



**الگوریتم جستجوی رادار الکترونی: یک الگوریتم فراابتکاری  
جدید توسعه یافته است**

## چکیده

این مقاله یک الگوریتم بهینه سازی جدید به نام الگوریتم جستجوی رادار الکترون (ERSA) را معرفی می کند که از مکانیسم تخلیه الکترون الهام گرفته شده است. این بر اساس پدیده طبیعی جریان الکتریکی به عنوان شکل تخلیه الکترون از طریق گاز، مایع یا محیط جامد است. هنگامی که ولتاژ بین الکترودهای جدا شده (آند و کاتد) افزایش می یابد، الکترون ها تمایل به گسیل از حالت پتانسیل پایین به شرایط پتانسیل بالاتر رشد می کنند. با این حال، الکترون ها در تلاش هستند تا بهترین مسیر را با کمترین مقاومت در محیط بیابند. در هر نقطه، الکترون ها محیط اطراف را با مکانیزم راداری ارزیابی می کنند و مسیر کمترین مقاومت را برای حرکت بعدی انتخاب می کنند. از این رو، در این مقاله، یک الگوریتم فراابتکاری جدید توسعه یافته مبتنی بر رویکرد جستجوی الکترون ها ارائه می شود و الگوریتم بر روی 20 تابع ریاضی با چهار روش شناخته شده برای آزمون های اعتبارسنجی و تأیید محک گذاری می شود. علاوه بر این، الگوریتم در دو مسئله طراحی مهندسی (فشرکشی/حالت و بهینه سازی طراحی تیر جوش) پیاده سازی می شود و نتایج نشان می دهد که ERSA برای حل فضاهاى جستجوی ناشناخته کارآمدتر عمل می کند و الگوریتم بهترین راه حل را در تقریباً 95 درصد موارد بررسی شده پیدا کرده است.

**کلمات کلیدی:** الگوریتم جستجوی رادار الکترونی، فراابتکاری، بهینه سازی، تخلیه الکترون

## 1. مقدمه

در زمینه ریاضیات و علوم کامپیوتر، مسائل بهینه سازی برای یافتن بهترین راه حل در منطقه امکان پذیر به کار گرفته می شود. اکثر روش های کلاسیک (مثلاً روش های مستقیم و روش های مبتنی بر گرادیان) برای یافتن راه حل های بهینه در مجموعه ای محدود یا نامتناهی از راه حل های بالقوه با در نظر گرفتن شرایط بهینه مرتبه اول و دوم توسعه داده می شوند. با این حال، زمانی که پیچیدگی ذاتی مسئله افزایش یابد، فرآیند حل مسئله دشوارتر خواهد بود. در طول چند دهه گذشته، بسیاری از تکنیک های بهینه سازی اکتشافی و فراابتکاری ارائه شده و با موفقیت در حوزه های مختلف از جمله علوم کامپیوتر، ریاضیات و مهندسی به کار گرفته شده اند.

به طور کلی، تکنیک های اکتشافی و فراابتکاری برای حل یک مسئله با یک راه حل تقریبی و در بسیاری موارد سریعتر از روش های تحلیلی کلاسیک طراحی شده اند. اکتشافی ها اغلب خاص و وابسته به مسئله هستند، در حالی که الگوریتم های فراابتکاری یک چارچوب مستقل از مسئله سطح بالا را ارائه می دهند که مجموعه ای از دستورالعمل ها یا استراتژی ها را برای توسعه الگوریتم های بهینه سازی اکتشافی ارائه می دهد. میرجلیلی و همکاران چهار دلیل اصلی شامل (1) سادگی، (2) انعطاف پذیری، (3) مکانیسم بدون مشتق، و (4) اجتناب از بهینه محلی، که گسترش و محبوبیت الگوریتم های متا-هیوریستیک در دو دهه گذشته را تقویت می کند، ارائه کرده اند. الگوریتم های فراابتکاری کارآمد از مکانیسم های تصادفی برای جلوگیری از به دام افتادن در موقعیت بهینه محلی و یافتن یک تقریب قابل قبول برای راه حل بهینه سراسری استفاده می کنند. در ادبیات مورد مطالعه، چندین طبقه بندی الگوریتم فراابتکاری بر اساس نوع استراتژی جستجو، منبع الهام، جمعیت ذرات، تجربه جستجو و نوع تابع هدف ارائه شده است. علاوه بر این،

کاوه و دادرس سه نوع مختلف از الگوریتم‌های فراابتکاری را بر اساس منبع الهام طبقه بندی کردند. الگوریتم‌های تکاملی (EA)، الگوریتم‌های ازدحام و الگوریتم‌های فیزیکی. الگوریتم‌های تکاملی مانند الگوریتم ژنتیک (GA) معمولاً از تکامل طبیعی مانند تولید مثل، جهش، باز ترکیب و انتخاب الهام گرفته می‌شوند.

برخی از الگوریتم‌های تکاملی، برنامه نویسی تکاملی (EP) هستند. استراتژی تکامل (ES)، برنامه ریزی ژنتیکی (GP) و تکامل متفاوت (DE). الگوریتم‌های ازدحامی که از مطالعه سیستم‌های محاسباتی هستند از هوش جمعی الهام گرفته شده ، بطوریکه از همکاری عوامل همجنس در محیط پدیدار می‌شوند.

grey wolf optimizer (GWO) ، Ant colony optimization (ACO) ، particle swarm optimization (PSO) ، bat search algorithm (BA or BSA) ، firefly algorithm (FFA) ، علاوه بر این، الگوریتم‌های فیزیکی از قوانین فیزیکی در فرآیند بهینه‌سازی استفاده می‌کنند.

الگوریتم‌های فراابتکاری با توجه به استراتژی جستجو به دسته‌های جستجوی محلی و جستجوی سراسری تقسیم می‌شوند. الگوریتم‌های جستجوی محلی از جواب کاندید به یک جواب همسایه بهتر در یک حلقه تکرارشونده حرکت می‌کنند تا زمانی که شرط پایان را ارضا کنند. الگوریتم‌های جستجوی محلی به طور گسترده برای بسیاری از مسائل محاسباتی سخت در علوم کامپیوتر، بیوانفورماتیک، ریاضیات و مهندسی به کار می‌روند. از سوی دیگر، الگوریتم‌های جستجوی سراسری بر اساس رفتارهای جمعیت توسعه یافتند و مناطق جدیدی را در فضای جستجو کاوش کردند. در این حیطه مشکلات زمان بندی و برنامه ریزی، مسائل مربوط به داده کاوی و یادگیری ماشین، و مشکلات طراحی

مهندسی حوزه‌های محبوبی هستند که از الگوریتم‌های فراابتکاری برای یافتن راه‌حل‌های تقریبی استفاده می‌کنند.

از سوی دیگر، سورنسن، نوآوری برخی از چارچوب‌های متا-هوریستیک جدید مبتنی بر استعاره‌ها را به چالش می‌کشد. علاوه بر این، نویسنده بیان می‌کند که در اکثریت موارد، استعاره‌های فراابتکاری نه تنها ضروری نیستند، بلکه برای کیفیت علمی و ظاهر بیرونی حوزه تحقیق نیز مضر هستند. با این حال، این مقاله بررسی می‌کند که تحقیقات با کیفیت بالا در الگوریتم‌های فراابتکاری شامل تفاوت‌های قابل توجه با الگوریتم‌های کلاسیک در ادبیات مورد قدردانی قرار می‌گیرد.

این مقاله الگوریتم هوش گروهی جدیدی به نام الگوریتم جستجوی رادار الکترون (Electron Radar Search Algorithm یا ERSA) را معرفی می‌کند که پدیده تخلیه الکترون را شبیه‌سازی می‌کند. به طور خلاصه، ERSA می‌تواند به شرح زیر مشخص شود: (1) بهبود و جهش (مفهوم انشعاب) ذرات در جستجوی محلی، (2) تأکید بیشتر بر روی جواب‌های بهتر در هر تکرار، و (3) رویکردی که از گیر افتادن در کمینه‌های محلی جلوگیری می‌کند. این ویژگی‌ها نکات مهم ERSA هستند که الگوریتم را از سایر فراابتکاری‌های رایج از جمله GA، PSO، SA و ACO متفاوت می‌کند. به طور طبیعی، الکترون‌ها محیط پتانسیل پایین‌تر را جستجو می‌کنند و با عمل کردن نیروهای الکتریکی به موقعیت جدید می‌روند. الکترون‌ها با روش مسیر غیر مستقیم و مکانیسم چند مرحله ای به موقعیت پایین‌تر می‌روند. در هر مرحله، الکترون‌ها پتانسیل الکتریکی اطراف را اسکن می‌کنند و نقطه پتانسیل پایین‌تر برای حرکت الکترون انتخاب می‌شود. بنابراین، الکترون‌ها از یک مکانیسم چند مرحله ای برای یافتن راه‌حل بهینه با کمترین پتانسیل الکتریکی در پدیده تخلیه الکترون استفاده می‌کنند.

ERSA یک الگوریتم مبتنی بر جمعیت است و از گیر افتادن در کمینه‌های محلی جلوگیری می‌کند و قادر به کاوش در سطح سراسری برای یافتن بهترین حل است. علاوه بر این، این الگوریتم از تئوری انشعاب (Forking) استفاده میکند که بهره‌برداری را در محدوده نقاط قبلی بازدید شده افزایش می‌دهد. علاوه بر این، الگوریتم برای توابع معیار مختلف اجرا شد و نتایج نشان داد که ERSA تقریباً در 95٪ از توابع راه‌حل‌های بهتری را ارائه می‌دهد.

بقیه مقاله به شرح زیر سازماندهی شده است: بخش ۲ مکانیسم تخلیه الکترون را شرح می‌دهد. بخش ۳ الگوریتم ERSA پیشنهادی را مشخص می‌کند. نتایج و بحث درباره توابع مرجع برای مقایسه ERSA با برخی از روش‌های بهینه‌سازی محبوب در بخش ۴ ارائه شده است. در نهایت، نتیجه‌گیری‌ها در بخش ۵ ارائه شده‌اند.

## 2 مکانیزم تخلیه الکتریکی

### 2.1 مکانیزم تخلیه الکتریکی

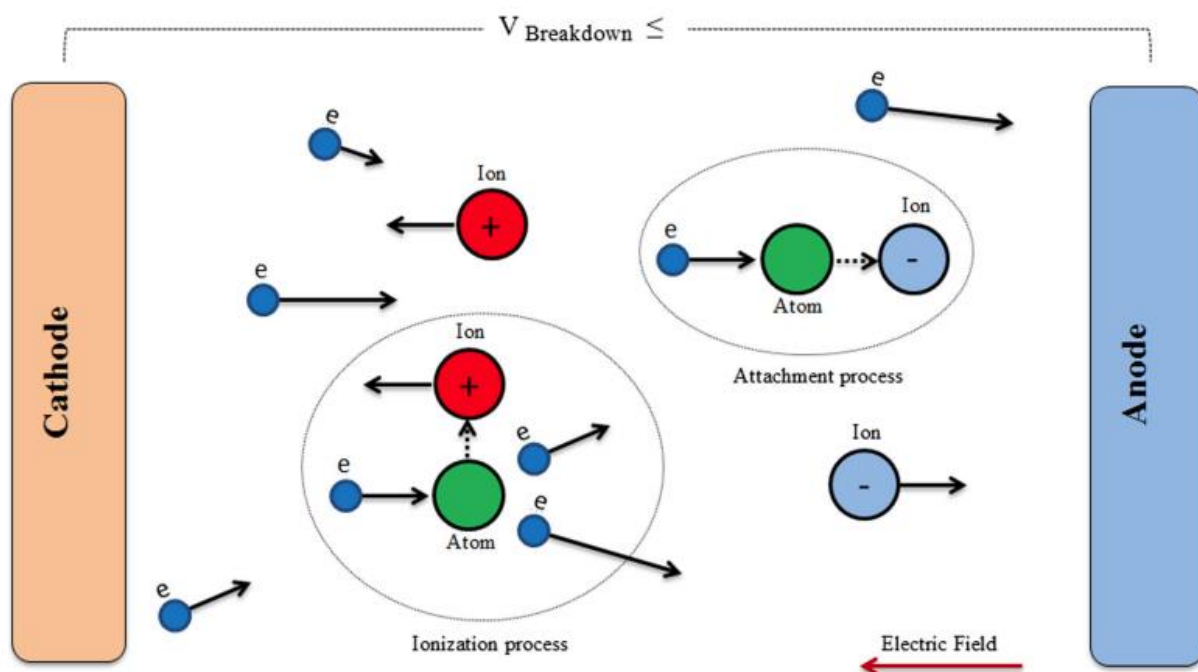
"تخلیه الکتریکی یک فرآیند پیچیده است که یک مسیره‌ادی (رسانا) را بین دو نقطه با پتانسیل الکتریکی متفاوت در محیط ایجاد می‌کند. این اتفاق زمانی رخ می‌دهد که میدان الکتریکی از مقدار بحرانی خود فراتر می‌رود." امروزه بسیاری از صنایع از مکانیسم تخلیه الکتریکی در کاربردهای مختلف از جمله منابع احتراق استفاده می‌کنند. در اکثر موارد، در هنگام شکست الکتریکی، زمانی که ولتاژ پتانسیل بین الکترودها افزایش یافته و به ولتاژ بحرانی می‌رسد، الکترون‌ها از کاتد به صورت گسلی جدا می‌شوند و پس از یونیزه کردن محیط، به سوی آن‌د منتقل می‌شوند. علاوه بر این، معمولاً هر الکترون اولیه که به

سمت آند می‌رود، با مولکول‌های محیط برخورد می‌کند و در طول فرآیند یونیزاسیون و اتصال، یون‌های مثبت و منفی ایجاد می‌کند. یون‌های مثبت و منفی به ترتیب به سوی کاتد و آند حرکت می‌کنند و ولتاژ پتانسیل بین الکترودها به صورت پیوسته افزایش می‌یابد. شکل 1 نمای شماتیکی از گسیل الکترون و فرآیند شکست محیط را نشان می‌دهد.

