更新日：2021年2月20日

#### 時系列分析勉強会\_第6回

# インパルス応答関数

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **インパルス応答関数** | : | ある変数に対するショックがその変数やその他の変数の値に影響を分析することが出来る． |

VaRモデルにおいては，ショックの識別の仕方によって，複数のインパルス応答関数が存在する．

## 非直交インパルス応答関数

一般的な変量VAR()モデル

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

を考え，は対角行列ではないとする．このとき，非直交化インパルス応答関数を以下の通りに定義する．

**定義4.3（非直交化インパルス応答関数）**

の撹乱項だけに1単位（または1標準偏差）のショックを与えたときのの値の変化は，のショックに対するの期後の**非直交化インパルス応答**と呼ばれる．また，それをの関数としてみたものは，のショックに対するの**非直交化インパルス応答関数**といわれる．

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 非直交化インパルス応答関数 |  | に1単位のショックを与えたときの非直交化インパルス応答関数．1標準偏差のショックを与えたときのインパルス応答関数を考える時は，に を掛ける |

非直交化インパルス応答関数の計算方法…から逐次的に計算．

**（例）2変量VaR(1)モデル**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (4.6) |
|  |  | (4.7) |

に1単位のショックを与えたときの非直交インパルス応答関数を具体的に計算．

(4.6)式より，に1単位のショックを与えたときの同時点における非直交化インパルス応答は，

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

次に，の1期後の非直交化インパルス応答は，次の通り．

同様に，の1期後の非直交化インパルス応答は，

次に，2期後の非直交化インパルス応答は，次の通りになる．

以上の結果より，において

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4.8) |

【ポイント】

非直交化インパルス応答関数の計算には，定数項は全く影響してこない．

（一般に，インパルス応答関数はショックが与えられた時の変化を図るものであるから，定数項はインパルス応答関数とは無関係．）

【問題点】

非直交化インパルス応答関数はの撹乱項だけにショックを与えたときの他の変数の反応を調べたものであるが…

⇒撹乱項が同時点では互いに相関しているにもかかわらず，その相関を無視して，だけにショックを与えている．

## 直交化インパルス応答関数

一般的に，撹乱項を互いに無相関な撹乱項に分解することは不可能であり，何らかの仮定が必要．

⇒**直交化インパルス応答関数**では，撹乱項の分散共分散行列の三角分解を用いて，撹乱項を互いに無相関な撹乱項に分解できると仮定．

**定義4.4（直交化インパルス応答関数）**

撹乱項の分散共分散行列の三角分解を用いて，撹乱項を互いに無相関な撹乱項に分解したとき，互いに無相関な撹乱項は**直交化撹乱項**といわれる．また，の直交化撹乱項に1単位または1標準偏差のショックを与えたときのの直交化インパルス応答を時間の関数としてみたものは，に対するの**直交化インパルス応答関数**と言われる．

一般的に，インパルス応答（関数）というと，**直交化インパルス応答（関数）**を指す．

【インパルス応答（関数）の定義】

撹乱項の分散共分散行列は正定値行列 ⇒ 以下のように三角分解できる．

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4.9) |

|  |  |
| --- | --- |
|  | 対角成分が1に等しい下三角行列 |
|  | 対角行列 |

このとき，直交化撹乱項は

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4.10) |

で定義され，各変数固有の変動を表すことが出来る．

が互いに無相関であることは，次のように確認できる．

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 直交化インパルス応答関数 |  | に1単位のショックを与えたときの直交化インパルス応答関数．1標準偏差のショックを与えたときのインパルス応答関数を考える時は，に を掛ける． |

【**コレスキー分解**を用いた1標準偏差のショックを与えたときのインパルス応答関数】

(4.9)式をを用いて表すと，

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4.12) |

|  |  |
| --- | --- |
|  | コレスキー因子 |
|  | 成分がの標準偏差に等しい対角行列 |

このとき，(4.12)式は正定値行列の**コレスキー分解**になっている．このを用いて，撹乱項を表す．

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4.12) |

**（例）2変量VaR(1)モデル**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (4.6) |
|  |  | (4.7) |

について，と直交化撹乱項の分散共分散行列を次のようにしたときのインパルス応答関数を求める．

(4.9)式を用いることで，(4.6)式は次の通りに表せる．

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

実際にインパルス応答関数を求める．に1単位のショックを与えたときの同時点におけるインパルス応答は，

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

次に，の1期後の非直交化インパルス応答は，次の通り．

このことより，直交化インパルス応答関数においても非直交化インパルス応答関数と同一の漸化式(4.8)を満たすことが分かる．

【直交化撹乱項の計算に必要な仮定】

直交化撹乱項は三角行列を用いた(4.10)式で定義されていた．逆を言うと，撹乱項について以下が成り立つ．

つまり，もともとの撹乱項は直交化撹乱項に対角成分が1に等しい下三角行列をかけた形で表現できる．したがって，撹乱項の各成分について以下が成り立つ．

一般的に，はの線形和となり，このような構造は**再帰的構造**と呼ばれ，これは変数が外生性の高い順に並んでいることを意味する．