen eingeteilt werden:

1. erwartungstreue Schätzer (unbiased estimator):  $E[\hat{\theta}(X)] = \theta$
2. Schätzer mit bekannter Ablage B (biased estimator):  $E[\hat{\theta}(X)] = \theta + bias$

### 3. Schätzer mit unbekannter Ablage $B(\theta)$ : $E[\hat{\theta}(X)] = \theta + \text{bias}(\theta)$

Um einen Schätzer zu optimieren, wäre der erste Gedanke den mittleren quadratischen Schätzfehler zu minimieren. Der *mean square error* (*mse*) ist definiert durch

$$\text{mse}(\hat{\theta}) = E[(\hat{\theta} - \theta)^2] = \text{var}(\hat{\theta}) + \text{bias}^2(\theta) \quad (2.8)$$

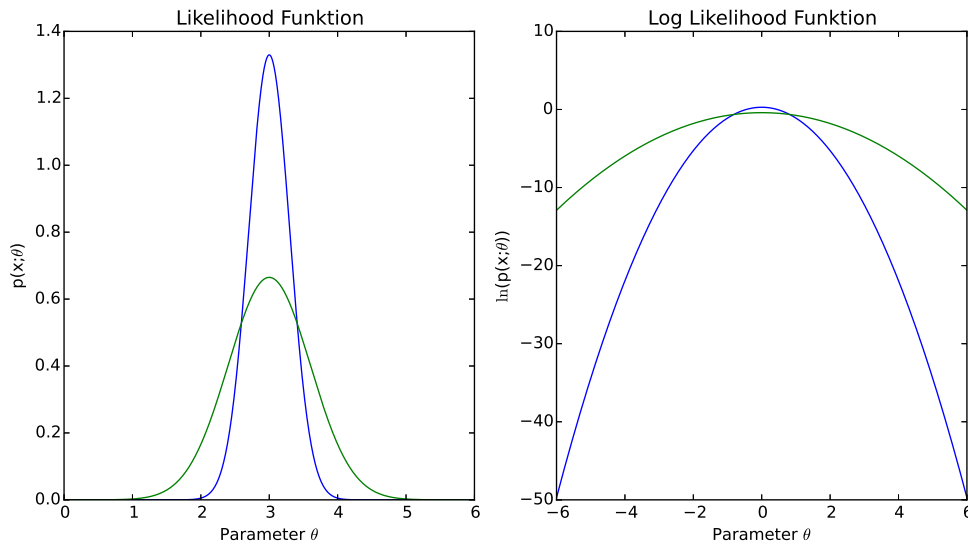
Nach [4, S.19] besteht dieser aus der Varianz des Schätzwertes und der Ablage zum Quadrat. Damit man diesen Ausdruck minimieren kann, muss die Ablage bekannt sein. Diese ist allerdings vom zu schätzenden Parameter  $\theta$  selbst abhängig. Deshalb ist es nur möglich einen *minimum-mse-estimator* zu finden, wenn die Ablage bekannt ist. Dies ist meistens jedoch nicht der Fall. Wenn der Schätzer keine Ablage hat, ist es möglich die Varianz zu minimieren. Ein solcher Schätzer nennt sich dann *minimum variance unbiased-estimator* (*mvue*). Dieser Schätzer existiert nicht immer. Falls ein solcher Schätzer existiert, gibt es jedoch auch keine Methodik ihn sicher zu finden[4, S.20f.].

#### 2.3.1 Cramer Rao Lower Bound

Möglich ist es aber, eine untere Schranke für die Varianz des Fehlers zu berechnen. Eine solche Schranke ermöglicht es Schätzer mit ihr zu vergleichen. Wenn die Fehlervarianz des Schätzers auf der Schranke liegt, wurde der *mvue* gefunden. Diese Schranke nennt sich *Cramer-Rao lower bound* (*CRLB*) (deutsch: Cramer-Rao-Schranke). Im folgenden Kapitel wird ihre Berechnung genauer erläutert.

Ausgangspunkt ist die *WDF*. Wenn diese Funktion vom Parameter  $\theta$  abhängig ist und eine Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung für den Beobachtungsvektor  $x$  liefert, wird sie als Likelihood-Funktion bezeichnet. Ein Maximum-Likelihood-Schätzer wird versuchen über alle Parameter  $\theta$  diese Funktion zu maximieren, um somit einen Schätzwert  $\hat{\theta}$  zu finden. Wenn diese Funktion besonders steil verläuft, wie in Abbildung 2.7 auf der linken Seite angedeutet, und ein eindeutiges Maximum hat, ist dessen Angabe mit geringerer Abweichung möglich.

Die blau Kurve ist eine Normalverteilung mit sehr kleiner Varianz  $\sigma^2$ . Da die Varianz der grünen Kurve größer ist, ist die Funktion flacher. Die Werte um das Maximum der grünen Kurve, bilden auf einen größeren Parameterbereich ab. Daher erzeugt ein verfehlen des Maximums einen größeren Parameterfehler. Wenn die Kurve steil verläuft, wie bei der Blauen, wird auf einen wesentlich kleineren Parameterbereich abgebildet. Somit hält sich der Schätzfehler, beim verfehlen des Maximums in grenzen. Das bedeutet somit auch, dass



**Abbildung 2.7:** Maximum-Likelihood- und Log-Likelihood Funktion für unterschiedliche  $\sigma$

die Steilheit der Likelihood-Funktion ein Maß dafür ist, wie genau man den gesuchten Parameter schätzen kann. Diese Steilheit kann über die Krümmung der Log-Likelihood-Funktion quantifiziert werden [4, S.29]. Die Krümmung nimmt mit steigender Steilheit zu und berechnet sich nach (2.9).

$$-E \left[ \frac{\partial^2 \ln p(x; \theta)}{\partial \theta^2} \right] \quad (2.9)$$

Aus dieser Beziehung wird ersichtlich, dass die Varianz proportional zur Inversen der Krümmung der Log-Likelihood-Funktion ist. Sie gibt die bestmögliche Genauigkeit einer Schätzung an und bildet deshalb eine untere Schranke.

$$\text{Var}(\hat{\theta}(X)) \geq \frac{1}{-E \left[ \frac{\partial^2 \ln(p(x; \theta))}{\partial \theta^2} \right]} \quad (2.10)$$

Damit diese Schranke gilt, muss die WDF  $p(x; \theta)$  die Regularitätsbedingungen nach (2.11) und (2.12) erfüllen.

$$E \left[ \frac{\partial \ln p(x; \theta)}{\partial \theta} \right] = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \int \hat{\theta}(x) p(x; \theta) dx = \int \hat{\theta}(x) \frac{\partial p(x; \theta)}{\partial \theta} dx \quad (2.12)$$

### 2.3.2 CRLB für Distanzschätzung im AWGN-Kanal

In [4, S.33] ist diese Schranke für verschiedene Schätzprobleme ausgewertet worden. Unter Anderem auch für die Phasenschätzung in einem *AWGN*-Kanal. Für dieses Kanalmodell wurde hergeleitet, dass kein Schätzer ohne Ablage gefunden werden kann, welcher die Schranke für alle möglichen Phasenwerte erreicht. Deshalb gilt es einen Schätzer zu suchen, der möglichst nah an die Schranke herankommt. In [10] wurde die *CRLB* für Distanzschätzung in einem *AWGN*-Kanal angegeben (2.13), welche in der späteren Auswertung Verwendung finden soll.

$$\sigma_{range}^2 \geq \frac{c_0^2}{(2\pi)^2 \cdot T_s \cdot B \cdot \frac{E}{N_0} \cdot \beta_{rms}^2} \quad (2.13)$$

$T_s$  entspricht der Zeitdauer des Signals,  $B$  der Bandbreite,  $\frac{E}{N_0}$  dem Signal-zu-Rausch-Verhältnis und  $\beta_{rms}^2$  der effektiven Bandbreite (rms-Bandbreite). Letzteres beschreibt die Verteilung der Signalenergie auf einem gegebenen Band und ist definiert durch (2.14). Die Signalenergie  $E$  lässt sich nach Parseval aus dem Spektrum  $S(f)$  des Signals berechnen [5, S.30].

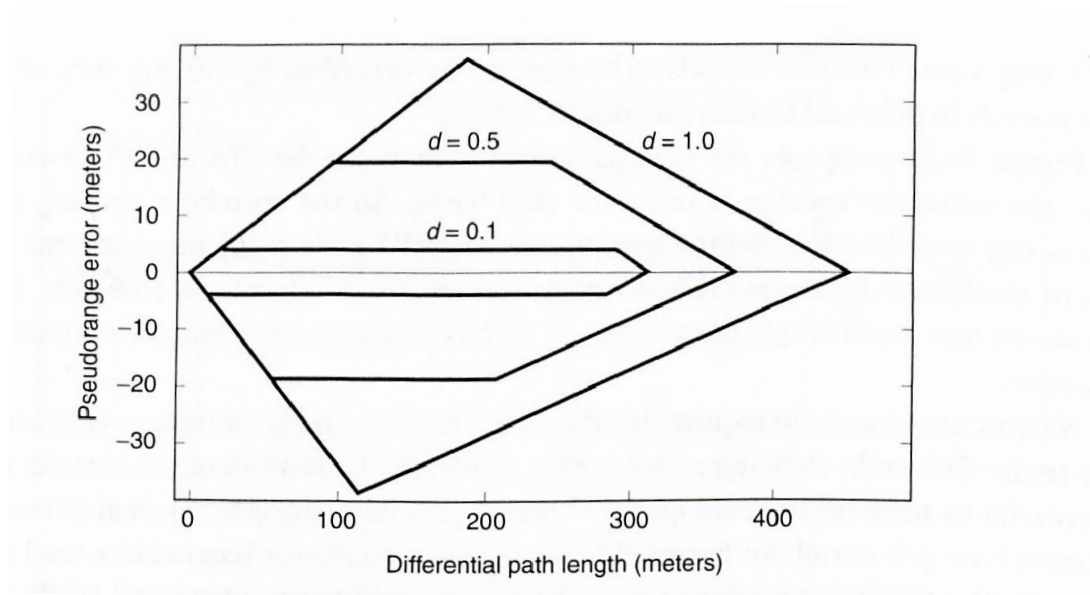
$$\beta_{rms}^2 = \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} f^2 \cdot |S(f)|^2 df \quad (2.14)$$

Da meist die Parameter Bandbreite, Zeitdauer und Signal-Rausch-Verhältnis vorgegeben sind, bietet es sich an, die Schranke über die effektive Bandbreite zu verbessern. Mit einer steigenden effektiven Bandbreite, wird die *CRLB* kleiner. Da  $\beta_{rms}^2$  mit der quadratischen Frequenz skaliert wird, erreicht sie ihr Maximum, wenn die gesamte Signalenergie an die Bandkanten verteilt wird. Somit wurde eine Signaleigenschaft gefunden, welche die Schätzvarianz der Parameter eines Signales, unter Einfluss eines *AWGN*-Kanals minimiert.



### 2.3.3 Fehlerhüllkurven für Mehrwegeausbreitung

Den Ansatz eine untere Schranke für die Varianz zu finden, könnte auch bei Mehrwegekanälen verfolgt werden.



**Abbildung 2.8:** Mehrwege-Fehlerhüllkurve wie sie in GPS verwendet wird [9]

Um die  $CRLB$  für einen Mehrwegekanal zu berechnen, muss allerdings dessen statistisches Modell vorhanden sein. Für den Betragsgang der Übertragungsfunktion eines solchen Kanals gibt es Verteilungen, wie beispielsweise die Rayleigh-Verteilung. Diese ist allerdings nur für die Messung der Signalleistung relevant. Ist man jedoch an einer Messung der Phase interessiert, existiert bisweilen kein gutes Modell. In [7] wurde die  $CRLB$  für einen Zweipfadkanal berechnet. Bei der Arbeit geht es um Richtungsmessung, welche der Phasenmessung sehr ähnlich ist. Das Ergebnis zeigt allerdings, dass für starke Korrelation zwischen den beiden Pfaden, die  $CRLB$  divergiert. Dies gilt sogar für hohe Dämpfungsfaktoren  $\alpha$  des zweiten Pfades. Deshalb ist es nicht sinnvoll, dieses Maß für einen solchen Kanal zu verwenden. Die Schätzverfahren sollen mit einer Methode aus dem Forschungsbereich des *GPS* evaluiert werden. Bei *GPS* wird die Signallaufzeit über Korrelation gemessen. Wenn der Umwegpfad kürzer als die Zeitdauer eines Samples ist, kann der Korrelator diesen nicht mehr auflösen. Diese Effekte werden mittels Fehlerhüllkurven, wie sie beispielhaft in Abbildung 2.8 zu sehen sind, untersucht. Eine Mehrwege-Fehlerhüllkurve trägt den Laufzeitfehler über die Differenz aus Umwegpfad und LOS auf. Dabei lassen sich die Einflüsse der Länge des Umwegpfades,

aber auch der Einfluss der Phasendrehung durch Reflektoren, gut veranschaulichen. Zur Auswertung der Robustheit gegenüber Mehrwegeausbreitung sollen auch in dieser Arbeit Fehlerhüllkurven verwendet werden.

## 2.4 Signalcharakteristik

Aus dem Kanalmodell und der Schätztheorie können einige Erkenntnisse darüber erlangt werden, wie ein Signal auszusehen hat, damit es trotz der Einflüsse des Kanals, robust gegenüber Mehrwegeausbreitung und schätzfehler-minimierend gegenüber dem AWGN-Kanal ist. In diesem Kapitel sollen diese Eigenschaften zusammengetragen und Möglichkeiten zur Erzeugung solcher Signale vorgestellt werden.

Da aus (2.13) die Beziehung  $\sigma_{range}^2 \sim 1/\beta_{rms}^2$  entnommen werden kann, ist es nötig die effektive Bandbreite zu maximieren. Ein Signal mit der Signalenergie an den Bandkanten würde diese Bedingung erfüllen. Allerdings ist aus dem Kanalmodell für Mehrwegeausbreitung ersichtlich geworden, dass ein Zweiton nicht besonders robust gegenüber destruktiver Interferenz ist. Dies offenbart ein Optimierungsproblem, bei welchem möglichst viel Energie an den Bandkanten, aber auch gleichzeitig auf dem Band verteilt werden muss, um gegenüber beiden Kanalmodellen robust zu sein. Deshalb sollen Mehrtonsignale mit unterschiedlichen Subträgerverteilungen untersucht werden, um herauszufinden wie diese auf den Kanal reagieren. Ausgehend von einem Zweiton, werden immer mehr Träger dem Band hinzugefügt.

Zusätzlich muss der Energiebedarf beachtet werden. Signalerzeugung energiesparsam umzusetzen ist deshalb äußerst wichtig. Im Folgenden werden zwei Möglichkeiten gezeigt, wie solche Mehrtonsignale sparsam generiert werden können.

### 2.4.1 Hadamard-Sequenzen

Hadamard-Sequenzen bieten die Möglichkeit das Band mit unterschiedlich vielen Trägern auszufüllen, je nachdem, welche Sequenz man auswählt. Die Sequenzen resultieren aus den Zeilen einer Hadamard-Matrix. Eine Hadamard-Matrix zeichnet sich dadurch aus, dass Zeilen- und Spaltenvektoren jeweils zueinander orthogonal sind und die Einträge nur die Werte 1 und -1 annehmen können. Das Bildungsgesetz einer solchen Matrix ist ein rekursiver Algorithmus mit dem Anfangswert  $H_{1 \times 1} = 1$ . Um daraus eine  $2^v \times 2^v$  Matrix zu erzeugen gilt folgende Regel:

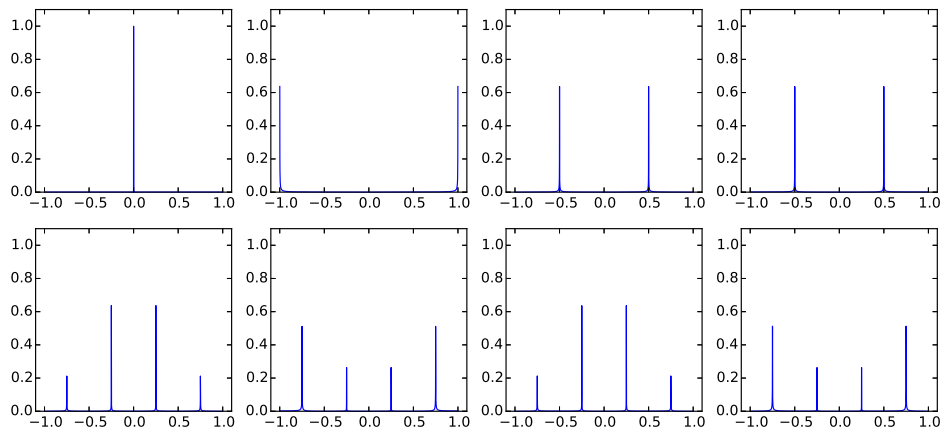
$$H_{2^{\nu} \times 2^{\nu}} = \begin{pmatrix} H_{2^{\nu}} & H_{2^{\nu}} \\ H_{2^{\nu}} & -H_{2^{\nu}} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Nicht alle Zeilen einer solchen Matrix spreizen das Spektrum. Die erste Zeile einer jeden Hadamard-Matrix besteht nur aus Einsen und hat daher nur einen Gleichanteil. Eine  $H_{4 \times 4}$ -Matrix erzeugt vier Sequenzen. Die erste Sequenz schwingt nicht, die Zweite ist ein Einton und die Dritte und Vierte sind zwei Varianten desselben Zweitons. Für die Signalerzeugung von Mehrtonsignalen werden erst Matrizen für  $\nu \geq 3$  verwendet. In (2.15) ist eine  $H_{8 \times 8}$  beispielhaft ausgerechnet worden.

$$H_{8 \times 8} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Diese Matrix liefert acht Sequenzen. In Abbildung 2.9 wurde die *Diskrete Fourier-Transformation (DFT)* von Signalen, bestehend aus Wiederholungen dieser Sequenzen berechnet. Die x-Achse der Abbildungen stellt eine normierte Frequenz dar, die y-Achse den normierten Betrag der *DFT*. Die erste Sequenz hat ihre gesamte Energie bei der Frequenz Null. Die zweite Sequenz ist eine cosinusartige Schwingung, welche die gesamte Bandbreite ausnutzt. Des Weiteren sind die Sequenzen 3 und 4 Schwingungen, die nur die halbe Bandbreite ausnutzen. Die Sequenzen 5 und 7 bzw. 6 und 8 sind identisch. Wenn man die Sequenzen genauer betrachtet, sind sie verschobene Varianten voneinander. Eine  $H_{8 \times 8}$ -Matrix liefert für unsere Zwecke somit drei Zweitöne und vier Viertöne. Um für spätere Auswertungen mehr Subträger einzufügen, werden  $H_{16 \times 16}$ - und  $H_{32 \times 32}$ -Matrizen verwendet.