به طور کلی، تخلیه الکترون بین دو الکتروود زمانی رخ می‌دهد که قدرت میدان الکتریکی به اندازه کافی از مقدار آستانه معینی فراتر رود. این باعث ایجاد یک کانال یونیزه و رسانا با جریان الکترون بسیار بالا (تا 100000 آمپر) می‌شود که به سرعت بین کاتد و آند گسترش می‌یابد. برای بررسی جزئیات بیشتر فرآیند تخلیه الکتریکی، بحث در مورد برخی از مفاهیم نظری و عبارات تعریف شده در نظریه پدیده‌های شکست ضروری است. این مسائل نظری در بخش‌های بعدی ذکر شده است.

## 2.2 مکانیسم بهمن الکترونی (Electron avalanche mechanism)

هنگامی که یک ولتاژ بالا بین الکترودها اعمال می‌شود، الکترون‌های اولیه در جهت کاتد به آند گسیل می‌شوند. الکترون‌ها با مولکول‌های متوسط برخورد می‌کنند، الکترون‌های اضافی آزاد می‌کنند. این الکترون‌های اضافی آزاد که شتاب می‌گیرند و با اتم‌های بعدی برخورد می‌کنند و الکترون‌های بیشتری را آزاد می‌کنند (بصورت آبشاری) و در نتیجه یک بهمن ایجاد می‌کنند.



شکل 1 نمایش شماتیکی از گسیل الکترون و فرآیند شکست متوسط

به تفصیل بیشتر، فرض کنید  $n_0$  تعداد الکترون‌های اصلی است که از کاتد گسیل می‌شوند و برای فاصله‌ای خاص  $x$ ، تعداد الکترون‌هایی که به بهمن اضافه می‌شود  $(n)$ ، برابر خواهد بود با:

$$n = n_0 \times \exp(\alpha \cdot x)$$

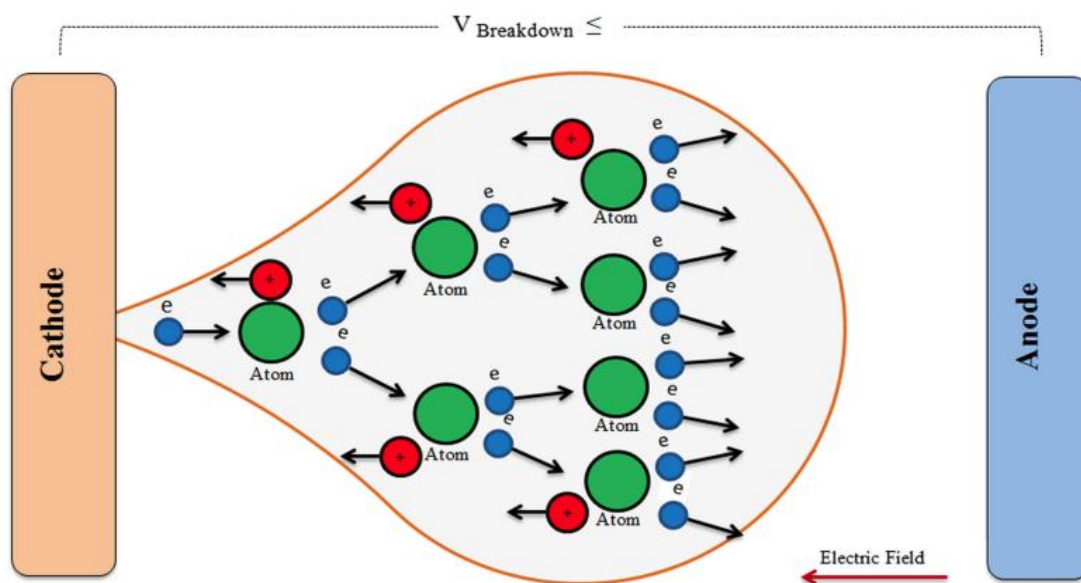
جایی که  $\alpha$  میانگین تعداد الکترون‌های ایجاد شده در هر سانتی متر از مسیر است که ضریب اول تاونسند (Townsend) نامیده می‌شود. بنابراین، تعداد الکترون‌های یک بهمن متناسب با تعداد الکترون‌های اولیه و فاصله از کاتد است. هنگامی که یک الکترون با مولکول‌های محیط برخورد می‌کند، اگر الکترون قبل از برخورد انرژی کافی به دست آورده باشد، یک یون مثبت ایجاد می‌شود. علاوه بر این، یون‌های مثبت آزاد شده به کاتد بازمی‌گردند و الکترون‌های جدید آزاد می‌کنند تا به فرآیند تخلیه بپیوندند.



از این رو  $(n - n_0)$  یون‌های مثبت برگشتی آزاد میکنند  $\gamma \times (n - n_0)$  الکترون‌های اضافی را آزاد می‌کنند که  $\gamma$  نشان دهنده تعداد الکترون‌های ثانویه گسیل شده توسط یک یون مثبت است. این بدان معنی است که تعداد الکترون‌های شرکت کننده در فرآیند بهمن در فاصله  $x$  را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد.

$$n = [n_0 + \gamma \times (n - n_0)] \times \exp(a \cdot x)$$

شکل 2 یک نمای شماتیک از فرآیند بهمن الکترون در پدیده تخلیه الکتریکی ارائه می‌دهد. همانطور که در شکل 2 نشان داده شده است، الکترون‌های اصلی از کاتد گسیل می‌شوند و در میدان الکتریکی شتاب می‌یابند. سپس، بهمنی از الکترون‌ها در یک فرایند یون‌سازی پیاپی خنثی می‌شود.



شکل 2 نمای شماتیک فرآیند بهمن الکترون

## 2.3 مکانیزم استریمر (Streamer mechanism)

در محیط‌های گازی مانند هوا، پدیده تخلیه الکتریکی بر اساس مکانیسم تاونسند تحت فشارهای کم و میدان‌های الکتریکی یکنواخت رخ می‌دهد. در عمل، تئوری تخلیه تاونسند (Townsend) تأثیر بار فضایی یون‌های مثبت را که می‌تواند باعث تحریف میدان الکتریکی قابل‌توجهی شود، در نظر نمی‌گیرد. توصیف عیوب نظریه تخلیه Loeb، Townsend و Meek تئوری شکست جریان را برای روشن شدن پدیده تخلیه تحت فشار بالاتر معرفی کرد. استریمر یک کانال نازک یونیزه شده است که از یک بهمن اولیه به اندازه کافی قوی در یک میدان الکتریکی پدید آمده است. هنگامی که بهمن در فضا به اندازه بحرانی می‌رسد، بار فضایی دوقطبی را تشکیل می‌دهد که الکترون‌ها در سر و یون‌ها در پشت آن قرار دارند. از این رو، یک میدان الکتریکی اضافی در فضای شکاف ایجاد می‌شود. در این منطقه Meek و Craggs اشاره کرده اند که در انتشار جریان، میدان بار فضایی در ابتدای بهمن باید با میدان‌های خارجی قابل مقایسه باشد. علاوه بر این، میک و کرگز معیار تشکیل بهمن به جریان را پیشنهاد کرده اند. بر اساس این معیار، برای تغییر بهمن الکترونی به جریان، شدت میدان الکتریکی شعاعی بار فضایی باید برابر یا بیشتر از میدان خارجی باشد.

$$E_a = \left( \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) \times \exp(a \cdot x) \geq E_0$$

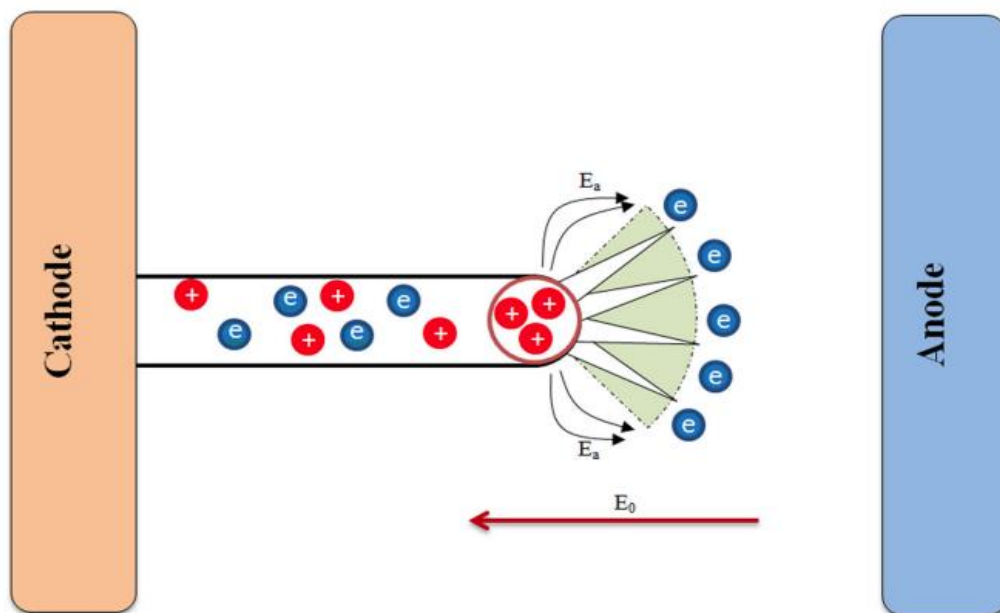
بطوریکه به ترتیب  $E_a$  و  $E_0$  میدان الکتریکی سطح بهمن و میدان خارجی هستند.  $\exp$  تابع نمایی را نشان می‌دهد و علاوه بر این،  $e$  نشان دهنده بار الکتریکی الکترون است و  $r$  که به عنوان شعاع سر بهمن تعریف می‌شود.  $\epsilon_0$  ثابت الکتریکی است و  $\exp(a \cdot x)$  بار اولیه فضای بهمن را محاسبه می‌کند. شکل 3 انتشار جریان و میدان الکتریکی در فرآیند تخلیه الکتریکی را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل 3 نشان داده شده است در

نوک استریم، یک میدان الکتریکی قوی ظاهر می‌شود و الکترون‌ها به سمت سر استریم جذب می‌شوند و به‌هم‌های ثانویه ایجاد می‌شوند تا استریم را برای مرحله بعدی به جلو بفرستند. علاوه بر این، استریم از مکانیزم جستجوی راداری برای یافتن بهترین مسیر برای یونیزه کردن محیط به ویژه هوا استفاده می‌کند. علاوه بر این، مسیرهایی با احتمال یونیزاسیون بالاتر و احتمال اتصال کمتر، کاندیدای فرآیند یونیزاسیون هستند. شکل 4 یک نمای شماتیک ساده شده از الگوریتم جستجوی رادار استریم در فرآیند تخلیه الکتریکی ارائه می‌دهد. علاوه بر این، در هر مرحله، الکترون‌ها بهترین راه حل را در یک فضای جستجوی کروی در نوک استریم پیدا می‌کنند.

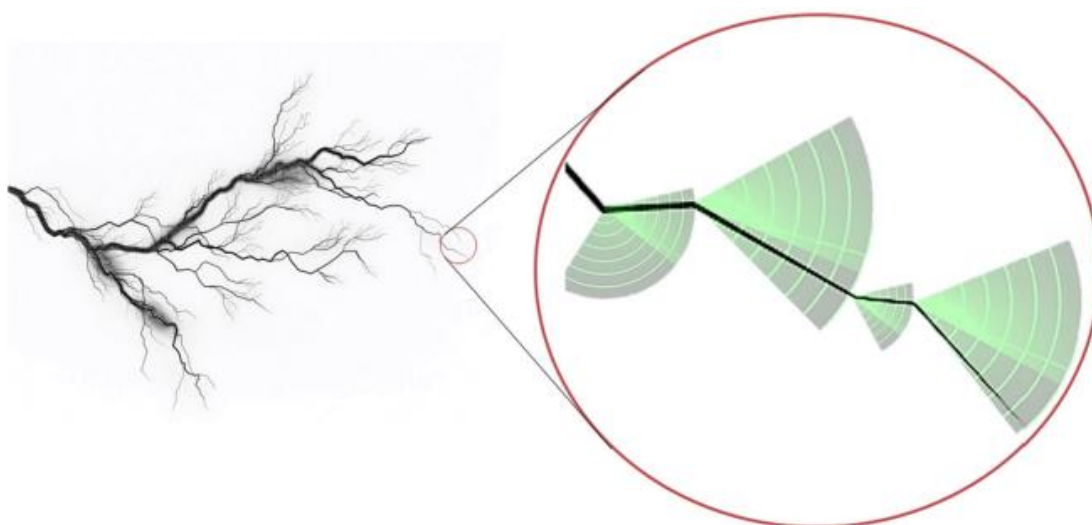
### 3 الگوریتم جستجوی رادار الکترونی (ESRA)

#### 3.1 مفاهیم نظری

الگوریتم بهینه سازی پیشنهادی بر مکانیزم تخلیه جرقه تکیه دارد و یک الگوریتم فرااکتشافی به نام (ERSA) (Electron radar search algorithm) بر اساس مکانیسم استریم جدید را فرموله می‌کند. هر الکترون ساطع شده از صفحه کاتد با مولکول‌های متوسط برخورد می‌کند و اگر سرعت یونیزاسیون بیشتر از سرعت اتصال باشد، یون مثبت ایجاد می‌کند. در غیر این صورت یک یون منفی تولید شده و به صفحه آند منتقل می‌شود. هنگامی که تعداد الکترون‌ها از یک مقدار بحرانی بیشتر باشد، استریم به فرآیند جستجو ادامه می‌دهد.



