

物体の真の質量を $m[g]$ 、
天秤の右腕の長さを l_1 、左腕の長さを l_2 とする。

すると、モーメントのつり合いより、

$$m_1 l_1 = m l_2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$m_2 l_2 = m l_1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

①式より、

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{m}{m_1} \quad \cdots \textcircled{3}$$

②式より、

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m} \quad \cdots \textcircled{4}$$

③、④式より、

$$\frac{m}{m_1} = \frac{m_2}{m}$$

$$m^2 = m_1 m_2$$

$$\therefore m = \sqrt{m_1 m_2} \quad \cdots \textcircled{5}$$

③式に⑤式を代入して、

$$\begin{aligned} \frac{l_1}{l_2} &= \frac{\sqrt{m_1 m_2}}{m_1} \\ &= \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \end{aligned}$$