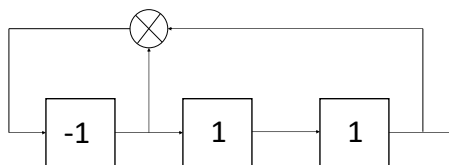
Hadamard-Sequenzen können nur Spektren erzeugen, die eine gerade Anzahl an Subträgern haben und symmetrisch sind.



**Abbildung 2.9:** DFT aller Hadamard-Sequenzen einer 8x8 Matrix

### 2.4.2 $m$ -Sequenzen

Eine weitere Methode zur spektralen Spreizung bieten *maximal length linear shift* Register. Sie erzeugen die nach ihnen benannten  $m$ -Sequenzen. Eine solche Sequenz wird aus einem Schieberegister mit  $n$  Speicherzellen generiert. Die Anzahl der möglichen Zustände beträgt  $2^n$ . Der Zustand, bestehend aus ausschließlich Einsen, würde sich immer wieder selbst erzeugen. Ohne diesen Zustand nimmt ein Schieberegister mit  $n$  Speicherzellen  $2^n - 1$  Zustände ein, bevor sich die Sequenz wiederholt. Bei einem Register der Länge  $n = 3$  erhält man eine Sequenz der Länge  $2^3 - 1 = 7$ . In Abbildung 2.10 ist ein solches Schieberegister mit dem Anfangszustand  $\langle -1, 1, 1 \rangle$  abgebildet.



**Abbildung 2.10:** Schieberegister mit Anfangszustand  $\langle -1, 1, 1 \rangle$

Die Speicherzelle, nach der zurück gekoppelt wird, ist frei wählbar. Des Weiteren kann an mehreren Stellen zurück gekoppelt werden. Mit der Konfiguration des Registers in Abbildung

2.10 würde demnach die Sequenz  $\langle 1, 1, -1, 1, -1, -1, -1 \rangle$  entstehen. Jede  $m$ -Sequenz hat ein nahezu weißes Spektrum. Wird diese Sequenz periodisch wiederholt, entsteht ein Linienspektrum. Im Bereich der  $DFT$  werden zwischen den diskreten Subträgern Nullen eingefügt. Damit entspricht die Anzahl der Subträger einer  $m$ -Sequenz, ihrer Länge.

# KAPITEL 3

---

## Schätzverfahren

---

Nachdem Signale erzeugt wurden, die das in Abschnitt 2.4 erwähnte Optimierungsproblem zu lösen versuchen, müssen Algorithmen entworfen werden, die die Eigenschaften des Signals optimal ausnutzen. In dieser Arbeit werden zwei unterschiedliche Herangehensweisen, um das Schätzproblem zu lösen, untersucht. Für jede dieser Herangehensweisen werden jeweils zwei Schätzer vorgestellt und evaluiert.

Alle vorgestellten Schätzverfahren kommen aus dem Bereich der Frequenzschätzung, welches ein ähnliches Problem zu dem hier behandelten darstellt. Die Korrespondenz aus (2.2) gilt, mit einem Skalierungsfaktor, auch in die umgekehrte Richtung. Demnach kann man durch Phasenmessungen im Zeitbereich den Frequenzversatz im Spektrum berechnen. Diese Korrespondenz soll umgekehrt und für unsere Zwecke modifiziert werden.

Die Idee des ersten Ansatzes beruht auf einem verrauschten Empfangssignal, das aus dem Kanalmodell entstanden ist. Dadurch, dass dieses Signal aus mehreren Subträgern besteht, versuchen diese Schätzer über Mittelung das Rauschen der Phase zu verringern. Anschließend kann eine Schätzung für die Steigung der Phasenrampe des LOS-Pfades abgegeben werden. In [8, S.93] wurden diese Schätzer bereits für einen *AWGN*-Kanal untersucht und bewertet. Diese Ergebnisse sollen in der Auswertung mit der Leistungsfähigkeit der Schätzer, unter Annahme eines Mehrwegekanals, verglichen werden.

Der zweite Ansatz geht von mehreren Empfangssignalen aus. Diese Schätzverfahren unterscheiden die Ausbreitungspfade des Mehrwegekanals und versuchen den kürzesten und somit direkten Pfad zu finden.

Im Folgenden wird die Arbeitsweise der Algorithmen theoretisch erläutert.

### 3.1 Gemittelte Phasendifferenz

Das Schätzverfahren der gemittelten Phasendifferenz ist das einfachst denkbare Verfahren, wenn es darum geht, aus mehreren Phasendifferenzen einen optimalen Schätzwert zu gewinnen. Es werden alle Phasendifferenzen aufsummiert und anschließend durch ihre Anzahl geteilt. Nachdem ein Signal mit mehreren Subträgern empfangen wurde, kann man mittels einer diskreten Fourier-Transformation das Spektrum berechnen. An den Stellen im Spektrum, an denen sich die  $k$ -Subträger befinden, findet man komplexe Zeiger der Form:

$$z[k] = e^{j2\pi\tau f_{\text{subcarrier}}[k]} + n[k] \quad (3.1)$$

Diese Zeiger nennt man Frequenzbins, welche mit  $n[k]$  verrauscht sind.  $n[k]$  ist eine komplexe Zahl mit Phase  $\phi[k]$  und einem beliebigen Betrag. Um die Phasendifferenz zweier benachbarter Frequenzbins zu berechnen, wird einer komplex konjugiert und anschließend mit dem anderen multipliziert. Die erste Operation negiert die Phase des benachbarten Bins. Die Multiplikation entspricht im Argument der Exponentialfunktion einer Differenz. Anschließend wird das Argument des resultierenden Zeigers ausgewertet.

$$\arg\{z[k] \cdot z^*[k-1]\} = 2\pi\tau\Delta f + \phi[k] - \phi[k-1] \quad (3.2)$$

Man kann erkennen, dass die Phase dieses Ausdrucks eine rauschbehaftete Schätzung von  $2\pi\tau\Delta f$  ist [8, S.87]. Wenn das Empfangssignal  $N$  Subträger hat, kann der Algorithmus über  $N - 1$  Phasendifferenzen mitteln. Der gemittelte Phasendifferenz-Schätzer für eine Laufzeit  $\tau$  sieht dann wie folgt aus:

$$\hat{\tau} = \frac{1}{2\pi\Delta f(N-1)} \sum_{k=2}^N \arg(z[k] \cdot z^*[k-1]) \quad (3.3)$$

Der Eindeigkeitsbereich dieses Verfahrens ist, gleich der einfachen Phasendifferenzschätzung  $1/\Delta f$ . Wie eng die Subträger beieinander liegen hängt davon ab, wie viele Subträger im Band verteilt werden. Je mehr Subträger, desto größer wird der Eindeigkeitsbereich.

### 3.2 Schätzer nach Luise und Reggiannini

Ein weiterer Schätzer, welcher auf Mittelung basiert, ist der  $L\&R$ -Schätzer, wie in [8, S.89] beschrieben. Zunächst sollen einige Ideen von Fitz erläutert werden, da dieser den

Vorgänger des  $L\&R$ -Schätzers entworfen hat. Fitz schlägt vor das alle komplexen Produkte  $z[k+1] \cdot z^*[k]$  zunächst aufsummiert werden sollen.

$$R[\kappa] = \frac{1}{N-\kappa} \sum_{k=\kappa}^{N-1} z[k] \cdot z^*[k-\kappa] \quad (3.4)$$

Die Summe entspricht einer Autokorrelation von  $z[k]$  und lässt sich nach folgender Gleichung vereinfachen:

$$R[\kappa] = e^{j2\pi\tau\kappa\Delta f} + n'[\kappa] \quad (3.5)$$

Diese Annahme gilt nur, da alle Vektoren in der Summe von (3.4), ungefähr in die selbe Richtung zeigen. Wenn man die Vektoren addiert und wieder durch ihre Anzahl dividiert, erhält man einen skalierten Vektor, der mit einem kleineren Rauschwert  $n'[\kappa]$  in die Richtung mit der zu schätzenden Phase zeigt. Dieses Vorgehen liefert einen Zeiger  $R[\kappa]$ , dessen Rauschen schon etwas gemittelt wurde. Luise und Reggiannini schlagen vor noch einmal über  $\kappa$ , wie in (3.6) zu mitteln, um das Rauschen zu glätten. Es soll nicht nur der Subträgerabstand  $\kappa = 1$ , sondern auch größere Abstände verwendet werden.

$$\frac{1}{N} \sum_{\kappa=1}^N R[\kappa] = \frac{1}{N} \sum_{\kappa=1}^N e^{j2\pi\tau\kappa\Delta f} + \frac{1}{N} \sum_{\kappa=1}^N n'[\kappa] \quad (3.6)$$

Wenn das Rauschen mittelwertfrei ist kann der zweite Summand vernachlässigt werden. Die Summe über die komplexen Exponentialfunktionen kann dann wie folgt approximiert werden.

$$\sum_{\kappa=1}^N e^{j2\pi\tau\kappa\Delta f} = \frac{\sin(\pi N\tau\Delta f)}{\sin(\pi\tau\Delta f)} \cdot e^{j\pi\tau(N+1)\Delta f} \quad (3.7)$$

Diese Vereinfachung gilt nur für gleichstark gewichtete Exponentialfunktionen und kann nicht bei unterschiedlich gewichteten angewendet werden. Diese Bedingung wird in der Auswertung nochmals aufgegriffen, da es erheblichen Einfluss auf die Ergebnisse hat. Der Quotient der beiden Sinus-Funktionen ist ein Skalierungsfaktor. Wenn man auf beiden Seiten das Argument bildet, kann schließlich nach  $\tau$  aufgelöst werden und man erhält den Schätzer nach Luise und Reggiannini:



$$\hat{\tau} = \frac{1}{\pi \Delta f (N+1)} \arg \left\{ \sum_{\kappa=1}^N R[\kappa] \right\} \quad (3.8)$$

Dieser Schätzer hat nach [8, S.90], einen Eindeutigkeitsbereich von  $\tau < \frac{1}{N\Delta f}$ , was dem Eindeutigkeitsbereich des größten Subträgerabstandes entspricht. Dieser Bereich wird mit zunehmendem  $N$  immer kleiner. Durch die unterschiedlichen Subträgerabstände erhöht man allerdings die Genauigkeit. Es gilt ein optimales  $N$  zu finden, damit der Eindeutigkeitsbereich, trotz Erhöhung der Genauigkeit groß genug bleibt.

### 3.3 Eigenwert-basierte Schätzalgorithmen

Der Ansatz der vorherigen Schätzverfahren war es, über Mittlung Rauschprozesse und damit einhergehende Fehler zu verringern. Eigenwert-basierte Schätzverfahren verfolgen einen anderen Ansatz. Es wird im Signalraum gearbeitet und auf Basis einer Eigenwertzerlegung der Kanalschätzung wird dieser in zwei Unterräume zerlegt. Dabei muss der Kanal mit mehreren Frequenzen abgetastet und anschließend aus folgenden Beziehung geschätzt werden:

$$R(f) = H(f) \cdot S(f) + N(f) \quad (3.9)$$

$R(f)$  und  $S(f)$  sind Fouriertransformierte des empfangenen und gesendeten Signals. Für  $H(f)$  wird das in (2.5) genannte Kanalmodell verwendet. Aus Empfangs und Sendesignal ergibt sich die Kanalschätzung  $Y(f)$ :

$$Y(f) = \frac{R(f)}{S(f)} \quad (3.10)$$

Das Signalmodell kann dann in Matrixform folgendermaßen beschrieben werden. [6]

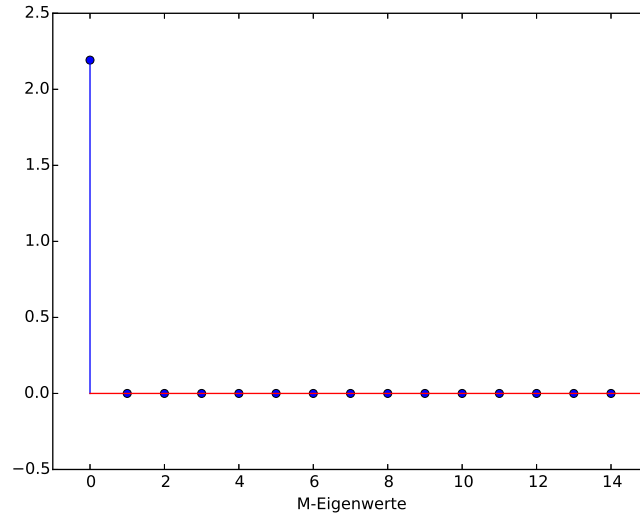
$$\mathbf{y} = \mathbf{h} + \mathbf{n} = \mathbf{V}(\tau)\mathbf{a} + \mathbf{n} \quad (3.11)$$

$\mathbf{h}$  entspricht der, mit  $\frac{1}{T_s}$  abgetasteten, aus  $M$  Samples bestehenden, Übertragungsfunktion.  $M$  entspricht der Anzahl der Subträger.  $\mathbf{h}$  wird mit AWGN überlagert und entspricht der aus (3.10) hergeleiteten Schätzung der Übertragungsfunktion. Diese kann in einen Vektor  $\mathbf{a} = [\alpha_0, \dots, \alpha_{L-1}]^T$  und eine Matrix  $\mathbf{V}$  mit Spaltenvektoren der Form  $\mathbf{v}(\tau) = [1, e^{-j\omega}, \dots, e^{-j(M-1)\omega}]^T$ , mit  $\omega = -\frac{2\pi\tau f_s}{M}$ , faktorisiert werden. Sind die komple-

nen Schwingungen und der Störprozess statistisch unabhängig, kann mithilfe der Korrelationsmatrix des Messsignalprozesses  $\mathbf{Y}_{yy}$  eine Trennung von Signal- und Störraum vollzogen werden.

$$\mathbf{Y}_{yy} = \mathbf{V}\mathbf{A}_{aa}\mathbf{V}^H + \sigma_0^2\mathbf{I} \quad (3.12)$$

Bei dieser Zerlegung erhält man  $L$  dominante Eigenwerte, welche größer sind als die Eigenwerte des Störprozesses. Wenn die Signalanteile der unterschiedlichen Pfade unkorreliert sind, entspricht  $\mathbf{A}_{aa} = \text{diag}(\sigma_1^2, \dots, \sigma_L^2)$ . Die Annahme, die Signale seien unkorreliert, trifft jedoch bei Mehrwegeausbreitung nicht zu. Das führt dazu, dass die Algorithmen die unterschiedlichen Pfade nicht auflösen können.

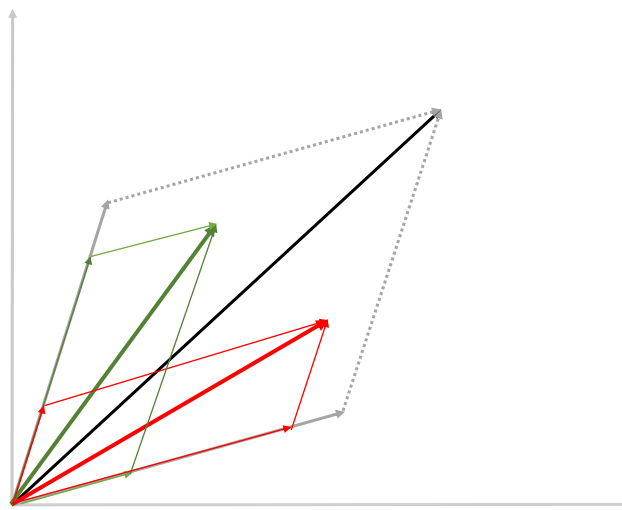


**Abbildung 3.1:** Eigenwerte eines mit  $M = 16$  Subträgern abgetasteten Zweipfadkanals

In Abbildung 3.1 sind die Eigenwerte eines Zweipfadkanals, welcher mit 16 Subträgern abgetastet wurde, dargestellt. Man erkennt, dass nur ein dominanter Eigenwert vorhanden ist und die restlichen Eigenwerte nahe der Null liegen, da  $\sigma_n$  verhältnismäßig klein ist. Deshalb erfordert es einige Vorverarbeitungsmaßnahmen, um die Pfade unterscheiden zu können. Diese Techniken sind sogenannte *Smoothing-Techniques* und werden im Folgenden genauer erläutert.

### 3.3.1 Smoothing-Techniques

Mithilfe der Eigenwertzerlegung der Kanalschätzung, werden Signal- und Rauschraum getrennt. Das bedeutet, dass zwei Ebenen aufgespannt werden, die orthogonal aufeinander stehen. In der einen Ebene befinden sich alle Eigenvektoren, die zu den dominanten Eigenwerten gehören, in der Anderen die Restlichen. Die dominanten Eigenwerte werden dem Nutzsignal zugeordnet. Wenn die Signalanteile jedoch stark korreliert sind, gibt es nur einen dominanten Eigenwert und somit nur einen Eigenvektor. In Abbildung 3.2 ist dieser Vektor schwarz gekennzeichnet. Dieser setzt sich aus den Vektoren des Mehrwegekanals zusammen, welche hellgrau dargestellt sind. Ein Vektor reicht jedoch nicht aus um die Ebene des Signalraums zu definieren. Die *Smoothing*-Techniken versuchen diesen Summenvektor in zwei Anteile zu zerlegen. Es gibt zwei Methoden *Smoothing* zu implementieren. Beide versuchen im wesentlichen diesen Summenvektor zu skalieren. Dies ist eine lineare Operation und erzeugt damit zwei Vektoren, in grün und rot, welche Linearkombinationen aus den Anteilen des ursprünglichen Vektors sind.

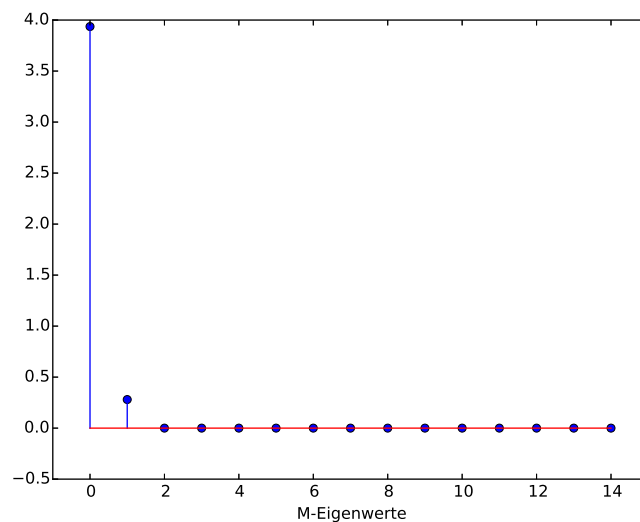


**Abbildung 3.2:** Ergebnis des Smoothings in der Ebene des Signalraums

Wie man in der Abbildung erkennen kann, ändert das Smoothing nichts an der Phase der Vektoren der zwei Pfade.