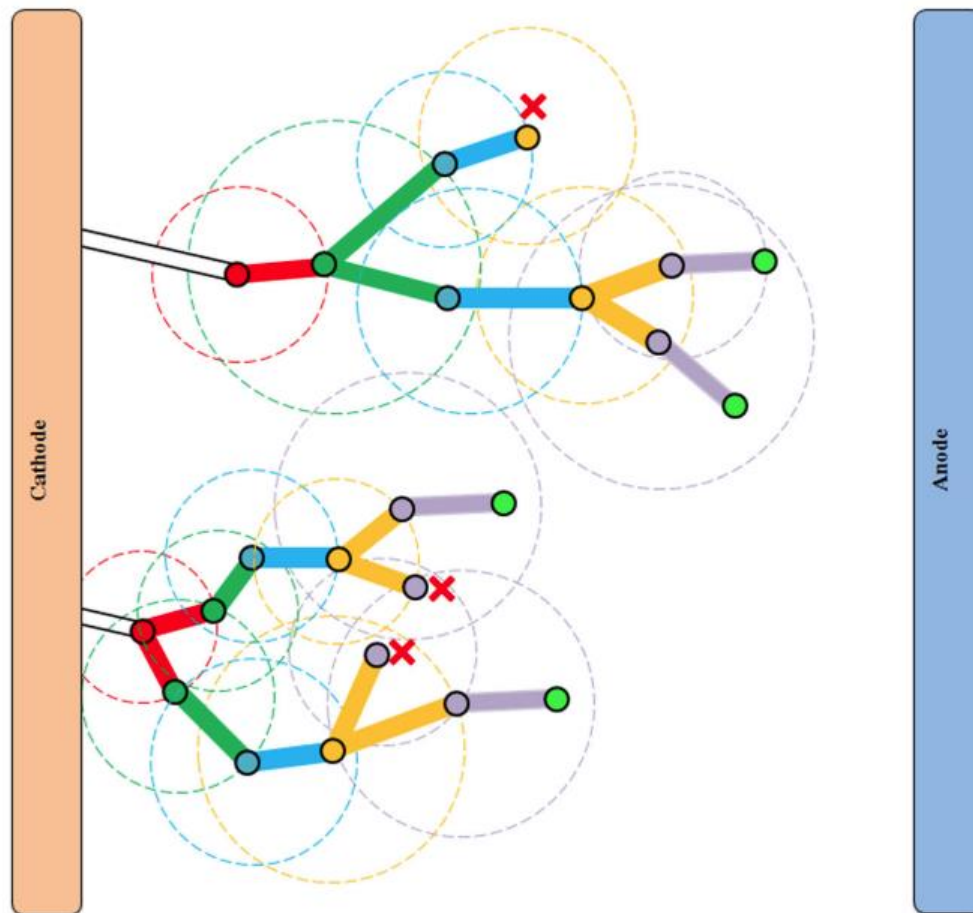
شکل 3 انتشار استریم در فرآیند تخلیه الکتریکی



شکل 4 استریمرها با استفاده از مکانیزم جستجوی راداری به موقعیت جدیدی دست می‌یابند

استریمرهایی که نمی‌توانند شرایط مقدار بحرانی را برآورده کنند از فضای جستجو حذف می‌شوند. در هر مرحله، استریمر لبه فضای کروی را برای یافتن تابع هدف بهتر بررسی می‌کند، و موقعیت لبه استریمر برای مرحله بعدی به روز می‌شود. علاوه بر این، راه‌حل‌های

بهینه محلی پس از حذف همه استریمرها از فضای جستجو بدست می‌آیند. شکل 5 عملکرد *ERSA* را در یافتن راه‌حل‌های بهینه محلی نشان می‌دهد. علاوه بر این، موقعیت استریمرها در دو کانال مختلف تا ششمین تکرار در شکل 5 ارائه شده است.



شکل 5 عملکرد *ERSA* در یافتن راه‌حل‌های بهینه محلی

در هر مرحله، استریمرها بهترین راه‌حل را در یک فضای کروی محدود بررسی می‌کنند. علاوه بر این، با توجه به تئوری برخورد ذرات، احتمال دوشاخه شدن جریان‌ها با رشد تعداد الکترون‌ها در نوک استریمرها افزایش می‌یابد. در نقطه انشعاب، دو استریمر مختلف در دامنه جستجو ظاهر می‌شوند. استریمر اول به سمت بهترین راه‌حل حرکت می‌کند و دومی در یک راه‌حل تصادفی ایجاد شده در فضای کروی ظاهر می‌شود. به علاوه، اگر تعداد

الکترون‌ها از مقدار از پیش تعریف شده کوچک‌تر شود، جریان‌ها حذف می‌شوند. همانطور که قبلاً ذکر شد،  $ERSA$  از سه ویژگی برجسته استفاده می‌کند، (1) بهبود و جهش (مفهوم انشعاب) ذرات در جستجوی محلی، (2) تأکید بیشتر بر راه‌حل‌های بهتر در طول تکرارها، و (3) یک رویکرد آغازین که از گیر افتادن در حداقل‌های محلی که عملکرد الگوریتم را بهبود می‌بخشد، جلوگیری می‌کند. الگوریتم با یک جمعیت اولیه از استریمرها شروع می‌شود و در هر تکرار، استریمرها راه‌حل بهینه را در یک منطقه محلی جستجو می‌کنند. علاوه بر این، استریمرها با یک مقدار احتمال دوشاخه شدند و زمانی که تعداد الکترون‌ها از مقدار از پیش تعریف شده بیشتر شود، یک جریان جدید ایجاد می‌شود.

بنابراین، یک جهش محلی در فضای جستجو در نظر گرفته می‌شود. از سوی دیگر، همانطور که در بخش 2.2 توضیح داده شده است، پس از هر بار تکرار، الکترون‌های اضافی از صفحه کاتد به نوک استریمر اضافه می‌شوند. علاوه بر این، جریانی که جواب بهتری دارد، الکترون بیشتری نسبت به سایر جریان‌ها دریافت می‌کند. برای مشخصه سوم، هنگامی که استریمر راه‌حل بهتری را از راه‌حل فعلی خود پیدا نمی‌کند، استریمر با کاهش تعداد الکترون‌ها به یک مقدار بحرانی ( $CV$ ) فضای جستجوی محلی را افزایش می‌دهد. با توسعه فضای جستجوی محلی، احتمال یافتن راه‌حل‌های بهتر افزایش یافت. با این حال، زمانی که راه‌حل بهتر در فضای جستجوی محلی جدید به دست نمی‌آید، استریمر حذف می‌شود. به طور کلی، با توجه به توضیحات بالا،  $ERSA$  را می‌توان به طور خلاصه به شرح زیر بیان کرد:

شامل شعاع جستجو  $r$ ، و  $CV$  در مرحله اول تعیین می‌شود. به روز رسانی استریمر تعداد الکترون‌ها در استریمر  $n$  و در تکرار  $t(E_n^t)$  پس از هر تکرار بصورت زیر بروز میشود:

$$(E_n^0, n \in \{1, 2 \dots N\})$$

$$E_n^t = E_n^{t-1} \times \exp\left(\left[\frac{|F_{nt} - F_{nt-1}|}{F_{n0}}\right] \times x\right) + \lambda \quad (4)$$

$$\lambda = \beta \times (1 - \exp(-|F_{nt} - F_{nt-1}|)) + (1 - \beta) \times \exp(-|F_{nt} - F_{Best}|) \quad (5)$$

جایی که  $F_{Best}$  به بهترین راه حل استریمرها اشاره دارد و  $F_{nt}$ ،  $F_{nt-1}$  و  $F_{n0}$  به ترتیب تابع هدف استریمر  $n$  در تکرار  $t$ ، تکرار  $t-1$ ، و تکرار اول هستند.  $\beta$  ضریبی است که تعادل بین اکتشاف و بهره برداری را کنترل می کند.  $\lambda \times E_n^{t-1}$  نشان دهنده تعداد الکترون هایی است که باید در هر تکرار به استریمرها اضافه شوند. با این حال، جریان الکترون های اضافی را با توجه به کیفیت محلول خود دریافت می کنند.  $\lambda$  از دو عبارت تشکیل شده است و محاسبه می کند که چگونه الکترون های اضافی باید به استریمرها اضافه شوند. در عبارت اول، اهمیت بهبود عملکرد در جستجوی محلی مورد تاکید قرار گرفته است و در عبارت دوم، الگوریتم سعی می کند انرژی اضافی بیشتری را به عملکرد بهتر استریمرها اختصاص دهد. بعلاوه  $x$  فاصله اقلیدسی بین موقعیت نوک استریمر را در تکرار  $t$  و  $t-1$  نشان می دهد. موقعیت های پخش کننده ها بر اساس بهترین راه حل در فضای جستجوی گروهی به روز رسانی می شوند که در آن آخرین موقعیت های پخش کننده و  $r$  به ترتیب مرکز و شعاع حوزه جستجو هستند. برای یافتن جواب نزدیک به بهینه در فضای جستجوی گروهی، نقاط  $M$  به صورت تصادفی انتخاب شده و بهترین راه حل تقریباً به عنوان نتیجه بهینه در نظر گرفته می شود.

رویداد فورکینگ استریمرها می توانند به دو استریمر جدید با احتمال زیر منشعب شوند

$$P_r = \begin{cases} 1 - \left[ \frac{2 \times CV}{E_n^t} \right] & E_n^t > 2 \times CV \\ 0 & E_n^t \leq 2 \times CV \end{cases} \quad (6)$$

پس از فرآیند فورکینگ، الکترون‌ها به طور مساوی به جریان اولیه و جریان جدید تقسیم می‌شوند. علاوه بر این، تعداد الکترون‌ها به روز می‌شود و برای جریان اولیه و جدید روی  $\frac{E_n^t}{2}$  تنظیم می‌شود. بنابراین، هنگامی که تعداد الکترون‌ها از دو برابر  $CV$  بیشتر باشد، جریان می‌تواند دوشاخه شود. استریم با فرار از حداقل‌های محلی برای یافتن راه‌حل بهتر، فضای کروی محلی را جستجو می‌کند و بهترین را انتخاب می‌کند. با این حال، راه‌حل فعلی ممکن است نتیجه بهینه محلی در فضای جستجو باشد. در این راستا، برای فرار از بهینه محلی، استریم شعاع کره را به حداکثر مقداری که شرایط  $CV$  را برآورده می‌کند، افزایش می‌دهد. برای رسیدن به این هدف، استریم تعداد الکترون‌های  $CV$  را کاهش می‌دهد. بنابراین حداکثر مقدار  $r$  در استریم  $n$  و تکرار  $t$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$r_{tn}^{max} = r \times e^{\left[\frac{E_n^t - CV}{CV}\right]} \quad (7)$$

علاوه بر این، فرآیند جستجوی استریم پایان می‌یابد و زمانی که راه‌حل بهتر در فضای کروی با شعاع  $r_{tn}^{max}$  یافت نمی‌شود، استریم حذف می‌شود. در نهایت،  $ERSA$  پس از حذف همه استریم‌ها از فرآیند جستجو خاتمه می‌یابد. برای یافتن راه‌حلی با دقت قابل قبول، الگوریتم از شش پارامتر اولیه تشکیل شده است  $\beta, N, E_n^0, CV, r, M$ .

$\beta$  ضریبی است که تعادل بین اکتشاف و بهره‌برداری را کنترل می‌کند. بنابراین، با افزایش مقدار  $(\beta > 0.5)$ ، الگوریتم بیشتر بر راه‌حل‌های بهینه محلی تمرکز می‌کند تا کل. با این حال،  $\beta = 0.5$  برای حل مدل به طور کلی مناسب خواهد بود.  $N$  تعداد راه‌حل‌های اولیه و  $E_n^0$  تعداد الکترون‌های در نظر گرفته شده برای هر محلول اولیه را نشان می‌دهد. وقتی که  $E_n^0$  مقدار افزایش می‌یابد، احتمال یافتن راه‌حل‌های بهتر و زمان



محاسبه الگوریتم نیز افزایش می‌یابد. با این حال، فرض بر این است که  $E_n^0$  در بازه [500، 1500] تنظیم شود. علاوه بر این، زمانی که تعداد الکترون‌ها کمتر از  $CV$  باشد، راه‌حل‌ها حذف خواهند شد. در نظر گرفتن  $CV = 0.1 \times E_n^0$  انتخاب مناسبی است.  $r$  به عنوان شعاع جستجو برای هر راه‌حل در نظر گرفته می‌شود، و پیشنهاد می‌کند که  $r = 10$  برای فضاهای جستجوی غیرقابل شمارش و  $r = 0.2$  برای منطقه جستجوی محدود.  $M$  تعداد نقاط تصادفی انتخاب شده برای جستجوی محلی را در هر تکرار اعلام می‌کند. با این حال،  $M$  را می‌توان با  $N^2$  مقداردهی کرد ( $N$  تعداد راه‌حل‌های اولیه است). در نتیجه، مقدار اولیه پارامترهای ورودی را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

$\beta$ :  $\beta = 0.5$  generally,  $\beta = 0.75$  with the local optimum solution considerations, and  $\beta = 0.25$  when finding the global optimum solution is the final goal.

$N$ :  $N = 200$  for infinite search space, and  $N = 50$  for finite search space.

$E_n^0$ :  $E_n^0 \in [500, 1500]$

$CV$ :  $CV = 0.1 \times E_n^0$ .

$r$ :  $r = 10$  for uncountable search spaces and  $r = 0.2$  for the finite search area.

$M$ :  $M = N^2$

برای ارائه مختصر  $ERSA$ ، شبه کد الگوریتم در جدول 1 نشان داده شده است.

