

# Compare

|              |                  |
|--------------|------------------|
| Name         | Dharini Baskaran |
| Identity Key | dhba5060         |

|   | Level        | Completed | Goal            |    |
|---|--------------|-----------|-----------------|----|
|    | Beginner     | 9         | 4722            | 13 |
|    | Intermediate | 6         | 5722            | 15 |
|  | Advanced     | 1         | Total Completed |    |
|  | Expert       | 0         | 0               |    |

# Compare

CSCI 5722/4722: Computer Vision

Spring 2024

Dr. Tom Yeh

Dr. Mehdi Moghari

# Compare Pixels

CSCI 5722/4722 Computer Vision



University of Colorado  
Boulder

Q: Which looks like X the most? A or B?

X

|    |   |   |
|----|---|---|
| 2  | 1 | 0 |
| 0  | 1 | 3 |
| -3 | 1 | 2 |

A

|   |   |    |
|---|---|----|
| 2 | 1 | 3  |
| 0 | 1 | 3  |
| 4 | 1 | -2 |

B

|    |   |   |
|----|---|---|
| 1  | 1 | 0 |
| 2  | 1 | 4 |
| -2 | 1 | 3 |

# Count Different Pixels

X

|    |   |   |
|----|---|---|
| 2  | 1 | 0 |
| 0  | 1 | 3 |
| -3 | 1 | 2 |

A

|   |   |    |
|---|---|----|
| 2 | 1 | 0  |
| 0 | 1 | 3  |
| 4 | 1 | -2 |

$X \neq A$

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

$\Sigma$

|  |
|--|
|  |
|--|

{ distance | similarity }

{ min | max }

|  |
|--|
|  |
|--|

B

|    |   |   |
|----|---|---|
| 1  | 1 | 0 |
| 2  | 1 | 4 |
| -2 | 1 | 3 |

$X \neq B$

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

|  |
|--|
|  |
|--|

|  |
|--|
|  |
|--|

L1

a.k.a. \_\_\_\_\_

{ distance | similarity }

X

|    |   |   |
|----|---|---|
| 2  | 1 | 0 |
| 0  | 1 | 3 |
| -3 | 1 | 2 |

A

|   |   |    |
|---|---|----|
| 2 | 1 | 0  |
| 0 | 1 | 3  |
| 4 | 1 | -2 |

$|X - A|$

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

$\Sigma$

{ min | max }

B

|    |   |   |
|----|---|---|
| 1  | 1 | 0 |
| 2  | 1 | 4 |
| -2 | 1 | 3 |

$|X - B|$

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

# ☒ ☐ L1 Distance

X

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 |
| 1 | 1 | 3 |
| 3 | 0 | 2 |

A

|   |   |    |
|---|---|----|
| 2 | 1 | 0  |
| 0 | 1 | 3  |
| 4 | 1 | -2 |

$|X - A|$

|   |   |   |
|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 4 |

$\Sigma$

|    |
|----|
| 11 |
| a  |

{min | max}

|   |
|---|
| ✓ |
|---|

B

|    |   |   |
|----|---|---|
| 1  | 1 | 0 |
| 2  | 1 | 4 |
| -2 | 1 | 3 |

$|X - B|$

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 |
| 1 | 0 | 1 |
| 5 | 1 | 1 |

|    |
|----|
| 12 |
| b  |

|  |
|--|
|  |
|--|

🔑  $a + b = 23$

# L2

a.k.a. \_\_\_\_\_

{ distance | similarity }

X

|    |   |   |
|----|---|---|
| 2  | 1 | 0 |
| 0  | 1 | 3 |
| -3 | 1 | 2 |

A

|   |   |    |
|---|---|----|
| 2 | 1 | 0  |
| 0 | 1 | 3  |
| 4 | 1 | -2 |

$(X - A)^2$

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

$\Sigma$

$\sqrt{\quad}$

{ min | max }

B

|    |   |   |
|----|---|---|
| 1  | 1 | 0 |
| 2  | 1 | 4 |
| -2 | 1 | 3 |

$(X - B)^2$

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |



# L2 Distance

| X |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 |
| 1 | 1 | 3 |
| 3 | 0 | 2 |

| A |   |   |
|---|---|---|
| 2 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 3 |
| 4 | 1 | 0 |

| $(X - A)^2$ |   |   |
|-------------|---|---|
| 4           | 0 | 4 |
| 1           | 0 | 0 |
| 1           | 1 | 4 |

$$\Sigma \quad \sqrt{\quad} \quad \{\text{min} \mid \text{max}\}$$

15  
a

3.8

| B |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 4 |
| 2 | 1 | 3 |

| $(X - B)^2$ |   |   |
|-------------|---|---|
| 1           | 0 | 4 |
| 1           | 0 | 1 |
| 1           | 1 | 1 |

$$\Sigma \quad \sqrt{\quad}$$

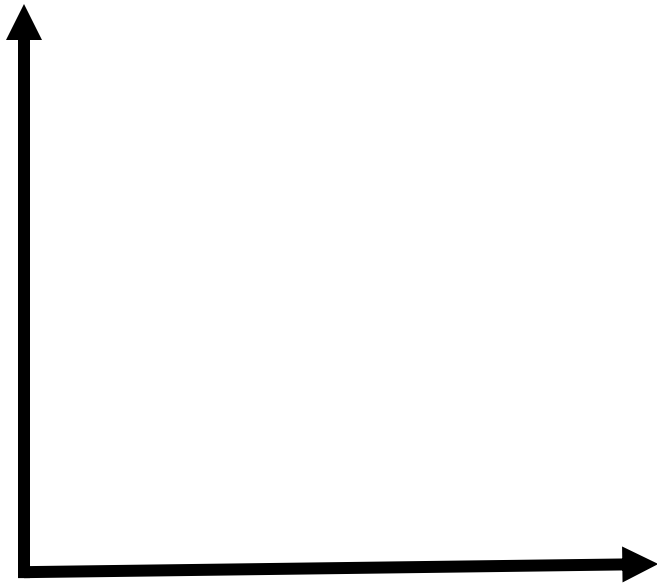
10  
b

3.1

✓

key  $a + b = 25$

# Cosine



$$\cos(\quad) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos(\quad) = \underline{\hspace{2cm}}$$

# Cosine

{ distance | similarity }

{ min | max }

| X  |   |   |
|----|---|---|
| 2  | 1 | 0 |
| 0  | 1 | 3 |
| -3 | 1 | 2 |

| A |   |    |
|---|---|----|
| 2 | 1 | 0  |
| 0 | 1 | 3  |
| 4 | 1 | -2 |

| X .* A |  |  |
|--------|--|--|
|        |  |  |
|        |  |  |
|        |  |  |

$$\frac{\sum}{\sqrt{\sum}}$$

$$\sum$$

| A .* A |  |  |
|--------|--|--|
|        |  |  |
|        |  |  |
|        |  |  |

| B  |   |   |
|----|---|---|
| 1  | 1 | 0 |
| 2  | 1 | 4 |
| -2 | 1 | 3 |

| X .* B |  |  |
|--------|--|--|
|        |  |  |
|        |  |  |
|        |  |  |

$$\frac{\sum}{\sqrt{\sum}}$$

$$\sum$$

| B .* B |  |  |
|--------|--|--|
|        |  |  |
|        |  |  |
|        |  |  |



# Cosine Similarity

| X |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 2 |
| 2 | 1 | 0 |

| A |   |   |
|---|---|---|
| 3 | 0 | 3 |
| 3 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 3 |

