

水素原子,ヘリウム原子の最小軌道半径を r_H, r_{He} とおく。

静電気力 F と向心力 F' は釣り合っているので、

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_H^2} = \frac{mv^2}{r_H} = F' \quad (\text{水素原子}) \quad \dots \textcircled{1}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e \cdot 2e}{r_{He}^2} = \frac{mv^2}{r_{He}} = F' \quad (\text{ヘリウム原子}) \quad \dots \textcircled{2}$$

が成り立つ。

量子条件より、

$$mv = \frac{nh}{2\pi r} \quad \text{なので、}$$

これを①,②式に代入して、

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_H^2} = \frac{1}{mr_H} \left(\frac{nh}{2\pi r_H} \right)^2$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{r_{He}^2} = \frac{1}{mr_{He}} \left(\frac{nh}{2\pi r_{He}} \right)^2$$

$$\therefore r_H = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} \quad (n = 1)$$

$$\therefore r_{He} = \frac{\epsilon_0 h^2}{2\pi m e^2} \quad (n = 1)$$

よって、軌道半径の比 $\frac{r_{He}}{r_H}$ は、

$$\frac{r_{He}}{r_H} = \frac{\frac{\epsilon_0 h^2}{2\pi m e^2}}{\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2}} = \frac{1}{2} \text{ 倍}$$