LA 1 Definitionen

Diese Zusammenfassung setzt Grundwissen voraus:

- Abbildungen
- Mengen
- Aussagenlogik
- Rechenaxiome

Koerper

Damit eine Menge K mit den zwei Verknuepfungen $+$ und $\cdot$ ein kommutativer Koerper (Wird auch einfach nur Koerper gennant) ist, muessen folgende Aussagen gelten:

- Gesetze der Addition
  - Assoziativitaet:
  $$(x + y) + z = x + (y + z).$$
  - Eindeutiges neutrales Element:
  $$0 + x = x.$$
  - Eindeutiges inverses Element:
  $$x + (-x) = 0.$$
  - Kommutativaet:
  $$x + y = y + x.$$
- Gesetze der Multiplikation

- Assoziativitaet:

$$x \cdot (y \cdot y) = (x \cdot y) \cdot z.$$

- Eindeutiges neutrales Element:

$$1 \cdot x = x \cdot 1 = x.$$

- Eindeutiges inverses Element:

$$x \cdot x^{-1} = 1 = x^{-1} \cdot x.$$

- Kommutativaet:

$$x \cdot y = y \cdot x.$$

- Distributivgesetz

$$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z.$$

- Gesetze die fuer **jeden** Koerper gelten:
  - Multiplikation mit 0:

$$\forall x \in K : x \cdot 0 = 0$$

  - Nullteilerfreiheit:

$$x, y \in K, x \neq 0, y \neq 0 \Rightarrow x \cdot y \neq 0.$$

Ausserdem muessen die beiden Verknuepfungen $+$ und $\cdot$ Verknuepfungen auf K sein. Also eine binaere Abbildung $K \times K \to K$. Entscheiden ist dabei, dass das Bild wieder ein Element von K seien muss; diese Forderung bezeichnet man auch als **Abgeschlossenheit**.