| X.*A |   |   |
|------|---|---|
| 0    | 0 | 3 |
| 6    | 0 | 0 |
| 0    | 0 | 0 |

$$\frac{\sum}{\sqrt{\quad}}$$

$\Sigma$  9

$\sqrt{\quad}$  6

$\Sigma$  36

| A.*A |   |   |
|------|---|---|
| 9    | 0 | 9 |
| 9    | 0 | 0 |
| 0    | 0 | 9 |

| B |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 2 | 0 |
| 2 | 0 | 2 |
| 2 | 0 | 3 |

| X.*B |   |   |
|------|---|---|
| 0    | 2 | 0 |
| 4    | 0 | 4 |
| 4    | 0 | 0 |

$$\frac{\sum}{\sqrt{\quad}}$$

$\Sigma$  14

$\sqrt{\quad}$  5

$\Sigma$  25

| B.*B |   |   |
|------|---|---|
| 0    | 4 | 0 |
| 4    | 0 | 4 |
| 4    | 0 | 9 |



$$a+b=45; c+d=39$$

# Scoreboard: Who is more like X?

| <b>Metric</b> | <b>A</b> | <b>B</b> |
|---------------|----------|----------|
| Diff          |          |          |
| L1            |          |          |
| L2            |          |          |
| Cosine        |          |          |

# Similarity vs. Distance

|           | <b>distance</b> | <b><math>\theta</math></b> | <b><math>\cos(\theta)</math></b> | <b>similar</b> | <b>difference</b> |
|-----------|-----------------|----------------------------|----------------------------------|----------------|-------------------|
| alike     |                 |                            |                                  |                |                   |
| not alkie |                 |                            |                                  |                |                   |

# Compare Many Images

CSCI 5722/4722 Computer Vision



University of Colorado  
Boulder

# Find images similar to a query image ( $L1 < 3$ )

Time  
Complexity

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 7 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 2 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 2 | 4 | 0 |
| 9 | 1 | 2 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |





✓ ○ Find similar images by  $L1 < 2$

$K_i$

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |

$Q$

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |

$|K_i - Q|$

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |

|   |   |
|---|---|
| a | 2 |
|   |   |

|   |   |
|---|---|
| b | 5 |
|   |   |

|   |   |
|---|---|
| c | 1 |
|   | T |

|   |   |
|---|---|
| d | 3 |
|   |   |

|   |   |
|---|---|
| e | 1 |
|   | T |

key  $a+b+c+d+e = 12$

Find images similar to a query image (cosine)

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 7 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 2 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 2 | 4 | 0 |
| 9 | 1 | 2 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 3 | 0 |
| 1 | 1 | 2 |

.....

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

# Cosine similarity for many images via Matrix Multiplication

|         |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $K_1^T$ | 0 | 0 | 1 | 7 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| $K_2^T$ | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| $K_3^T$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| $K_4^T$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 | 0 | 1 | 1 | 2 |
| $K_5^T$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

|   |
|---|
| Q |
| 1 |
| 0 |
| 0 |
| 0 |
| 1 |
| 0 |
| 0 |
| 0 |
| 1 |

# Calculate

Q

|   |
|---|
| 1 |
| 0 |
| 0 |
| 0 |
| 1 |
| 0 |
| 0 |
| 0 |
| 1 |

$K_1^T$

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 7 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 3 | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

$K_2^T$

$K_3^T$

$K_4^T$

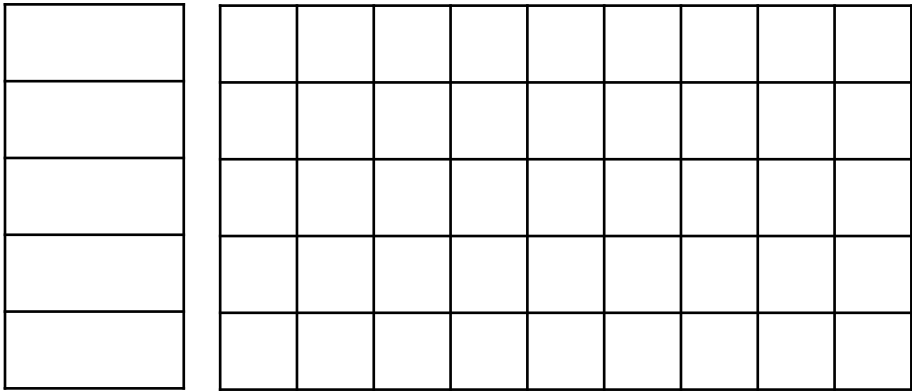
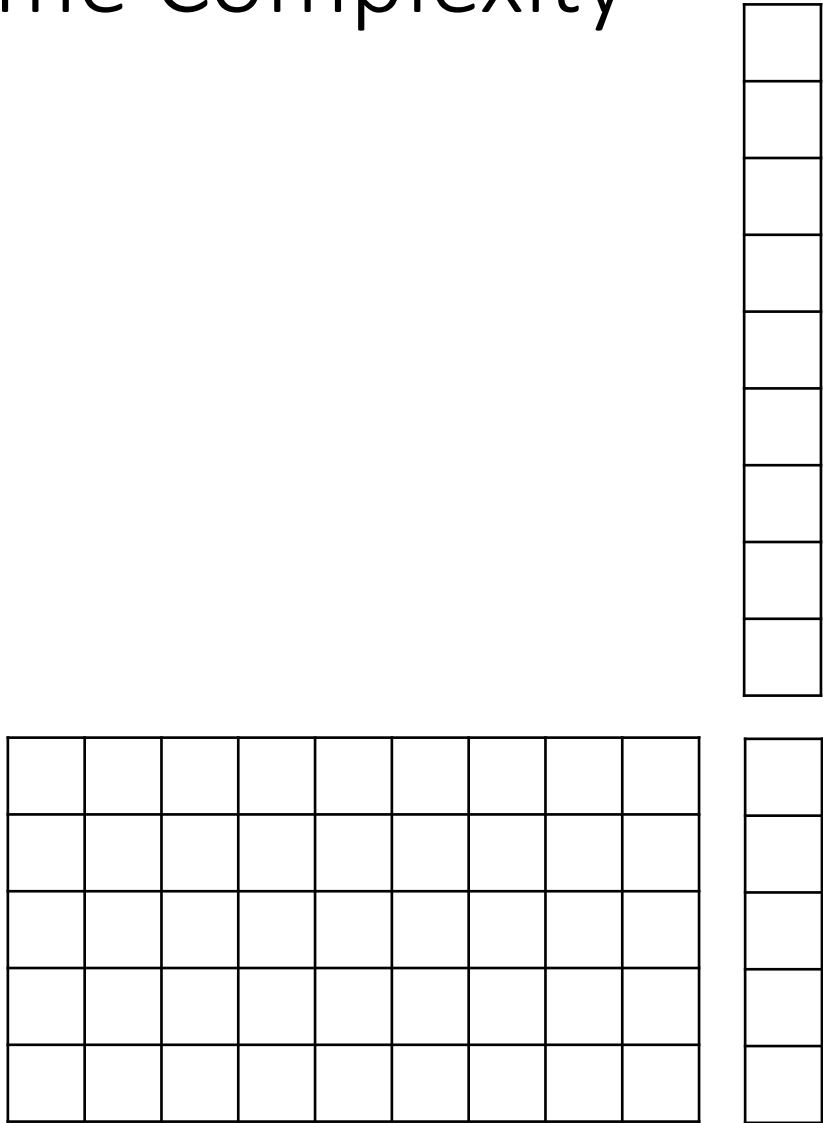
$K_5^T$

|  |
|--|
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

|  |
|--|
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

# Time Complexity



☒ ☐ Is Q more similar to K1 or to K2? (cosine)