Eine Methode, Smoothing zu implementieren, ist es, die Phasenrampe zu transponieren und zu spiegeln, sodass eine weitere identische Phasenrampe entsteht. Diese beiden Rampen haben, durch die vorher genannten Operationen, unterschiedliche Vorfaktoren. Dies führt zur gewünschten Skalierung.

Eine weitere Möglichkeit ist es, die Phasenrampe in zwei Abschnitte zu unterteilen. Da der erste Wert von  $\mathbf{v}(\tau) = [1, e^{-j\omega}, \dots, e^{-j(M-1)\omega}]^T$ , 1 ist und der zweite eine Exponentialfunktion, kann der zweite Abschnitt der Phasenrampe als  $e^{-j\omega}$  multipliziert mit dem ersten darstellen werden. Damit wurde wieder durch unterschiedliche Vorfaktoren eine Skalierung bewerkstelligt. In [12] wird gezeigt, dass, um  $L$  Signale auflösen zu können,  $M > L$  Phasenabschnitte benötigt werden. In Abbildung 3.3 wurde letzteres Smoothing-Verfahren beispielhaft angewendet. Es wird ersichtlich, dass im Vergleich zu Abbildung 3.1 nun zwei Eigenwerte deutlich über dem Rauschniveau liegen. Bei Betrachtung der Anzahl der Eigenwerte, kann festgestellt werden, dass sie nicht der Anzahl  $M$  entspricht. Dieses Smoothingverfahren opfert eine Dimension des Rauschraums, um die zusätzliche Dimension im Signalraum auflösen zu können.



**Abbildung 3.3:** Eigenwerte eines mit  $M = 16$  Subträgern abgetasteten Zweipfadkanal

Nachdem die Korrelationsmatrix durch Smoothing Algorithmen modifiziert wurde, können die Subraumalgorithmen angewendet werden, um die Signale zu identifizieren. Diese werden ausführlich in [3] erklärt.

### 3.3.2 MUSIC (MULTiple Signal Classification)

Der MUSIC (MULTiple Signal Classification) Algorithmus zerlegt die Korrelationsmatrix der Kanalschätzung in ihre Eigenwerte. Da  $\mathbf{V}\mathbf{A}_{aa}\mathbf{V}^H$  eine hermitesche Matrix ist, kann sie mittels Eigenwerten und Eigenvektoren diagonalisiert werden.

$$\mathbf{V}\mathbf{A}_{aa}\mathbf{V}^H = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{U}^{-1} \quad (3.13)$$

$\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_L, 0, \dots, 0)$  ist die Diagonalmatrix der Eigenwerte und  $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_L, \mathbf{u}_{L+1}, \dots, \mathbf{u}_M] = [\mathbf{U}_s | \mathbf{U}_n]$  die Matrix der Eigenvektoren, aufgeteilt in Signal- und Rauschteil. Die  $L$  Eigenvektoren des Signalraums sind zu den Restlichen orthogonal. Somit sind die  $M - L$  letzten Vektoren eine Basis für den Rauschraum. Daher muss für die gesuchten Vektoren  $\mathbf{v}(\tau)$  gelten:

$$\mathbf{U}_n^H \cdot \mathbf{v}(\tau) = 0 \quad (3.14)$$

Um die zu den Signalen zugehörigen  $\tau$  zu finden, wird das MUSIC-Spektrum (3.15) gebildet und dessen Maxima gesucht.

$$S(\tau) = \frac{1}{\|\mathbf{U}_n^H \cdot \mathbf{v}(\tau)\|^2} \quad (3.15)$$

Das Suchen der Maxima in einem solchen MUSIC-Spektrum, ist mit hohem Rechenaufwand verbunden. Deshalb wird bei der Implementierung das Root-Music-Verfahren angewendet. Bei diesem Verfahren werden mithilfe der Vektoren  $\mathbf{v}(z)$ , direkt Nullstellen von  $\|\mathbf{U}_n \cdot \mathbf{v}(z)\|^2$  in der  $z$ -Ebene berechnet. In dieser Ebene ist das System, welches das Empfangssignal erzeugt hat, mit Pol- und Nullstellen um den Einheitskreis beschrieben.

### 3.3.3 ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)

ESPRIT ist ein weiteres Verfahren, das eine Eigenwertzerlegung der Kanalschätzung vornimmt. Es ist, wie der Root-MUSIC Algorithmus, wesentlich rechenärmer als das konven-

tionelle MUSIC Verfahren. Das Verfahren teilt die, mit  $M$ -Samples abgetastete, Übertragungsfunktion  $\mathbf{h}$  in zwei Frequenzbereiche auf. Dadurch ergeben sich zwei neue Matrizen  $\mathbf{V}_1 = [\mathbf{0}]\mathbf{V}$  und  $\mathbf{V}_2 = [\mathbf{0}|\mathbf{I}]\mathbf{V}$ , die für jeden Umwegpfad  $L$  um dessen Laufzeit zueinander verdreht sind. Dieser Zusammenhang kann mit einer weiteren Matrix wie folgt ausgedrückt werden:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{\Omega}\mathbf{V}_2 \quad \text{mit} \quad \mathbf{\Omega} = \text{diag}(e^{j\omega_1}, \dots, e^{j\omega_L}) \quad (3.16)$$

Die Eigenwerte  $\nu_l$  der Matrix  $\mathbf{\Omega}$  führen zu den gesuchten Verzögerungen  $\tau_l$ . Da die gesuchten Vektoren  $v(\tau)$  im Signalraum liegen, existiert eine invertierbare Transformationsmatrix, die den Zusammenhang (3.17) herstellt.

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{V}\mathbf{T} \quad (3.17)$$

Mit diesem Zusammenhang kann die Gleichung (3.16) überführt werden in:

$$[\mathbf{0}|\mathbf{1}]\mathbf{U}_s = \mathbf{V}_2\mathbf{T} = \mathbf{V}_1\mathbf{\Omega}\mathbf{T} = \mathbf{V}_1\mathbf{T} \mathbf{T}^{-1}\mathbf{\Omega}\mathbf{T} = [\mathbf{0}|\mathbf{1}]\mathbf{U}_s\mathbf{\Psi} \quad (3.18)$$

Weil  $\mathbf{\Psi}$  und  $\mathbf{\Omega}$  ähnliche Matrizen sind, haben sie die selben Eigenwerte. Nun kann aus der Korrelationsmatrix die Matrix  $\mathbf{\Psi}$  und daraus die Laufzeiten aller Pfade bestimmt werden. Die Gleichung (3.18) stellt dabei ein *total-least-squares-Problem* dar. Das bedeutet, dass eine Matrix  $\mathbf{\Psi}$  gefunden werden muss, die den kleinsten quadratischen Fehler beim erfüllen dieser Gleichung macht. Die Lösung eines solchen Gleichungssystems kann mittels Singulärwertzerlegung und *least-squares*-Ansatz gefunden werden. Der ESPRIT-Algorithmus entspricht demnach einer Phasendifferenzschätzung mit Mehrwege-Auflösungsvermögen, da die Matrix  $\mathbf{\Psi}$  die Phasenverdrehung zweier Frequenzabschnitte repräsentiert.

# KAPITEL 4

---

## Signalerzeugung und Kanalsimulation

---

In diesem Kapitel sollen die in der Simulation verwendeten Signal-Parameter und -Erzeugung erläutert werden. Anschließend wird die Implementierung des Kanals kurz umrissen.

### 4.1 Simulationsparameter

In Abschnitt 2.4 wurde bereits erklärt, wie Mehrtonsignale erzeugt werden können. In diesem Abschnitt werden deren Parameter für die Simulation festgelegt.

- Signaldauer  $T \approx 0.5 \text{ ms}$
- Trägerfrequenz  $f_c = 868 \text{ MHz}$
- Bandbreite  $B \equiv \text{Chiprate } f_{chip} = 2 \text{ MHz}$
- Abtastfrequenz  $f_{sampling} = 4 \text{ MHz}$

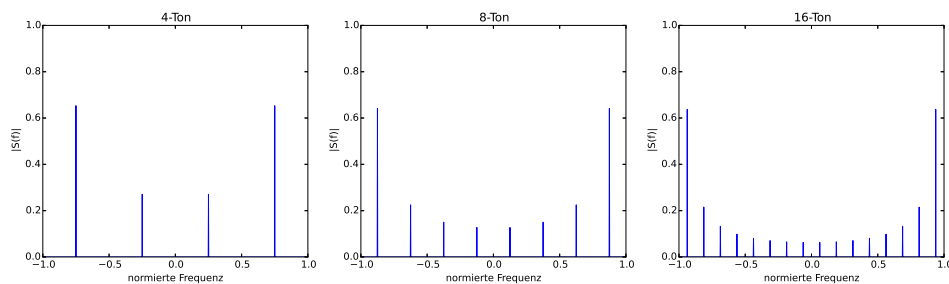
Die Signaldauer hängt bei der Simulation von der Bandbreite  $B$  und der Anzahl der Symbole im Signal ab. Es wurde  $2 \text{ MHz}$  als Bandbreite gewählt, da dies die Standard-Bandbreite im  $868 \text{ MHz}$ -Band ist. Ein Chip entspricht einem Symbol in der Sequenz. Wenn die Chiprate  $f_{chip} = 2 \text{ MHz}$  sein soll, dann beträgt die Symboldauer eines Chips  $0.5 \mu\text{s}$ . Die Wellenlänge der Trägerfrequenz ist  $\lambda = \frac{c_0}{f} = 35 \text{ cm}$ . Damit passen  $428,6$  Schwingungen in einen Chip. Um eine geeignete Abtastfrequenz zu finden, muss zunächst das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem erfüllt sein.

$$f_{sampling} \geq 2 \cdot B \quad (4.1)$$

Da die Bandbreite 2 MHz beträgt, muss  $f_c$  mindestens 4 MHz sein. Die Auswirkungen der Bandvergrößerung werden im folgenden Kapitel genauer erläutert.

## 4.2 Signalerzeugung

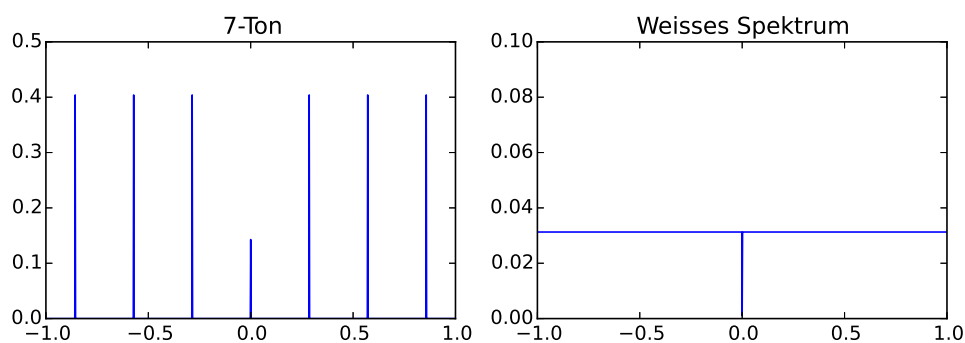
Für die Auswertung wurden fünf Subträgerverteilungen im gegebenen Band ausgewählt. Aus den Hadamard-Sequenzen wurde ein 4-Ton, 8-Ton und 16-Ton verwendet. Die Spektren dieser vier Sequenzen sehen wie folgt aus:



**Abbildung 4.1:** Normiertes Betragsspektrum der verwendeten Hadamard-Sequenzen

Es wurde darauf geachtet, dass die Subträger an den Bandkanten stärker gewichtet sind um die *CRLB* der Signale so klein wie möglich zu halten. Betrachtet man den 16-Ton, sieht er dem 8-Ton sehr ähnlich. Die äußeren beiden Subträger haben jedoch die gleiche Gewichtung wie der 8-Ton. Je mehr man in die Bandmitte geht, desto weniger stark sind die Subträger gewichtet.

Aus den  $m$ -Sequenzen wurde eine Sequenz der Länge 7 und eine der Länge 1023 gewählt. Dementsprechend viele Subträger haben sie. Die x-Achse entspricht wieder der normierten

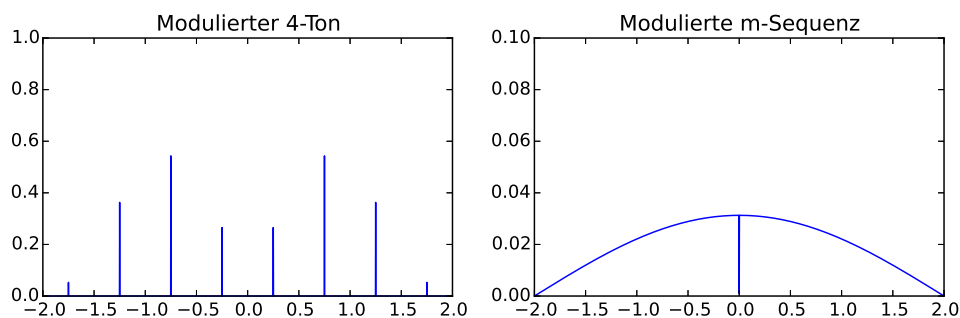


**Abbildung 4.2:** Normiertes Betragsspektrum der verwendeten  $m$ -Sequenzen



Frequenz und die y-Achse einem normierten Betragsspektrum. Auffällig ist, dass Beträge der Subträger bei  $m$ -Sequenzen wesentlich niedriger sind. Da nach dem Theorem von Parseval, die Summe über dem quadratischen Betragsspektrum, die Energie des Signals ergibt, zeigen die Spektren der  $m$ -Sequenzen, dass die Energie stärker verteilt ist.

Damit aus diesen Sequenzen Signale entstehen, muss eine Impulsformung stattfinden. Als Modulationsimpuls wurde ein Rechteck verwendet. Da ein ideales Rechteck ein unendlich langes Spektrum besitzt, kann dieses als Modulationsimpuls nicht realisiert werden. Anstatt dessen, wird eine Näherung vorgenommen. Ein Rechteck, welches beispielsweise mit zwei diskreten Werten abgetastet wird, ist bandbegrenzt. Die Fouriertransformation eines Rechtecks ist eine Sinc-Funktion. Deshalb folgt aus der Modulation mit einem Rechteckimpuls, eine Multiplikation des Spektrums mit einer Sinc-Funktion. Je höher dieses Rechteck abgetastet wird, desto breiter ist die Sinc-Funktion im Frequenzbereich. Da unsere Chiprate  $f_{chip} = 2\text{ MHz}$  beträgt, muss die Rate, mit der das Rechteck abgetastet wird,  $4\text{ MHz}$  betragen, was auch der Breite der Sinc-Funktion entspricht. Aus einer diskreten Folge, wird ein periodisches Spektrum erzeugt. Diese Periodizität ist in den Abbildungen 4.1 und 4.2 nicht zu erkennen, da die Abbildungen auf eine Periode bandbegrenzt sind. Das Spektrum des Rechtecks ist jedoch doppelt so breit wie in den vorherigen Abbildungen, deshalb werden die periodisch fortgesetzten Spektren mit dem Außenbereich der Hauptkeule der Sinc-Funktion gewichtet. Dieses Phänomen ist in Abbildung 4.3 verdeutlicht.



**Abbildung 4.3:** Spektrum eines 4-Ton und einer  $m$ -Sequenz mit weißem Spektrum, moduliert mit einem Rechteck im Zeitbereich

Am Spektrum der modulierten  $m$ -Sequenz ist die Hauptkeule der Sinc-Funktion äußerst gut zu erkennen. Dieses Spektrum ist nun nicht mehr weiß. Am Spektrum des 4-Tons kann auch, außerhalb des  $2\text{ MHz}$  Bandes, die gewichteten periodischen Wiederholungen beobachtet werden. Es befinden sich nun mehr Träger im Band, als gewollt. Deshalb muss nochmals bandbegrenzt werden. Auch nach der Bandbegrenzung ist ein kleiner Einfluss

der Sinc-Funktion geblieben. Es muss beachtet werden, dass dieser Einfluss die effektive Bandbreite  $\beta_{rms}$  der Signale nach der Impulsformung verschlechtert hat, da die Subträger an den Bandkanten gestaucht werden.

## 4.3 Kanalsimulation

In Abschnitt 2.2 wurden bereits die verwendeten Kanalmodelle vorgestellt. Jedes der verwendeten Modelle besteht aus einem Verzögerungsglied um die Laufzeit darzustellen. Die softwareseitige Realisierung einer Verzögerung der diskreten Folge ist allerdings von den Abtastwerten, *Samples*, abhängig. Um die Folge zu verzögern, muss sie um  $n$ -Abtastwerte verschoben werden. Die kleinstmögliche Verzögerung die dabei bewerkstelligt werden kann, ist die um ein *Sample*. Haben wir Beispielsweise eine Abtastrate von  $f_{sampling} = 2 \text{ MHz}$ , dann sind zwei benachbarte Abtastwerte  $\frac{1}{f_{sampling}} = 0,5 \text{ ns}$  bzw.  $150 \text{ m}$  voneinander entfernt. Dies ist allerdings zum Testen der Algorithmen nicht zielführend, da Mehrwegestörungen schon bei geringeren Distanzen auftreten. Deshalb muss eine Möglichkeit gefunden werden, einen Umwegpfad zu simulieren, der kürzer als  $150 \text{ m}$  ist. Um eine Verzögerung im Subsamplebereich zu realisieren, bietet es sich an, ein *Fractional-Delay-Filter* zu verwenden.

