更新日：2022年2月9日

#### ファイナンスのための確率解析Ⅱ

# 一般的な確率理論

## 練習問題1,1

確率測度の定義1.1.2の性質を使って次を示せ．

1. ，，ならば，である．
2. もしであり，がの集合列でかつ，ならばである．

Proof )

1. とする．このとき，であるので，可算加法性より

が成り立つ．確率測度はを満たす写像であるため，である．

したがって，

■

1. より，

ここで，であるから，i.)より

は任意だったので，となる．

■

## 練習問題1.3

のすべての部分集合に対して，が有限集合ならば, が無限集合ならば，と定義された集合関数を考える．は(1.1.3)-(1.1.5)式を満たすが，は(1.1.2）式の可算加法性を満たさないことを示せ．これによって，(1.1.5)式の有限加法性からは(1.1.2)式の可算加法性は導き出されないことが分かる．

|  |  |
| --- | --- |
| が空集合であるならば， | (1.1.3) |
| ，，であるとき，  これより，有限加法性が満たされることが分かる． | (1.1.4)  (1.1.5) |

Proof)

|  |
| --- |
| 【ここでの主張】  「完全加法性⇒有限加法性」は成り立つが，その逆「有限加法性⇒完全加法性」は必ずしも成り立たない． |

まず初めに，が有限集合ならばと表記できる．このとき，であるから，有限加法性より，

したがって，

となり，有限加法性を満たすことが分かる．また，(1.1.2)は より明らか．