109

(1)

はじめ静止していた小球の衝突後の速さをv、

はじめ速さVで運動していた小球の衝突後の速さをV'とすると、

運動量保存の法則より、

$m \cdot V = m \cdot V' + m \cdot v$

すなわち、

$V = V' + v$ …①

また完全弾性衝突なので、

$e = \frac{(v - V')}{V} = 1$ …②

①,②式より、

$v = V \quad , \quad V' = 0$

よってはじめ静止していた小球は速さVで等速直線運動をし、

はじめ運動していた小球は静止する。

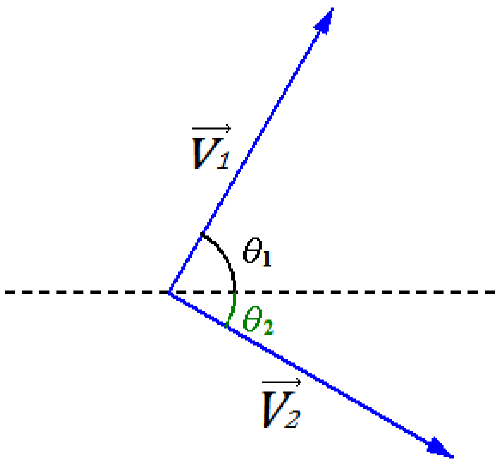
(2)

衝突後の2つの小球の進行方向と、

衝突前に動いていた小球の進行方向とのなす角をθ_1，θ_2とする。

衝突後の小球の速さをv_1，v_2とする。

運動量保存の法則より、



x成分：$m \cdot V = m \cdot v_1 \cos\theta_1 + m \cdot v_2 \cos\theta_2$

y成分：$m \cdot V = m \cdot v_1 \sin\theta_1 - m \cdot v_2 \sin\theta_2$

すなわち、

$V = v_1 \cos\theta_1 + v_2 \cos\theta_2$ …③

$v_2 = v_1 \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$ …④

また、力学的エネルギー保存の法則より、

$\frac{mV^2}{2} = \frac{m{v_1}^2}{2} + \frac{m{v_2}^2}{2}$

$V^2 = {v_1}^2 + {v_2}^2$ …⑤

③式に④式を代入して、

$V \sin\theta_2 = v_1 \cos\theta_1 \sin\theta_2 + v_2 \sin\theta_1 \cos\theta_2 = v_1 \sin(\theta_1 + \theta_2)$

$\therefore v_1 = V \frac{\sin\theta_2}{\sin(\theta_1+\theta_2)}$

$\therefore v_2 = V \frac{\sin\theta_1}{\sin(\theta_1+\theta_2)}$

この2式を⑤に代入してVで割ると、

$\sin^2(\theta_1 + \theta_2) = \sin^2\theta_1 + \sin^2\theta_2$

三角関数の加法定理と公式$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$を用いて、

$cos(\theta_1+\theta_2)=0$
$\therefore \theta_1+\theta_2=90°$
よって、２つの小球の運動量の方向は90°である。