## 3.2 اکتشاف و بهره‌برداری

در سال‌های اخیر، بسیاری از محققین به بررسی مفاهیم اکتشاف و بهره‌برداری در الگوریتم‌های فراابتکاری پرداخته‌اند. اکتشاف و بهره‌برداری ویژگی‌های فراابتکاری مهمی هستند که به ترتیب به عنوان جستجوی سراسری و جستجوی محلی تفسیر

می‌شوند. علاوه بر این، مفهوم اکتشاف به عنوان توانایی الگوریتم برای کشف راه حل بهینه سراسری در کل فضای جستجو در نظر گرفته می‌شود. از سوی دیگر، بهره برداری بر جستجو در همسایگی نقاطی که قبلاً بازدید شده است، تمرکز دارد. یک الگوریتم جستجو نیاز به ایجاد تعادل تاکتیکی بین این دو هدف گاهی متضاد دارد. *ERSA* از پارامتر مبتنی بر تصادف برای انجام کاوش در فضای جستجو استفاده می‌کند. استریم‌های اولیه که به طور تصادفی تولید می‌شوند می‌توانند در همه جهات از موقعیت اولیه با تأثیر پارامتر جمعیت اولیه جستجو کنند. علاوه بر این، جستجوی کروی در نوک استریم‌ها و مکانیسم انشعاب، *ERSA* را قادر می‌سازد تا توانایی بهره‌برداری را در طول فرآیند جستجو بهبود بخشد. در این مقاله شاخصی به عنوان ضریب بهره‌برداری ( $\beta$ ) برای کنترل میزان اکتشاف و بهره برداری معرفی شده است. علاوه بر این، همانطور که در معادله 5 توضیح داده شده است، با تنظیم مقادیر بالاتر  $\beta$ ، الگوریتم با توجه به بهبود عملکرد ( $|F_{nt} - F_{nt-1}|$ ) و تأکید بر مفهوم بهره برداری الکترون‌های اضافی بیشتری را به بهترین استریم‌ها اختصاص می‌دهد. هنگامی که تعداد الکترون‌ها افزایش می‌یابد، احتمال انشعاب و یافتن راه حل بهتر در جستجوی محلی نیز افزایش می‌یابد. با این حال، با کاهش مقدار  $\beta$ ، الکترون‌های اضافی توسط استریم‌هایی دریافت می‌شوند که راه حل‌های بهتری در سطح جهانی به دست آورده‌اند. بنابراین، الگوریتم احتمال یافتن راه حل‌های بهتر در استریم‌های پیشگام را افزایش می‌دهد. بنابراین، بین توانایی‌های اکتشافی و بهره‌برداری *ERSA* با در نظر گرفتن مقادیر مختلف  $\beta$ ، یک trade-off وجود دارد. با این حال، شکل 6 برای نشان دادن مراحل پیشرفت الگوریتم و نمایش موقعیت استریم‌ها برای تکرارهای مختلف آماده شده است.

جدول 1 شبه کد الگوریتم *ERSA* توسعه یافته در این مطالعه

---

**Start**

Define the initial population of streamers ( $n=1, 2, \dots, N$ )  
Determine input parameters  $\beta, N, E_n^0, CV, r, M$  and  $t = 0$   
**while** the number of existing streamers  $> 0$   
    **for** each streamer  
        **if** (Eliminating condition satisfied)  
            Eliminate streamer and go to the next streamer  
        **else if** (Forking condition satisfied)  
            Create new streamer with the random position in the  
            spherical search space and update population of streamers  
        **end if**  
        Update streamer position and best objective function  
    **end for**  
**end while**  
return best objective function

**End**

---

## 4 نتایج عددی و اعتبارسنجی

به منظور بررسی کارایی ERSA، چند مثال عددی از ادبیات در نظر گرفته شده است. از این رو، الگوریتم جدید پیشنهادی با استفاده از مجموعه ای از 20 تابع محک تکوجهی و چندوجهی به خوبی مورد آزمایش و اعتبارسنجی قرار گرفته است. مدالیته یک تابع به تعداد پیک‌ها در سطح تابع اشاره دارد. با این حال، در توابع چندوجهی، حداقل دو قله مبهم در فضای جستجو وجود دارد. علاوه بر این، ERSA با روش‌های فراابتکاری رایج، یعنی DSA، PSO، FFA و BSA، بر اساس نتایج آماری شامل بهترین، بدترین، میانگین و انحراف استاندارد توابع هدف به دست آمده در فرآیند اجرا مقایسه می‌شود. علاوه بر این، هر تابع هدف 50 بار با جمعیت‌های اولیه مختلف و با در نظر گرفتن تعداد تکرار 100 بهینه شده است. برای اطلاعات بیشتر، آزمایش‌ها بر روی یک کامپیوتر با پردازنده 2.6 گیگاهرتز و 4 گیگابایت رم اجرا شده است.

### 4.1 اعتبارسنجی با استفاده از توابع تکوجهی

این بخش برای ارزیابی کارایی ERSA در یافتن حداقل مقدار جهانی توابع معیار تک وجهی انجام شده است. برای این منظور هفت تابع تک وجهی به نام‌های Sphere، Schwefel 1.2 و Schwefel 2.21، Booth، Rosenbrock، Quadratic، Step بر اساس شریف و همکاران انتخاب شدند. جدول 2 فهرستی از توابع تک وجهی اعمال شده در این مقاله را ارائه می‌دهد. علاوه بر این، همانطور که نتایج در جدول 4 نشان داده شده است عملکرد ERSA در یافتن راه‌حل بهینه سراسری برای هر هفت عملکرد تک وجهی قابل قبول است. در طول فرآیند بهینه‌سازی، عملکرد پنج الگوریتم فراابتکاری از نظر زمان محاسبات تقریباً مشابه و کمتر از پنج ثانیه بود. علاوه بر این، منحنی همگرایی الگوریتم‌ها و توابع معیار با ابعاد دوبعدی سطح و نمودار خطوط کانتور در شکل 7 ارائه شده‌اند.

## 4.2 اعتبارسنجی با استفاده از توابع چندوجهی

برای ارزیابی کارایی و قابلیت اطمینان ERSA در حل توابع چندوجهی، 9 تابع معیار، یعنی آلوفی-پنتینی، شوفل، بکر و لاگو، بوهاچفسکی 2، گریوانک، راستریگین، مخلوط کوسینوس، برانین و پشت شتر شش قوز، برای آزمون‌های تجربی انتخاب شدند (جدول 3 را ببینید) این توابع برای آزمایش توانایی الگوریتم در اجتناب از به دام افتادن در حداقل‌های محلی ارائه شده‌اند. علاوه بر این، الگوریتم بهترین، بدترین و متوسط راه‌حل، مقدار انحراف ایستاده، و زمان محاسبه برای توابع مورد مطالعه از 50 اجرای مستقل محاسبه شد. نتایج نشان داد میانگین خطای ERSA (بهترین راه‌حل - راه‌حل بهینه) در شانزده تابع محبوب معیار تقریباً  $2.34E-4$  است. از سوی دیگر، الگوریتم یک راه‌حل قوی ارائه می‌دهد که در آن مقدار انحراف استاندارد در بدترین حالت 14.75 است ( $F9$ ). همانطور که در جدول 4 نشان داده شده است، ERSA راه‌حل‌های نزدیک به بهینه بهتر

را در سیزده تابع معیار در تمام آمار پیدا کرد و بهترین راه حل ها را برای همه توابع چندوجهی مورد مطالعه به جز  $F_{12}$  به دست آورد. علاوه بر این، با جزئیات بیشتر، نتایج آمار الگوریتم از 50 اجرا در جدول 4 نشان داده شده است.

جدول 2 توابع معیار یکنواخت

| Functions | Name          | Expression   | Search space        | $f_{min}$ |
|-----------|---------------|--|---------------------|-----------|
| $F_1$     | Sphere        | $F(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2$                                | $[-10, 10]^{100}$   | 0         |
| $F_2$     | Step          | $F(X) = \sum_{i=1}^n (\lfloor x_i + 0.5 \rfloor)^2$        | $[-10, 10]^{100}$   | 0         |
| $F_3$     | Quartic       | $F(X) = \sum_{i=1}^n ix_i^4$                               | $[-10, 10]^{100}$   | 0         |
| $F_4$     | Rosenbrock    | $F(X) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (x_1 - 1)^2$                  | $[-30, 30]^2$       | 0         |
| $F_5$     | Booth         | $F(X) = (x_1 + 2x_2 - 7)^2 + (2x_1 + x_2 - 5)^2$           | $[-5, 5]^2$         | 0         |
| $F_6$     | Schwefel 2.21 | $F(X) = \max_i( x_i , 0 \leq i \leq 10)$                   | $[-10, 10]^2$       | 0         |
| $F_7$     | Schwefel 1.2  | $F(X) = \sum_{i=1}^{10} \left( \sum_{j=1}^i x_j \right)^2$ | $[-100, 100]^{100}$ | 0         |

### 4.3 تجزیه و تحلیل ویژگی های $ERSA$

$ERSA$  از سه ویژگی برجسته بهره می برد: (1) بهبود و جهش (مفهوم انشعاب) ذرات در جستجوی محلی، (2) تاکید بیشتر بر راه حل های بهتر در طول تکرارها، و (3) یک رویکرد آغاز شده که از گیر افتادن در محلی جلوگیری می کند. برای بررسی بهبود و جهش (مفهوم فورکینگ) ذرات در جستجوی محلی، احتمال انشعاب افزایش یافته و نتایج نشان می دهد که جمعیت ذرات تغییر کرده و کیفیت محلول ها بهبود یافته است. در این راستا،  $CV$  از  $0.23 \times E_n^0$  به  $0.03 \times E_n^0$  کاهش یافت و نتایج نشان دهنده رشد جمعیت استریمرها و افزایش کیفیت راه حل ها با در نظر گرفتن احتمال فورکینگ در معادله 6 بود. علاوه بر این، برای روشن شدن سهم  $ERSA$  در استفاده از بهترین راه حل های محلی و جهانی، مدل با مقادیر اولیه  $\beta$  متفاوت اجرا شد. همانطور که نتایج نشان می دهد، در

$\beta = 1$ ، استریمرها تنها بر روی راه‌حل‌های قبلی خود تمرکز می‌کنند و با کاهش مقدار  $\beta$ ، تأثیر بهترین راه‌حل سراسری (بهترین راه‌حل به‌دست‌آمده) در یافتن نتایج بهتر افزایش می‌یابد. علاوه بر این، با تنظیم  $\beta = 0$ ، استریمرها موقعیت‌های جدیدی را با در نظر گرفتن ویژگی‌های بهترین راه‌حل سراسری با بیشترین اهمیت جستجو می‌کنند. از سوی دیگر، برای اعلام سهم سوم *ERSA*، الگوریتم با شعاع جستجوی مختلف ( $r$ ) آزمایش شد. همانطور که نتایج نشان می‌دهد، با در نظر گرفتن مقادیر بزرگتر برای پارامتر  $r$ ، احتمال یافتن راه‌حل‌های بهتر به طور کلی افزایش می‌یابد. به طور خلاصه، هنگامی که مقدار  $r$  کاهش می‌یابد، الگوریتم به تکرارهای بیشتری برای یافتن راه‌حل‌های بهتر نیاز دارد. روند یافتن راه‌حل‌های بهینه در شکل 8 ارائه شده است.

در آزمایشی دیگر، روند یافتن راه‌حل‌های بهینه در الگوریتم‌های فراابتکاری مختلف از جمله *ERSA*، *PSO*، *DSA* و *FFA* با استفاده از تابع برانین (*Branin*) مقایسه شده است. علاوه بر این، الگوریتم‌ها با 10 جمعیت اولیه ( $N = 10$ ) اجرا شدند. شکل 9 بهترین موقعیت الگوریتم‌ها را نسبت به تکرارهای در نظر گرفته شده نشان می‌دهد.

## 4.4 مشکل طراحی مهندسی

در این بخش برای بررسی بیشتر کارایی الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی، از دو مسئله طراحی مهندسی محدود که به خوبی مطالعه شده‌اند شامل مشکلات طراحی فنر کششی/فشاری و تیرهای جوشی استفاده می‌شود. این مسائل قبلاً با استفاده از طیف گسترده‌ای از الگوریتم‌ها در ادبیات بهینه‌سازی حل شده‌اند. برای ساده‌تر کردن مسئله، محدودیت‌ها می‌توانند به توابع جریمه تبدیل شوند و در صورت برآورده شدن محدودیت‌ها، مقدار جریمه صفر خواهد بود. در غیر این صورت، مقدار از پیش تعیین شده جریمه به عنوان نسبت محدودیت‌های نقض شده محاسبه می‌شود. علاوه بر این،

برای اینکه مقایسه منصفانه باشد، نتایج به عنوان بهترین روش در حال حاضر در نظر گرفته می‌شود.

#### 4.4.1 طراحی فنر کششی / فشاری

هدف از این مشکل به حداقل رساندن وزن فنر کششی/فشرده‌ی با توجه به محدودیت‌های تنش برشی، فرکانس موج و حداقل انحراف است که در شکل 10 نشان داده شده است. این مدل از سه متغیر طراحی تشکیل شده است، یعنی قطر سیم ( $d$ )، میانگین قطر سیم پیچ ( $D$ ) و تعداد سیم پیچ‌های فعال ( $N$ ). مسئله را می‌توان به صورت زیر فرموله کرد.

