

GBI Definitionen

RegEx

Wissenswertes:

- Hilfssymbole := $\{ |, (,), *, \emptyset \}$
- " * vor \cdot (Konkatenation) "
- " \cdot vor Strich " — " (Oder)
- $\langle R \rangle$ ist die formale Sprache ist, welche mit R gebildet werden kann
- $\langle \emptyset \rangle = \{ \}$
- $\langle R_1 | R_2 \rangle = \langle R_1 \rangle \cup \langle R_2 \rangle$
- $\langle R_1 \cdot R_2 \rangle = \langle R_1 \rangle \cdot \langle R_2 \rangle$
- $\langle R^* \rangle = \langle R \rangle^*$
- Es gibt **kein** R^+ sondern RR^* Bsp.: Statt $(ab)^+$ einfach $ab(ab)^*$

Bsp.:

$R = a|b$ dann ist:

$$\langle R \rangle = \langle a|b \rangle = \langle a \rangle \cup \langle b \rangle = \{a\} \cup \{b\} = \{a, b\}$$

$R = (a|b)^*$ dann ist:

$$\langle R \rangle = \langle (a|b)^* \rangle = \langle a|b \rangle^* = \{a, b\}^*$$

$R = (a * b)^*$ dann ist:

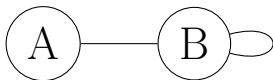
$$\begin{aligned} \langle R \rangle &= \langle (a * b)^* \rangle = \langle a * b \rangle^* \\ &= (\langle a \rangle \langle b \rangle)^* = (\langle a \rangle^* \langle b \rangle^*)^* = (\{a\}^* \{b\}^*)^* \\ &= \{a, b\}^* \end{aligned}$$

Graphen

- Ein gerichteter Graph ist das Paar $G = (V, E)$
 - **Knotenmenge** V ist endlich und nichtleer (V für engl. vertex)
 - **Kantenmenge** $E \subseteq V \times V$ (E für engl. edge)
 - * muss damit auch endlich sein, darf aber leer sein
- **Pfade** können über mehrer Kanten führen
- $V^{(+)}$: Menge der nichtleeren Listen von Elementen aus V
- Ein Pfad ist $p = (v_0, \dots, v_n) \in V^{(+)}$ wenn für jedes $i \in \mathbb{Z}_n$ gilt:
 $(v_i, v_{i+1}) \in E$
- Die Länge eines Pfades ist die Anzahl der Kanten
- v_n von v_0 ist erreichbar, wenn ein Pfad $p = (v_0, \dots, v_n)$ existiert
- Wenn der start und endpunkt identisch sind heißt der Pfad **geschlossen**
- Wenn der geschlossene Pfad größer gleich 1 ist, heißt er **Zyklus**
- Pfad heißt **wiederholungsfrei**, wenn
 - der erste bis zum vorletzten Knoten verschieden sind
 (v_0, \dots, v_{n-1})
 - der zweite bis zum letzten Knoten verschieden sind (v_1, \dots, v_n)
 - der erste und letzte Knoten dürfen gleich sein (v_0 und v_n)
 - Einfach: Außer der letzte und erste darf jeder Knoten nur einmal "betreten" werden
- **azyklischer Graph**: kein Teilgraph ist zyklisch
- Ein Graph ist **streng zusammenhängend** wenn
 - zwischen jeden beliebigen zwei Knoten (Knotenpaar) aus dem Graphen ein Pfad existiert. Also jeder Punkt von jedem anderen Punkt (sich eingeschlossen) erreichbar ist.

- Ein Graph ist ein **gerichteter Baum** wenn:
 - es eine **Wurzel** $r \in V$ gibt, für die gilt:
 - * zu jedem Knoten existiert **genau** ein Pfad
 - * Wurzel ist immer **eindeutig**
- Der **Eingangsgrad** eines Knoten ist die Anzahl aller Kanten die zu dem Knoten hinführen
- Der **Ausgangsgrad** eines Knoten ist die Anzahl aller Kanten die von den Knoten wegführen
- Der **Grad** eines Knoten ist die Anzahl der Kanten des Knotens (Also Ausgangsgrad + Eingangsgrad)
- Knoten eines Baumes werden **Blätter** genannt, wenn Sie das Ende des Baumes sind, also Ausgangsgrad = 0
- **innere Knoten** sind dann alle mit Ausgangsgrad > 0
- E^n ist ein Pfad der länge n . Bsp.: E^2 ist ein Pfad der Länge 2
- $(x, y) \in E^2 \Leftrightarrow$ es existiert ein Pfad der Länge 2 von x nach y
- Ein ungerichteter Graph hat einfach nur Kanten und keine "Richtungs" Pfeile
- Knotengrad für ungerichtete Graphen: man zählt alle "Kantenenden"

Beispiel:



$$d(B) = 3$$

Kontextfreie Grammatik

- N sind alle Nichtterminalsymbole
- T sind alle Terminalsymbole
- $N \cap T = \emptyset$
- S ist der Start und $S \in N$
- P Produktionen, endliche Menge und $P \in N \times V^*$
 - $V = N \cup T$ die Menge aller Symbole
 - Für jeder $(X, w) \in P$ schreibt man $X \rightarrow w$
 - Man "ersetzt" P durch w

Bei einem Ableitungsschritt wird ein Terminalsymbol durch abgeleitet. Dieser wird dann mit " \Rightarrow " dargestellt, nicht mit Implikations verwechseln!

Bsp.:

$G = (\{X\}, \{a, b\}, X, P)$ mit $P = \{X \rightarrow \epsilon, X \rightarrow aXb\}$

Dann gilt zB.: $abaXbaXXXX \Rightarrow abaXbaaXbXXXX$ als Ableitungsschritt. (Man ersetzt das X nach ba mit aXb)

Man kann auch einfach mit einem Index angeben, wie viele Ableitungsschritt getätigt werden.

\Rightarrow^2 aber auch $u \Rightarrow^* v$ wenn v aus u ableitbar ist. \Rightarrow^0 ist einfach wieder das selbe.

- Eine Grammatik erzeugt eine formale Sprache, also einfach alle Wörter die man aus einer Grammtik ableiten kann.
- $G = (N, T, S, P)$ erzeugt die formale Sprache
 $L(G) = \{w \in T^* | S \Rightarrow^* w\}$
- Diese formalen Sprachen heißen kontextfrei