Q

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |

K<sub>1</sub>

|   |   |   |
|---|---|---|
| 4 | 1 | 1 |
| 0 | 2 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |

K<sub>2</sub>

|   |   |   |
|---|---|---|
| 2 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |

Flatten by row major, c-style

|                             |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| K <sub>1</sub> <sup>T</sup> | 4 | 1 | 1 | 0 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| K <sub>2</sub> <sup>T</sup> | 2 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Q

|   |
|---|
| 0 |
| 1 |
| 0 |
| 1 |
| 1 |
| 0 |
| 0 |
| 1 |
| 0 |

Answer: K<sub>2</sub>

a+b=7; c+d=8

|  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

# Compare Many by Features

CSCI 5722/4722 Computer Vision



University of Colorado  
Boulder

# Find Similar Images in the Feature Space

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 7 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 2 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 3 | 0 |
| 1 | 1 | 2 |

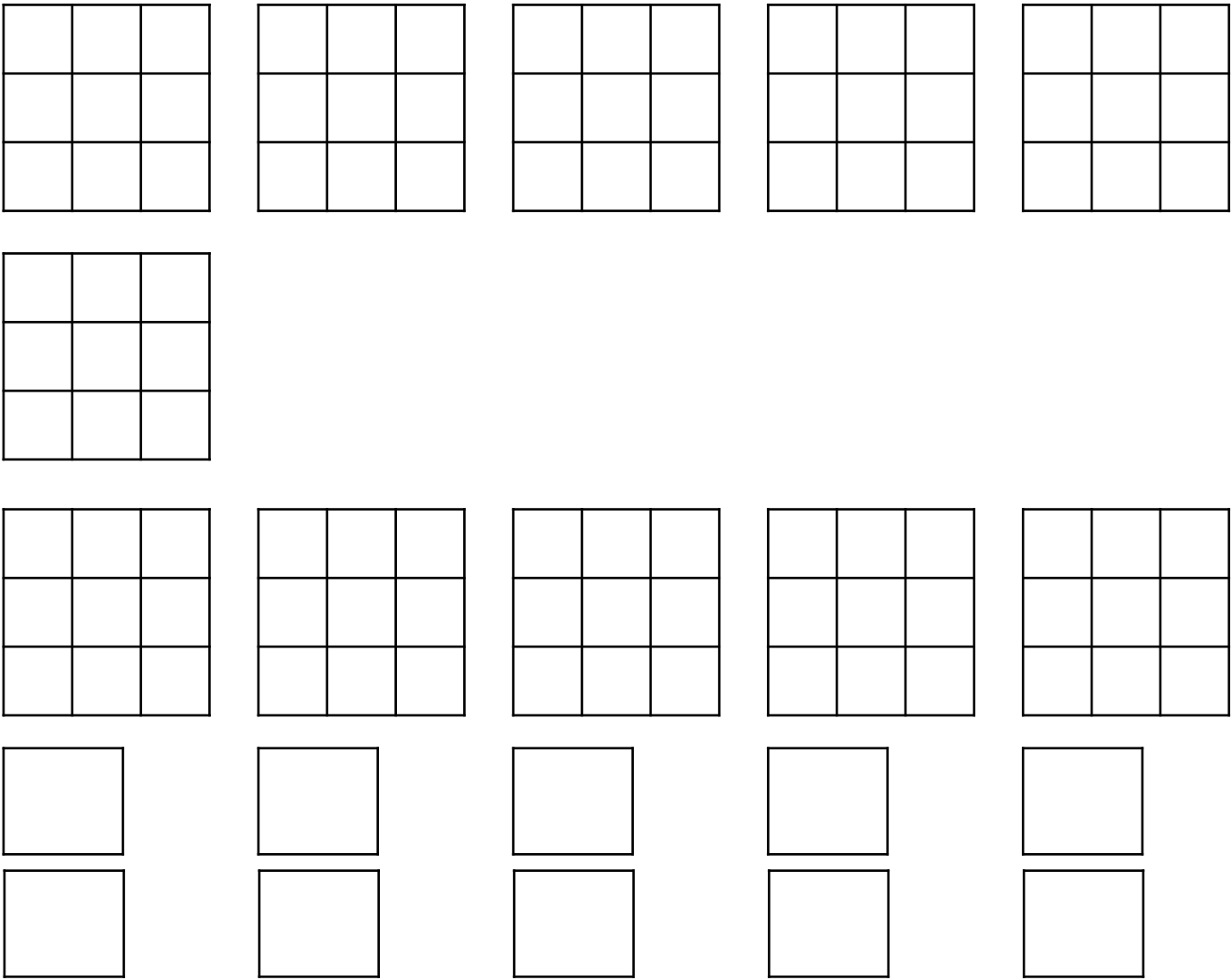
|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

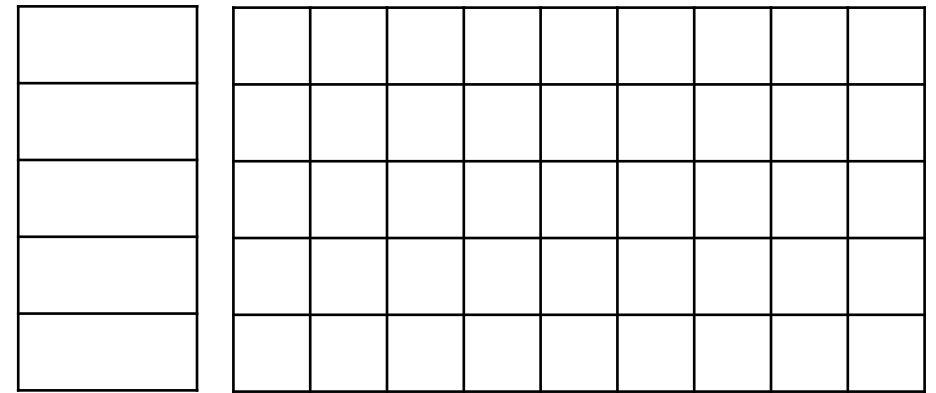
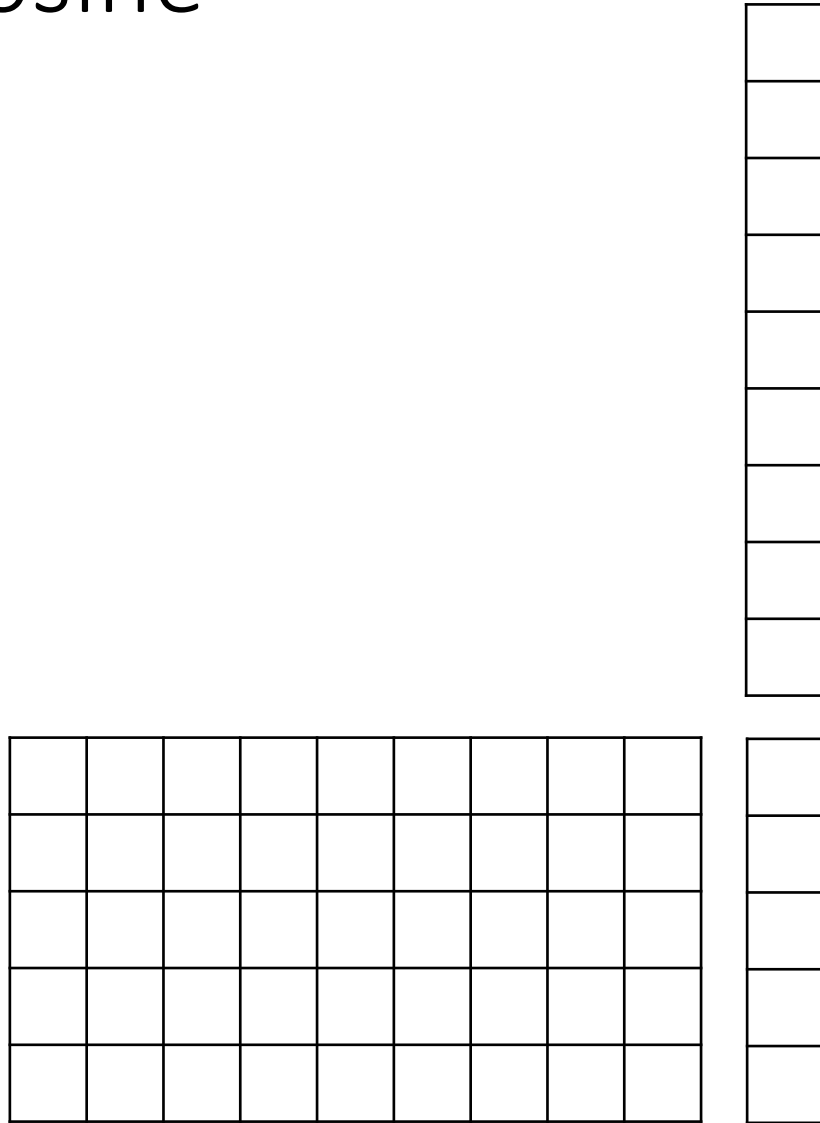