Minimize

$$f(x) = (x_3 + 2)x_2x_1^2 \quad (8)$$

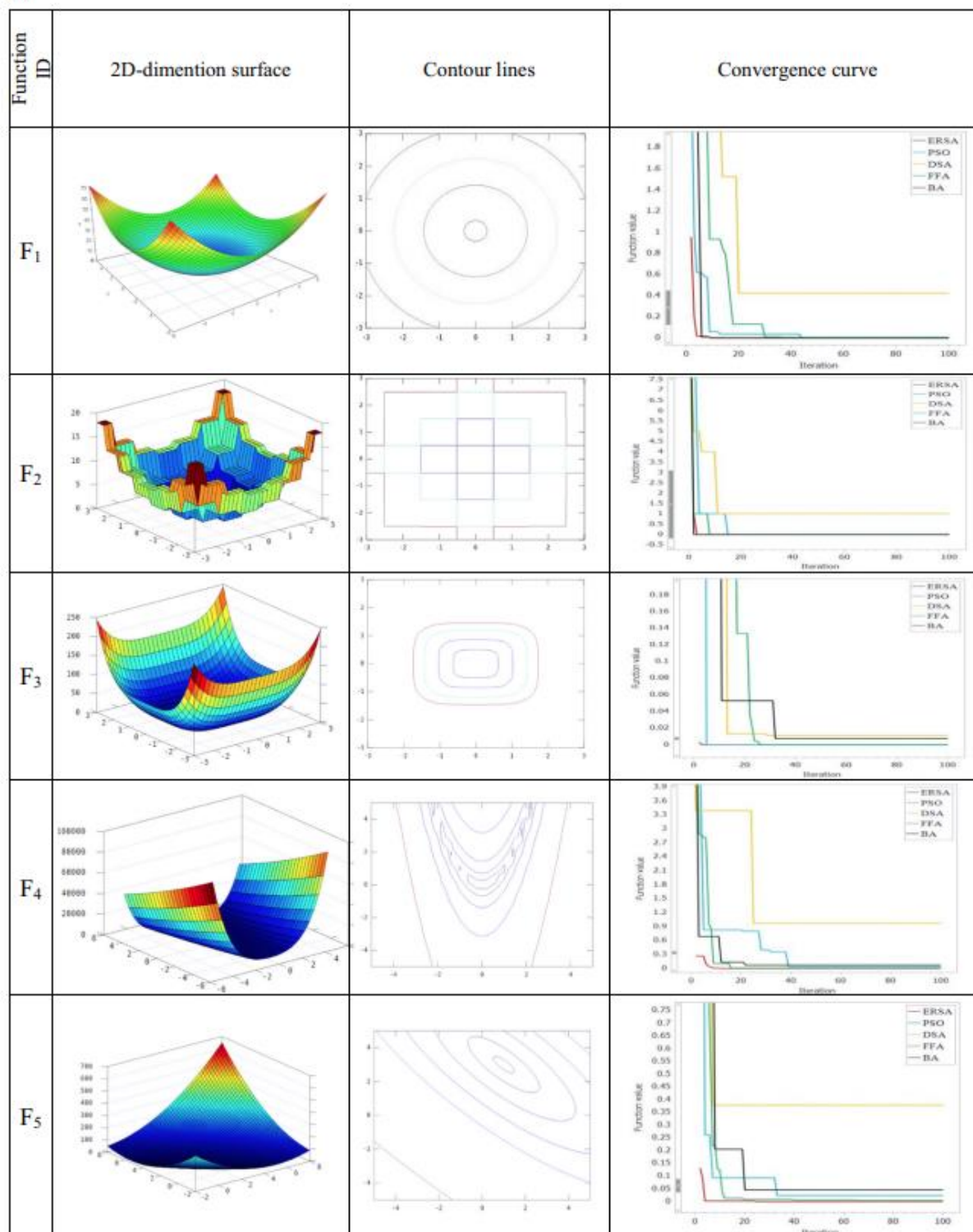
Subject to:

$$\begin{aligned} g_1(\vec{x}) &= 1 - \frac{x_3x_2^3}{71785x_1^4} \leq 0, \\ g_2(\vec{x}) &= \frac{4x_2^2 - x_1x_2}{12566(x_2x_1^3 - x_1^4)} + \frac{1}{5108x_1^2} - 1 \leq 0, \\ g_3(\vec{x}) &= 1 - \frac{140.45x_1}{x_3x_2^2} \leq 0, \\ g_4(\vec{x}) &= \frac{x_1 + x_2}{1.5} - 1 \leq 0, \end{aligned} \quad (9)$$

Variable ranges

$$\begin{aligned} 0.05 &\leq x_1 \leq 2.00, \\ 0.25 &\leq x_2 \leq 1.30, \\ 2.00 &\leq x_3 \leq 15.0 \end{aligned} \quad (10)$$

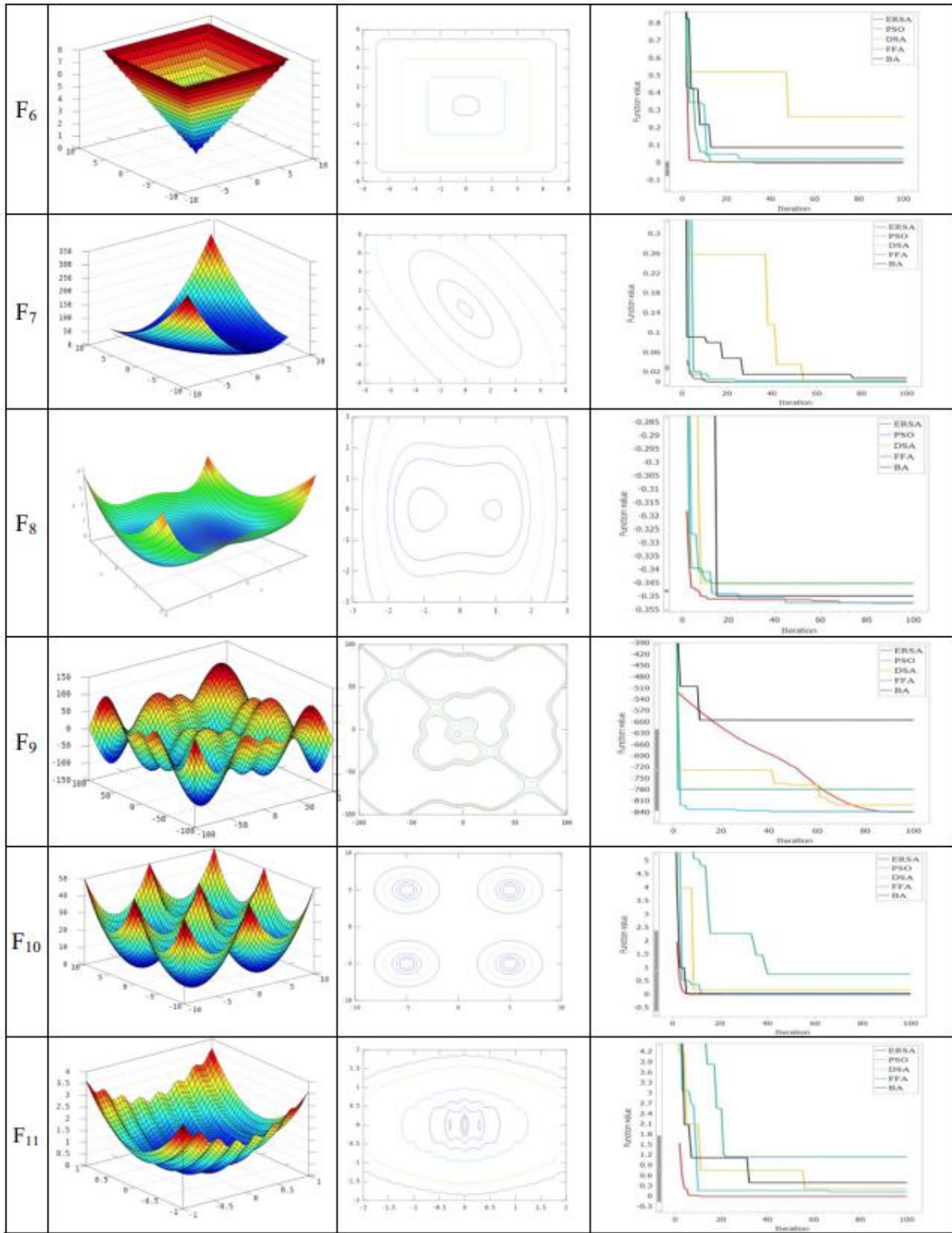
(a)



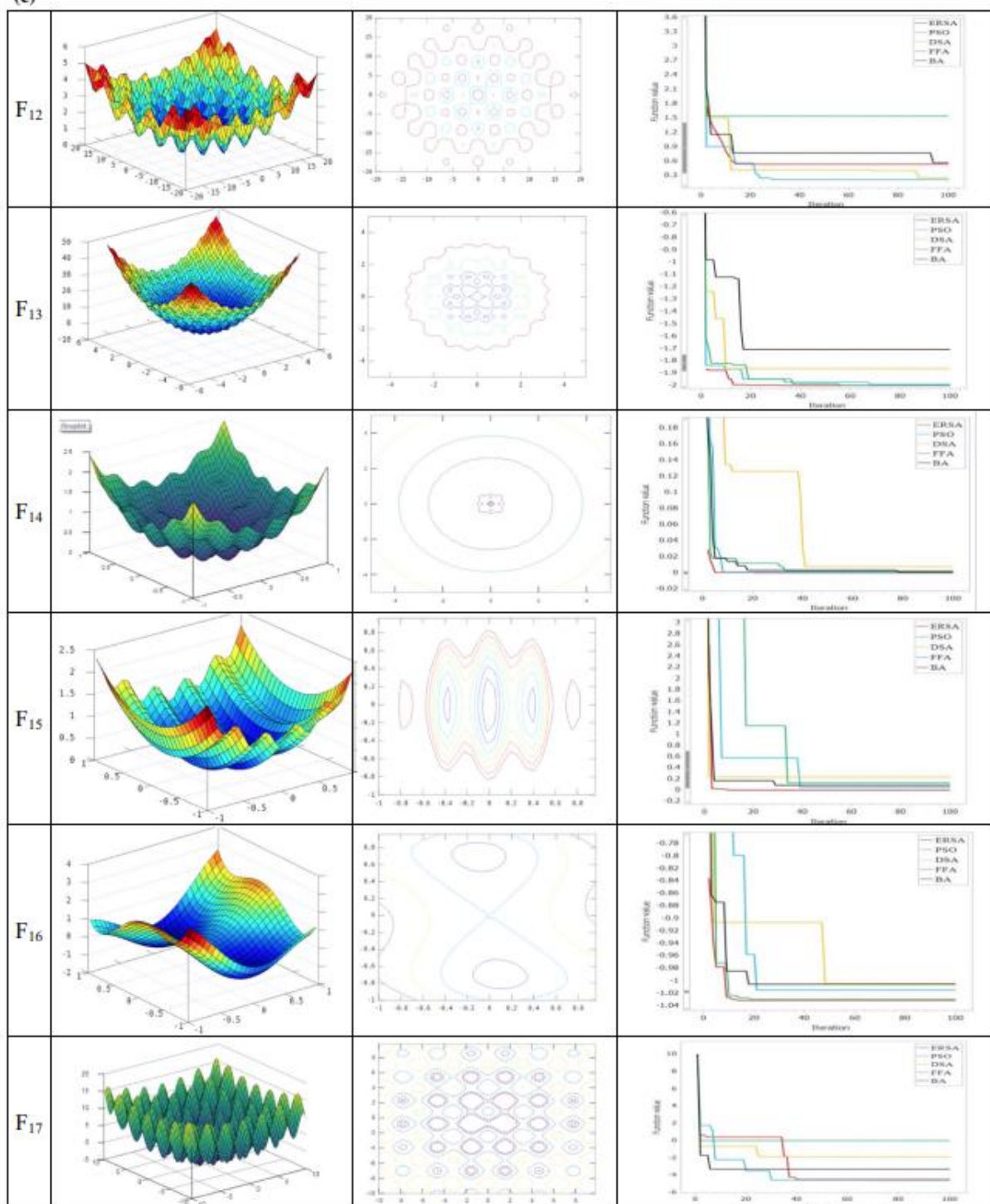
شکل 7 اطلاعات اضافی در مورد عملکردهای معیار



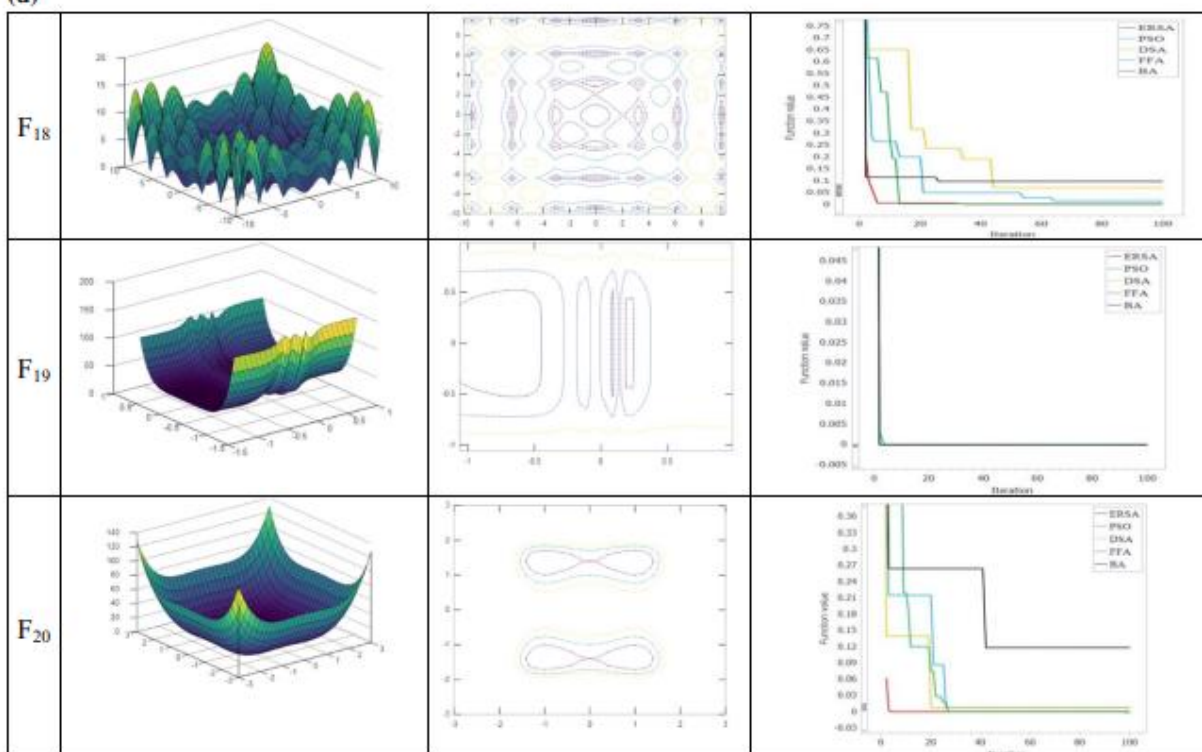
(b)



(c)



(d)



شکل 7 ادامه

این مشکل با بسیاری از تکنیک‌های بهینه سازی در دهه‌های گذشته حل شده است. در این راستا، او و وانگ (2007) مدل را با استفاده از الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات هم تکاملی حل کردند. علاوه بر این،  $GA$  (کوئلو 2000)،  $DE$  (هوانگ و همکاران 2007)، بهینه سازی تبادل حرارتی ( $TEO$ ) (کاوه و دادرس 2017)،  $GWO$  (میرجلیلی و همکاران 2014)، و بهینه سازی اجسام برخوردی ( $CBO$ ) (کاوه و مهدوی) (2014) برخی از الگوریتم‌های فراابتکاری هستند که برای حل این مشکل استفاده می‌شوند. نتایج به دست آمده توسط  $ERSA$  و سایر نتایج الگوریتم‌های بهینه سازی در جدول 5 ارائه شده‌اند. از جدول 5 می‌توان مشاهده کرد که  $ERSA$  و  $TEO$  بهترین راه حل طراحی را پیدا کردند که سبک تر از شناخته شده ترین طرح نقل شده در ادبیات است. علاوه بر این،

همانطور که در جدول 6 نشان داده شده است، *ERSA* با توجه به بدترین و متوسط مقادیر طراحی در مقایسه با سایر تکنیک‌های بهینه سازی، به راه حل بهتری دست یافت. علاوه بر این، نتایج آماری نشان داد که ضریب تغییرات (*CV*) در 30 اجرا مستقل کمتر از  $1.127E-4$  برای *ERSA* است.

