2022年3月28日

#### 確率ボラティリティモデル

# 完備市場での確率ボラティリティモデル

ブラウン運動を以下で定義する．ただし，．

|  |  |
| --- | --- |
| ：安全資産の金利  ：2次元ブラウン運動 |  |

これは，を満たしているため，ブラウン運動である．ただし，は積分による内積を表す．

|  |
| --- |
| （Check） |

1つ目のリスク性資産価格過程を以下で定義する．

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

ただし，はについての確率微分方程式が一意の解をもつための条件を満たしているとし，は連続な関数とする．2番目の確率微分方程式からが定まると，1番目のについての確率微分方程式には以下の例が適用されるので，の表現

が得られる．ただし，

すなわち，は「ブラック・ショールズモデルで，ボラティリティを確率的に変動するに置き換えたもの」と解釈され，これを**確率ボラティリティモデル**（Stochastic volatility model : あるいは省略してSV-モデル）と呼ぶ．定数は，価格過程とボラティリティ過程の(瞬間的な）相関

とも解釈される．