L1

Time  
Complexity



# Cosine



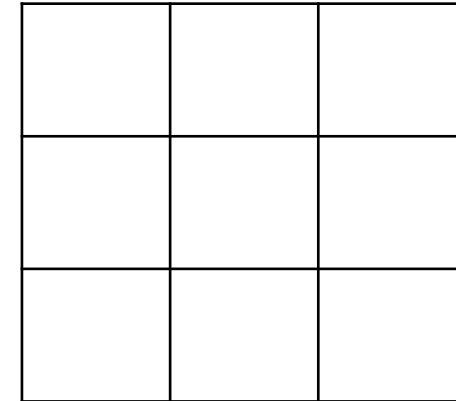
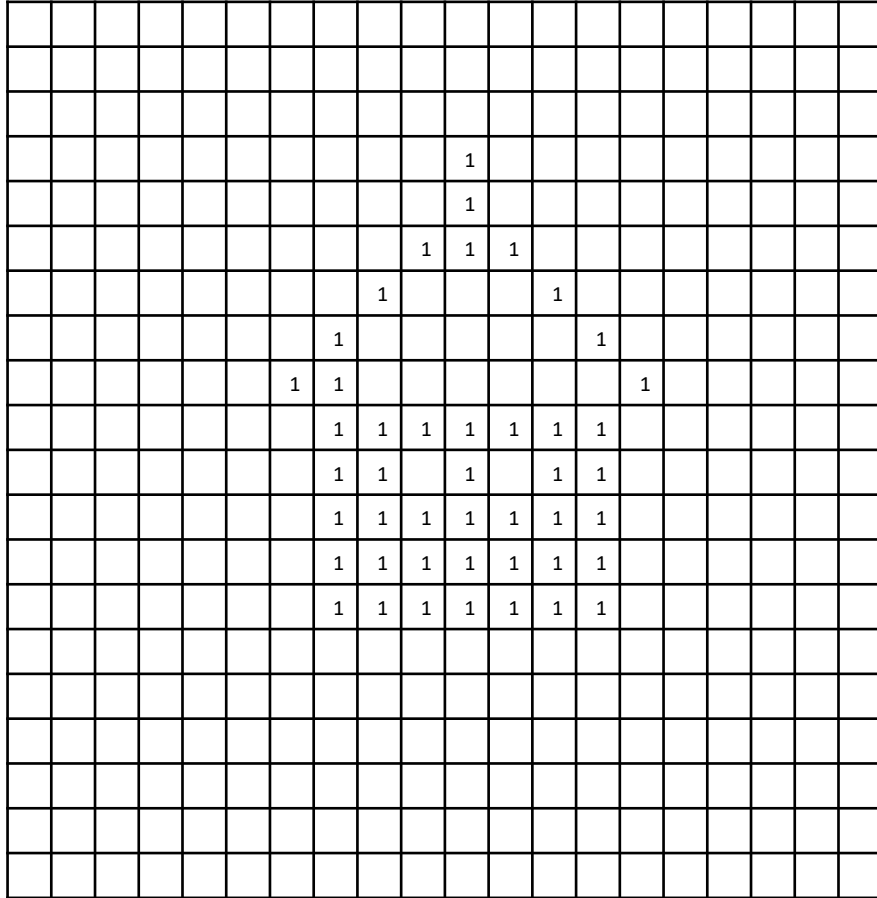
# Compare Moments

CSCI 5722/4722 Computer Vision



University of Colorado  
Boulder

# Image and Image Moments (M)



# Math

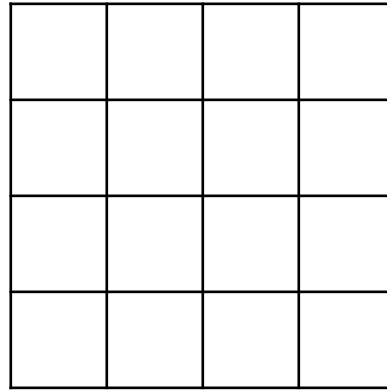
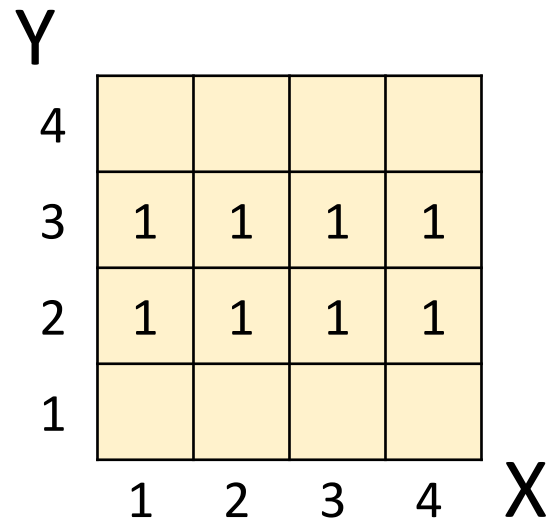
$M_{00}$

$I(x, y)$

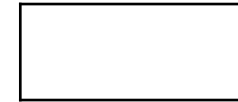
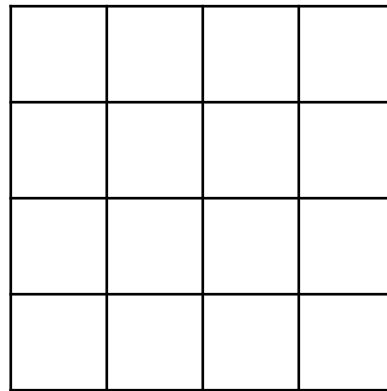
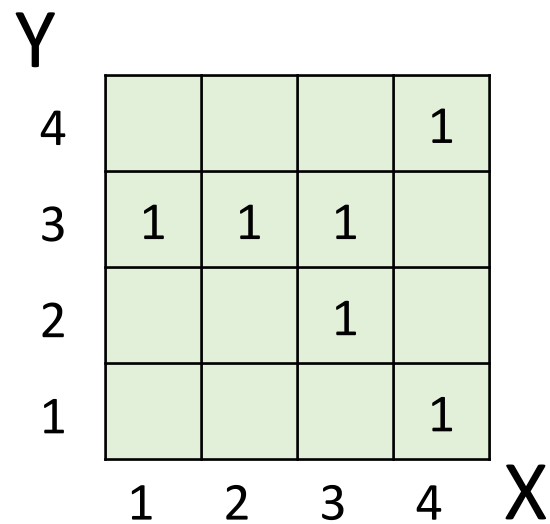
$x \square y \square I(x, y)$