## 4.4.2 طراحی تیرجوش

مسئله طراحی تیرجوش به طور گسترده در ادبیات برای ارزیابی عملکرد روش‌های جدید توسعه یافته استفاده شده است. این مشکل کل هزینه‌های ساخت یک سازه تیر جوش داده شده را در معرض تنش برشی (*S*)، تنش خمشی در تیر (*r*)، بار کمانش (*PC*)، انحراف انتهایی (*d*) و محدودیت‌های جانبی به حداقل می‌رساند. علاوه بر این، ضخامت جوش (*h*)، طول قسمت متصل میله (*l*)، ارتفاع میله (*t*) و ضخامت میله (*b*) چهار متغیر مشکل هستند که در شکل 11 نشان داده شده است. برنامه ریزی ریاضی طراحی تیرهای جوش داده شده را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

Minimize

$$f(x) = 1.10471x_1^2x_2 + 0.04811x_3x_4(14.0 + x_2) \quad (11)$$

Subject to

### جدول 3 توابع معیار چندوجهی

**Table 3** Multimodal benchmark functions

| Functions | Name                | Expression   | Search space      | $f_{\min}$ |
|-----------|---------------------|--|-------------------|------------|
| $F_8$     | Aluffi-Pentini      | $F(X) = \frac{1}{4}x_1^4 - \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{10}x_1 + \frac{1}{2}x_2^2$  | $[-10, 10]^2$     | -0.352386  |
| $F_9$     | Schwefel            | $F(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sin\left(\sqrt[n]{ x_i }\right)$   | $[-500, 500]^2$   | -837.9658  |
| $F_{10}$  | Becker and Lago     | $F(X) = \sum_{i=1}^n ( x_i  - 5)^2$  | $[-10, 10]^{100}$ | 0          |
| $F_{11}$  | Bohachevsky 2       | $F(X) = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3 \cos(3\pi x_1) \cos(4\pi x_2) + 0.3$  | $[-10, 10]^2$     | 0          |
| $F_{12}$  | Griewank            | $F(X) = 1 + 0.005 \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)$                                | $[-100, 100]^2$   | 0          |
| $F_{13}$  | Rastrigin           | $F(X) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - \cos(18x_i))$  | $[-1, 1]^2$       | -2         |
| $F_{14}$  | Cosine mixture      | $F(X) = 0.4 + \sum_{i=1}^4 x_i^2 - 0.1 \sum_{i=1}^4 \cos(5\pi x_i)$  | $[-1, 1]^4$       | 0          |
| $F_{15}$  | Branin              | $F(X) = (x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2}x_1^2 + \frac{5}{\pi}x_1 - 6)^2 + 10(1 - \frac{1}{8\pi}) \cos(x_1) + 10$                  | $[-15, 15]^2$     | 0.398      |
| $F_{16}$  | Six-Hump Camel Back | $F(X) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$   | $[-5, 5]^2$       | -1.0316285 |
| $F_{17}$  | Ackley 4            | $F(X) = \sum_{i=1}^n \left[ e^{-0.2 \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}} + 3(\cos(2x_i) + \sin(2x_{i+1})) \right]$ | $[-35, 35]^{100}$ | -4.593268  |
| $F_{18}$  | Alpine 1            | $F(X) = \sum_{i=1}^n  x_i \sin(x_i) + 0.1x_i $   | $[-10, 10]^{100}$ | 0          |
| $F_{19}$  | Csendes             | $F(X) = \sum_{i=1}^n x_i^6 \left( 2 + \sin \frac{1}{x_i} \right)$  | $[-1, 1]^{100}$   | 0          |
| $F_{20}$  | Qing                | $F(X) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - i)^2$  | $[-10, 10]^{100}$ | 0          |

$$g_1(\vec{x}) = \tau(\vec{x}) - \tau_{\max} \leq 0,$$

$$g_2(\vec{x}) = \sigma(\vec{x}) - \sigma_{\max} \leq 0,$$

$$g_3(\vec{x}) = \delta(\vec{x}) - \delta_{\max} \leq 0,$$

$$g_4(\vec{x}) = x_1 - x_4 \leq 0,$$

$$g_5(\vec{x}) = P - P_c(\vec{x}) \leq 0,$$

$$g_6(\vec{x}) = 0.125 - x_1 \leq 0,$$

$$g_7(\vec{x}) = 1.10471x_1^2 + 0.04811x_3x_4(14.0 + x_2) - 5.0 \leq 0, \quad (12)$$

Variable ranges

$$0.1 \leq x_1 \leq 2,$$

$$0.1 \leq x_2 \leq 10,$$

$$0.1 \leq x_3 \leq 10$$

$$0.1 \leq x_4 \leq 2$$

where

$$\tau(\vec{x}) = \sqrt{(\tau')^2 + 2\tau'\tau''\frac{x_2}{2R} + (\tau'')^2}$$

$$\tau' = \frac{P}{\sqrt{2x_1x_2}}, \tau'' = \frac{MR}{J}, M = P\left(L + \frac{x_2}{2}\right),$$

$$R = \sqrt{\frac{x_2^2}{4} + \left(\frac{x_1 + x_3}{2}\right)^2},$$

$$J = 2\left\{\sqrt{2x_1x_2}\left[\frac{x_2^2}{4} + \left(\frac{x_1 + x_3}{2}\right)^2\right]\right\},$$

$$\sigma(\vec{x}) = \frac{6PL}{x_4x_3^2}, \delta(\vec{x}) = \frac{6PL^3}{Ex_3^2x_4} \quad (14)$$

$$(13) \quad P_c(\vec{x}) = \frac{4.013E\sqrt{\frac{x_1^2x_4^6}{36}}}{L^2} \left(1 - \frac{x_3}{2L}\sqrt{\frac{E}{4G}}\right)$$

$$P = 6000 \text{ lb}, L = 14 \text{ in.}, \delta_{\max} = 0.25 \text{ in.}, E = 30 \times 10^6 \text{ psi}, G = 12 \times 10^6 \text{ psi}$$

$$\tau_{\max} = 13,600 \text{ psi}, \sigma_{\max} = 30,000 \text{ psi}$$

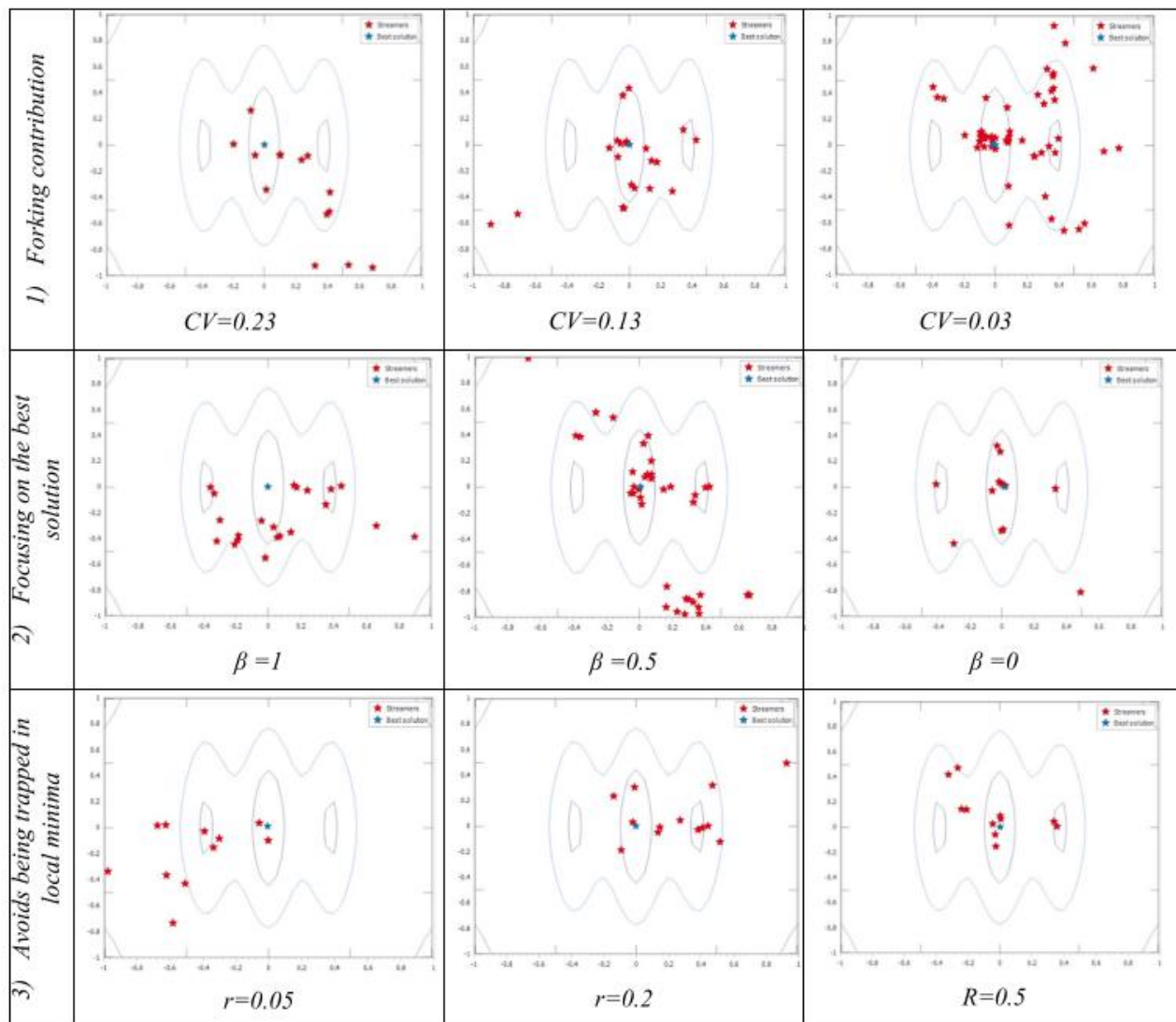
در این راستا تحقیقات بسیاری با استفاده از روش‌های توسعه یافته این مشکل را حل کرده اند. جدول 7 نتایج بهینه سازی *ERSA* را ارائه می‌دهد و آن را با سایر روش‌های توسعه یافته مقایسه می‌کند. مشاهده می‌شود که راه‌حل به دست آمده توسط *ERSA* بهتر از راه‌حل‌های دیگر الگوریتم است. همانطور که نتایج نشان داد، *ERSA* با تعیین پارامترهای طراحی بهتر، هزینه‌های ساخت را بیش از 0.3٪ کاهش می‌دهد. علاوه بر این، نتایج آماری برای 30 اجرا مستقل در جدول 8 نشان داده شده است. داده‌های آماری گزارش شده در جدول 8 نشان می‌دهد که نتایج *ERSA* در بهترین، بدترین، متوسط و انحراف معیار راه‌حل‌ها کاملاً با ادبیات مطابقت دارد.

## 5 نتیجه گیری

این مقاله یک الگوریتم فراابتکاری جدید به نام *ERSA* پیشنهاد کرد که از مکانیسم تخلیه الکترون در میدان الکتریکی الهام گرفته شده بود. *ERSA* از مفهوم بهمن الکترون و مکانیزم جریان برای یافتن راه‌حل بهینه در فضای جستجو استفاده می‌کند. الکترون‌ها با مکانیزم راداری محیط اطراف را جستجو می‌کنند و کمترین مسیر مقاومت را برای حرکت بعدی انتخاب می‌کنند و این روند تا رسیدن به شرایط تکمیل الگوریتم ادامه می‌یابد. علاوه بر این، این الگوریتم از شاخه بندی و حذف مفهوم استریم برای بررسی بیشتر استفاده می‌کند. برای آزمایش کارایی الگوریتم، از شانزده تابع معیار تک وجهی و چندوجهی معروف استفاده شد. *ERSA* پیشنهادی ویژگی‌های اکتشاف، بهره برداری و همگرایی رضایت بخشی را تعیین می‌کند. نتایج نشان داد که *ERSA* راه‌حل‌های رقابتی را در مقایسه با محبوب‌ترین الگوریتم‌های *PSO*، *DSA*، *FFA* و *BSA* تولید می‌کند. علاوه بر این، الگوریتم پیشنهادی راه‌حل بهتری را در بیش از 93 درصد از توابع معیار



بررسی شده یافت. علاوه بر این، الگوریتم پیشنهادی در مسئله طراحی مهندسی آزمایش شد و نتایج نشان داد که *ERSA* قادر به ارائه راه حل با کارایی بالا در فضای جستجو است. برای تحقیقات آتی، پیشنهاد می شود که فرم های باینری و چندهدفه *ERSA* ایجاد شود. علاوه بر این، مطالعه حساسیت و تنظیم واقعی پارامترها، به ویژه  $r$  و  $\beta$ ، می تواند نرخ همگرایی *ERSA* را بهبود بخشد.