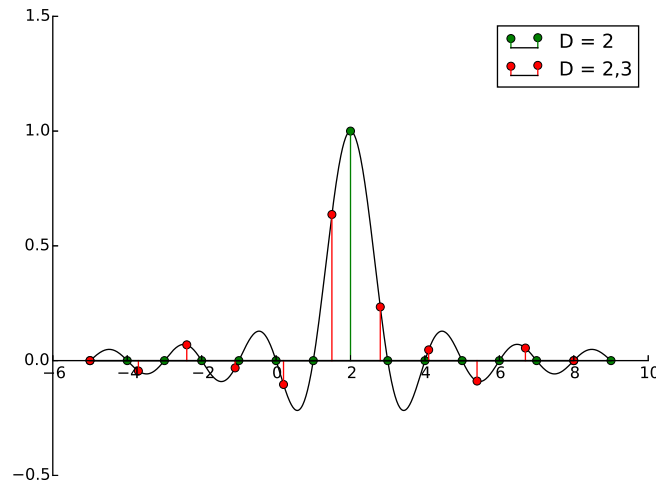
### 4.3.1 Fractional-Delay-Filter (FD-Filter)

Um einen solchen Filter zu entwerfen, muss die Übertragungsfunktion einer Verzögerung in den Zeitbereich zurück transformiert werden. In Formel 2.2 sehen wir, dass die Übertragungsfunktion  $H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega D}$  ist, wobei  $D$  den Verzögerungswert in Samples darstellt[11].  $D$  kann in einen ganz- und gebrochenzahligen Anteil zerlegt werden. Die inverse Fouriertransformation dieser Übertragungsfunktion ergibt die, in (4.2) zu sehende diskrete Impulsantwort.

$$h[n] = \frac{\sin(\pi(n - D))}{\pi(n - D)} = \text{sinc}[n - D] \quad (4.2)$$

Die Impulsantwort muss mit dem Sendesignal gefaltet werden. Wenn  $D$  ganzzahlig ist, geht die Funktion  $\text{sinc}(n - D)$  in einen Dirac-Impuls bei  $D$  über. Die Faltung ist folglich wie gewünscht eine Verschiebung um  $D$ . Wenn  $D$  nicht ganzzahlig ist, wird die Sinc-Funktion um den ganzzahligen Anteil verschoben und versetzt abgetastet, was zu einer unendlichen Folge skalierten Dirac-Impulse führt. Das beantwortet die Frage, wo der

verzögerte Signalwert liegt, da er sich nicht zwischen zwei Abtastwerten befinden kann. Im Idealfall sollte der Wert über das ganze Signal mit entsprechender Gewichtung verteilt werden. Gewichtet wird durch die Sinc-Funktion. In Abbildung 4.4 wird dies beispielhaft für  $D = 2$  und  $D = 2.3$  dargestellt.



**Abbildung 4.4:** Impulsantwort eines Fractional Delay Filters

Die ideale Impulsantwort ist, aufgrund ihrer Unendlichkeit, nicht realisierbar. Sie muss an irgendeinem Punkt abgeschnitten werden. Dies führt zu einem Ripple-Effekt im Frequenzbereich, welcher auch Gibb'sches Phänomen genannt wird. Dieser Effekt kann durch Wahl einer geeigneten Fensterfunktion minimiert werden.

### 4.3.2 Implementierung

Bei der konkreten Implementation wurde die Phase, mithilfe der Verzögerung, direkt im Frequenzbereich moduliert, und anschließend mit einer Rücktransformation die entsprechende Sinc-Funktion erzeugt. Da der Frequenzbereich der modulierten Exponentialfunktion auf das verwendete Band begrenzt wurde, ist die Sinc-Funktion entsprechend gefenstert. In [11] wurde dieses Fenster hergeleitet und sieht wie folgt aus:

$$w[n] = \frac{\cos\left(\frac{\pi(n-D)}{N}\right)}{\text{sinc}\left(\frac{n-D}{N}\right)} \quad \text{mit } 0 \leq n \leq (N-1) \quad (4.3)$$

Der Mehrwegekanal besteht aus Summation mehrerer gewichteter *Fractional-Delay-Filter* (*FD-Filter*), die mit einer zusätzlichen Exponentialfunktion multipliziert wurden, um die Reflektorphase zu berücksichtigen.

# KAPITEL 5

---

## Auswertung

---

In diesem Kapitel wird die Auswertung der im Rahmen dieser Arbeit erfolgten Simulationen vorgestellt und bewertet. Die Simulationsparameter wurden teilweise bereits in Abschnitt 4.1 beschrieben, sollen hier jedoch nochmal tabellarisch aufgeführt werden, 5.1.

Es wird zunächst eine Auswertung aller Schätzer im *AWGN*- und anschließend im Mehrwegefall durchgeführt. Aus den Schlüssen dieser Betrachtungen sollen Schätzer und Signale mit der besten Leistung ausgewählt werden, um abschließend eine Auswertung unter Berücksichtigung des gesamten Kanalmodells durchzuführen. Im *AWGN*-Fall wird der Schätzfehler

Parameter	Symbol	Wert
Trägerfrequenz	$f_c$	868 MHz
Bandbreite	$B$	2 MHz
Abtastrate	$f_s$	4 MHz
Signaldauer	$T$	0.5 ms
Distanz (1 m- bzw. 15 cm Schritte)	$r$	150 m
Sendesignalleistung	$P_{Tx}$	10 mW
Rauschzahl des Empfängers	$NF$	8 dB

**Tabelle 5.1:** Simulationsparameter

über ein normiertes  $SNR$  aufgetragen. Der normierte Wert, stellt die Signalleistung  $P$  ins Verhältnis zur Rauschleistungsdichte  $N_0$ . Damit das  $SNR$  bandbreitenunabhängig ist, wird die Signalleistung unter Berücksichtigung der verwendeten Bandbreite  $B$  in eine Signalleistungsdichte  $C$  umgerechnet. Auf der x-Achse ist anstelle des  $SNR$ , somit das Verhältnis  $C/N_0$  in dB – Hz dargestellt. Wie in Abschnitt 2.3 erläutert, soll der Schätzfehler im AWGN-Fall mit der  $CRLB$  verglichen werden. Dazu wird der *root mean square* ( $rms$ )-Wert dieses Fehlers (*root mean square error* ( $rmse$ )) wie folgt berechnet:

$$rmse(\hat{\tau}) = \sqrt{(\hat{\tau} - \tau)^2} \quad (5.1)$$

Aus diesem Wert und der  $CRLB$  kann daraufhin die Schätzeffizienz  $e$  nach (5.2) angegeben werden, welche Schätzer- und Signalübergreifend verglichen werden kann.

$$e = \frac{CRLB}{rmse} \quad (5.2)$$

Für Mehrwegeausbreitung werden die aus Abschnitt 2.3.3 erläuterten Mehrwegehüllkurven verwendet, um den Fehler der Schätzer zu visualisieren. Für die abschließende Auswertung wird der  $rmse$  über dem Gesamtkanal betrachtet.

## 5.1 Betrachtung für AWGN-Fall

Um  $rmse$  der Schätzverfahren bewerten zu können, soll er mit der  $CRLB$ , für den betrachteten Kanal, verglichen werden. Die untere Schranke ist vom  $C/N_0$  und der effektiven Bandbreite  $\beta_{rms}$ , bzw. der Signalform abhängig. Das  $C/N_0$  wird von den Systemparametern und dem Kanal beeinflusst. In [10] wurde bereits eine Rauschbetrachtung für den Kanal, wie er im *BATS*-Projekt vorliegt, durchgeführt. Bei einer gegebenen Sendeleistung  $P_{Tx}$  und Kenntnis über das Rauschverhalten des Empfängers, kann das  $C/N_0$  über die Streckendämpfung für beliebige Distanzen  $r$  berechnet werden. Da der natürliche Lebensraum, der im Rahmen des *BATS*-Projektes untersuchten Fledermäuse, ein dichtes Waldgebiet ist, kann nicht von Freiraumausbreitung ausgegangen werden, um die Streckendämpfung zu berechnen. Es wird ein zusätzlicher Faktor benötigt, um Abschattungen und Dämpfungen der Signale durch Vegetation zu berücksichtigen. Bei einer Trägerfrequenz  $f_c = 868 \text{ MHz}$  beträgt dieser Faktor  $FC_1 = 0.25 \cdot r$  [10]. Somit errechnet sich die Empfangsleistung zu:

$$P_{rx,dB}(r) = P_{tx,dB} - 20 \log \left( \frac{4\pi r f_c}{c_0} \right) - r \cdot FC_1 \quad (5.3)$$

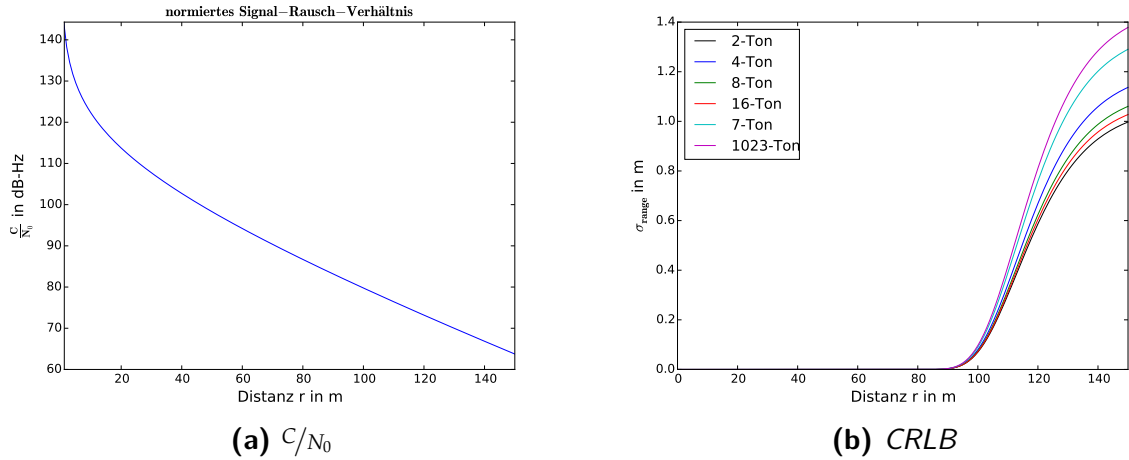
Die Rauschleistung ergibt sich aus der Leistung des thermischen Rauschens und der Rauschzahl  $NF = 8 \text{ dB}$  des Empfängers. Das thermische Rauschen ist von der Boltzmann-Konstante  $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Ws/K}$ , der Temperatur  $T = 290 \text{ K}$  und der Bandbreite  $B$  abhängig.

$$\left( \frac{C}{N_0} \right)_{dB}(r) = P_{rx,dB}(r) - N_{dB} - NF + B_{dB} \quad (5.4)$$

mit

$$N = k_B \cdot T \cdot B \quad (5.5)$$

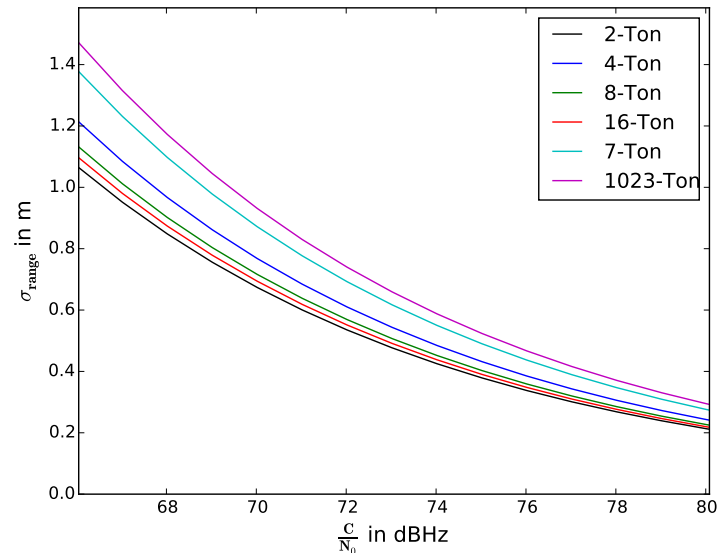
Abschließend wird mit der Bandbreite  $B$  normiert. Das  $C/N_0$  nimmt aufgrund der immer kleiner werdenden Signalleistung über der Distanz ab. Diese Distanzabhängigkeit ist in Abbildung 5.1(a) veranschaulicht.



**Abbildung 5.1:** Distanzabhängige Auswirkung des AWGN-Kanals auf das  $C/N_0$  und  $CRLB$

Mit kleiner werdenden  $C/N_0$ , wird die  $CRLB$  nach (2.13) größer. Aus diesem Grund weist sie ebenfalls eine Distanzabhängigkeit auf. Mit diesen Parametern ist es nun möglich die  $CRLB$  nach (2.13) für die Signale mit unterschiedlichem  $\beta_{rms}$  zu berechnen. Diese sind in 5.1(b) abgebildet. Der Abbildung 5.1(a) ist des Weiteren zu entnehmen, dass bei einer Distanz von 150 m das  $C/N_0$ , Werte von 66 dB – Hz bis 140 dB – Hz annimmt. Anstatt

die Auswertungen im Folgenden über die Distanz aufzutragen, werden sie über diesen Bereich des  $C/N_0$  veranschaulicht. In Abbildung 5.2 ist die *CRLB* der unterschiedlichen Signale im genannten Bereich des  $C/N_0$  abgebildet. Diese Kurven werden bei späteren Vergleichen als Referenz verwendet. Lässt man alle anderen Parameter konstant, ist der



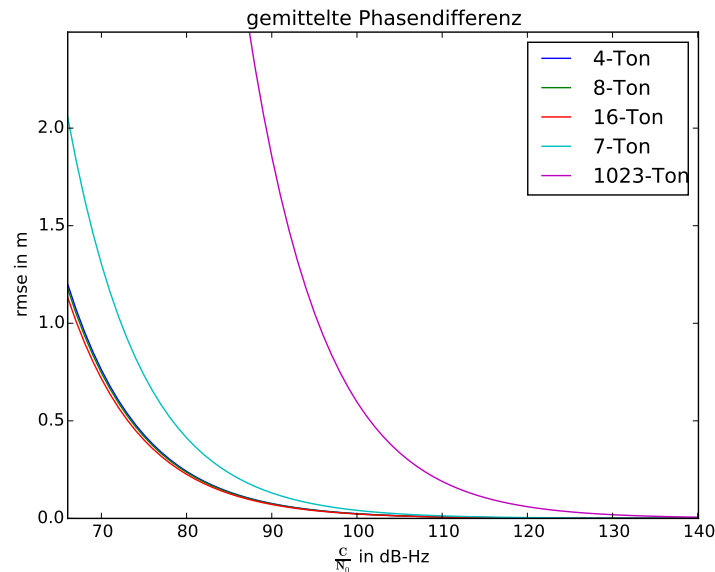
**Abbildung 5.2:** *CRLB* abhängig von  $C/N_0$

2-Ton das Signal mit der besten *CRLB*. Ausgehend von diesem Signal sollte, bei weiterer Distribution der Energie, die Schranke größer werden. Dies wird in Abbildung 5.2 bestätigt. Um wie viel sich die Schranke verschlechtert, ist von der Verteilung der Energie abhängig. Je mehr Energie in Bandkantenähe ist, desto kleiner wird die Schranke. Die hier verwendeten Hadamard-Sequenzen haben die Eigenschaft, dass bei steigender Subträgerzahl, die stark gewichteten Subträger näher an die Bandkanten rücken. Damit liegt die Schranke des 16-Tons am nächsten an der des 2-Tons. Die *m*-Sequenzen sind nicht von diesem Effekt betroffen, da sie die Signalenergie immer auf alle Subträger gleich verteilen. Dadurch sind auch bei niedrigen Frequenzen, Subträger stark gewichtet, was folglich die *CRLB* verschlechtert.



### 5.1.1 Auswertung des gemittelten-Phasendifferenz-Schätzers

In diesem Abschnitt wird das Verhalten des gemittelten-Phasendifferenz-Schätzers, unter dem Einfluss des *AWGN*-Kanals, untersucht. Es sollen Unterschiede, bei Verwendung der jeweiligen Testsignale, beobachtet und erläutert werden.

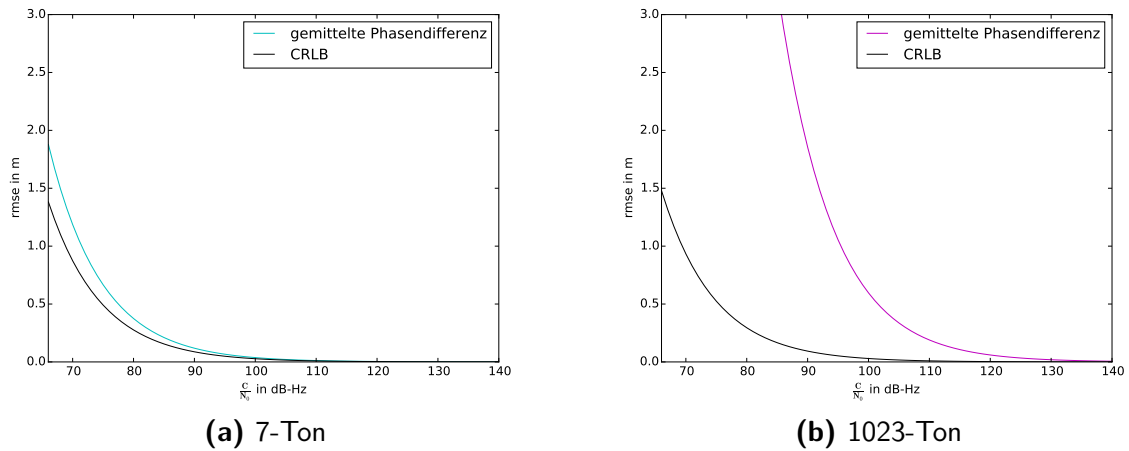


**Abbildung 5.3:** Simulation des Schätzfehlers der gemittelten Phasendifferenzschätzung bei einem *AWGN*-Kanal

In Abbildung 5.3 ist zu sehen, dass die *m*-Sequenz mit 1023 Trägern stark von den restlichen Kurven abweicht. Grundsätzlich schneiden die *m*-Sequenzen im Vergleich zu den Hadamard-Sequenzen schlechter ab. Jedoch folgt dies, wie bereits erläutert, zwangsläufig aus der *CRLB*. Um das Schätzverfahren unabhängig von der Signalcharakteristik zu evaluieren, wird der *rmse* der einzelnen Signale mit der jeweiligen *CRLB* aus Abbildung 5.2 verglichen.

Aus der Abbildung 5.4 kann entnommen werden, dass dieses Schätzverfahren, bei Verwendung der *m*-Sequenzen, die untere Schranke nicht erreicht. Das ist bei den Hadamard-Sequenzen nicht der Fall.

In Abbildung 5.5 ist zu sehen, dass für diese Signalformen dieser Schätzer die *CRLB* nahezu für alle drei Testsignale erreicht. Welche Signalform am nächsten an der *CRLB* liegt, kann aus Abbildung 5.4 und 5.5 nicht klar abgelesen werden. Um eindeutig bestimmen zu können, welche Signalform die beste Leistung mit den hier verwendeten Schätzverfahren erzielt, muss die Schätzeffizienz nach (5.2) betrachtet werden. Sie nimmt Werte zwischen 0



**Abbildung 5.4:** *rmse* der *m*-Sequenzen gegenüber der *CRLB*

und 1 an, wobei die maximale Schätzeffizienz erreicht ist, wenn die Varianz des Schätzfehlers auf der *CRLB* liegt.