$\sum_x \sum_y$

Ex. 1



Ex. 2



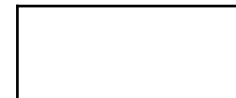
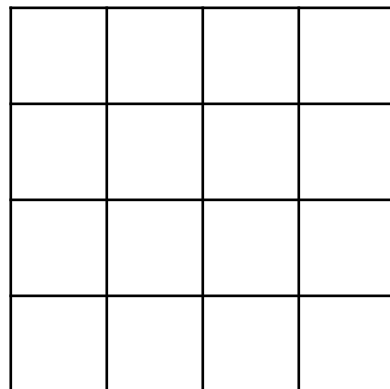
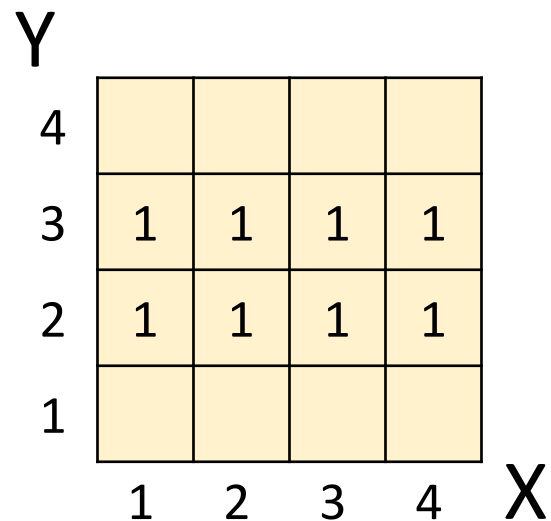
$M_{10}$

$I(x, y)$

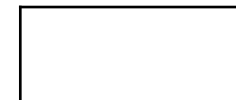
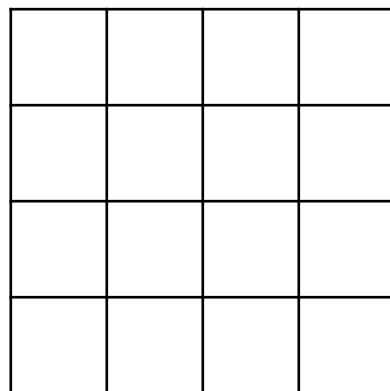
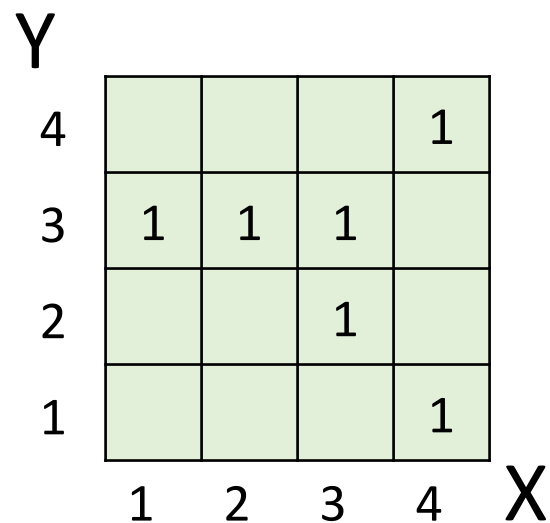
$x \square y \square I(x, y)$

$\sum_x \sum_y$

Ex. 1



Ex. 2



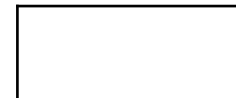
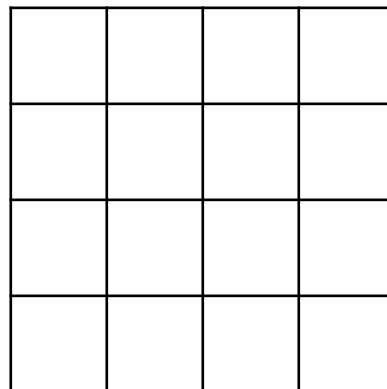
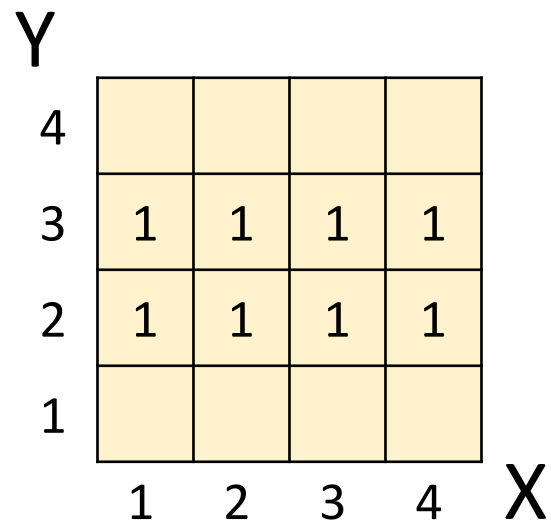
$M_{01}$

$I(x, y)$

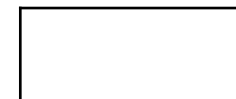
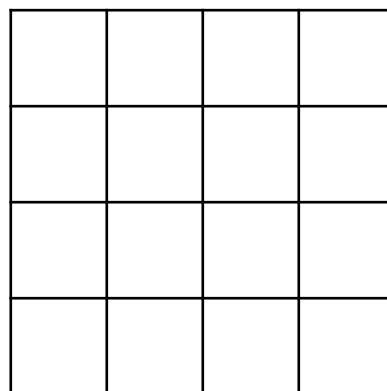
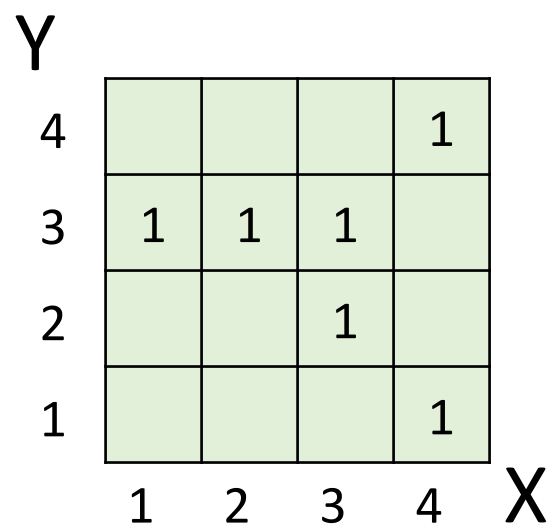
$x \square y \square I(x, y)$

$\sum_x \sum_y$

Ex. 1



Ex. 2





$M_{21}$

$I(x, y)$

$x \square y \square I(x, y)$

$\sum_x \sum_y$

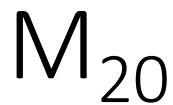
Y

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 4 |   |   | 1 |   |
| 3 | 1 |   |   |   |
| 2 | 1 | 1 |   |   |
| 1 |   |   |   | 1 |
|   | 1 | 2 | 3 | 4 |