شکل 8 عملکرد *ERSA* در پارامترهای ورودی مختلف

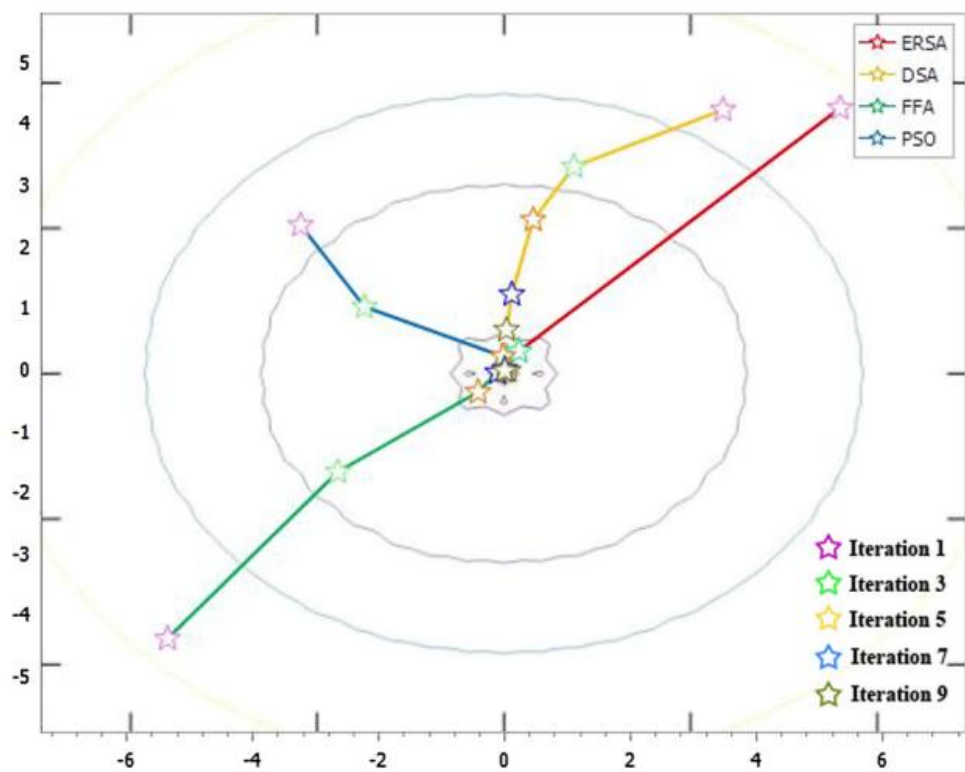
جدول 4 نتایج بهینه سازی برای توابع معیار مورد مطالعه

| Function             | Statistics         | ERSA                  | DSA               | PSO                   | FFA            | BSA            |
|----------------------|--------------------|-----------------------|-------------------|-----------------------|----------------|----------------|
| $F_1$ Sphere         | Best               | <b>0.0000126935</b>   | 0.0543621447      | 0.0912455476          | 0.0841263598   | 0.0196910416   |
|                      | Worst              | <b>0.0044875569</b>   | 2.2100326589      | 0.1551412536          | 4.4125656598   | 0.1359831075   |
|                      | Average            | <b>0.0008001459</b>   | 0.4125336532      | 0.0861240036          | 0.9010234586   | 0.0208017645   |
|                      | Standard deviation | <b>0.0000112369</b>   | 0.0981745441      | 0.0424171563          | 0.1301474456   | 0.0052270567   |
|                      | Running time (s)   | 14.8735189            | <b>12.7155823</b> | 13.8096385            | 14.9158476     | 14.0197398     |
| $F_2$ Step           | Best               | <b>0</b>              | <b>0</b>          | <b>0</b>              | <b>0</b>       | <b>0</b>       |
|                      | Worst              | <b>0</b>              | 12.365488974      | <b>0</b>              | 24             | 2.3659856324   |
|                      | Average            | <b>0</b>              | 2.7166666666      | <b>0</b>              | 4.5666666666   | 0.8666666666   |
|                      | Standard deviation | <b>0</b>              | 0.7236598541      | <b>0</b>              | 0.9811239576   | 0.0871124173   |
|                      | Running time (s)   | 15.8273174            | 12.9190967        | <b>11.9898423</b>     | 14.1294992     | 14.1506888     |
| $F_3$ Quartic        | Best               | <b>2.195685E-12</b>   | 0.0132659874      | 0.0000003123          | 0.0000002365   | 0.0000060635   |
|                      | Worst              | <b>0.0000043265</b>   | 3.4123186594      | 1.0214589647          | 112.21364475   | 0.2236584954   |
|                      | Average            | <b>0.0000000336</b>   | 0.4789546329      | 0.0121459666          | 12.712569399   | 0.0728569002   |
|                      | Standard deviation | <b>0.0000000111</b>   | 0.0661247889      | 0.0274598663          | 7.1240036984   | 0.0080385694   |
|                      | Running time (s)   | 16.9328894            | <b>13.8351907</b> | 14.9591790            | 15.1216641     | 16.1857506     |
| $F_4$ Rosenbrock     | Best               | <b>0.0000196413</b>   | 0.5516708449      | 0.0017527144          | 0.0008096135   | 0.0190446276   |
|                      | Worst              | <b>0.2483695372</b>   | 18.562865911      | 5.7486422839          | 3.7794864566   | 27.451636884   |
|                      | Average            | <b>0.0192826503</b>   | 1.5527464681      | 0.8386140649          | 0.6280125726   | 3.5790772145   |
|                      | Standard deviation | <b>0.0087229665</b>   | 0.5968459801      | 0.2509893620          | 0.1766286376   | 1.1987155907   |
|                      | Running time (s)   | 4.3703829             | <b>3.5793722</b>  | 3.6397968             | 3.8184892      | 3.8325022      |
| $F_5$ Booth          | Best               | <b>0.0000001284</b>   | 0.0054970804      | 0.0000078864          | 0.0000208229   | 0.0012605889   |
|                      | Worst              | <b>0.0001584672</b>   | 1.8874344394      | 0.0868159321          | 0.3925022203   | 1.8764964764   |
|                      | Average            | <b>0.0000205843</b>   | 0.5842982423      | 0.0134541223          | 0.0264878274   | 0.1748830717   |
|                      | Standard deviation | <b>0.0000061540</b>   | 0.1335194706      | 0.0032217584          | 0.0164589382   | 0.0849026480   |
|                      | Running time (s)   | 4.9924321             | 3.7953886         | <b>3.7775033</b>      | 3.9802230      | 3.9568766      |
| $F_6$ Schwefel 2.21  | Best               | <b>0.0003291847</b>   | 0.0253474572      | 0.0084307925          | 0.0025731912   | 0.0337243757   |
|                      | Worst              | <b>0.0096903449</b>   | 2.1708378066      | 0.4387514521          | 3.3844486607   | 0.6339667223   |
|                      | Average            | <b>0.0028549044</b>   | 0.3745238903      | 0.1125122017          | 0.6554381027   | 0.1914518284   |
|                      | Standard deviation | <b>0.0004557241</b>   | 0.0751425240      | 0.0176598064          | 0.1654317921   | 0.0224672350   |
|                      | Running time (s)   | 4.3967716             | <b>3.4957970</b>  | 3.5837364             | 3.7164207      | 3.7535927      |
| $F_7$ Schwefel 1.2   | Best               | <b>0.0000034236</b>   | 0.0096853214      | 0.0003142593          | 0.0007889856   | 0.0048965321   |
|                      | Worst              | <b>0.0004123655</b>   | 5.1253695874      | 0.1258963654          | 26.478965321   | 1.6359854756   |
|                      | Average            | <b>0.0001235688</b>   | 0.7124596859      | 0.0224578621          | 3.4789001256   | 0.4158659452   |
|                      | Standard deviation | <b>0.0004420032</b>   | 0.6354694752      | 0.0087756966          | 0.9653854212   | 0.3147965532   |
|                      | Running time (s)   | 15.6454450            | 12.5536317        | <b>11.6132316</b>     | 14.7358925     | 15.8033551     |
| $F_8$ Aluffi-Pentini | Best               | - <b>0.3523860738</b> | - 0.3517789235    | - 0.3521813077        | - 0.3523846324 | - 0.3523787581 |
|                      | Worst              | - 0.1526394417        | 0.4655852417      | - <b>0.3299562369</b> | 7.9574540098   | - 0.2312091958 |
|                      | Average            | - 0.3324114105        | - 0.2759004207    | - <b>0.3480691936</b> | 0.0544586336   | - 0.3249396361 |

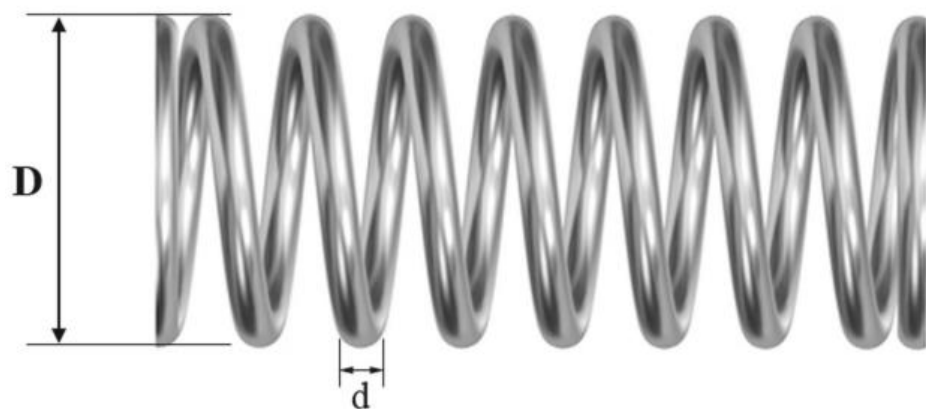


| Function                 | Statistics         | ERSA                  | DSA              | PSO                 | FFA                   | BSA                 |
|--------------------------|--------------------|-----------------------|------------------|---------------------|-----------------------|---------------------|
| $F_9$ Schwefel           | Standard deviation | 0.02105514373         | 0.0289992874     | <b>0.0009185084</b> | 0.2860006576          | 0.0064898757        |
|                          | Running time (s)   | 4.2614402             | <b>3.5553871</b> | 3.6396053           | 3.8303477             | 3.7251277           |
|                          | Best               | – <b>837.96575063</b> | – 837.49782822   | – 837.93498191      | – 758.31077164        | – 837.85755615      |
|                          | Worst              | – <b>601.08816243</b> | – 580.27633043   | – 592.31216879      | – 502.26141739        | – 438.11491110      |
|                          | Average            | – <b>756.98841299</b> | – 745.66059199   | – 745.96905730      | – 614.98424507        | – 664.53105143      |
|                          | Standard deviation | 14.759803037          | 13.314550917     | 13.7449277525       | <b>12.7598293368</b>  | 20.420482023        |
| $F_{10}$ Becker and Lago | Running time (s)   | 4.2444659             | <b>3.3212525</b> | 3.3775655           | 3.6406592             | 3.5499804           |
|                          | Best               | <b>0.0000311487</b>   | 0.0014785632     | 0.0011245896        | 0.0003874536          | 0.0042542569        |
|                          | Worst              | <b>0.0214856231</b>   | 3.8745236220     | 1.3659856422        | 8.3265985654          | 4.2153965884        |
|                          | Average            | <b>0.0007444785</b>   | 0.9874521036     | 0.0887956421        | 1.2214586339          | 0.0965325866        |
|                          | Standard deviation | <b>0.0005214586</b>   | 0.4102547856     | 0.0296548563        | 0.9743652311          | 0.2365985422        |
|                          | Running time (s)   | 19.6688286            | 16.5670846       | <b>14.6546794</b>   | 18.8791853            | 23.9087196          |
| $F_{11}$ Bohachevsky 2   | Best               | <b>0.0000010263</b>   | 0.0232432639     | 0.0019110428        | 0.0002596456          | 0.0145451127        |
|                          | Worst              | 0.3256215497          | 3.2823906232     | <b>0.2845259632</b> | 7.9995851987          | 0.5592994636        |
|                          | Average            | <b>0.0535298959</b>   | 0.6404569372     | 0.1272920554        | 0.7186914386          | 0.2974215299        |
|                          | Standard deviation | 0.0194256253          | 0.1182460750     | <b>0.0184906136</b> | 0.3355269663          | 0.0280798426        |
|                          | Running time (s)   | 4.6179668             | <b>3.4984425</b> | 3.6465960           | 3.7673878             | 3.8432397           |
|                          | Best               | 0.0007562427          | 0.0033997271     | 0.0008827278        | 0.1996770138          | <b>0.0002395357</b> |
| $F_{12}$ Griewank        | Worst              | 1.3182233452          | 0.5671686649     | <b>0.2057269279</b> | 2.0105133449          | 0.3623249103        |
|                          | Average            | 0.3846983230          | 0.2554430367     | <b>0.0645399263</b> | 0.8207017011          | 0.1363360376        |
|                          | Standard deviation | 0.0710743410          | 0.0255468062     | <b>0.0123748241</b> | 0.0794221781          | 0.0175142970        |
|                          | Running time (s)   | 4.7787636             | <b>3.7192371</b> | 3.7809757           | 4.0971575             | 3.9974251           |
|                          | Best               | – <b>1.9999919133</b> | – 1.9984801871   | – 1.9991616546      | – 1.9987823399        | – 1.9993632459      |
|                          | Worst              | – 1.7577973189        | – 1.6266095265   | – 1.8631471564      | – <b>1.9778845735</b> | – 1.3306392285      |
| $F_{13}$ Rastrigin       | Average            | – 1.9578390243        | – 1.8486462072   | – 1.9618592136      | – <b>1.9934292748</b> | – 1.8813336045      |
|                          | Standard deviation | 0.01215424658         | 0.0226395346     | 0.0088850785        | <b>0.00094023070</b>  | 0.0256581568        |
|                          | Running time (s)   | 4.8005912             | <b>3.8410008</b> | 3.9927653           | 4.2181285             | 4.1336885           |
|                          | Best               | <b>0.0000001094</b>   | 0.0000226890     | 0.0000042803        | 0.0000013503          | 0.0001071184        |
|                          | Worst              | 0.1477897047          | 0.2071301280     | 0.0089628233        | <b>0.0018160461</b>   | 0.0418751522        |
|                          | Average            | 0.0279586764          | 0.0376795294     | 0.0014210015        | <b>0.0007062095</b>   | 0.0121046348        |
| $F_{14}$ Cosine mixture  | Standard deviation | 0.0106606629          | 0.0100023674     | 0.0003643068        | <b>0.0001037312</b>   | 0.0026699677        |
|                          | Running time (s)   | 5.4834995             | <b>4.3976854</b> | 4.4514192           | 4.6960075             | 4.6475623           |
|                          | Best               | <b>0.3978873695</b>   | 0.3978970193     | 0.3980311829        | 0.3978926357          | 0.3990537731        |
|                          | Worst              | <b>0.3984309096</b>   | 1.7352295028     | 0.5117292713        | 0.4624070675          | 0.7637011218        |
|                          | Average            | <b>0.3979797875</b>   | 0.6141891609     | 0.4076302282        | 0.4048996144          | 0.4357680962        |
|                          | Standard deviation | <b>0.0000289217</b>   | 0.0521291678     | 0.0039562460        | 0.0027360880          | 0.0124269535        |
| $F_{15}$ Branin          |                    | 4.5222256             | <b>3.4724079</b> | 3.5957343           | 3.7763266             | 3.8108006           |

