

Введение

Задача синтеза систем управления (беспилотных летательных аппаратов – БЛА) характеризуется сложностью их математических моделей и наличием существенных ограничений и возмущений. К основным ограничениям можно отнести ограничения, обусловленные нелинейностью элементов сервоприводов, входящих в состав автопилота и ветровыми возмущениями, действующими на БЛА. Моделирование влияния ветровых возмущений на работу контура автопилота при посадке БЛА, является сложной математической задачей, что требует специфических знаний от инженера разработчика и наличие специальных алгоритмов.

Существующие алгоритмы имитации ветровых возмущений в системе виртуального моделирования *MATLAB*, такие как (*Discrete Wind Gust Model*, *Dryden Wind Turbulence Model*, *Von Karman Wind Turbulence Model* и т.д.), представленные в пакете *Aerospace Blockset*, достаточно сложны для их понимания разработчикам систем автоматического управления воздушных судов не специалистов в метеорологии. Представленная нами, математическая модель проста в понимании, имеет открытый код, что позволит достаточно просто осуществить инженерные расчеты по влиянию ветровых возмущений на БЛА с учетом географического расположения зоны полетов.

В данной работе:

- 1) предложена модель ветра (вычисления по модели фон Кармана) с учетом его порывистой части и ветра устойчивого направления, действующего на БЛА с учетом метеорологических особенностей атмосферы;
- 2) предложена математическая и имитационная модель вертикального канала БЛА и сервопривода,
- 3) представлены результаты моделирования и выводы.

Решение задачи

Допущение. Направление ветра устойчивого направления, совпадает по касательной к направлению полета БЛА (вдоль оси x).

При составлении математической модели см. рис.2, не учитываются:

- неровности местности;
- наличия ветра типа - ножницы;
- другие метеорологические фракции (за исключением высоты).

Суммарный вектор скорости ветра, действующий на БЛА может быть выражен, как [Рэндал, 2015, с. 312]:

$$V_w = V_{ws} + V_{wg},$$

где V_{ws} – постоянный вектор, который представляет собой ветер устойчивого направления (обычно выражается в инерциальной системе координат – ИСК);

V_{wg} – стохастический процесс, который представляет собой воздушные порывы и другие атмосферные возмущения (стохастическая компонента ветра выражается в связанной системе координат – ССК).

Значение V_{ws} для БЛА, можно вычислить, как [https://www.mathworks.com]:

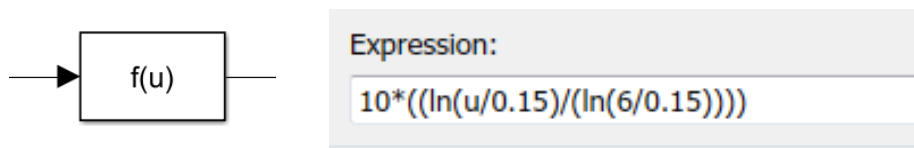
$$V_{ws} = V_6 \cdot \frac{\ln\left(\frac{h}{Z_0}\right)}{\ln\left(\frac{6}{Z_0}\right)}, 1 \text{ м} < h < 300 \text{ м}, \quad (1)$$

где V_6 – среднегодовая скорость ветра на высоте 6 метров для заданного участка местности;

h – текущая высота полета БЛА;

Z_0 – коэффициент (для указанных высот, выбирается – 0,15). Например, для Смоленской области – $V_6 \approx 2,1$ м/с. [https:// www.energywind.ru].

Моделирование (1), проводилось с помощью функции:



На средних и больших высотах параметры для модели порывов ветра основываются на предположении, что турбулентность изотропным. Результаты экспериментальных исследований показали, что адекватность модели для неустановившейся, порывистой части ветра достигается при пропуске через линейный, не меняющийся во времени фильтр белого шума, задаваемого спектром турбулентности фон Кармана [Рэндал, 2015, 312 с.]. Для простоты вычисления модели фон Кармана, целесообразно использовать передаточные функции Драйдена:

$$H_x(s) = \sigma_x \sqrt{\frac{2V_a}{L_x}} \cdot \frac{1}{s + \frac{V_a}{L_x}}; \quad (2)$$

$$H_y(s) = \sigma_y \sqrt{\frac{3V_a}{L_y}} \cdot \frac{\left(s + \frac{V_a}{\sqrt{3}L_y}\right)}{\left(s + \frac{V_a}{L_y}\right)^2}; \quad (3)$$

$$H_z(s) = \sigma_z \sqrt{\frac{3V_a}{L_z}} \cdot \frac{\left(s + \frac{V_a}{\sqrt{3}L_z}\right)}{\left(s + \frac{V_a}{L_z}\right)^2}, \quad (4)$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – интенсивности турбулентности вдоль осей ССК БЛА;

L_x, L_y, L_z – пространственные длины волн (масштаб турбулентности);

V_a – воздушная скорость БЛА, без учета величины ветра устойчивого направления.

Параметры для модели порывов ветра определены в MIL-F-8785C [Flying Qualities of Piloted Airplanes, 1980]. Подходящие параметры в случае небольших и средних высот, слабой и умеренной турбулентности представ-

лены в табл. 1 [W. Langelaan, 2010].

Таблица 1 – Параметры модели порыва ветра Драйдена

Описание порыва ветра	$h, м$	$L_x, L_z, м$	$L_y, м$	$\sigma_x, \sigma_z, м$	$\sigma_y, м$
Слабая турбулентность	50	200	50	1,06	0,7
Умеренная турбулентность	50	200	50	2,12	1,4
Слабая турбулентность	600	533	533	1,5	1,5
Умеренная турбулентность	600	533	533	3	3

Проведенные исследования показали [Обзор ОНТИ ЦАГИ. 1979], что $300 м < h < 600 м$, существует линейная интерполяция между значениями σ и L от высоты полета БЛА. Используя данные табл.1, уравнения связи σ и L от высоты полета, имеют вид:

$$L_z(h) = L_x(h) = -169,72 + 0,605 \cdot h; \quad (5)$$

$$L_y(h) = 6,09 + 0,878 \cdot h; \quad (6)$$

$$\sigma_x(h) = \sigma_z(h) = 1,02 + 0,0008 \cdot h; \text{ (слабая турбулентность)} \quad (7)$$

$$\sigma_y(h) = 0,627 + 0,0014 \cdot h; \text{ (слабая турбулентность)} \quad (8)$$

$$\sigma_y(h) = 1,254 + 0,0029 \cdot h; \text{ (умеренная турбулентность)} \quad (9)$$