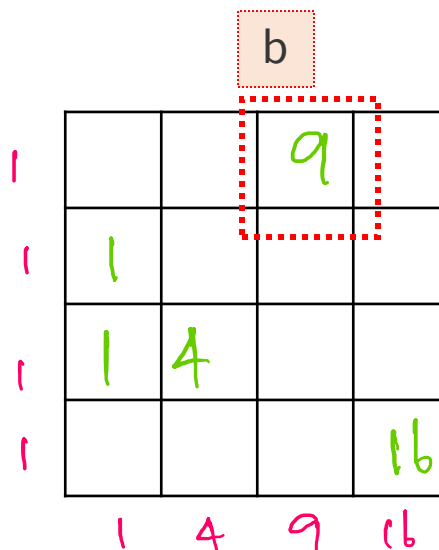
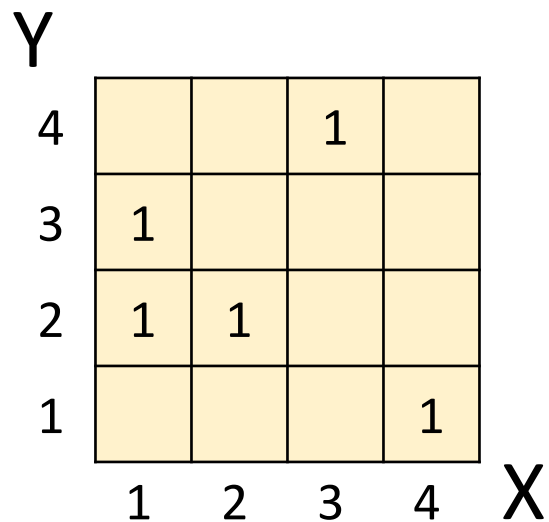
X

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |


|  |
|--|
|  |
|--|


$$I(\mathbf{x}, y)$$
$$\mathbf{x}^{\boxed{2}} \quad \mathbf{y}^{\boxed{0}} \quad \mathbf{I}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$$

$$\sum_x \sum_y$$



31 a

  $a + b = 40$



$M_{12}$

$I(x, y)$

$x^{\boxed{1}} y^{\boxed{2}} I(x, y)$

$$\sum_x \sum_y$$

Y

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 4 |   |   | 1 |   |
| 3 | 1 |   |   |   |
| 2 | 1 | 1 |   |   |
| 1 |   |   |   | 1 |
|   | 1 | 2 | 3 | 4 |

X

16  
9  
4  
1

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
|   |   |   |   |
|   |   |   |   |
| 9 |   |   |   |
| 4 | 8 |   |   |
|   |   |   | 4 |
| 1 | 2 | 3 | 4 |

73 a

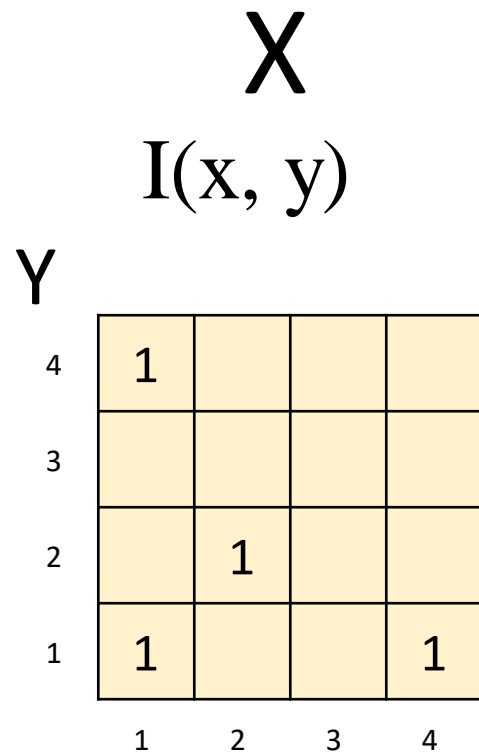


$a - b = 25$

$M_{2 \times 2}$

$x^i y^j I(x,y)$

$\sum_x \sum_y$



**X**

$j = 0$

$j = 1$

$i = 0$

$j = 0 \quad j = 1$

$i = 0$

$i = 1$

**M(X)**

$i = 1$

 $M_{2 \times 2}$ 

$$x^i y^j I(x, y)$$

**A**

$$I(x, y)$$

Y

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 4 |   | 1 |   |   |
| 3 | 1 |   |   |   |
| 2 | 1 |   |   |   |
| 1 |   | 1 |   | 1 |
|   | 1 | 2 | 3 | 4 |

**X**

$$j = 0$$

$i = 0$

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

$j = 0$

**i = 0**

$$i = 1$$
$$j = 1$$

|   |   |   |  |   |
|---|---|---|--|---|
| 4 |   | 4 |  |   |
| 3 | 3 |   |  |   |
| 2 | 2 |   |  |   |
| 1 |   | 1 |  | 1 |

4

3

2

1

4

3

2

1

1 1 1 1

1 1 1 1

1 2 3 4

1 2 3 4

$$\sum_x \sum_y$$

$$j = 0 \quad j = 1$$

Diagram illustrating the iteration process for finding the maximum value in a 2D array:

|         | $j = 0$ | $j = 1$ |
|---------|---------|---------|
| $i = 0$ | 5       | 11      |
| $i = 1$ | 10      | 19      |

Labels for the elements:

- $a$  (top-left, 5)
- $b$  (top-right, 11)
- $c$  (bottom-left, 10)
- $d$  (bottom-right, 19)

The iteration is at  $i = 1, j = 1$ . The current value being compared is 19 ( $d$ ), which is greater than the previous maximum 11 ( $b$ ). The previous maximum 11 ( $b$ ) is crossed out with a red X.

$$i = C$$
 $i = 1$ 

C

# h

d

$$M(A)$$

$$a + b + c + d =$$



 $M_{2 \times 2}$

$$x^i y^j I(x, y)$$

**B**

$I(x, y)$

Y

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 4 |   | 1 |   |   |
| 3 |   |   |   |   |
| 2 | 1 |   |   | 1 |
| 1 |   | 1 | 1 |   |
|   | 1 | 2 | 3 | 4 |


X

|       |       |   |   |   |  |       |  |   |   |
|-------|-------|---|---|---|--|-------|--|---|---|
|       | j = 0 |   |   |   |  | j = 1 |  |   |   |
| i = 0 |       |   | 1 |   |  |       |  | 4 |   |
|       |       |   |   |   |  |       |  |   |   |
|       |       | 1 |   |   |  |       |  |   |   |
|       |       |   | 1 | 1 |  | 2     |  |   | 2 |
| i = 1 |       |   |   |   |  |       |  |   |   |
|       |       |   |   |   |  |       |  |   |   |
|       |       | 1 |   |   |  |       |  |   |   |
|       |       |   | 2 | 3 |  | 2     |  |   | 8 |

$\sum_x \sum_y$

|       |       |    |       |   |
|-------|-------|----|-------|---|
|       | j = 0 |    | j = 1 |   |
| i = 0 | a     | 5  | 10    | b |
|       |       |    |       |   |
| i = 1 | c     | 12 | 23    | d |
|       |       |    |       |   |

**M(B)**


 $a + b + c + d =$

☒ ☒ Compare X to A and B by L1 of their 2x2 Moments

M(X)

|   |    |
|---|----|
| 4 | 8  |
| 8 | 13 |

M(A)

|    |    |
|----|----|
| 5  | 11 |
| 10 | 19 |

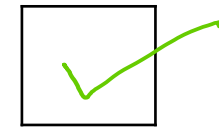
$|M(X) - M(A)|$

|   |   |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | 6 |

$\Sigma$

|    |
|----|
| 12 |
| a  |

argmin



You must solve the previous two activities to calculate M(A) and M(B) before you can solve this.