| Function                     | Statistics<br>Running time<br>(s) | ERSA                  | DSA              | PSO            | FFA                   | BSA            |
|------------------------------|-----------------------------------|-----------------------|------------------|----------------|-----------------------|----------------|
| $F_{16}$ Six-Hump Camel Back | Best                              | – <b>1.0316284401</b> | – 1.0261714195   | – 1.0312991120 | – 1.0316193437        | – 1.0306465223 |
|                              | Worst                             | – 0.2154630537        | 0.8115349221     | – 0.9498571204 | – <b>1.0171651067</b> | – 0.6647976442 |
|                              | Average                           | – 1.0043308035        | – 0.7641816719   | – 1.0159237714 | – <b>1.0296404417</b> | – 0.9824152765 |
|                              | Standard deviation                | 0.0276674093          | 0.0797801354     | 0.0034526918   | <b>0.00063329433</b>  | 0.0136078439   |
|                              | Running time (s)                  | 4.6590905             | <b>3.6718246</b> | 3.6725383      | 3.8557413             | 3.8437935      |
| $F_{17}$ Ackley 4            | Best                              | – <b>4.5900655072</b> | – 4.4770388808   | – 4.5864506849 | – 4.0971845659        | – 4.4308436848 |
|                              | Worst                             | – <b>0.0767032183</b> | 1.2557259888     | – 3.0591063564 | 10.1043746530         | – 0.2282177150 |
|                              | Average                           | – <b>4.1239429505</b> | – 2.4971182991   | – 4.0812498260 | 3.71274154310         | – 2.7979610739 |
|                              | Standard deviation                | <b>0.2057455765</b>   | 0.2870984814     | 0.0836275789   | 0.72347784819         | 0.19552012914  |
|                              | Running time (s)                  | 15.5738182            | 13.4812846       | 14.5179029     | 14.7676127            | 13.7339640     |
| $F_{18}$ Alpine 1            | Best                              | <b>0.0001748201</b>   | 0.0027872125     | 0.0008057404   | 0.0003009481          | 0.0008255522   |
|                              | Worst                             | <b>0.0029643928</b>   | 0.6594990448     | 0.3776791574   | 0.0730130045          | 1.0165180160   |
|                              | Average                           | <b>0.0009180795</b>   | 0.1151773271     | 0.0300212391   | 0.0124206805          | 0.1206337721   |
|                              | Standard deviation                | <b>0.0001250802</b>   | 0.0252016346     | 0.0135394924   | 0.0032959566          | 0.0371929668   |
|                              | Running time (s)                  | 18.0411755            | 15.7892339       | 15.8412342     | 14.0686711            | 14.0173556     |
| $F_{19}$ Csendes             | Best                              | <b>1.094219E–28</b>   | 2.801765E–17     | 7.448558E–17   | 3.090859E–18          | 1.009460E–19   |
|                              | Worst                             | <b>1.862499E–14</b>   | 0.0000024563     | 4.529905E–10   | 2.558006E–13          | 0.0000000375   |
|                              | Average                           | <b>1.375928E–15</b>   | 0.0000001491     | 3.177963E–11   | 4.404651E–14          | 0.0000000022   |
|                              | Standard deviation                | <b>7.492856E–16</b>   | 0.0000000884     | 1.656706E–11   | 1.420352E–14          | 0.0000000013   |
|                              | Running time (s)                  | 20.6906020            | 16.4694485       | 19.5962155     | 16.8466520            | 18.8265655     |
| $F_{20}$ Qing                | Best                              | <b>0.0000004152</b>   | 0.0001762621     | 0.0011813659   | 0.0000470379          | 0.0000169221   |
|                              | Worst                             | <b>0.0011991912</b>   | 1.2054775340     | 0.1683650380   | 43.701354081          | 0.6895830982   |
|                              | Average                           | <b>0.0001074122</b>   | 0.3479357902     | 0.0291718465   | 1.8008669187          | 0.1035906398   |
|                              | Standard deviation                | <b>0.0000418669</b>   | 0.0720063675     | 0.0080807461   | 1.4878602864          | 0.0256846011   |
|                              | Running time (s)                  | 16.8362021            | 13.2536219       | 13.2969172     | 15.4984034            | 15.6627949     |



شکل 9 روند الگوریتم‌های بررسی شده در یافتن راه‌حل بهینه



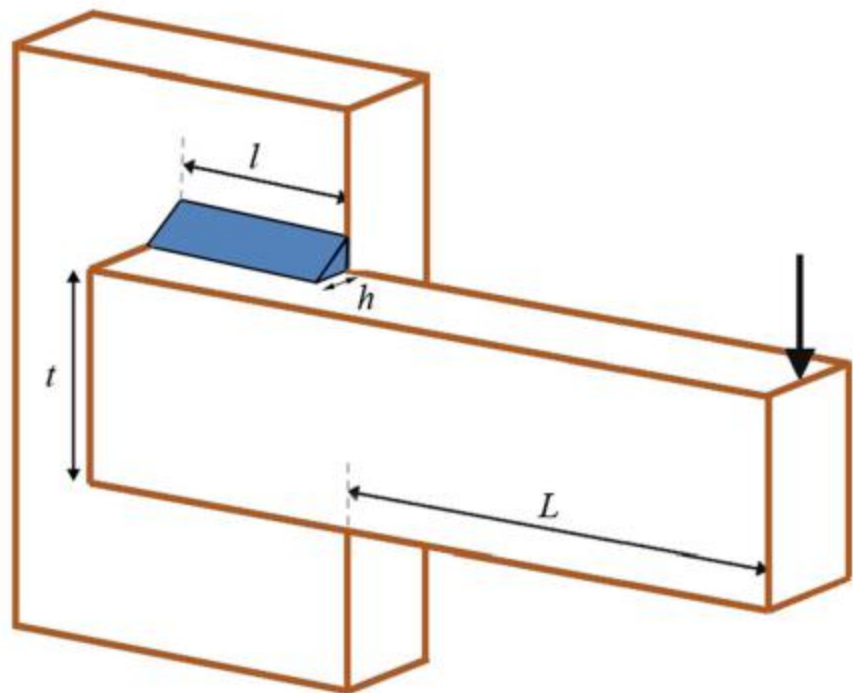
شکل 10 نمای شماتیک فنر کشش/فشار

جدول 5 مقایسه نتایج بهینه سازی به دست آمده در مسئله فنر کششی/فشرده‌ی

| Algorithms   | Optimization variables |          |          | Weight   |
|--|------------------------|----------|----------|----------|
|  | $x_1(d)$               | $x_2(D)$ | $x_3(N)$ |          |
| CPSO (He and Wang 2007)                              | 0.051728               | 0.357644 | 11.24454 | 0.012674 |
| GA (Coello 2000)                                     | 0.051480               | 0.351661 | 11.63220 | 0.012704 |
| GWO (Mirjalili et al. 2014)                          | 0.051690               | 0.356737 | 11.28885 | 0.012666 |
| CBO (Kaveh and Mahdavi 2014)                         | 0.051894               | 0.361674 | 11.00784 | 0.012669 |
| TEO (Kaveh and Dadras 2017)                          | 0.051775               | 0.358791 | 11.16839 | 0.012665 |
| DE (Huang et al. 2007)                               | 0.051609               | 0.354714 | 11.41083 | 0.012670 |
| Mathematical optimization (Belegundu and Arora 1985) | 0.050000               | 0.315900 | 14.25000 | 0.012833 |
| Constraint correction (Arora 2011)                   | 0.053396               | 0.399180 | 9.185400 | 0.012730 |
| Present work   | 0.051814               | 0.359711 | 11.11467 | 0.012665 |

جدول 6 نتایج آماری روش‌های مختلف در مسئله فنر کششی/ فشاری

| Algorithms   | Best     | Worst    | Average  | Std dev.  |
|--|----------|----------|----------|-----------|
| CPSO (He and Wang 2007)                              | 0.012674 | 0.012924 | 0.012730 | 5.1985E-5 |
| GA (Coello 2000)                                     | 0.012704 | 0.012822 | 0.012769 | 3.9390E-5 |
| GWO (Mirjalili et al. 2014)                          | 0.012666 | N/A      | N/A      | N/A       |
| CBO (Kaveh and Mahdavi 2014)                         | 0.012669 | 0.128808 | 0.127296 | 5.0037E-5 |
| TEO (Kaveh and Dadras 2017)                          | 0.012665 | 0.012715 | 0.012685 | 4.4079E-6 |
| DE (Huang et al. 2007)                               | 0.012670 | 0.012793 | 0.012703 | 2.7020E-5 |
| Mathematical optimization (Belegundu and Arora 1985) | 0.012833 | N/A      | N/A      | N/A       |
| Constraint correction (Arora 2011)                   | 0.012730 | N/A      | N/A      | N/A       |
| Present work   | 0.012665 | 0.012701 | 0.012684 | 1.6101E-6 |



شکل 11 نمای شماتیک سازه تیر جوش داده شده

جدول 7 مقایسه نتایج بهینه سازی به دست آمده در طراحی تیر جوش

| Algorithms   | Optimization variables |          |          |          | Cost      |
|--|------------------------|----------|----------|----------|-----------|
|  | $x_1(h)$               | $x_2(l)$ | $x_3(t)$ | $x_4(b)$ |           |
| CPSO (He and Wang 2007)                            | 0.202369               | 3.544214 | 9.04821  | 0.205723 | 1.728024  |
| GA (Deb 1991)                                      | 0.2489                 | 6.1730   | 8.1789   | 0.2533   | 2.433116  |
| GWO (Mirjalili et al. 2014)                        | 0.205676               | 3.478377 | 9.03681  | 0.205778 | 1.72624   |
| CBO (Kaveh and Mahdavi 2014)                       | 0.205722               | 3.47041  | 9.037276 | 0.205735 | 1.724663  |
| TEO (Kaveh and Dadras 2017)                        | 0.205681               | 3.472305 | 9.035133 | 0.205796 | 1.725284  |
| BA(Huang et al. 2007)                              | 0.2015                 | 3.562    | 9.0414   | 0.2057   | 1.7312065 |
| HS (Lee and Geem 2005)                             | 0.2442                 | 6.2231   | 8.2915   | 0.2443   | 2.3807    |
| Geometric Programming (Ragsdell and Phillips 1976) | 0.2444                 | 6.2189   | 8.2915   | 0.2444   | 2.3815    |
| Present work                                       | 0.202674               | 3.516789 | 9.101871 | 0.203189 | 1.7181387 |

جدول 8 نتایج آماری روش‌های مختلف در طراحی تیر جوش

| Algorithms   | Best      | Worst     | Average   | Std dev.  |
|--|-----------|-----------|-----------|-----------|
| CPSO (He and Wang 2007)                            | 1.728024  | 1.782143  | 1.748831  | 0.012926  |
| GA (Deb 1991)                                      | 2.433116  | N/A       | N/A       | N/A       |
| GWO (Mirjalili et al. 2014)                        | 1.72624   | N/A       | N/A       | N/A       |
| CBO (Kaveh and Mahdavi 2014)                       | 1.724662  | 1.725707  | 1.725059  | 0.0002437 |
| TEO (Kaveh and Dadras 2017)                        | 1.725284  | 1.931161  | 1.768040  | 0.0581661 |
| BA(Huang et al. 2007)                              | 1.7312065 | 2.3455793 | 1.8786560 | 0.2677989 |
| HS (Lee and Geem 2005)                             | 2.3807    | N/A       | N/A       | N/A       |
| Geometric Programming (Ragsdell and Phillips 1976) | 2.3815    | N/A       | N/A       | N/A       |
| Present work                                       | 1.7181387 | 1.8653583 | 1.7716815 | 0.0066584 |