В приземном слое атмосферы ($h < 300 м$), параметры спектральных плотностей различных компонентов скорости ветра различны и изменяются с изменением высоты полета [Обзор ОНТИ ЦАГИ. 1979] и [MIL-F - 8785C]:

$$L_x = L_y = \frac{1}{[0.177+0.823(h/300)]^{1.2}}; L_z = h; \quad (10)$$

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_z} = \frac{\sigma_y}{\sigma_z} = \frac{1}{[0.177+0.823(h/300)]^{0.4}}, \text{ где } \sigma_z = 0,1 \cdot V_6; \quad (11)$$

$$\sigma_y = 0,1 \cdot V_6 \cdot \frac{1}{[0.177+0.823(h/300)]^{0.4}}; \text{ (слабая турбулентность)} \quad (12)$$

$$\sigma_y = 0,2 \cdot V_6 \cdot \frac{1}{[0.177+0.823(h/300)]^{0.4}}; \text{ (умеренная турбулентность)} \quad (13)$$

На рис.1, представлена модель расчета значений составляющих скорости ветра, действующего на БЛА в ССК. На рис. 1:

B_3 – универсальная матрица направляющих косинусов, предназначенная для преобразования ИСК в ССК, где: $\psi^* = \psi$; $\upsilon^* = \upsilon$; $\gamma^* = \gamma$;

P_3 – перестановочная матрица. Программная реализация алгоритма, реализующая блок № 2, на рис.1, имеет вид:

```
function vixod =VETERR(u)
ukr=u(1); ta=u(2); kyr=u(3); va=u(4); % задаем крен, тангаж, курс и значение воздушной скорости по оси X без ветра
vay=0; vaz=0;
```

```

V=[va;vay;vaz];
bb11=cos(kyr)*cos(ykr)-sin(kyr)*sin(ta)*sin(ykr);
bb12=cos(ta)*sin(ykr);
bb13=cos(kyr)*sin(ykr)+sin(kyr)*sin(ta)*cos(ykr);
%-----
bb21=sin(kyr)*cos(ykr)+cos(kyr)*sin(ta)*sin(ykr);
bb22=cos(ta)*cos(kyr);
bb23=sin(kyr)*sin(ykr)-cos(kyr)*sin(ta)*cos(ykr);
%-----
bb31=-cos(ta)*sin(ykr);
bb32=sin(ta);
bb33=cos(ta)*cos(ykr);
%-----
B3=[bb11 bb12 bb13; bb21 bb22 bb23; bb31 bb32 bb33];
P3=[0 0 1; 1 0 0; 0 1 0];% перестановочная матрица
P3tr=P3';
Wxyz=(P3tr*B3*P3)*V; % расчет значений проекций скорости ветра от
ИСК на оси ССК
%*****
vixod(1)=Wxyz(1);
vixod(2)=Wxyz(2);
vixod(3)=Wxyz(3);

```

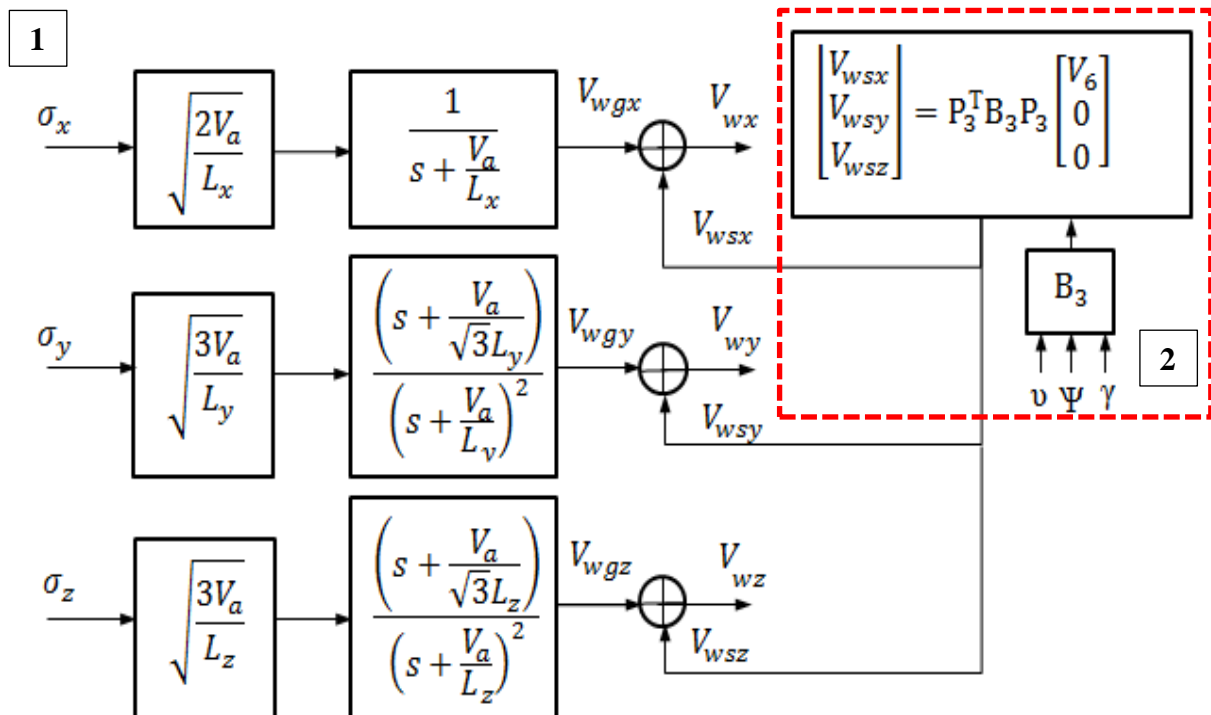


Рисунок 1 – Модель расчета ветра, действующего на БЛА в ССК

Моделирование передаточных функций Драйдена (2-4), выполнялось в системе *Matlab*, где см. рис.1, выражение:

$$\sigma_y \sqrt{\frac{3V_a}{L_y}}$$

моделировалось, как (рис.1.2):

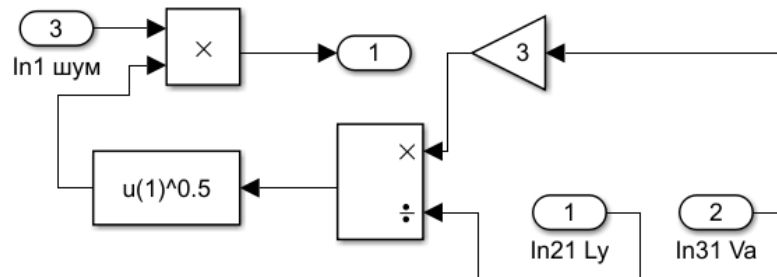


Рисунок 1.2

Пространственные длины волн (масштаб турбулентности) по оси ОУ см. (6, 10) моделировалось, как (рис.1.3):