M(B)


|    |    |
|----|----|
| 5  | 10 |
| 12 | 23 |

$|M(X) - M(B)|$

|   |    |
|---|----|
| 1 | 2  |
| 4 | 10 |

|    |
|----|
| 17 |
| b  |



  $a + b = 27$

# Compare Distributions

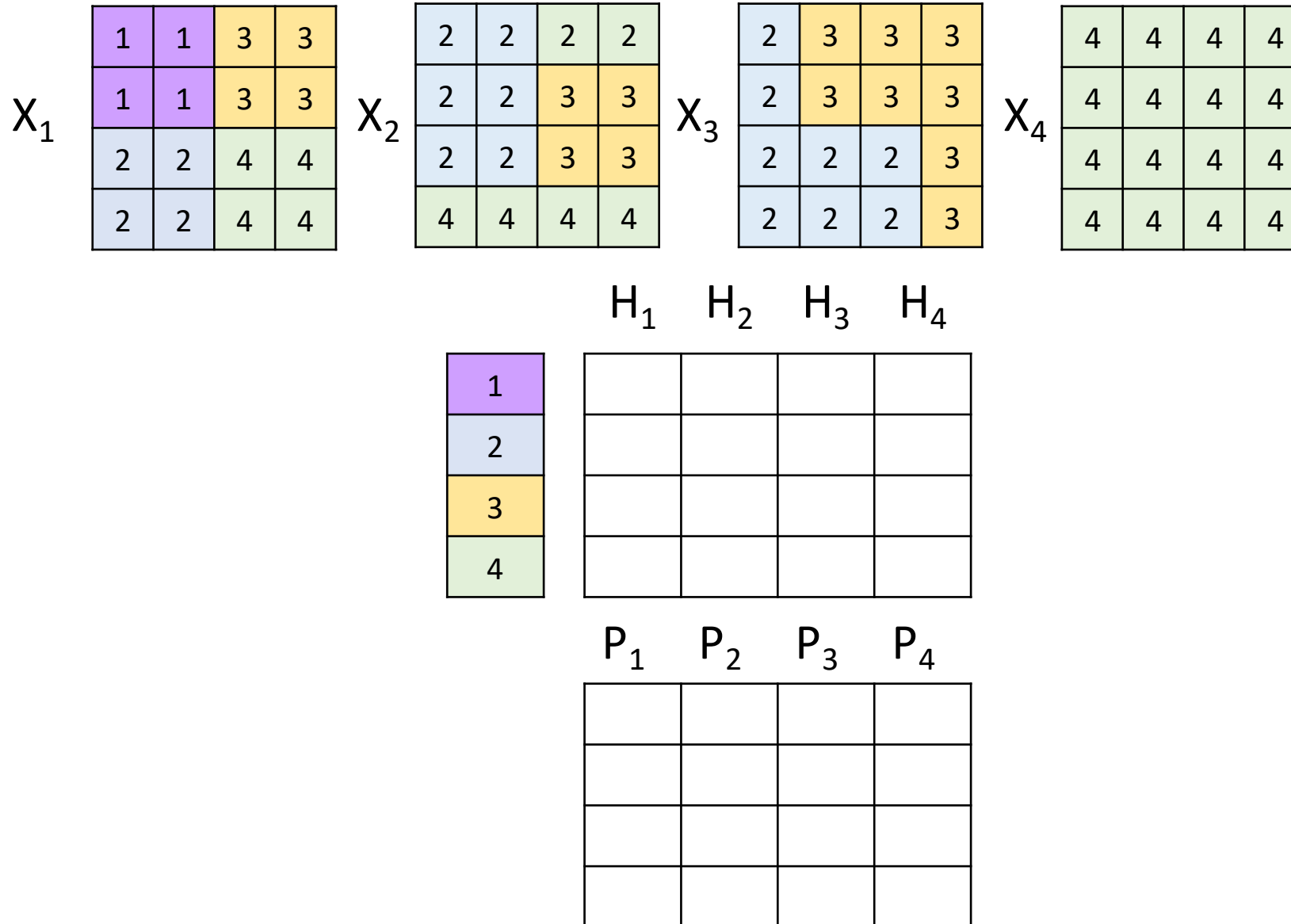
CSCI 5722/4722 Computer Vision



University of Colorado  
Boulder



# Pixels $\rightarrow$ Histograms $\rightarrow$ Distributions



# How do we compare distributions?

| $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | $P_4$ |
|-------|-------|-------|-------|
| 0.25  | 0     | 0     | 0     |
| 0.25  | 0.5   | 0.5   | 0     |
| 0.25  | 0.25  | 0.5   | 0     |
| 0.25  | 0.25  | 0     | 1     |

# Cross-Entropy: Definition

Cross-Entropy is a measure of the  
{ similarity | difference } between two  
{ probability distributions | log likelihoods } for a  
given random variable or set of events

# Entropy

| X         | $\log_2^x$ |
|-----------|------------|
| 1         | 0          |
| 0.5       | -1         |
| 0.25      | -2         |
| 0.125     | -3         |
| $2^{-32}$ | -32        |
| 0         | NaN        |

| $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | $P_4$ |
|-------|-------|-------|-------|
| 0.25  | 0     | 0     | 0     |
| 0.25  | 0.5   | 0.5   | 0     |
| 0.25  | 0.25  | 0.5   | 0     |
| 0.25  | 0.25  | 0     | 1     |
|       |       |       |       |
|       |       |       |       |
|       |       |       |       |
|       |       |       |       |
|       |       |       |       |
|       |       |       |       |
|       |       |       |       |



# Compute Entropy

| X         | $\log_2^X$ |
|-----------|------------|
| 1         | 0          |
| 0.5       | -1         |
| 0.25      | -2         |
| 0.125     | -3         |
| $2^{-32}$ | -32        |
| 0         | NaN        |

| $P_1$ | $P_2$ |
|-------|-------|
| 0.25  | 0.125 |
| 0.5   | 0.5   |
| 0     | 0.25  |
| 0.25  | 0.125 |

|   |   |
|---|---|
| 2 | 3 |
| 1 | 1 |
| X | 2 |
| 2 | 3 |

|     |       |
|-----|-------|
| 0.5 | 0.375 |
| 0.5 | 0.5   |
| 0   | 0.5   |
| 0.5 | 0.375 |

a

b

c

d

|     |      |
|-----|------|
| 1.5 | 1.75 |
|-----|------|

$-\log_2^P$

$-P \log_2^P$

$-\sum P \log_2^P$



$$a + b + c + d = 7.5$$

# Cross Entropy

| X         | $\log_2^x$ |
|-----------|------------|
| 1         | 0          |
| 0.5       | -1         |
| 0.25      | -2         |
| 0.125     | -3         |
| $2^{-32}$ | -32        |
| 0         | NaN        |

P

|      |
|------|
| 0.25 |
| 0.25 |
| 0.25 |
| 0.25 |

Q<sub>1</sub> Q<sub>2</sub> Q<sub>3</sub> Q<sub>4</sub>

|      |      |     |   |
|------|------|-----|---|
| 0.25 | 0    | 0   | 0 |
| 0.25 | 0.5  | 0.5 | 0 |
| 0.25 | 0.25 | 0.5 | 0 |
| 0.25 | 0.25 | 0   | 1 |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|--|--|--|--|