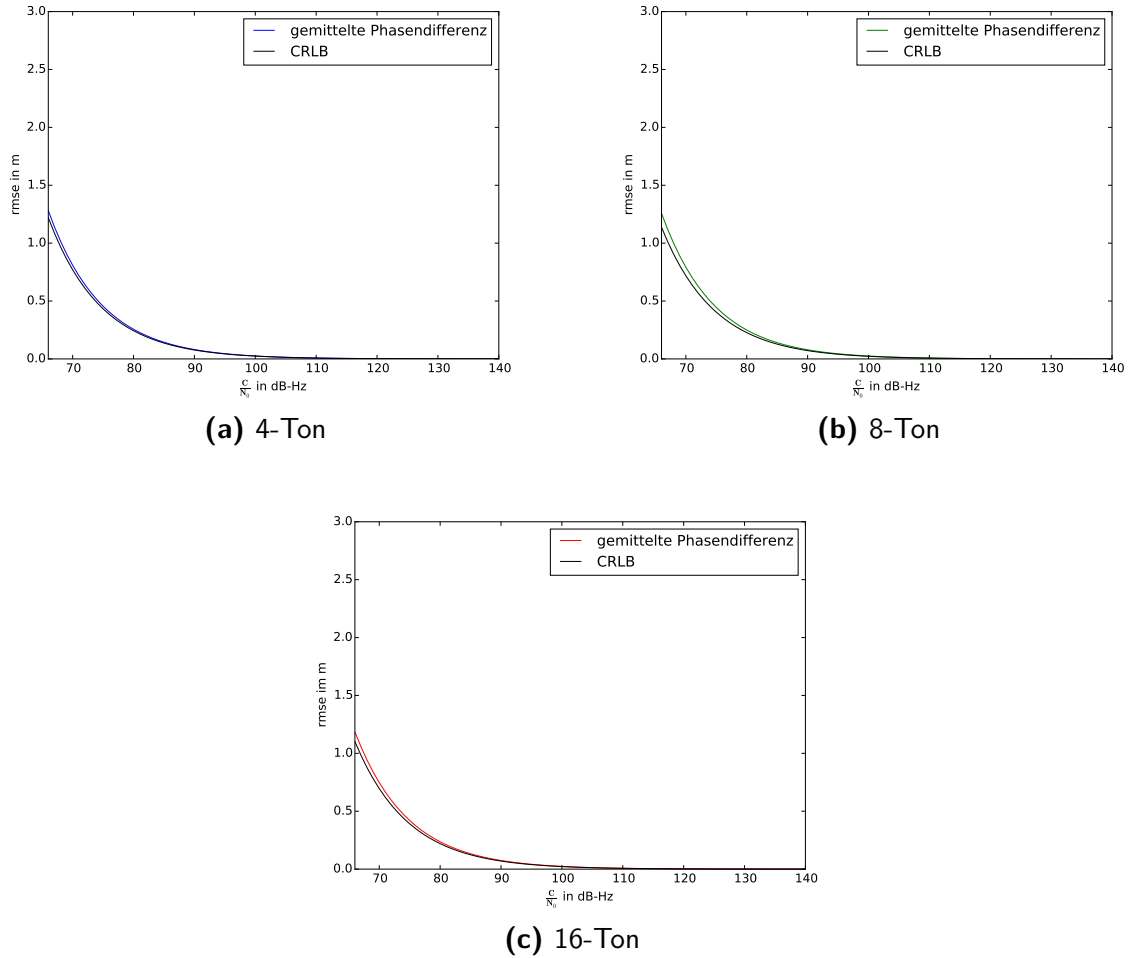
Durch Abbildung 5.6 wird ersichtlich, dass die höchste Schätzeffizienz mit dem 4-Ton erreicht wird. Zumal jedoch das Schätzverfahren beim 16-Ton eine höhere Effizienz als beim 8-Ton aufweist, kann eine steigende Subträgerzahl nicht mit einer zunehmenden Schätzeffizienz verknüpft werden. Welche Effizienz das Schätzverfahren mit einem Signal erreicht hängt lediglich von den Positionen der Subträger bzw. der Energieverteilung im Band ab.

### 5.1.2 Auswertung des L&R-Schätzers

In Abbildung 5.7 ist der *rmse* des L&R-Schätzers unter Verwendung der fünf Testsignale aufgetragen.

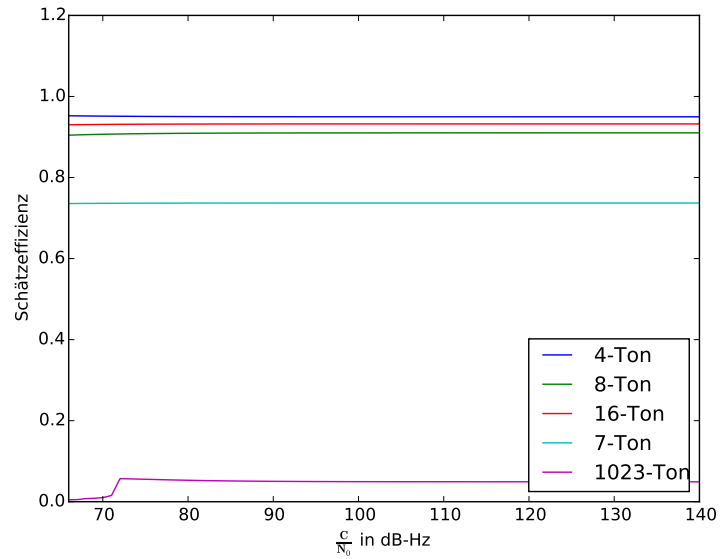
Darin ist zu sehen, dass die *m*-Sequenzen weniger große Fehler, als beim gemittelten-Phasendifferenz-Schätzer verursachen. Um eine genauere Aussage über die Leistungsfähigkeit des L&R-Schätzers zu treffen soll zunächst der Vergleich mit der *CRLB* in den Abbildungen 5.8 und 5.9 betrachtet werden. Die Hadamard-Sequenzen sorgen bei diesem Schätzverfahren, mit steigender Subträgerzahl, für einen größer werdenden Fehler. Die Fehlerkurven der *m*-Sequenzen kommen jedoch an die *CRLB* heran.

Eine Erklärungsmöglichkeit für die schlechten Ergebnisse der Hadamard-Sequenzen, kann in der Gleichung (3.7) gefunden werden. Darin wird eine Vereinfachung für eine Summe

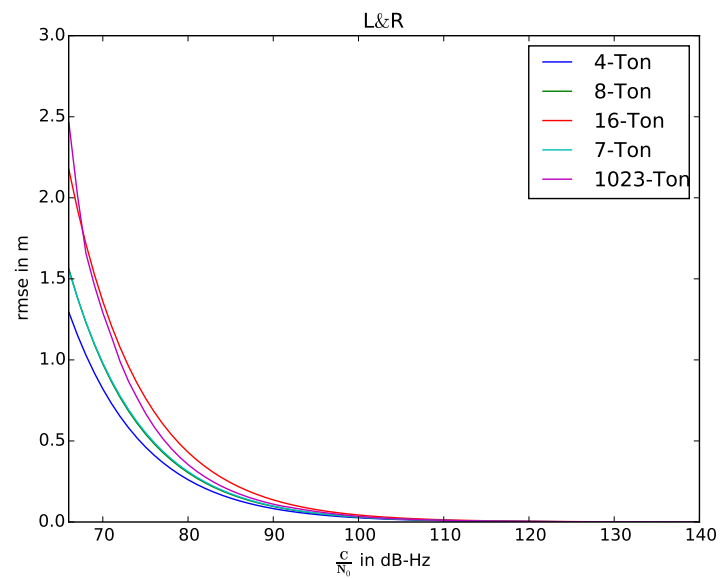


**Abbildung 5.5:** *rmse* der Hadamard-Sequenzen gegenüber der *CRLB*

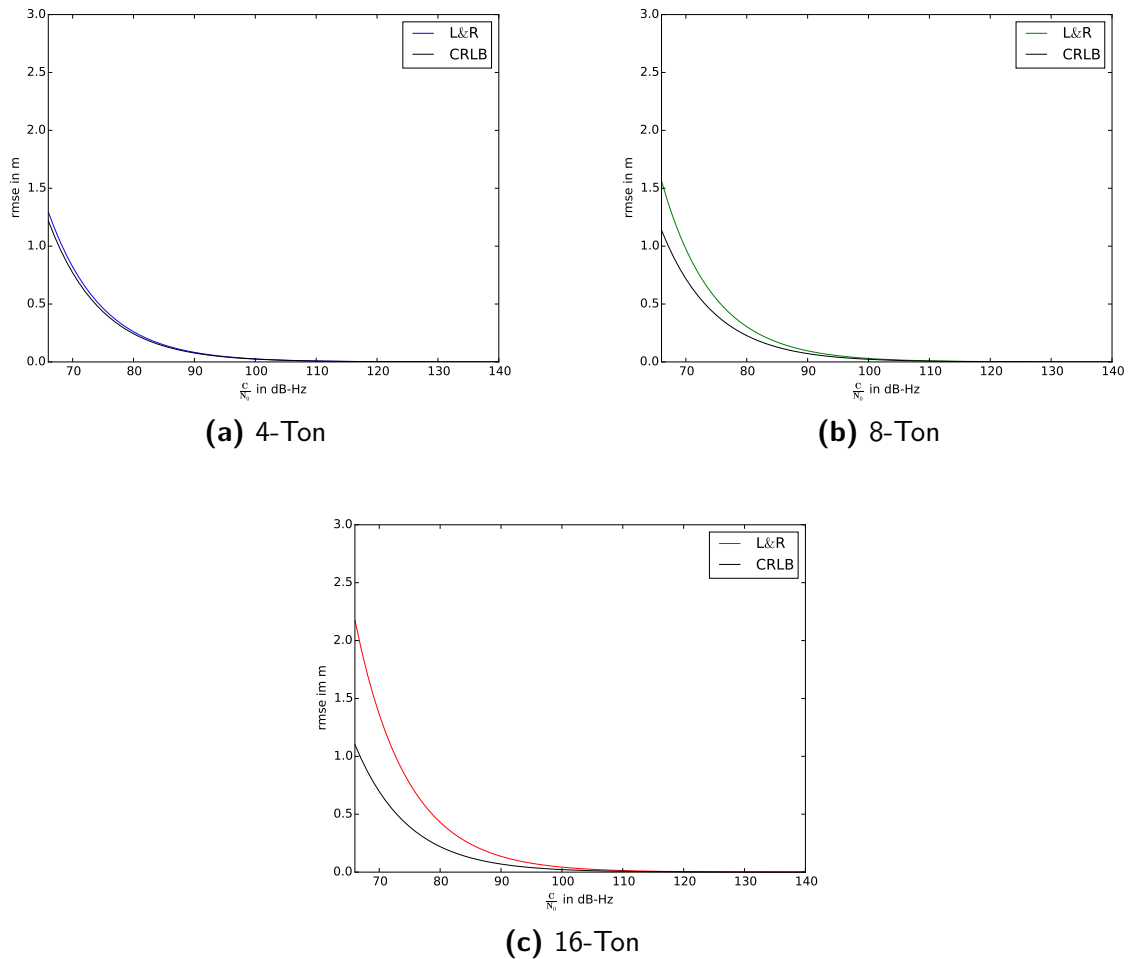
von Exponentialfunktionen vorgenommen. Der Ansatz geht jedoch davon aus, dass alle  $e$ -Funktionen gleich gewichtet sind. Da die Subträger der Hadamard-Sequenzen unterschiedliche Gewichte haben, trifft diese Vereinfachung nicht auf diese Signalform zu. Bei zunehmender Subträgerzahl werden diese Abweichungen immer größer. Um das Schätzverfahren trotzdem auswerten zu können, wurden die Subträger der Signale nachträglich skaliert, damit sie die selben Gewichte haben. Diese Maßnahme verschlechtert jedoch das  $C/N_0$ , da das Rauschen ebenfalls skaliert wird. Diese Fehlerquelle zeigt, dass der *L&R*-Schätzer suboptimal für diese Art von Signalen ist. Um den *rmse* an die *CRLB* anzunähern, müsste die Approximation (3.7) nochmals für unterschiedlich gewichtete  $e$ -Funktionen hergeleitet werden. Dies überschreitet jedoch den Umfang dieser Arbeit, da nicht einmal erwiesen



**Abbildung 5.6:** Schätzeffizienz des gemittelten Phasendifferenz-Schätzers



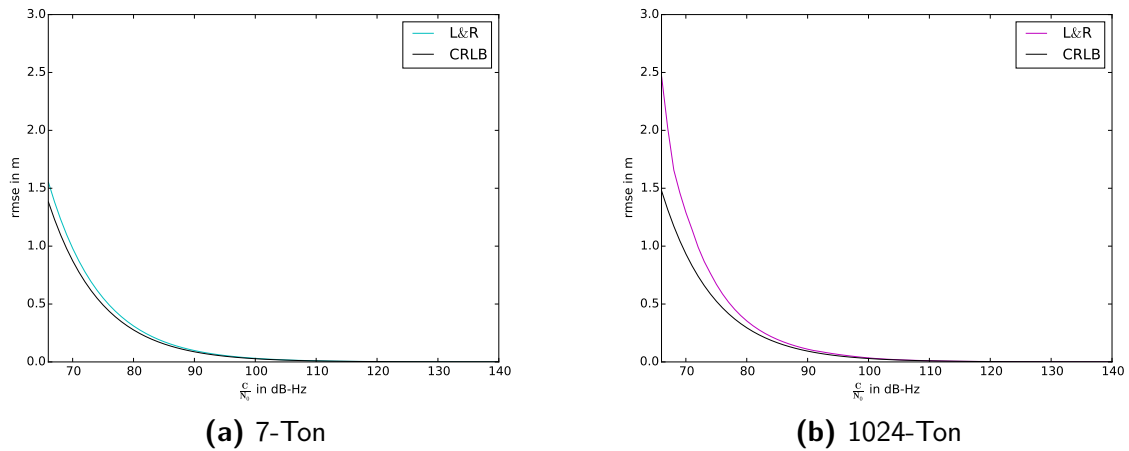
**Abbildung 5.7:** Simulation des Schätzfehlers des L&R-Schätzers bei einem AWGN-Kanal



**Abbildung 5.8:** *rmse* des L&R-Schätzers mit Hadamard-Sequenzen gegenüber der *CRLB*

ist, ob eine solche Vereinfachung für unterschiedlich gewichtete Exponentialfunktionen überhaupt existiert.

Die  $m$ -Sequenzen erfüllen die Bedingung zwar bei ihrer Erzeugung, sind jedoch nach der Impulsformung mit einer Sinc-Funktion im Frequenzbereich gewichtet. Daher gilt diese Vereinfachung für sie ebenfalls nicht. Der Fehler scheint allerdings bei ihnen nicht so stark ins Gewicht zu fallen. Laut [8, S.90] ist die wesentliche Verbesserung dieses Schätzverfahrens gegenüber anderen Mittelungsverfahren, dass das  $C/N_0$ , durch die zusätzliche Glättung des Rauschens in Gleichung (3.6) verbessert wird. Dies könnte eine Begründung dafür sein, wieso sich die  $m$ -Sequenzen im Vergleich zum gemittelten-Phasendifferenz-Schätzers, so stark verbessern, obwohl sie ungleiche Subträgergewichte aufweisen. Zum einen ist



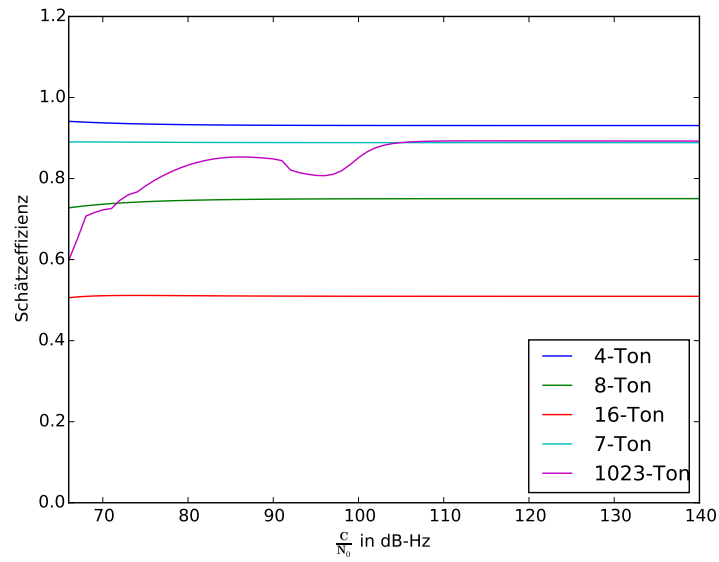
**Abbildung 5.9:** *rmse* des L&R-Schätzers mit  $m$ -Sequenzen gegenüber der  $CRLB$

der Unterschied der Subträgergewichte nach der Impulsformung nicht so groß wie bei den Hadamard-Sequenzen und zum anderen besitzen sie mehr Phasenwerte, über welche gemittelt werden kann. An der Schätzeffizienz in Abbildung 5.10 ist zu sehen wie stark die  $m$ -Sequenzen sich verbessern. Bei dem 7-Ton ist die Verbesserung nur noch minimal, da diese Signalform beim gemittelten Phasendifferenz-Schätzer schon einen Verlauf ähnlich der  $CRLB$  hatte. Aus der Schätzeffizienz aller Signale kann wiederum bestimmt werden, welche die geeignetste Signalform für diesen Schätzer ist. Die Effizienz des 1023-Ton ist für ein gutes  $C/N_0$  sehr hoch, fällt jedoch bei kleiner werdenden  $C/N_0$  stark ab. Der 7-Ton und 4-Ton weisen die höchste Effizienz bei diesen Schätzverfahren auf. Im Vergleich zu ihnen, sind die Signale des 8- und 16-Tons äußerst ineffizient.

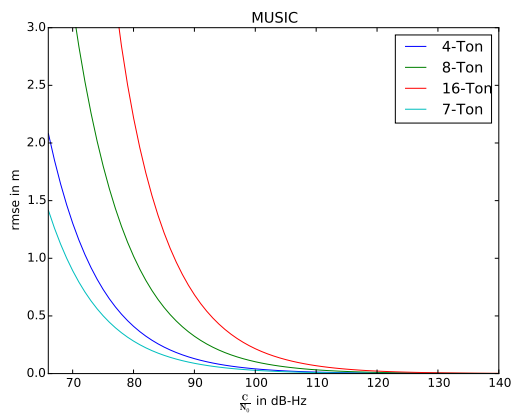
### 5.1.3 Auswertung von MUSIC und ESPRIT

*Multiple Signal Classification (MUSIC)* und *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques (ESPRIT)* arbeiten im selben Subraum und haben deshalb ähnliche Ergebnisse in der Auswertung. Lediglich die Art und Weise, wie die Laufzeitinformation aus dem Subraum extrahiert wird, unterscheidet sich bei diesen Verfahren.

