118

(1)

初速度$\overrightarrow{v_0}$は、

$\overrightarrow{v_0} = (v\,cos\,\theta\,, v\,sin\,\theta)$

$v_y = 0$となるときが最高点なので、

${v_y}^2 - {v_{0y}}^2 = 2gh$より、　　　（等加速度運動の基本関係式）

$v_y = 0, v_{0y} = \ v\,sin\,\theta$を代入して、

$0^2 - (\ v\,sin\,\theta)^2 = 2gh$

$\therefore h = -\frac{v^2\,sin^2\,\theta}{2g}$

地面に落ちるまでの時間tを求める。

$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t$　より、　　　（等加速度運動の基本関係式より）

$y = 0$　，$v_{0y} = v\,sin\,\theta$を代入して、

$0 = \frac{1}{2}gt^2 + v\,sin\,\theta \cdot t$

$\therefore t = 0\,,\ -\frac{2}{g}v\,sin\,\theta$

$t \neq 0$より、

$-\frac{2}{g}v\sin\theta$秒後に地面に達するので、

水平到達距離lは、

$l = \left|v\,cos\,\theta \cdot \left(-\frac{2}{g}v\,sin\,\theta\right)\right| = \left|-\frac{v^2\,sin\,2\theta}{g}\right|$

(2)

$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t$より、

$t = \frac{x}{v\,cos\,\alpha}\ , v_{0y} = \ v\,sin\,\theta$を代入して、

$y = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v^2\,cos^2\,\alpha} + v\,sin\,\theta\frac{x}{v\,cos\,\alpha}$

$= \frac{g \cdot x^2}{2v^2\,cos^2\,\alpha} + x\tan\alpha$　　　…①

(3)

点Aの座標をX,Yとすると、

①式より、

$X\,tan\,\beta = \frac{g \cdot X^2}{2v^2\,cos^2\,\alpha} + X\,tan\,\alpha$

$\therefore X = \frac{2v^2\,cos^2\,\alpha(tan\,\beta - tan\,\alpha)}{g}$

$Y = X\,tan\,\beta$

したがって、

$OA^2 = X^2 + Y^2 = X^2 + X^2\,tan^2\,\beta$

$OA = \sqrt{X^2 + X^2\,tan^2\,\beta} = \frac{2v^2\,cos^2\,\alpha(tan\,\beta - tan\,\alpha)}{g}\sqrt{1 + tan^2\,\beta}$

※y軸の都合上、$g = -9.8\ {}^{m}/{}_{s^2}$で考えています。