# Matrix Multiplication Form

|       |      |      |      | $Q_1$ | $Q_2$ | $Q_3$ | $Q_4$ |
|-------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| $P^T$ | 0.25 | 0.25 | 0.25 | 0.25  | 0     | 0     | 0     |
|       | 0.25 | 0.25 | 0.25 | 0.25  | 0.5   | 0.5   | 0     |
|       | 0.25 | 0.25 | 0.25 | 0.25  | 0.25  | 0.5   | 0     |
|       | 0.25 | 0.25 | 0.25 | 0.25  | 0.25  | 0     | 1     |
|       |      |      |      | 2     | 32    | 32    | 32    |
|       |      |      |      | 2     | 1     | 1     | 32    |
|       |      |      |      | 2     | 2     | 1     | 32    |
|       |      |      |      | 2     | 2     | 32    | 0     |
|       |      |      |      | 2     | 9.25  | 16.5  | 24    |



# Find Q most similar to P by Cross Entropy

| X         | $\log_2 X$ |
|-----------|------------|
| 1         | 0          |
| 0.5       | -1         |
| 0.25      | -2         |
| 0.125     | -3         |
| $2^{-32}$ | -32        |
| 0         | NaN        |

| $Q_1$     | $Q_2$     | $Q_3$     | $Q_4$     |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.25      | 0.25      | 0.5       | $2^{-32}$ |
| 0.25      | 0.5       | $2^{-32}$ | 1         |
| $2^{-32}$ | 0.25      | 0.5       | $2^{-32}$ |
| 0.5       | $2^{-32}$ | $2^{-32}$ | $2^{-32}$ |

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 2  | 2  | 1  | 32 |
| 2  | 1  | 32 | 0  |
| 32 | 2  | 1  | 32 |
| 1  | 32 | 32 | 32 |

$-\log_2 Q$

$P^T$

|   |     |     |   |
|---|-----|-----|---|
| 0 | 0.5 | 0.5 | 0 |
|---|-----|-----|---|

|    |     |      |    |
|----|-----|------|----|
| 17 | 1.5 | 16.5 | 16 |
|----|-----|------|----|

$-\sum P \log_2 Q$

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| a | b | c | d |
|---|---|---|---|

argmin

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
|  | ✓ |  |  |
|--|---|--|--|



$a+b = 18.5$ ;  $c+d = 32.5$



# NumPy by Hand

## Rearranging

CSCI 5722/4722 Computer Vision



University of Colorado  
Boulder

# Transpose (1D)

1. `a = np.transpose(I)`

|        |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|--------|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
| I<br>a | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |  |  |  |  |
|        |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|        |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|        |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|        |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|        |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|        |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|        |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|        |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|        |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|        |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|        |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|        |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |

# Transpose (2D)

1. `a = np.transpose(I)`

|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|
| I | 0 | 1 | 2 |  |  |  |  |  |  |
|   | 3 | 4 | 5 |  |  |  |  |  |  |
| a |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |

# Reshape 1D $\rightarrow$ 2D

1. `a = np.reshape(I, (3,2))`
2. `b = np.reshape(I, (2,3))`
3. `c = np.reshape(I, (2,2))`

**I**

|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
| 7 | 3 | 2 | 8 | 9 | 4 |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |

# Reshape 2D → 2D

1. `a = np.reshape(I, (4, 2))`
2. `b = np.reshape(I, (2, 6))`
3. `c = np.reshape(I, (6, -1))`

$\frac{12}{2} = 6$

I

|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|
| 7 | 3 | 2 | 8 |  |  |  |  |  |  |
| 2 | 1 | 0 | 4 |  |  |  |  |  |  |
| 3 | 4 | 9 | 2 |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |

# Flatten

1. `a = np.flatten(I)`
2. `b = a.copy()`

**I**

|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|
| 7 | 3 | 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |

# Ravel

1. `a = np.ravel(I)`
2. `b = a.copy()`

**I**

|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|
| 7 | 3 | 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |

  Execute by 

1. `X = np.transpose(I)`
2. `Y = np.reshape(X, (2, -1))`

(Draw the shapes of X and Y,  
and fill in their values)

I

|   |   |    |
|---|---|----|
| 8 | 3 | 2  |
| 0 | 1 | 4  |
| 3 | 4 | 7  |
| 9 | 2 | -1 |

X

|   |   |   |    |
|---|---|---|----|
| 8 | 0 | 3 | 9  |
| 3 | 1 | 4 | 2  |
| 2 | 4 | 7 | -1 |

Y

|   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|----|
| 8 | 0 | 3 | 9 | 3 | 1  |
| 4 | 2 | 2 | 4 | 7 | -1 |



# NumPy by Hand 🖍️

CSCI 5722/4722 Computer Vision



University of Colorado  
Boulder

# Negative indexing

1. `a = I[:]`
2. `b = I[:-1]`
3. `c = I[:-2]`

I

|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
| 5 | 7 | 1 | 4 | 3 | 8 |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |

# Shift Right by 1

```
1. a = np.zeros(6)
2. b = I[:-1]
3. a[1:] = b
```

|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|
| I | 5 | 7 | 1 | 4 | 3 | 8 |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |

# Shift Right by 2

```
1. a = np.zeros(6)
2. b = I[:-2]
3. a[2:] = b
```

|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
| I | 5 | 7 | 1 | 4 | 3 | 8 |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |

# Shift Left by 1

```
1. a = np.zeros(6)
2. b = I[1:]
3. a[:-1] = b
```

|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|
| I | 5 | 7 | 1 | 4 | 3 | 8 |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |

# Shift Left by 2

```
1. a = np.zeros(6)
2. b = I[2:]
3. a[:-2] = b
```

|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
| I | 5 | 7 | 1 | 4 | 3 | 8 |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |

## ☒ ☐ Shift

1. `a = np.zeros(6)`
2. `a[:-3] = I[3:]`
3. `b[3:] = I[:-3]`

What are the values of `a` and `b`?

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I | 5 | 7 | 9 | 6 | 1 | 4 | 3 | 8 |
| a | 6 | 1 | 4 | 3 | 8 | 0 | 0 | 0 |
| b | 0 | 0 | 0 | 5 | 7 | 9 | 6 | 1 |

# Roll (right)

```
1. a = np.roll(I,1)  
2. b = np.roll(I,2)
```

I

|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
| 5 | 7 | 1 | 4 | 3 | 8 |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |



# Roll (left)

```
1. a = np.roll(I, -1)
2. b = np.roll(I, -2)
```

|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
| I | 5 | 7 | 1 | 4 | 3 | 8 |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |

# ☒ ☐ Roll

1. `X = np.roll(I, + 5)`

or

1. `X = np.roll(I, - 4)`

a

b

Complete the code by filling in the blanks.

🔑 `a + b = 1`

I

X

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 | 4 | 3 | 8 |
| 7 | 9 | 4 | 3 | 8 | 1 | 2 | 4 | 5 |

☒ ☐ Execute by 

```
1. a = np.flatten(I)
2. b = np.roll(I, -2)
3. c = np.reshape((3, -1))
```

What is the effect?

- (a) Roll columns left by 1
- (b) Roll columns right by 1
- (c) Roll rows up by 1
- (d) Roll rows down by 1

Answer: (c)

|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|
| I | 5 | 7 |   |   |   |   |  |  |  |
|   | 1 | 4 |   |   |   |   |  |  |  |
|   | 3 | 8 |   |   |   |   |  |  |  |
| a | 5 | 7 | 1 | 4 | 3 | 8 |  |  |  |
| b | 1 | 4 | 3 | 8 | 5 | 7 |  |  |  |
| c | 1 | 4 |   |   |   |   |  |  |  |
|   | 3 | 8 |   |   |   |   |  |  |  |
|   | 5 | 7 |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |