

知能システム学特論レポート

(DL2 班) Caffe on Ubuntu

2015 年 6 月 29 日

1 報告者

15344203	有田 裕太
15344206	緒形 裕太
15344209	株丹 亮
12104125	宮本 和

2 進行状況

- 理論研究
- 順伝播型ネットワークについて

3 理論研究

3.1 ユニットの出力

各ユニットは複数の入力を受けて 1 つの出力を計算する．まず Fig. 1 よりこのユニットの総入力 u は、各入力に対しそれぞれ異なる重み w_1, w_2, w_3, w_4 を入力 x_1, x_2, x_3, x_4 に掛けたものの和にバイアス値 b を

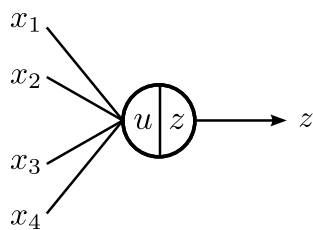


Fig.1 ユニット 1 つの入出力

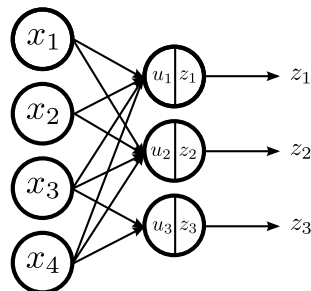


Fig.2 複数のユニットを持つネットワーク

加えたものであり以下の式で表される。

$$u = w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + w_4x_4 + b \quad (3.1)$$

そして、ユニットの出力 z は総入力 u に対する活性化関数と呼ばれる関数 f の出力は

$$z = f(u) \quad (3.2)$$

となり、順伝播型ネットワークではこのようなユニットが層状に並べられている。第 1 層のユニットを $i = 1, \dots, I$, 第 2 層のユニットを $j = 1, \dots, J$ で表すと、次のように一般化できる。

$$u_j = \sum_{i=1}^I w_{ji}x_i + b_j \quad (3.3)$$

$$z_j = f(u_j) \quad (3.4)$$

3.2 活性化関数

3.2.1 シグモイド関数

入力の絶対値が大きな値をとると、出力が飽和し一定値になり、その間の入力に対して出力が徐々にかつ滑らかに変化する関数。

3.2.2 正規化線形関数

シグモイド関数は入力の変動が大き過ぎると出力が 0 か 1 の値しかとれないが、正規化線形関数はバイアスがない場合、入力が 0 以上であれば出力が入力に比例する。

3.2.3 マックスアウト

K 個 1 つ 1 つが異なる重みとバイアスを持ち、それぞれの総入力を $u_{j1} \dots u_{jk}$ と別々に計算したあと、それぞれの最大値をユニットの出力とする。

$$u_{jk} = \sum w_{jik}z_i + b_{jk} \quad (1 \dots K) \quad (3.5)$$

$$f(u_j) = \max_{k=1 \dots K} u_{jk} \quad (3.6)$$

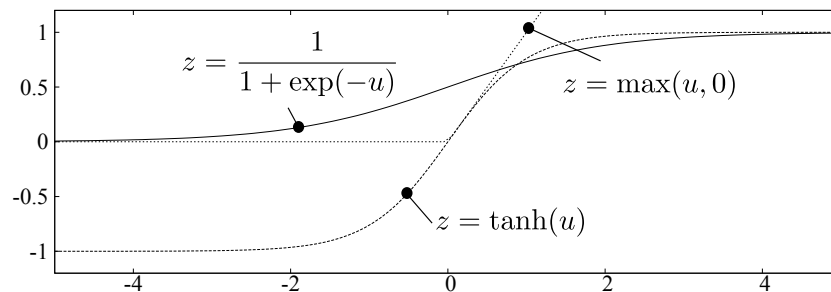


Fig.3 典型的な活性化関数とその概形

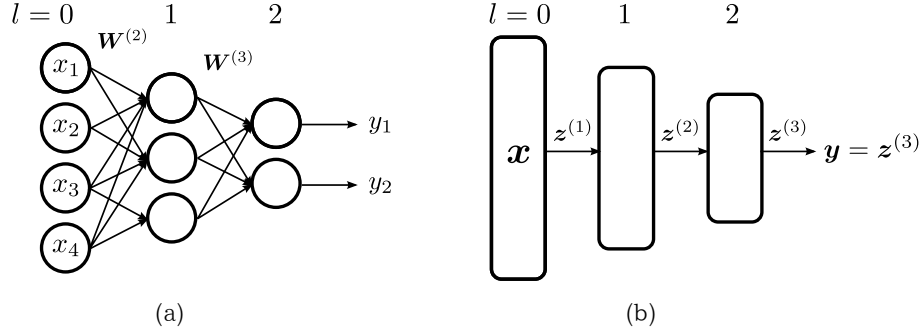


Fig.4 2層のネットワーク

3.3 多層ネットワーク

Fig. 4 に2層構造のネットワークを示す. Fig. 4 (a) より各層を $l = 0, 1, 2$ とすると, $l = 1$ の層を入力層, $l = 2$ を中間層, 隠れ層, $l = 3$ を出力層と呼ぶ. 各層のユニットの入出力を区別するために, 入力を $\mathbf{u}^{(l)}$, 出力を $\mathbf{z}^{(l)}$ と定義すると, 中間層 ($l = 2$) のユニットの出力は以下の式で表される.

$$\mathbf{u}^{(2)} = \mathbf{W}^{(2)}\mathbf{x} + \mathbf{b}^{(2)} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{z}^{(2)} = \mathbf{f}(\mathbf{u}^{(2)}) \quad (3.8)$$

$\mathbf{W}^{(2)}$ は入力層と中間層の結合重みであり, $\mathbf{b}^{(2)}$ は中間層のユニットに与えられたバイアスである. 同様に $\mathbf{u}^{(3)}$, $\mathbf{z}^{(3)}$ は

$$\mathbf{u}^{(3)} = \mathbf{W}^{(3)}\mathbf{z}^{(2)} + \mathbf{b}^{(3)} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{z}^{(3)} = \mathbf{f}(\mathbf{u}^{(3)}) \quad (3.10)$$

となり, 任意の階層 L のネットワークに一般化すると

$$\mathbf{u}^{(l+1)} = \mathbf{W}^{(l+1)}\mathbf{z}^{(l)} + \mathbf{b}^{(l+1)} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{z}^{(l+1)} = \mathbf{f}(\mathbf{u}^{(l+1)}) \quad (3.12)$$

と書ける. $l = 1, 2, 3, \dots, L-1$ の順に繰り返していくと最終的な出力 \mathbf{y} を決定することができる. この出力を決定するのは各層間の結合重み $\mathbf{W}^{(l)}$ ($l = 2, \dots, L$) とユニットのバイアス $\mathbf{b}^{(l)}$ ($l = 2, \dots, L$) である. これらのパラメータを持つベクトル \mathbf{w} を定義して, $\mathbf{y}(\mathbf{x}; \mathbf{w})$ と表現する.

3.4 出力層の設計と誤差関数

3.4.1 学習の枠組み

順伝播型ネットワークが表現する関数 $\mathbf{y}(\mathbf{x}; \mathbf{w})$ をネットワークのパラメータ \mathbf{w} を変えることで変化させ, 望みの関数を与えることを考える. 入力 \mathbf{x} と望みの出力 \mathbf{d} のペアを次のように与える.

$$\{(\mathbf{x}_1, \mathbf{d}_1), (\mathbf{x}_2, \mathbf{d}_2), \dots, (\mathbf{x}_N, \mathbf{d}_N)\} \quad (3.13)$$

これらのペア (\mathbf{x}, d) 1つ1つを訓練サンプル (training samples) といい, その集合を訓練データ (training data) という. ネットワーク \mathbf{w} を調整することで訓練データの入出力ペアをできるだけ再現すること学習という.