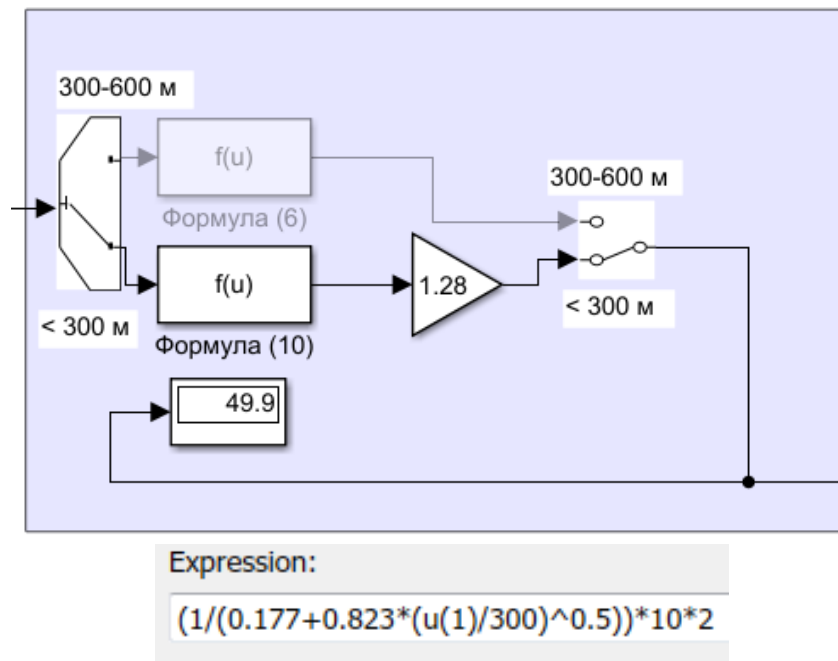


Рисунок 1.3

Значения интенсивности турбулентности ветра вдоль вертикальной оси (ось ОУ – ССК) σ_y , вычислялось по модели, представленной на рис.2.

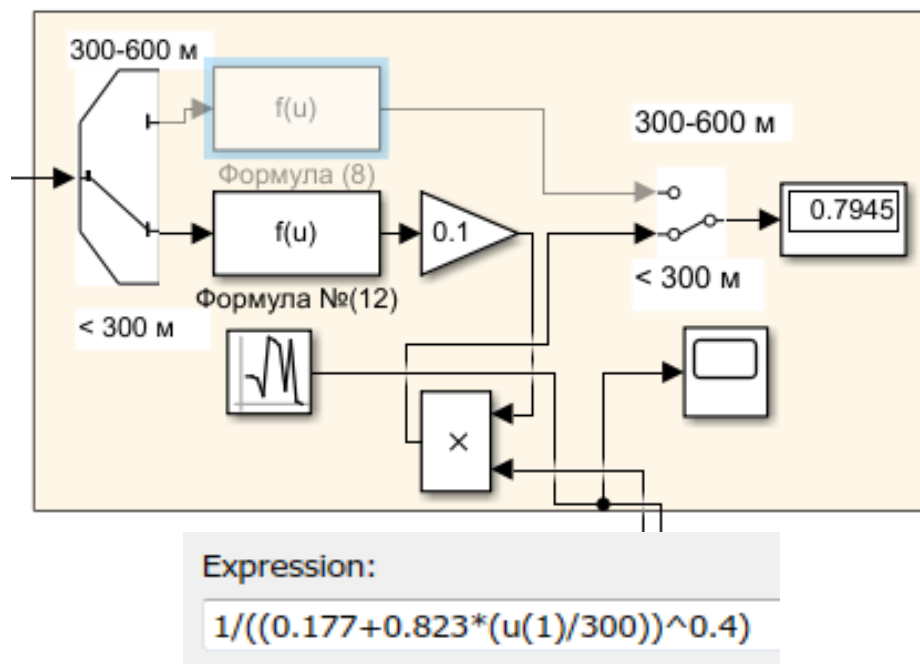


Рисунок 2

В функции *Random Number*, происходит моделирование случайного числа по нормальному закону распределения с математическим ожиданием – *Mean*: = 0 и дисперсией *Variance*: = $(\sigma_y)^2$. Особенность моделирования. С начала, вычисляется требуемая дисперсия по формулам (8)-(12) – σ_y , а затем ее значение вводится в блок *Random Number*, рис.2.1.

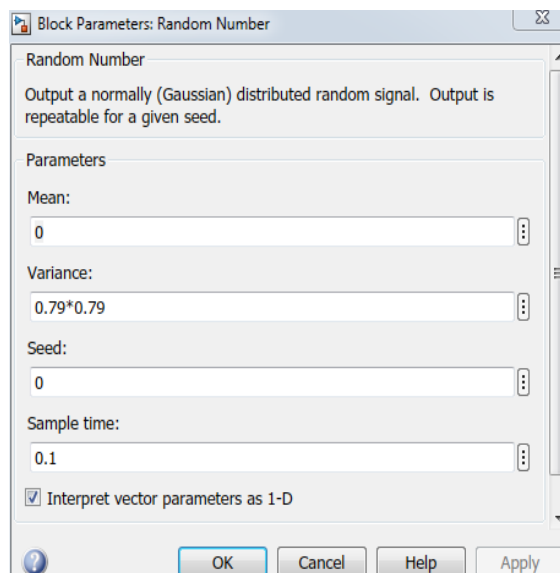


Рисунок 2.1

Модельное время *Sample time*: выбирается в пределах $\Delta t = 0,1 - 0,5$ с [Atmospheric Turbulence Simulation Techniques With Application to Flight Analysis, CONTRACT NASS-32692, 1980].

Моделирования выражения (3), осуществлялось в блоке, представленному на рис.3.

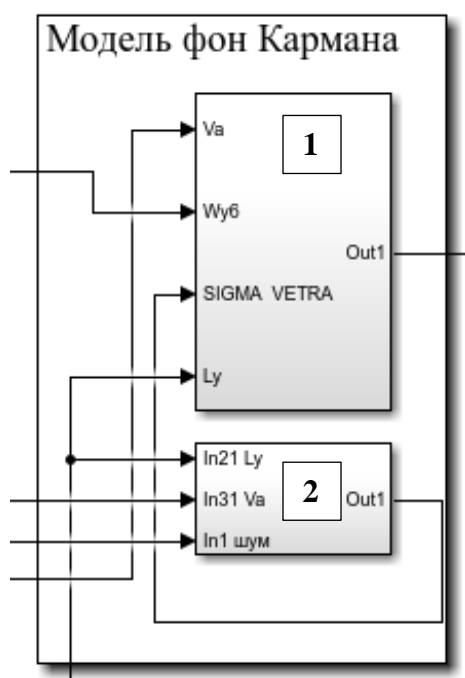


Рисунок 3

где блок 1 (рис.3), имеет структуру, представленную на рис.3.1:

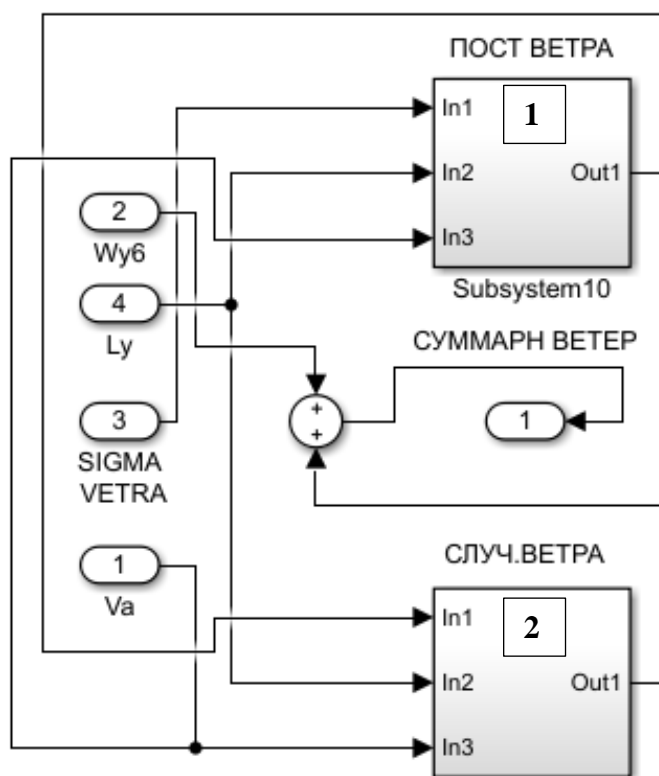


Рисунок 3.1

где блок 1 (рис.3.1), имеет структуру, см. рис.3.2:

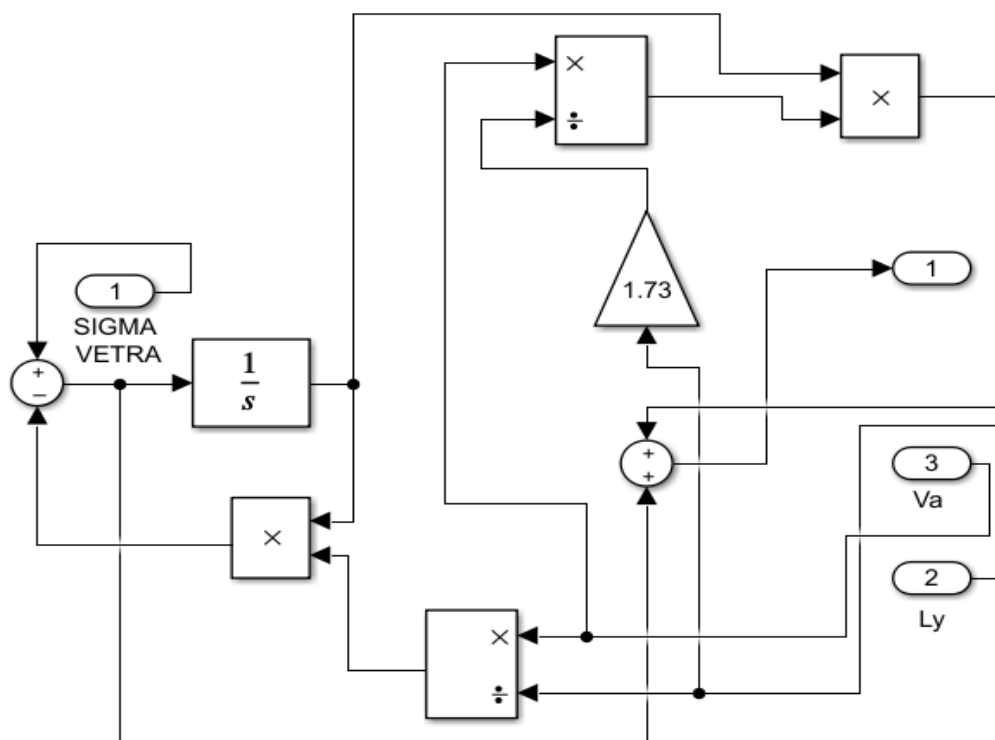


Рисунок 3.2

где блок 2 (рис.3.1), имеет структуру, см. рис.3.3:

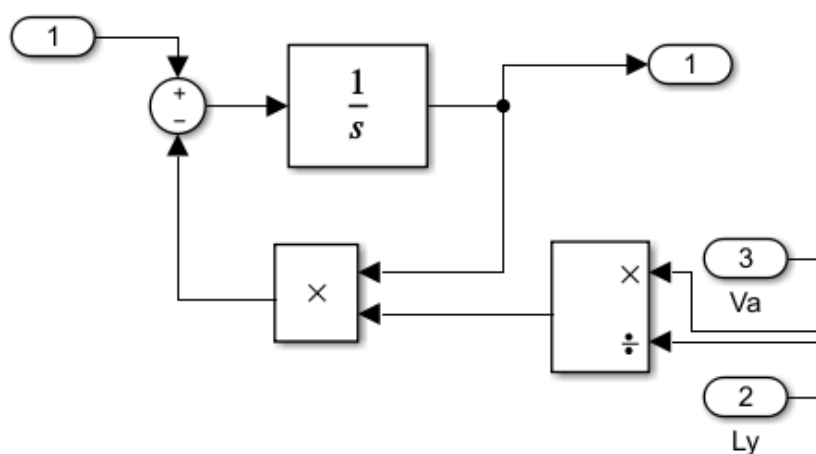


Рисунок 3.3

Внешний вид, *Simulink*-модели позволяющий исследовать влияние вертикальной составляющей ветра на продольный канал БЛА, представлен на рис.4-5.

Передаточная функция $W_{\text{бла}}(p)$, имеет вид (рис.6), ее *Simulink*-модель, представлена на рис.7.

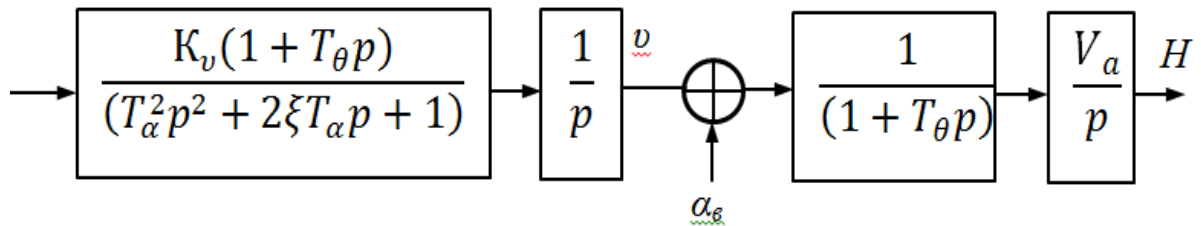


Рисунок 6 – Структурная схема модели движения БЛА с учетом ветра

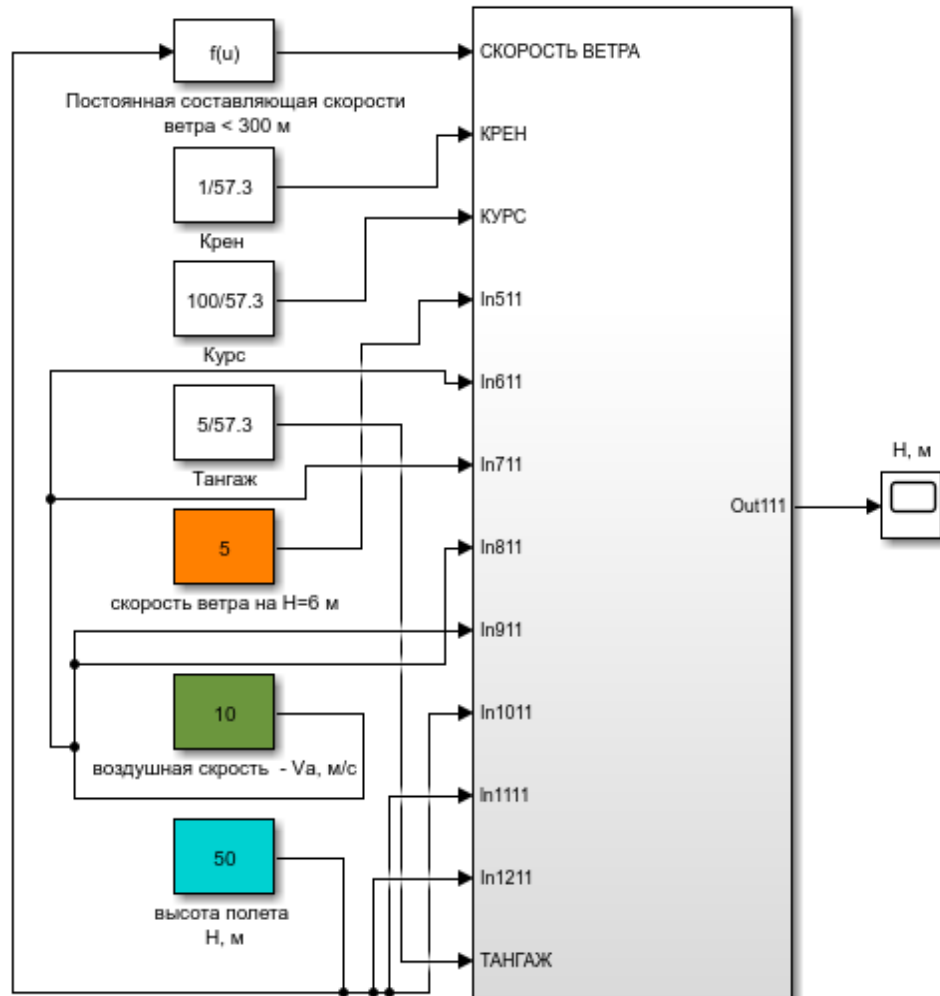


Рисунок 4

где α_g – угол ветра, $\alpha_v \approx \frac{V_{wy}}{V_a}$;

K_v – коэффициент передачи по тангажу;

T_θ – постоянная времени, характеризующая маневренность БЛА в продольном направлении;

T_α – постоянная времени собственных колебаний БЛА;

ξ – коэффициент демпфирования. Для различных условий моделирования, параметры модели пересчитываются.

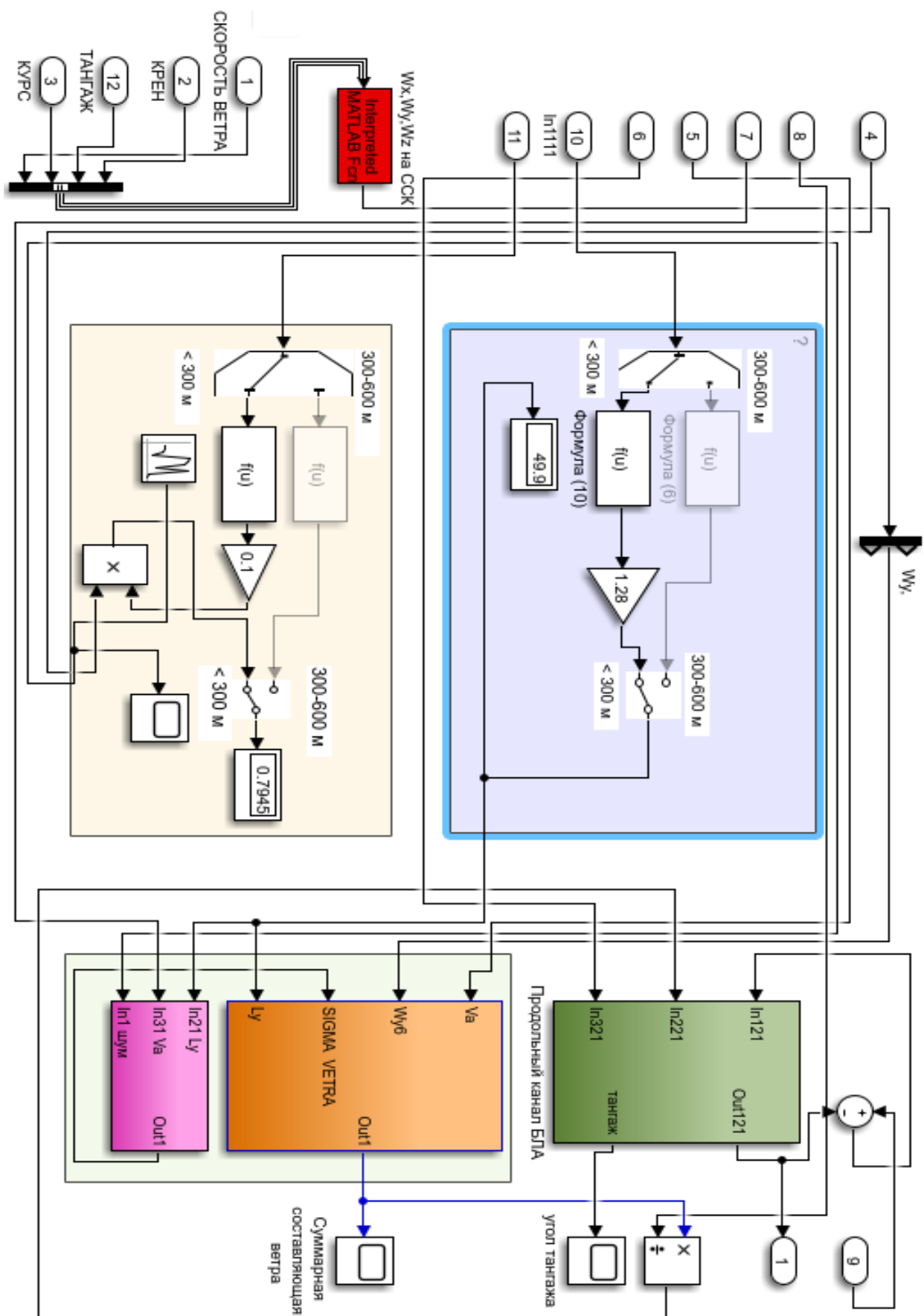


Рисунок 5

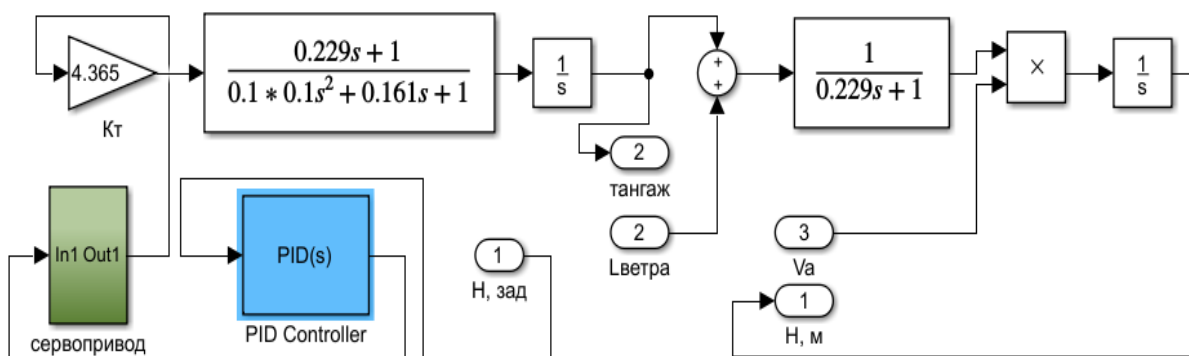


Рисунок 7

На рис.8, изображена упрощенная *Simulink*-модель сервопривода.

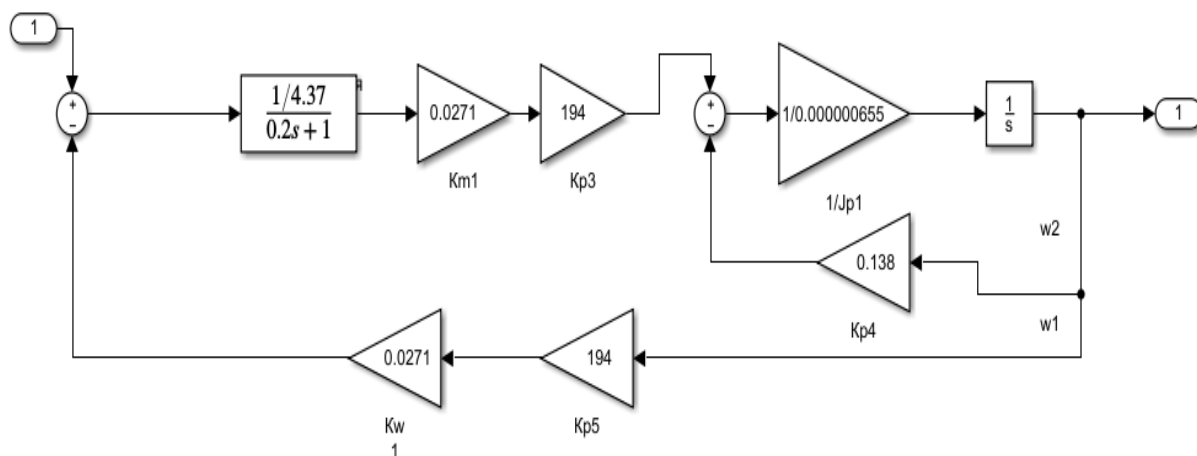


Рисунок 9

Величина момента аэродинамической нагрузки, действующая на серво машинку, можно учесть как:

$$M_H = \frac{\left(\frac{\rho V_a^2}{2} \cdot S_{эф} \cdot 0,005 \cdot \varphi_{max} \cdot b \right)}{i}, \quad (14)$$

где $S_{эф}$ – эффективная площадь РВ (0,15 м²);
 b – хорда руля (0,05 м);
 ρ – плотность воздуха на заданной высоте полета;
 φ_{max} – максимальный угол отклонения РВ (15 град);
 i – передаточное отношение силовой проводки, равное отношению плеча качалки серво машинки к плечу кабанчика руля (1,5).

Допущения: не учитываются упругие деформации механической передачи, аэродинамическая и весовая компенсация руля.

Модель расчета момента аэродинамической нагрузки, представлена на рис.9.2.

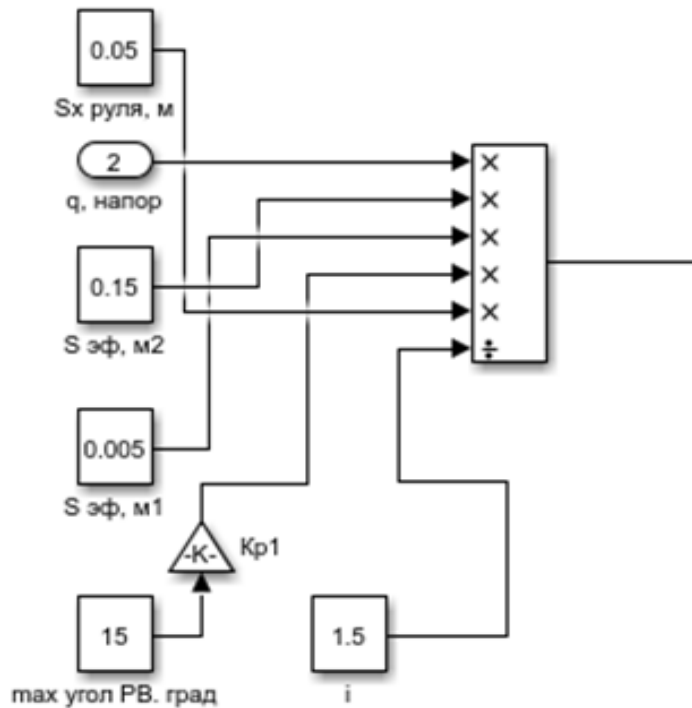


Рисунок 9.2

Линейная передаточная функция сервопривода см. рис.9, имеет вид:

$$W(p) = \frac{9,18}{p^2 + 2,1p + 4,93},$$

Преобразование ПФ $W(p)$ из рис.9.

1. $[A1, B1, C1, D1] = \text{linmod2}(\text{'название модели'})$;
2. $[num, den] = \text{ss2tf}(A1, B1, C1, D1)$
3. $\text{plant} = \text{tf}(num, den)$

В качестве системы управления выступает пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор (ПИД – регулятор):

$$\delta_B = \left(\frac{K_H^f}{p} + K_H + \frac{K_H T_{\text{и}}}{1 + \frac{T_{\text{и}}}{P}} \right) \Delta H,$$

Параметры ПИД регулятора, см. рис.10:

$P = K_H$ – коэффициент усиления контура высоты полета (определяет угол отклонения руля высоты при возникновении рассогласования между значениями текущей и опорной барометрической высоты в 1 м);

$I = K_H^{\int} = K_H \cdot \frac{T_Q}{3}$ – передаточный коэффициент по интегралу рассогласования высоты ($K \approx 0.22$), T_Q – постоянная времени, характеризующая маневренность БЛА в вертикальном канале;

$D = K_H^{\cdot} \approx K_H$ – передаточный коэффициент по дифференциалу рассогласования высоты;

$N \approx 1/K_H$ – постоянная времени издрорма.

Controller parameters

Source: internal [Compensator formula](#)

Proportional (P): 0.00618279235491519

Integral (I): 0.00618*0.5/3

Derivative (D): 0.00618

Filter coefficient (N): 1/0.00618

Select Tuning Method: Transfer Function Based (PID Tuner App) [Tune...](#)

$$P + I \frac{1}{s} + D \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}}$$

Рисунок 10

Результаты расчета значений ветровых возмущений действующих на ось OY – ССК БЛА, при:

$\gamma = 1$ град;

$\nu = 5$ град;

$\psi = 100$ град и $\Delta t = 0.25$ с, представлены на рис.11-14.

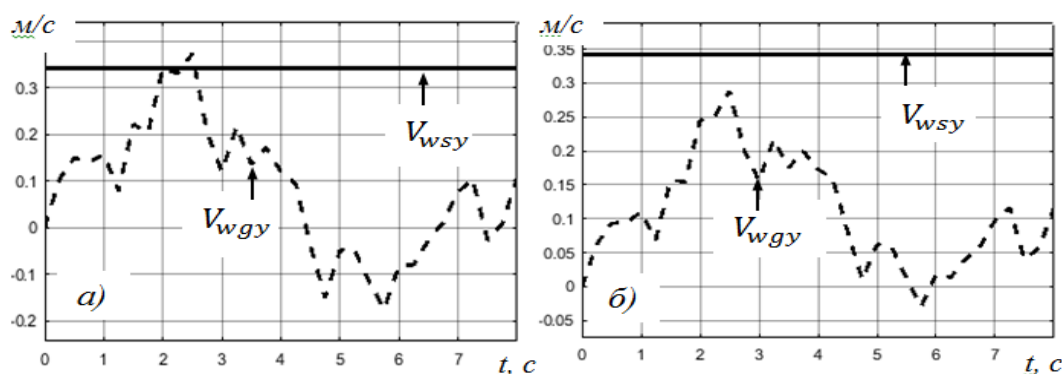


Рисунок 11 – Результаты моделирования значений стохастической компоненты ветра и ветра устойчивого направления (слабая турбулентность) ($H = 50$ м; $V_6 = 2.5$ м/с), при: а) $V_a = 15$ м/с; б) $V_a = 5$ м/с

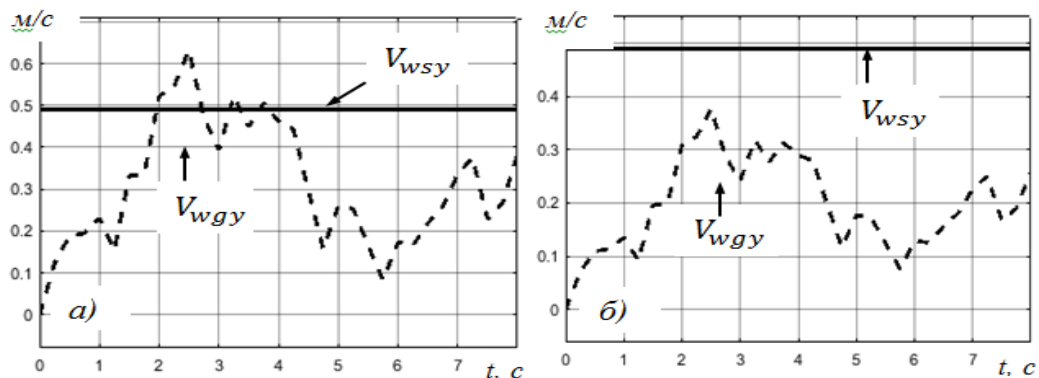


Рисунок 12 – Результаты моделирования значений стохастической компоненты ветра и ветра устойчивого направления (слабая турбулентность) ($H = 600$ м; $V_6 = 2.5$ м/с), при: а) $V_a = 15$ м/с; б) $V_a = 5$ м/с

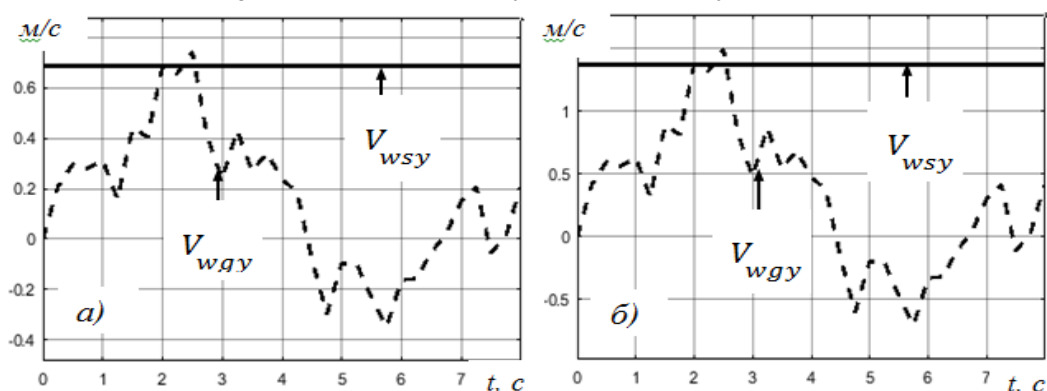


Рисунок 13 – Результаты моделирования значений стохастической компоненты ветра и ветра устойчивого направления (слабая турбулентность) ($H = 50$ м; $V_a = 15$ м/с), при: а) $V_6 = 5$ м/с; б) $V_6 = 10$ м/с

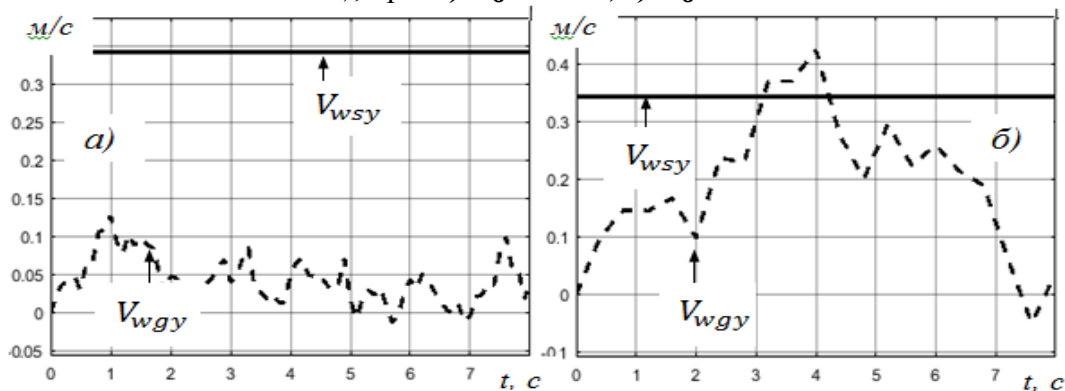


Рисунок 14 – Результаты моделирования значений стохастической компоненты ветра и ветра устойчивого направления (слабая турбулентность) ($H = 50$ м; $V_6 = 2.5$ м/с; $V_a = 5$ м/с), при: а) $\Delta t = 0.1$; б) $\Delta t = 0.4$

Выводы: Как видно из рис.11-14: стохастическая компонента турбулентности ветра, значительна по отношению к компоненте ветра устойчивого направления действующего на БЛА. При увеличении воздушной скорости БЛА в 3 раза, стохастическая компонента ветра V_{wgy} , изменится не значительно не более (5-10 %) см. рис.11, ее величина зависит главным образом от интенсивно-

сти и масштаба ее турбулентности в данной географической области, причем с высотой полета БЛА она будет увеличиваться (рис.11-12).

Реакция модели продольного движения БЛА по высоте полета с учетом ветровых возмущений, представлена на рис.15. Результаты моделирования (см. рис. 15 (а)) показали, что при умеренной турбулентности ветра и малой скорости БЛА ($V_a = 15$ м/с = 54 км/ч), дисперсия выходного сигнала по управляющему воздействию составляет примерно 4 - 5 %. При скорости полета БЛА ($V_a = 30$ м/с = 108 км/ч), влияние ветра на ошибку по высоте, не так значительно, дисперсия составляет всего 2 - 3 %.

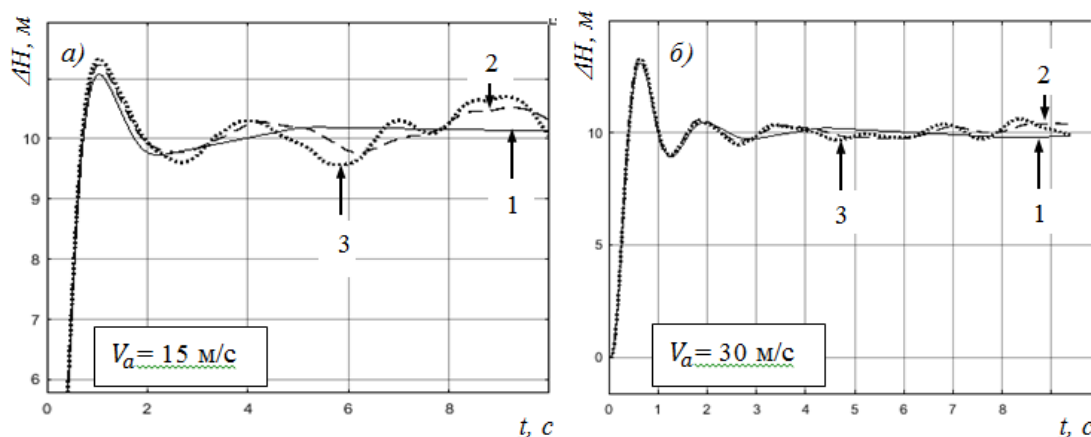


Рисунок 15 – Реакция модели продольного движения БЛА по высоте полета с учетом нелинейностей сервопривода и ветровых возмущений:

1 – без ветра; 2 – при умеренной турбулентности ветра на $H = 50$ м; 3 – $H = 600$ м

Таким образом, влиянием ветровых возмущений на БЛА, при его крейсерских скоростях полета более 100 км/ч можно пренебречь. Актуальной задачей при синтезе автопилота БЛА с учетом ветровых возмущений применительно к метеорологическим условиям территории средне европейской части Европы, является решение задач посадки, где скорости полета БЛА значительно меньше 30 м/с и управление стабилизатором происходит с малыми заданными углами.

Библиографический список

1. Рэндал У. Биард, Тимоти У. МакЛэйн. Малые беспилотные летательные аппараты: теория и практика. Москва: ТЕХНОСФЕРА, 2015. 312 с.
2. Характеристики ветровых возмущений в нижних слоях атмосферы // Обзор ОНТИ ЦАГИ. – 1979, № 545.
3. Langelaan J. W., Alley N., and J. Niedhoefer, Wind field estimation for small unmanned aerial vehicles in AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, AIAA 2010 8177 / August 2010. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.mathworks.com/help/aerotbx/environment.html> (дата обращения: 10.01.2019).
4. Atmospheric Turbulence Simulation Techniques With Application to Flight Analysis, CONTRACT NASS-32692 SEPTEMBER 1980.

5. Flying Qualities of Piloted Airplanes. U.S. Military Specification MIL-F-8785C. Washington, D.C.: U.S. Department of Defense, 1980. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.energywind.ru/recomendacii/skorost-vetra-belarus.html> (дата обращения: 10.01.2019).

6. Ф.Я. Распопов, С.В. Телухин. Автопилот беспилотного летательного аппарата. Мехатроника, автоматизация, управление № 10, 2008, С. 19.

7. Михалев И. А. Системы автоматического управления полетом самолета. М.: Машиностроение, 1971. 464 с.