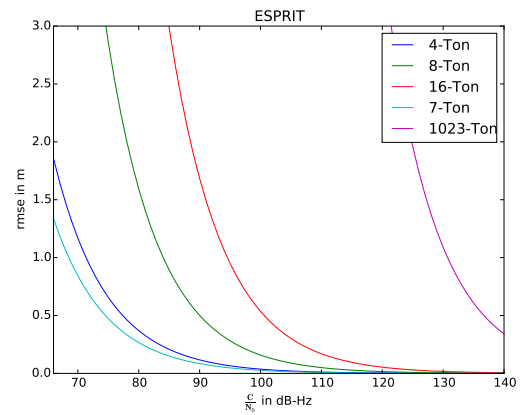
In Abbildung 5.11 ist zu sehen, dass die Kurven ähnliche Verläufe aufzeigen. Eine Auswertung für den 1023-Ton war mit dem Root-MUSIC Algorithmus jedoch nicht möglich, da dieser mit der hohen Anzahl an Subträgern einen zu hohen Rechenaufwand benötigt. Die Fehlerkurven aller Signale steigen bei kleinen  $C/N_0$  stark an. Zunächst wird *ESPRIT*



**Abbildung 5.10:** Schätzeffizienz des L&R-Schätzers



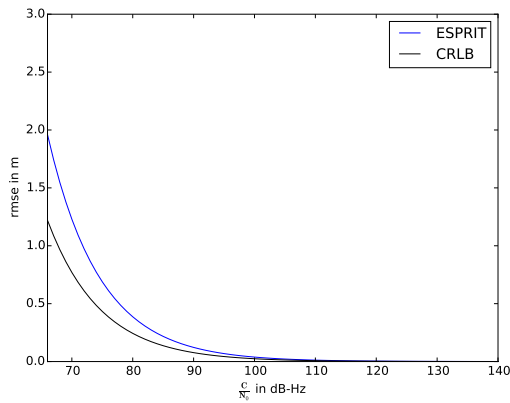
**(a) MUSIC**



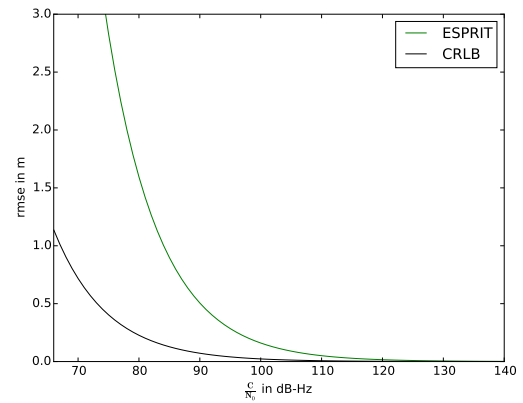
**(b) ESPRIT**

**Abbildung 5.11:** Simulation des Schätzfehlers des *ESPRIT*- und *MUSIC*-Schätzers bei einem *AWGN*-Kanal

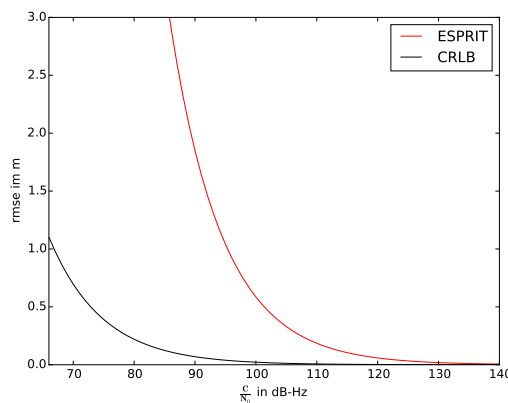
ausgewertet. Lediglich der 7-Ton bleibt in der Nähe der  $CRLB$ , wie in den Abbildungen 5.12 und 5.13 zu sehen ist.



(a) 4-Ton



(b) 8-Ton



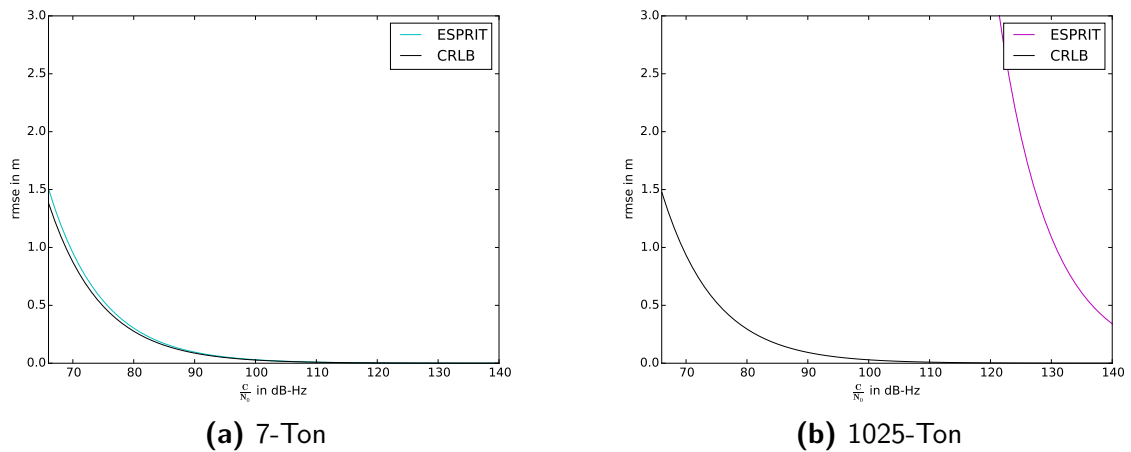
(c) 16-Ton

**Abbildung 5.12:** Varianz des *ESPRIT*-Schätzers gegenüber der  $CRLB$  für Hadamard-Sequenzen

Auffällig ist, dass die Hadamard-Sequenzen besonders stark von der  $CRLB$  abweichen. Bei genauerer Betrachtung des Schätzablaufes, wird ersichtlich, dass ein Fehler bei der Kanalschätzung, nach (3.10), gemacht wird, wenn die Subträger nicht gleich gewichtet sind. Es handelt sich wieder um ein ähnliches Problem, wie beim  $L\&R$ -Schätzer. Wenn die Subträger nicht gleich gewichtet sind, wird bei der Bildung des Quotienten, jeder Subträger mit sich selbst normiert. Dadurch werden Subträger skaliert und verschlechtern somit das  $C/N_0$ . Als Lösung dieses Problems, würde sich anbieten anstelle der Quotientenbildung ein



komplex konjugiertes Produkt des Empfangsspektrums  $R(f)$  und des Sendespektrums  $S(f)$  zu berechnen. Damit gehen jedoch erhebliche Veränderungen an den Algorithmen einher. Anstrengungen dieses Problem zu umgehen, führten allerdings zu keiner Verbesserung des Schätzfehlers. Somit zeigt der *rmse* dieses Schätzers, dass die Algorithmen Signale mit gleich gewichteten Subträgern benötigen.



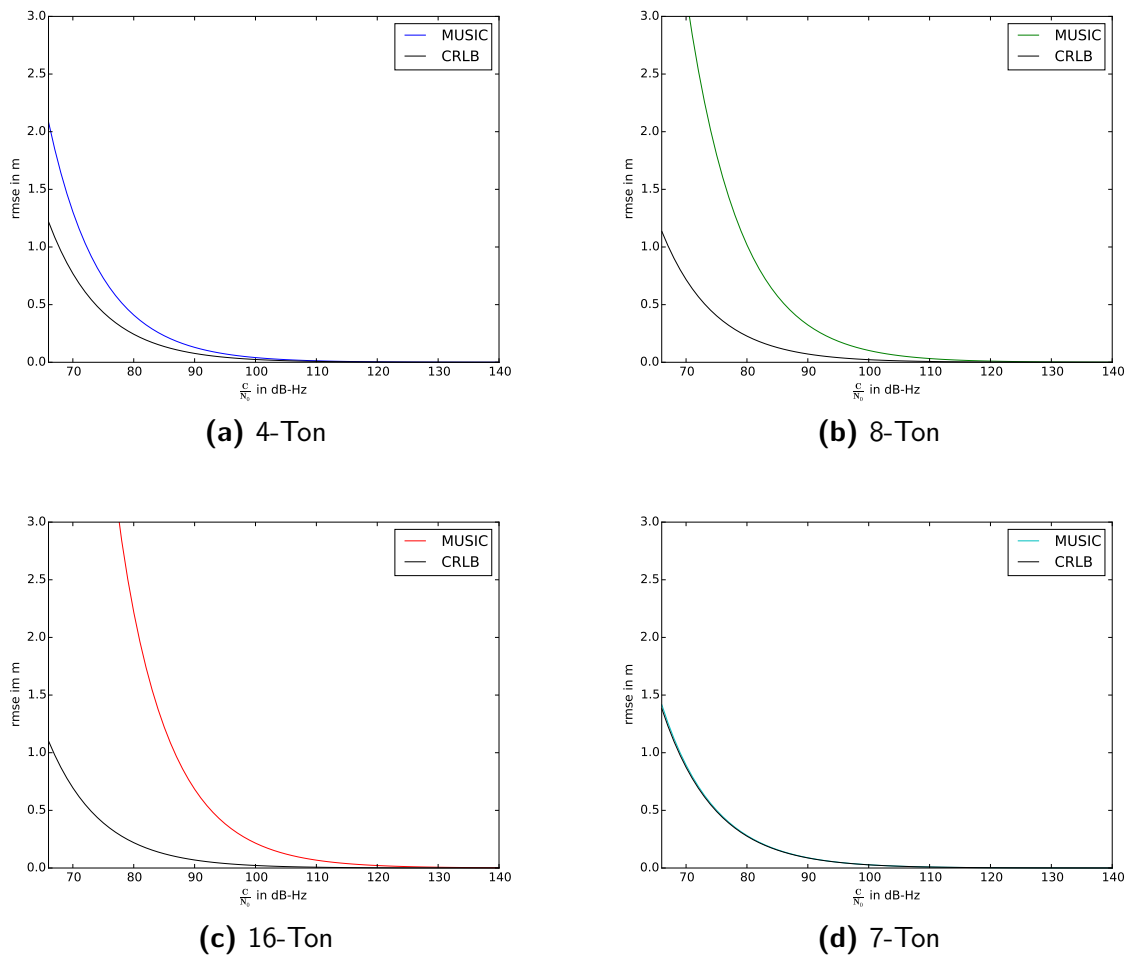
**Abbildung 5.13:** Varianz des *ESPRIT*-Schätzers gegenüber der *CRLB* für *m*-Sequenzen

Wie bereits festgestellt haben die Fehlerkurven des *MUSIC*-Algorithmus einen ähnlichen Verlauf, wie die bei *ESPRIT*. An der Abbildung 5.14 ist jedoch zu erkennen, dass sie etwas näher an der *CRLB* liegen.

Aufgrund der vorangegangenen Auswertungen der Subraummethoden kann geschlussfolgert werden, dass der 7-Ton die einzige Signalform ist, welche mit diesen Verfahren gute Ergebnisse erzielt. Dies lässt sich auch aus der Schätzeffizienz dieser Schätzverfahren für die unterschiedlichen Signale, wie in Abbildung 5.15 ablesen. Bei beiden Algorithmen hat der 7-Ton die höchste Effizienz. *MUSIC* übertrifft jedoch *ESPRIT* minimal.

#### 5.1.4 Auswertung für den AWGN-Fall

Der gemittelte-Phasendifferenz-Schätzer ist stark von der Energieverteilung auf die jeweiligen Subträger abhängig und macht bei einem fast weißen Spektren einen sehr großen Fehler. Der *L&R*-Schätzer schafft es allerdings gerade bei diesen Sequenzen das  $C/N_0$  erheblich zu verbessern und ist daher im AWGN-Fall deutlich weniger fehleranfällig. Ein großer Nachteil des *L&R*-Schätzers, ist jedoch eine Vereinfachung, die getroffen wird, welche bei Hadamard-



**Abbildung 5.14:** Varianz des *MUSIC*-Schätzers gegenüber der *CRLB*

Sequenzen nicht angewendet werden kann. Gerade diese Sequenzen haben aber besonders gute Eigenschaften um Fehler im *AWGN*-Kanal zu minimieren. Zusätzlich stellt sich die Impulsformung mit einem Rechteck auch als suboptimal für diesen Schätzer heraus. Um die Stärken des *L&R*-Schätzers voll auszuschöpfen, müssen Signale erzeugt werden, die auch nach der Impulsformung gleich gewichtete Subträger besitzen. Auch die Subraummethoden haben Schwierigkeiten mit den Hadamard-Sequenzen, da ein ähnlicher Fehler wie beim *L&R*-Schätzer gemacht wird. Anders als beim *L&R*-Schätzer können die schlechten *AWGN*-Eigenschaften des 1023-Tons nicht verbessert werden und führen dementsprechend zu großen Fehlern bei kleinen  $C/N_0$ . Am besten funktionieren die Subraummethoden mit einem 7-Ton.

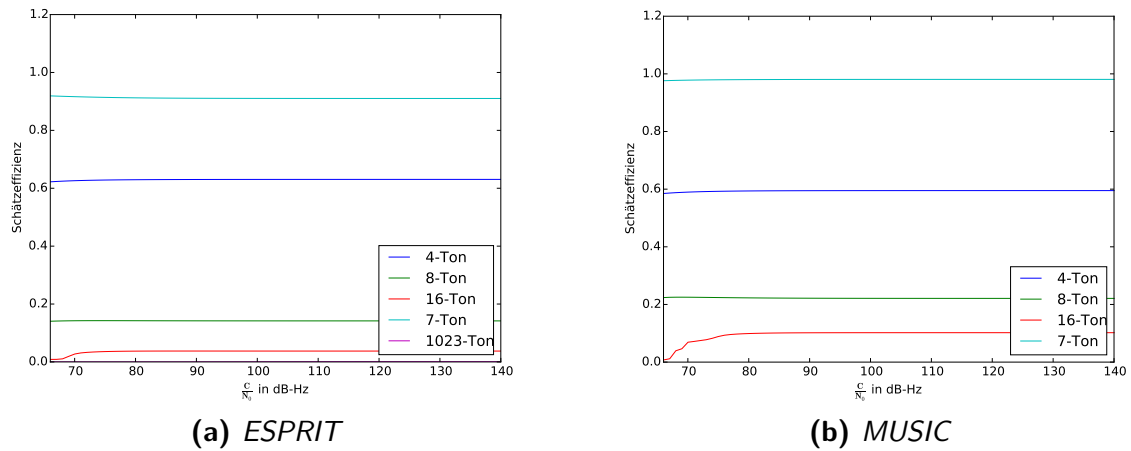


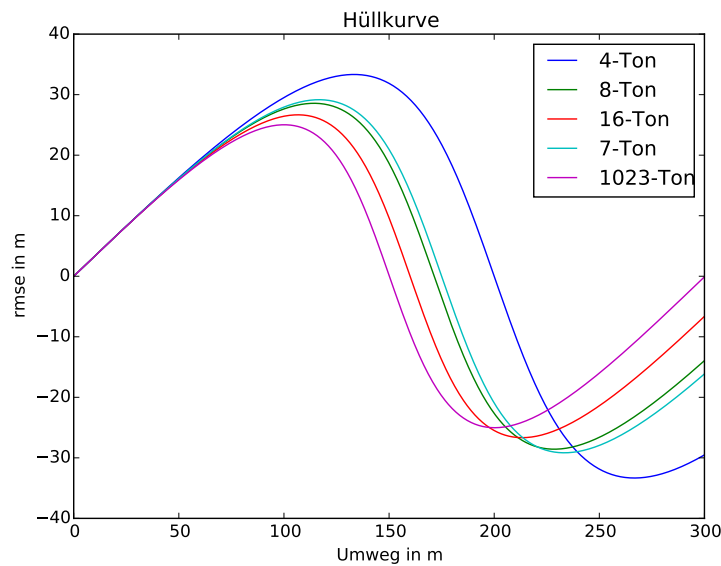
Abbildung 5.15: Schätzeffizienz der Subraumalgorithmen

## 5.2 Betrachtung bei Mehrwegeausbreitung

In Abschnitt 2.3.3 wurde bereits diskutiert, dass die *CRLB* kein sinnvolles Maß zum quantifizieren eines Schätzer unter Einfluss eines Mehrwegekanals ist. An ihrer Stelle werden Fehlerhüllkurven erzeugt, um das, von unterschiedlichen Parametern abhängige, Verhalten der Schätzer genauer zu untersuchen. Diese Hüllkurven erlauben es zwar nicht, eine Aussage darüber zu treffen, ob ein Schätzer der Bestmögliche hinsichtlich eines *mvue* ist, sie geben aber Aufschluss darüber, ob die Schätzer untereinander Vor- oder Nachteile aufweisen. Zudem kann eine Aussage darüber getroffen werden, ob die Fehler, die entstehen können, in einem realen System zu tolerieren sind. Der untersuchte Mehrwegekanal besteht aus zwei Pfaden. Der Zweite Pfad hat den Betrag  $\alpha = 0,5$ . Diese Annahme legt das Verhältnis des *SNR* vom *LOS* zum *SNR* des Umwegpfad fest, was jedoch realitätsfern ist. Das *SNR* des Umwegpfades ist in der Realität distanzabhängig. Die Annahme vereinfacht jedoch das Modell und liefert allgemeine Erkenntnisse und Tendenzen über das Mehrwegeauflösungsvermögen der Schätzer.

### 5.2.1 Auswertung des gemittelten-Phasendifferenz-Schätzers

Zunächst sollen die Hüllkurven im Basisband betrachtet werden, um anschließend Einflüsse der Trägerfrequenz erkennen zu können.

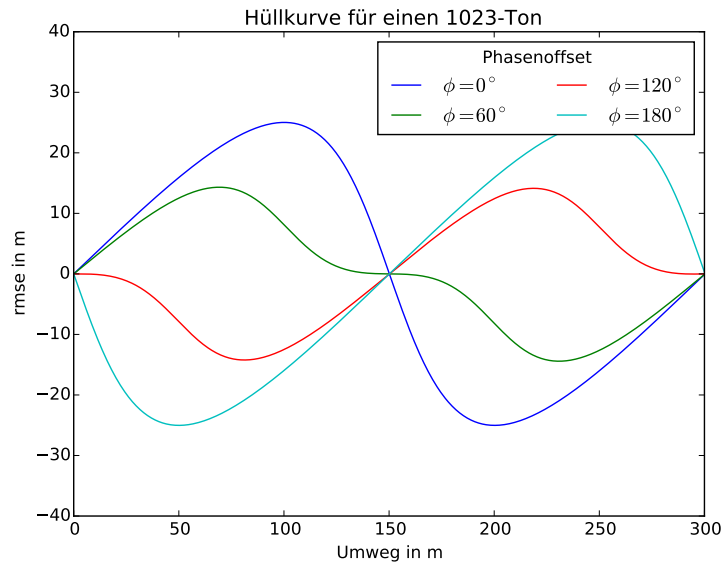


**Abbildung 5.16:** Mittlerer Schätzfehler durch einen zweiten Pfad, ohne Einfluss eines Phasenoffsets

Streng genommen ist die Abbildung 5.16 keine vollständige Hüllkurve. Erst wenn Phasenoffsets bis  $180^\circ$  berücksichtigt werden, wird die Einhüllende sichtbar. Der besseren Übersichtlichkeit halber werden in dieser Abbildung keine Phasenoffsets abgebildet. Es ist zu erkennen, dass der Fehler sich periodisch über dem Umweg wiederholt. Die Periodendauer wird jedoch mit steigender Subträgerzahl kleiner. Diese Periodizität ist im Abstand zweier benachbarter Abtastwerte begründet, welcher durch  $T_{chip} = 1/B$  gegeben ist. Ist das Signal des Umwegpfads um genau einen Abtastwert länger verzögert, als das Signal des *LOS*, haben dessen Subträger eine um  $180^\circ$  verdrehte Phasenlage. Aus Abbildung 2.4 kann entnommen werden, dass bei einer solchen Phasenlage des Umwegs zum *LOS*, kein Phasenfehler entsteht. Lediglich der Betrag des Umwegs interferiert destruktiv mit dem *LOS*. Deshalb durchläuft die Kurve an dieser Stelle den Nullpunkt. Um die Unterschiede der Periodendauern  $T_{chip}$  der Signale zu erklären, müssen die Spektren genauer betrachtet werden. In diesen kann erkannt werden, dass die Bandbreite, je nach Subträgerverteilung variiert. Lediglich die *m*-Sequenz mit 1023 Subträgern hat eine Bandbreite von 2 MHz und hat deshalb ihren Nulldurchlauf bei 150 m. Des Weiteren ist festzustellen, dass sich der maximale Fehler mit steigender Subträgerzahl verringert. Das zeigt, dass Mehrwegefehler durch Mittelung reduziert werden können. Jedoch liegen diese bei dem Testsignal mit der

höchsten Anzahl an Subträgern noch über 20 m. Ein solcher Fehler in der Distanzschätzung ist für Ortungssysteme nicht tolerabel.

Als nächstes soll der Einfluss von Phasenoffsets genauer untersucht werden. In Abbildung

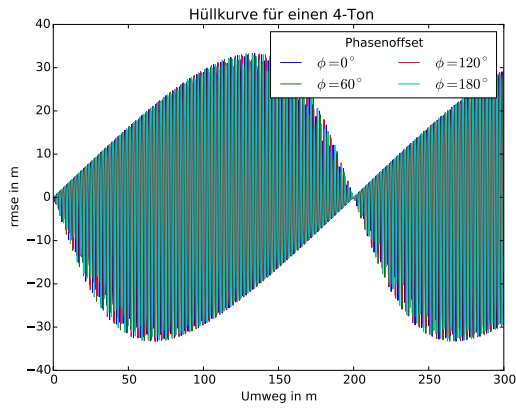


**Abbildung 5.17:** Hüllkurve einer  $m$ -Sequenz unter Einfluss von Phasenoffsets

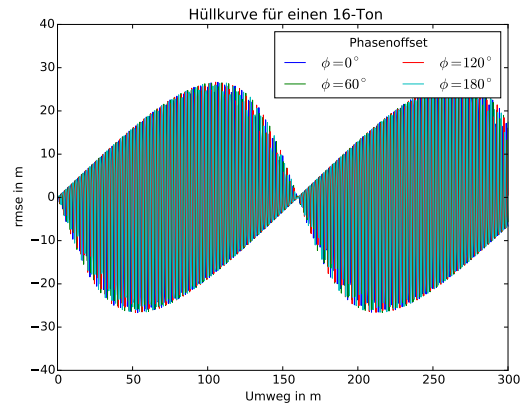
5.17 ist eine Hüllkurve für einen 1023-Ton und vier Phasenoffsets zu sehen. Es ist zu erkennen, dass durch zufällige Phasendrehungen, durch Objekte an denen das Signal des zweite Pfad reflektiert wird, die maximalen Fehler zwischen den Fehlerkurven für  $0^\circ$  und  $180^\circ$  liegen. Wenn die Trägerfrequenz  $f_c$  mitberücksichtigt wird, verändern sich die Hüllkurven jedoch leicht.

Der Zeiger des Umwegpfades aus Abbildung 2.4 dreht sich aufgrund der Trägerfrequenz nun deutlich schneller. Dadurch umrundet dieser Zeiger für jeden gewanderten Meter etwa 2,8 mal die Spitze des  $LOS$ -Zeigers. Diese Periodizität von ungefähr 35 cm ist in Abbildung 5.18 deutlich zu erkennen. Es ist ersichtlich, dass sich am maximalen Mehrwegefehler nichts geändert hat. Jedoch scheinen die Phasenoffsets keinen großen Einfluss mehr auf diesen zu haben. Um das genauer untersuchen zu können, ist im Folgenden eine Vergrößerung der Abbildung 5.18 zu sehen.

Anhand dieser Vergrößerungen wird sichtbar, dass die Fehlerkurven später einsetzen. Somit verschiebt der Phasenoffset die Kurven nur und beeinflusst den maximalen Fehler nicht.

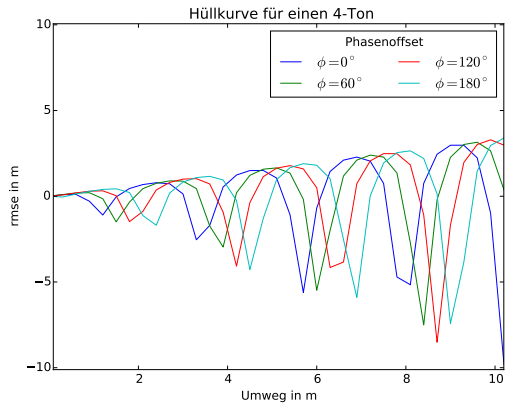


(a) 4-Ton

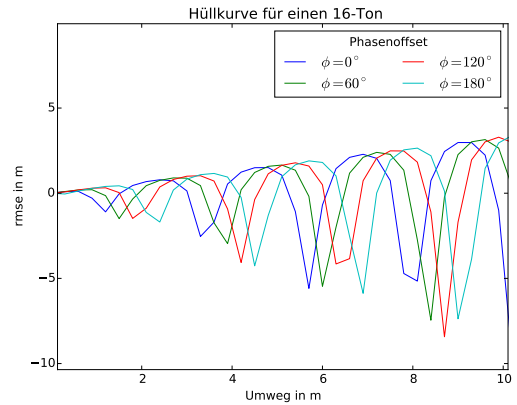


(b) 16-Ton

**Abbildung 5.18:** Hüllkurven zweier Hadamard-Sequenzen mit einer Trägerfrequenz  $f_c = 868 \text{ MHz}$  und unter Einfluss von Phasenoffsets



(a) 4-Ton

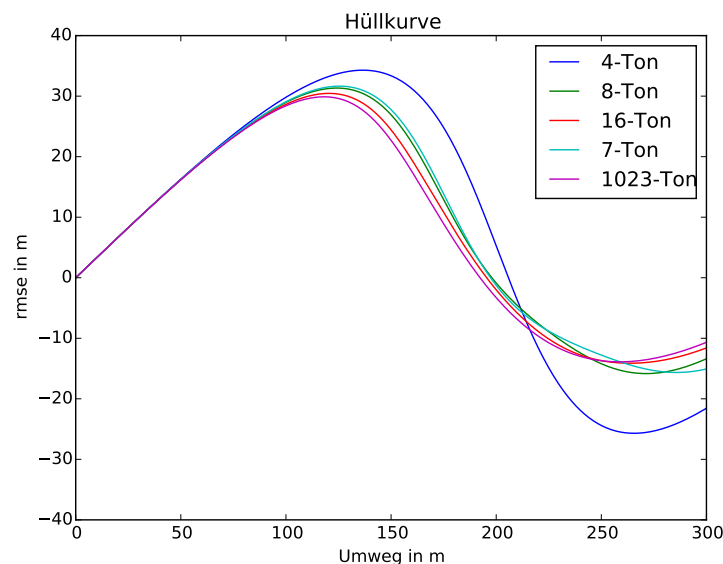


(b) 16-Ton

**Abbildung 5.19:** Hüllkurven zweier Hadamard-Sequenzen mit einer Trägerfrequenz von  $868 \text{ MHz}$  und unter Einfluss von Phasenoffsets

### 5.2.2 Auswertung des $L\&R$ -Schätzers

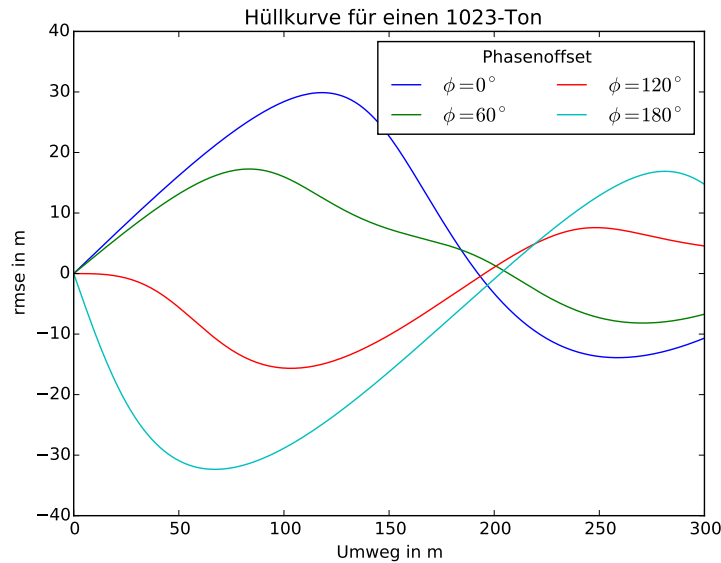
Beim  $L\&R$ -Schätzer war die Annahme, dass, durch Verwendung unterschiedlicher Abstände zwischen den Subträgern, zur Phasendifferenzbildung eine höhere Genauigkeit erzielt werden kann. Im Abschnitt 5.1.2 wurde bereits festgestellt, dass dieser Schätzer eine suboptimale Vereinfachung trifft, welche nicht auf die hier verwendeten Signale zutrifft. Dadurch müssen alle Subträger im Schätzer zunächst skaliert werden. Folglich wird auch der Mehrwegefehler, mit denen die Subträger vorher behaftet sind, skaliert. Es stellt sich die Frage, wie sich diese Maßnahme auf die Hüllkurven auswirkt. Zunächst wird jedoch, wie in Abschnitt 5.2.1 der mittlere Schätzfehler bei Mehrwegeausbreitung ohne Einfluss von Trägerfrequenz oder Phasenoffsets betrachtet.



**Abbildung 5.20:** Mittlerer Schätzfehler durch einen 2. Pfad, ohne Einfluss eines Phasenoffsets

Die Periodendauer des Fehlers der unterschiedlichen Signale wird bei diesem Schätzer nicht kleiner. Dies deutet schon auf ein fehlerhaftes Verhalten des Schätzers hin. Der maximale Fehler dieses Schätzverfahrens nimmt zwar auch mit zunehmender Subträgerzahl ab, verglichen mit dem gemittelten-Phasendifferenz-Schätzer, jedoch in einem viel geringeren Maß. Zwischen 8-Ton und 1023-Ton ist kaum noch eine Verbesserung zu sehen. Die getroffenen Maßnahmen, um diesen Schätzer an die Signale anzupassen, scheinen die Leistungsfähigkeit beeinträchtigt zu haben. Nicht nur an der Lage des Nulldurchlaufs

der Kurven für die Signale, sondern auch an den Kurven mit Phasenoffsets, kann ein ungewöhnliches Verhalten des Schätzfehlers festgestellt werden. In Abbildung 5.21 ist zu erkennen, dass die Periodendauer des Fehlers für unterschiedliche Phasenoffsets nicht bei den selben Verzögerungen liegen, wie es beim gemittelten-Phasendifferenz-Schätzers der Fall war. In Abbildung 5.22 ist an dieser Stelle eine Verzerrung zu sehen.



**Abbildung 5.21:** Hüllkurve einer m-Sequenz unter Einfluss von Phasenoffsets

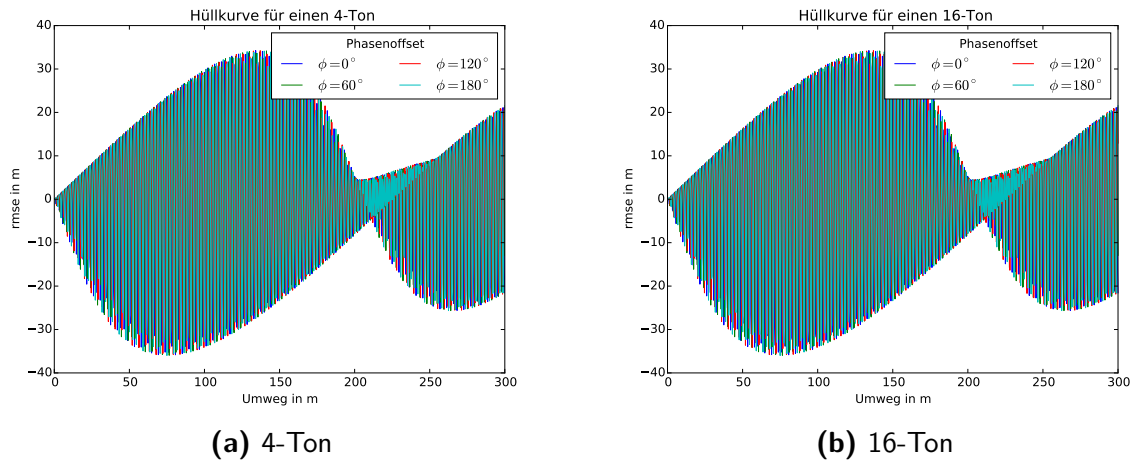
Eine weitere Beobachtung ist, dass der maximale *rmse* in der zweiten Periode kleiner wird. Sehr deutlich kann dieser Effekt bei dem 1023-Ton, in Abbildung 5.21 erkannt werden. Die Begründung hierfür ist der zu lange Umwegpfad. Der *L&R*-Schätzer hat einen deutlich kleineren Eindeutigkeitsbereich als der gemittelte-Phasendifferenz-Schätzer, sodass der Umwegpfad diesen nach der ersten Periode verlässt.

Dieser Schätzer liefert für die hier verwendeten Signale kein besseres Auflösungsvermögens des Mehrwegekanals. Um bessere Ergebnisse zu erzielen, müssen Signale verwendet werden, die die Bedingungen für das Verwenden der Gleichung (3.7) erfüllen. Die nachträgliche Skalierung der Subträgergewichte führt zu einem unerwarteten Verhalten.

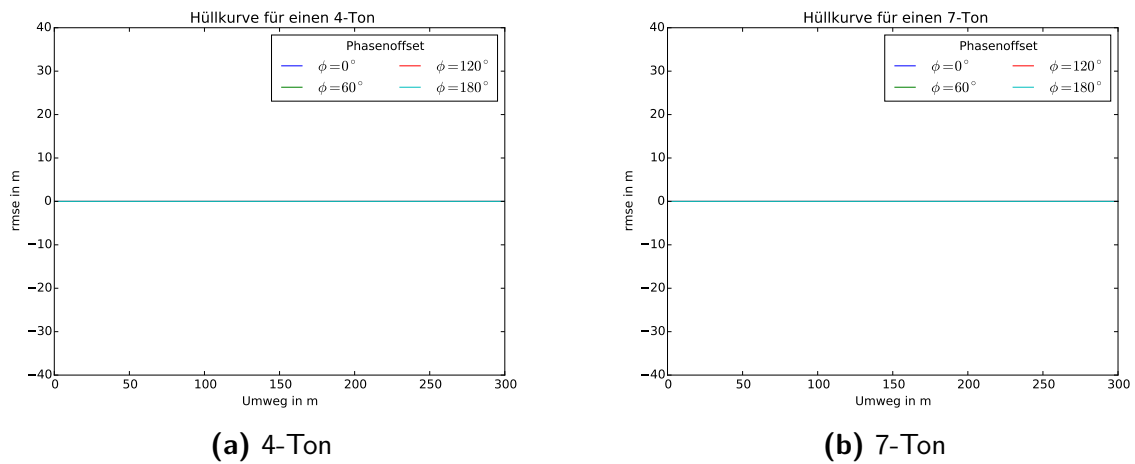
### 5.2.3 Auswertung der Subraumalgorithmen

Wie bereits im *AWGN*-Fall erwähnt, liefern *MUSIC* und *ESPRIT* ähnliche Ergebnisse. Da diese Algorithmen die Pfade trennen können, ist es nicht weiter verwunderlich, dass bei





**Abbildung 5.22:** Hüllkurven des *L&R* Schätzers



**Abbildung 5.23:** Mehrwegehüllkurven einer Hadamard- und einer *m*-Sequenz

Mehrwegeausbreitung kein Schätzfehler entsteht, wie in Abbildung 5.23. Es stellt sich jedoch die Frage, ob diese Eigenschaft, die Pfade trennen zu können, auch bei schlechten Signal-Rausch-Verhältnissen bestehen bleibt.

### 5.2.4 Bewertung bei Mehrwegeausbreitung

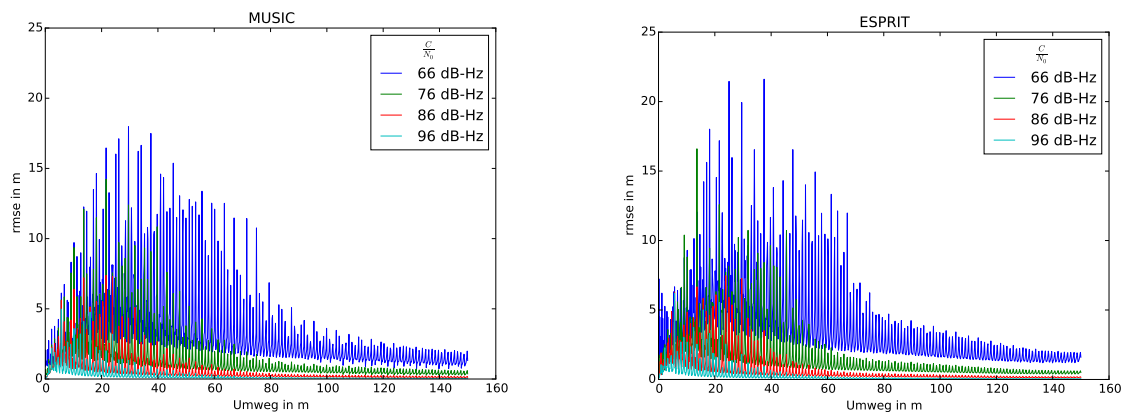
In den vorangegangenen Auswertungen stellte sich heraus, dass Mittelungsverfahren den Schätzfehler in einem Mehrwegekanal durch Mehrtonsignale reduzieren können, jedoch diese

immer noch zu groß bleiben. Der maximale Fehler war bei dem gemittelten-Phasendifferenz-Schätzer in Kombination mit der  $m$ -Sequenz mit 1023 Subträgern am kleinsten, liegt allerdings immer noch über 20 m. Es hat sich auch herausgestellt, dass der  $L\&R$ -Schätzer, aufgrund seiner Modifikationen für die verwendeten Signale, schlechter als der gemittelte-Phasendifferenz-Schätzer abschneidet. Allerdings zeigt er vielversprechende Tendenzen und sollte nochmals mit geeigneten Signalen und einer geeigneten Impulsformung genauer untersucht werden. Die Subraummethoden erweisen sich als die besten Verfahren, Parameter in Mehrwegekanälen zu schätzen. Es muss allerdings eine Betrachtung des gesamten Kanals durchgeführt werden, um eine Aussage über die Leistungsfähigkeit zu treffen.

### 5.3 Betrachtung des gesamten Kanals

Die Auswertung bei Mehrwegeausbreitung zeigt, dass nur die Subraummethoden handhabbare Fehler produzieren. Mittelungsverfahren, wie sie hier vorgestellt wurden, sind hingegen keine gute Lösung für ein Ortungssystem, dass mehrwegerobust sein soll. Zusätzlich stellt sich heraus, dass die  $m$ -Sequenz mit 7 Subträgern das beste Verhalten bei *AWGN* unter Einsatz der Subraummethoden aufweist. Deshalb soll in diesem Abschnitt der *ESPRIT*- und *MUSIC*-Algorithmus unter Einfluss des gesamten Kanalmodells mit einem 7-Ton untersucht werden. Bei der Untersuchung der Subraummethoden im *AWGN*-Fall konnten Fehler erst ab einem  $C/N_0$  von 96 dB – Hz festgestellt werden. Deshalb wird in den folgenden Betrachtungen der  $rmse$  für vier  $C/N_0$ -Werte berechnet. Diese Werte entsprechen den, mit der Bandbreite 4 MHz normierten, Signal-Rausch-Verhältnissen 30 dB, 20 dB, 10 dB und 0 dB. Im reinen *AWGN*-Fall haben die Algorithmen Fehler im Bereich 0 m – 1,5 m erzeugt.

In Abbildung 5.24 ist der Fehler bei Mehrwegeausbreitung und schlechten Signal-Rausch-Verhältnissen aufgetragen. Man sieht, dass der Fehler nun erheblich größer als im Vergleich zum reinen *AWGN*-Fall geworden ist. Für einen Umwegpfad, länger als 80 m, flacht der Fehler jedoch wieder ab und liegt sogar bei 66 dB – Hz unter 5 m. Davor kann der maximale Fehler bis zu 20 m groß werden. Es ist aber auch zu erkennen, dass alle 10 dB – Hz, die das  $C/N_0$  besser wird, der Fehler sich fast halbiert. Es zeigt sich, dass bei kurzen Umwegpfaden und schlechten Signal-Rausch-Verhältnissen, die Fehler nicht mehr tolerierbar sind. Verbessert sich jedoch das  $C/N_0$  um nur 10 dB – Hz erreicht man wieder akzeptable Fehlerwerte. Es muss jedoch beachtet werden, dass es Signalformen gibt, welche die Energie, bezüglich einer optimalen *CRLB* noch besser Verteilen könnten. Zudem wird die *CRLB*



(a) *MUSIC* mit 7-Ton

(b) *ESPRIT* mit 7-Ton

**Abbildung 5.24:** Auswertung des Einflusses des gesamten Kanalmodells

durch die Impulsformung verschlechtert, da die Multiplikation mit einer Sinc-Funktion im Frequenzbereich die äußeren Subträger nach unten skaliert. Es wäre denkbar hier eine Sinc-Funktion als Modulationsimpuls zu verwenden, um im Frequenzbereich eine Multiplikation mit einem Rechteck zu bewerkstelligen.

# KAPITEL 6

---

## Zusammenfassung und Ausblick

---

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Mehrtonsignale zur robusten Distanzschätzung untersucht. Dafür mussten Schätzverfahren gefunden und implementiert werden, welche den Informationsgewinn über den Kanal, durch zusätzliche Subträger, ausnutzen können. Robust ist eine Distanzschätzung, wenn selbst bei einem stark gestörten Kanal, wie bei Mehrwegeausbreitung, ein geringer Schätzfehler entsteht. Es wurden fünf Signale mit verschiedenen Subträgerverteilungen und zwei Schätzstrategien, mit jeweils zwei Schätzalgorithmen untersucht. Die erste Strategie, basierend auf Mittelung, beinhaltet einen Schätzer, der Phasendifferenzen zwischen allen benachbarten Subträger bestimmt und anschließend einen Mittelwert bildet. Der zweite Schätzer, welcher dieselbe Strategie verfolgt, wurde von Luise und Reggiannini vorgestellt. Dieser Schätzer verbessert die Genauigkeit der Schätzung, indem er nicht nur Differenzen benachbarter Träger, sondern zwischen allen Trägern bestimmt. Dadurch verkleinert sich jedoch der Eindeutigkeitsbereich der Schätzung. Die Genauigkeit und das  $SNR$  verbessern sich hingegen. Bei der Verwendung dieses Verfahrens wird eine Vereinfachung getroffen, die nicht auf alle Signalformen zutrifft. Folglich ist dieser Schätzer nicht für alle Signalformen geeignet. Beide Verfahren konnten, mithilfe der zusätzlichen Subträger, Schätzfehler im Mehrwegekanal verringern. Beim Mehrwegekanal ist der Fehler jedoch immer noch zu groß um in realen Systemen eingesetzt zu werden. Der  $L\&R$ -Schätzer musste für die, in dieser Arbeit verwendeten Signale angepasst werden, was seine Leistung minderte. Es ist zu Überlegen, diesen Schätzer mit geeigneten Signalen und einer geeigneten Impulsformung erneut zu Simulieren. Die zweite Strategie basiert auf der Zerlegung der Kanalschätzung in einen Signal- und einen Rauschraum. Dadurch, dass Signal- und Rauschanteil getrennt werden, können die zu schätzenden Parameter direkt aus dem Signalraum extrahiert werden. Der MUSIC-Algorithmus erzeugt einen Suchvektor

(Steringvektor), welcher alle Verzögerungen durchläuft, und multipliziert ihn mit dem Rauschraum. Entsteht bei der Multiplikation eine Nullstelle, ist die Laufzeit zum gesuchten Vektor gefunden. Dieser Suchprozess ist jedoch rechenaufwendig. Einen anderen Ansatz verfolgt das ESPRIT-Verfahren. Dieses teilt den Signalraum in zwei Frequenzabschnitte, welche durch ein least squares-Problem miteinander verknüpft sind. Zur Bestimmung des gesuchten Parameters muss dieses least squares-Problem gelöst werden. Die Methoden, basierend auf einer Zerlegung in Subräume, erreichen zwar nur für einen 7-Ton, im *AWGN*-Kanal die untere Fehlerschranke, können den Mehrwegekanal jedoch sehr gut auflösen. Abschließend wurde geschlussfolgert, dass die Subraummethoden in Kombination mit Mehrträgersignalen, bei welchen alle Subträger gleich gewichtet sind, die besten Ergebnisse erzielen. Die Anzahl der Subträger sollte allerdings nicht zu groß gewählt werden, da bei einem kleinem Signal-Rausch-Verhältnis für solche Signale die untere Fehlerschranke nicht erreicht werden kann. Bei der Auswertung wurde mit dem MUSIC-Algorithmus in Kombination einer 7-Träger  $m$ -Sequenz die besten Ergebnisse erzielt.

Die Ergebnisse der abschließenden Auswertung sind vielversprechend, da selbst bei einem, im Bezug auf die *CRLB*, nicht idealem Signal, Mehrwegefehler minimiert werden konnten. Der zu beobachtende Schätzfehler ist im Bereich von schlechten Signal-Rausch-Verhältnissen und kurzen Umwegpfaden stark angestiegen. Zudem sollte im Hinterkopf behalten werden, dass das Verhältnis des *SNR* vom *LOS* zu dem des Umwegpfades konstant gehalten wurde. Dies entspricht nicht der Realität, da das *SNR* des Umwegpfades ebenfalls mit zunehmender Distanz abnimmt. Es bietet sich an in zukünftigen Arbeiten an der Optimierung der Signalform zu arbeiten, da sich herausgestellt hat, dass unterschiedlich stark gewichtete Subträger, für die in dieser Arbeit untersuchten Schätzer, nicht sehr geeignet sind. Zudem muss auch auf die Impulsformung in zukünftigen Simulationen geachtet werden, da sich herausgestellt hat, dass ein Rechteckimpuls die Gewichte der Subträger verändert. Es wäre denkbar an dieser Stelle eine Sinc-Funktion zur Impulsformung zu verwenden. Des Weiteren sollte eine Verifizierung der Ergebnisse in einer realen Umgebung stattfinden, da Faktoren die in diesen Betrachtungen vernachlässigt wurden Einflüsse auf die Ergebnisse haben können, wie beispielsweise die zusätzliche Dämpfung des Umwegpfades durch die Reflexion.

---

## Literaturverzeichnis

---

- [1] [http://www.dfg.de/dfg\\_magazin/aus\\_der\\_wissenschaft/archiv/mobilitaet\\_jb2012/bats/index.html](http://www.dfg.de/dfg_magazin/aus_der_wissenschaft/archiv/mobilitaet_jb2012/bats/index.html) (Zitiert auf Seite 2)
- [2] HE, Z. ; HU, Y. ; WU, J. ; WANG, J. ; HOU, J. ; WANG, K.: A comprehensive method for multipath performance analysis of GNSS navigation signals. In: *Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC), 2011 IEEE International Conference on*, 2011, S. 1–6 (Zitiert auf Seiten )
- [3] KAMMEYER, K.D. ; KROSCHER, K.: *Digitale Signalverarbeitung: Filterung und Spektralanalyse mit MATLAB-Übungen*. Vieweg + Teubner, 2009 (Informations- und Kommunikationstechnik). – ISBN 9783834806109 (Zitiert auf Seite 27)
- [4] KAY, Steven M.: Fundamentals of statistical signal processing, volume I: estimation theory. (1993) (Zitiert auf Seiten 12, 13 und 14)
- [5] LEÓN, Fernando P. ; JÄKEL, Holger: *Signale und Systeme*. Walter de Gruyter GmbH & Co KG, 2015 (Zitiert auf Seite 14)
- [6] LI, Xinrong ; PAHLAVAN, K.: Super-resolution TOA estimation with diversity for indoor geolocation. In: *IEEE Transactions on Wireless Communications* 3 (2004), Jan, Nr. 1, S. 224–234. – ISSN 1536–1276 (Zitiert auf Seite 23)
- [7] LINDNER, T. ; HADASCHIK, N. ; PATINO-STUDENCKA, L. ; THIELECKE, J.: Influence of antenna array constellation on the accuracy of angle-of-arrival estimation in a multipath environment. In: *WSA 2015; 19th International ITG Workshop on Smart Antennas; Proceedings of*, 2015, S. 1–5 (Zitiert auf Seite 15)

- [8] MENGALI, U.: *Synchronization Techniques for Digital Receivers*. Springer US, 1997 (Applications of Communications Theory). – ISBN 9780306457258 (Zitiert auf Seiten 20, 21, 23 und 43)
- [9] MISRA, Pratap ; ENGE, Per: *Global Positioning System: Signals, Measurements and Performance Second Edition*. Lincoln, MA: Ganga-Jamuna Press, 2006 (Zitiert auf Seiten 15 und 62)
- [10] NOWAK, Thorsten ; HIEROLD, Martin ; KOELPIN, Alexander ; HARTMANN, Markus ; TROGER, Hans-Martin ; THIELECKE, Jorn: System and signal design for an energy-efficient multi-frequency localization system. In: *Wireless Sensors and Sensor Networks (WiSNet), 2014 IEEE Topical Conference on IEEE*, 2014, S. 55–57 (Zitiert auf Seiten 6, 14 und 36)
- [11] PEI, S. C. ; LAI, Y. C.: Closed Form Variable Fractional Time Delay Using FFT. In: *IEEE Signal Processing Letters* 19 (2012), May, Nr. 5, S. 299–302. – ISSN 1070–9908 (Zitiert auf Seiten 32 und 33)
- [12] SHAN, Tie-Jun ; WAX, M. ; KAILATH, T.: On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals. In: *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 33 (1985), Aug, Nr. 4, S. 806–811. – ISSN 0096–3518 (Zitiert auf Seite 26)
- [13] SOBEL, D. ; ANDREWES, W.J.H. ; FIENBORK, M.: *Längengrad - die illustrierte Ausgabe: die wahre Geschichte eines einsamen Genies, welches das grösste wissenschaftliche Problem seiner Zeit löste*. Berlin-Verlag, 2000 (Zitiert auf Seite 1)
- [14] WILDT, Steffen: Mehrwegeausbreitung bei GNSS-gestützter Positionsbestimmung. (2003) (Zitiert auf Seite 9)

---

## Abbildungsverzeichnis

---

2.1	Trilateration . . . . .	4
2.2	Blockschaltbild zu einem AWGN-Kanal . . . . .	7
2.3	Übertragungsverhalten eines AWGN-Kanals . . . . .	8
2.4	Zwei additiv überlagerte komplexe Zeiger . . . . .	9
2.5	Phasenverlauf eines Zweipfadkanals . . . . .	10
2.6	Betragsgang eines Zweipfadkanals . . . . .	10
2.7	Maximum-Likelihood- und Log-Likelihood Funktion für unterschiedliche $\sigma$ .	13
2.8	Mehrwege-Fehlerhüllkurve wie sie in GPS verwendet wird [9] . . . . .	15
2.9	DFT aller Hadamard-Sequenzen einer 8x8 Matrix . . . . .	18
2.10	Schieberegister mit Anfangszustand $\langle -1,1,1 \rangle$ . . . . .	18
3.1	Eigenwerte eines mit $M = 16$ Subträgern abgetasteten Zweipfadkanals . .	24
3.2	Ergebnis des Smoothings in der Ebene des Signalraums . . . . .	25
3.3	Eigenwerte eines mit $M = 16$ Subträgern abgetasteten Zweipfadkanal . . .	26
4.1	Normiertes Betragsspektrum der verwendeten Hadamard-Sequenzen . . . .	30
4.2	Normiertes Betragsspektrum der verwendeten $m$ -Sequenzen . . . . .	30
4.3	Spektrum eines 4-Ton und einer $m$ -Sequenz mit weißem Spektrum, moduliert mit einem Rechteck im Zeitbereich . . . . .	31
4.4	Impulsantwort eines Fractional Delay Filters . . . . .	33
5.1	Distanzabhängige Auswirkung des AWGN-Kanals auf das $C/N_0$ und $CRLB$ .	37
5.2	$CRLB$ abhängig von $C/N_0$ . . . . .	38
5.3	Simulation des Schätzfehlers der gemittelten Phasendifferenzschätzung bei einem AWGN-Kanal . . . . .	39
5.4	$rmse$ der $m$ -Sequenzen gegenüber der $CRLB$ . . . . .	40



5.5	<i>rmse</i> der Hadamard-Sequenzen gegenüber der <i>CRLB</i> . . . . .	41
5.6	Schätzeffizienz des gemittelten Phasendifferenz-Schätzers . . . . .	42
5.7	Simulation des Schätzfehlers des L&R-Schätzers bei einem <i>AWGN</i> -Kanal . . . . .	42
5.8	<i>rmse</i> des L&R-Schätzers mit Hadamard-Sequenzen gegenüber der <i>CRLB</i> . . . . .	43
5.9	<i>rmse</i> des L&R-Schätzers mit <i>m</i> -Sequenzen gegenüber der <i>CRLB</i> . . . . .	44
5.10	Schätzeffizienz des L&R-Schätzers . . . . .	45
5.11	Simulation des Schätzfehlers des <i>ESPRIT</i> - und <i>MUSIC</i> -Schätzers bei einem <i>AWGN</i> -Kanal . . . . .	45
5.12	Varianz des <i>ESPRIT</i> -Schätzers gegenüber der <i>CRLB</i> für Hadamard-Sequenzen . . . . .	46
5.13	Varianz des <i>ESPRIT</i> -Schätzers gegenüber der <i>CRLB</i> für <i>m</i> -Sequenzen . . . . .	47
5.14	Varianz des <i>MUSIC</i> -Schätzers gegenüber der <i>CRLB</i> . . . . .	48
5.15	Schätzeffizienz der Subraumalgorithmen . . . . .	49
5.16	Mittlerer Schätzfehler durch einen zweiten Pfad, ohne Einfluss eines Phasenoffsets . . . . .	50
5.17	Hüllkurve einer <i>m</i> -Sequenz unter Einfluss von Phasenoffsets . . . . .	51
5.18	Hüllkurven zweier Hadamard-Sequenzen mit einer Trägerfrequenz $f_c = 868\text{ MHz}$ und unter Einfluss von Phasenoffsets . . . . .	52
5.19	Hüllkurven zweier Hadamard-Sequenzen mit einer Trägerfrequenz von $868\text{ MHz}$ und unter Einfluss von Phasenoffsets . . . . .	52
5.20	Mittlerer Schätzfehler durch einen 2. Pfad, ohne Einfluss eines Phasenoffsets . . . . .	53
5.21	Hüllkurve einer <i>m</i> -Sequenz unter Einfluss von Phasenoffsets . . . . .	54
5.22	Hüllkurven des <i>L&amp;R</i> Schätzers . . . . .	55
5.23	Mehrwegehüllkurven einer Hadamard- und einer <i>m</i> -Sequenz . . . . .	55
5.24	Auswertung des Einflusses des gesamten Kanalmodells . . . . .	57

---

## Tabellenverzeichnis

---

5.1 Simulationsparameter . . . . .	35
------------------------------------	----

# ANHANG A

---

## Anhang

---

### A.1 Elektronischer Anhang (auf CD)

- Python-Skripte der Simulationsumgebung
- PDF-Version der vorliegenden Arbeit
- Latex-Version der vorliegenden Arbeit
- PDF's der Verwendeten Literatur