この場合, ネットワークが表す関数と訓練データとの近さ $(\mathbf{y}(\mathbf{x}_n; \mathbf{w}))$ を誤差関数 (error function) で定義する. 誤差関数は問題の種別や活性化関数によって異なる. Tab.1 に問題の種別ごとの活性化関数と誤差関数の一覧を示す.

Tab.1 問題の種別ごとの活性化関数と誤差関数

問題の種別	出力層の活性化関数	誤差関数
回帰	正接双曲線関数や恒等写像	二乗誤差 式 (3.14)
二値分類	ロジスティック関数	式 (3.15)
多クラス分類	ソフトマックス関数	交差エントロピー 式 (3.17)

3.4.2 回帰

回帰 (regression) とは出力連続値をとる関数を対象に訓練データを良く再現する関数を求めることをいう. 回帰では活性化関数に正接双曲線関数や恒等写像を用い, 評価関数は次式が良く用いられる.

$$E(\mathbf{w}) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \|\mathbf{d}_n - \mathbf{y}(\mathbf{x}_n; \mathbf{w})\|^2 \quad (3.14)$$

3.4.3 二値分類

二値分類では入力 \mathbf{x} に応じて2種類に区別する問題を考える. すなわち, $d \in \{0, 1\}$ とする. このとき, 活性化関数はロジスティック関数 $y = 1/(1 + \exp(-u))$ とし, 誤差関数は次式で与える.

$$E(\mathbf{w}) = - \sum_{n=1}^N [d_n \log y(\mathbf{x}_n; \mathbf{w}) + (1 - d_n) \log \{1 - y(\mathbf{x}_n; \mathbf{w})\}] \quad (3.15)$$

3.4.4 多クラス分類

多クラス分類とは入力 \mathbf{x} に応じて有限個のクラスに分類する問題である. 一例として Fig.5 に手書き文字認識の例を示す. この問題では活性化関数にはソフトマックス関数 (softmax function) が良く用いられる. 出力相 $l = L$ の k 番目 ($k = 1, \dots, K$) のユニットの出力は $l = L - 1$ 層の出力を元に次式で与えられ, これをソフトマックス関数という.

$$y_k \equiv z_k^{(L)} = \frac{\exp(u_k^{(L)})}{\sum_{j=1}^K \exp(u_j^{(L)})} \quad (3.16)$$

また, 誤差関数は次式で与える.

$$E(\mathbf{w}) = - \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K d_{nk} \log y_k(\mathbf{x}_n; \mathbf{w}) \quad (3.17)$$

なお, この関数は交差エントロピー (cross entropy) と呼ばれる.

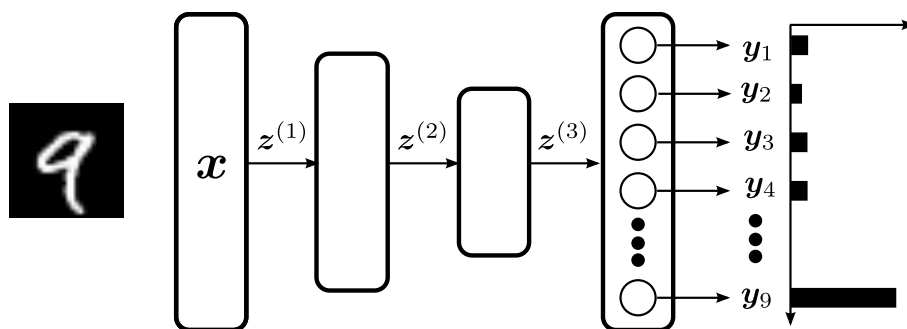


Fig.5 手書き文字認識の例

4 今後の課題

- 理論研究を進める.
- Caffe を使いこなす

参考文献

- [1] 岡谷貴之, “機械学習プロフェッショナルシリーズ 深層学習”, 講談社, 2015.