はじめに

この度は、「高専の物理問題集 解説⑤」をお買い上げいただきありがとうございます。

本書は、「高専の物理問題集 第３版」（森北出版(株) 田中冨士男／編著）に掲載されている「第５章 原子の世界(598～659)」、「大学編入学試験問題 Ｖ(44～46)」の全 65 問の解き方をまとめたものです。

みなさまの試験勉強の役に立てられたら良いと思っております。

本書における注意事項

・できるだけ分かりやすいように、「何をどの文字で置いたのか」などできるだけ記入するようにはしていますが、文字が大量に出てくる問題などは一部割愛している場合がございます。不明な場合は『物理量一覧』を参照して下さい。

・有効数字に関しては、「高専の物理問題集」の問題自体、有効数字が曖昧になっているため、本書の解説も曖昧にとなっています。ご了承下さい。

・本書において、誤字・脱字などの不具合、またはご意見などがございましたら、orders_are_orders@kousen.x0.com までご連絡下さい。

・ご指摘につきましては、確認が済み次第、公式 HP(http://kousen.x0.com/)にてオンラインサポートを行う予定です。

主要公式

$F = ma$	(運動方程式)
$W = Fx$	(仕事の式)
$p = mv$	(運動量の式)
$K = \frac{1}{2}mv^2 = h(\nu - \nu_0) = eV$	(運動エネルギーの式)
$E = U + K$	(力学的エネルギー保存則)
$a = \frac{v^2}{r}$	(等速円運動の加速度の式)
$F = \frac{mv^2}{r}$	(等速円運動の向心力の式)
$T = \frac{2\pi r}{v}$	(等速円運動の向心力の式)
$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$	(ローレンツ力の式)
$E = \frac{V}{d}$	(電位と電場の関係式)
$W = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0}$	(金属の仕事関数の式)
$\lambda\nu = c$	(振動数と波長の関係式)
$E = h\nu$	(光子のエネルギーの式)
$E = mc^2$	(相対性理論)
$\Delta E = \Delta mc^2$	(結合エネルギーの式)
$2d\sin\theta = n\lambda$	(フラッグ条件)
$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$	(物質波の式)
$2\pi r = \frac{nh}{p} = \frac{nh}{mv}\ (n = 1,2,\dots)$	(量子条件)
$N = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$	(原子核の半減期の式)

物理量一覧

a:加速度

B:磁束密度

B_{q}:放射能の強さ

C:空気抵抗の比例定数

c:光速

D:抵抗力

d:幅

E:電場、エネルギー

e:電気素量、電荷

F:力、静電気力、向心力、ローレンツ力

G:重力

g:重力加速度

h:プランク定数

I:電流

K:運動エネルギー

L:長さ

l:長さ

M:質量

m:質量

N:個数

n:整数

P:電力

p:運動量

q:電荷

R:リュードベリ定数

r:半径

T:時間

t:時間

U:位置エネルギー

v:速度

V:電圧

W:仕事関数

ϵ_0:誘電率

θ:角度

λ:波長

ν:振動数

解き方

598

陰極線に生じる力$\boldsymbol{F}$は、

$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$　　(ローレンツ力の式)

いま、電場$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}$ なので、

$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$ となる。

$\boldsymbol{v}$の方向は左から右、$\boldsymbol{B}$の方向は手前から奥なので、

$\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ の方向は下向きとなる。

よって、$\boldsymbol{F}$の向きも下向きである。

これによって、陰極線は下方向に曲がる。

599

$1mol$当たりの水素原子の質量は$1.008 \times 10^{-3} kg$なので、

これをアボガドロ定数で割ったものは、水素原子 1 個の質量$m[kg]$と等しくなる。

$m = \frac{1.008\times10^{-3}}{6.0\times10^{23}} = 1.68 \times 10^{-27}\ kg$

$\frac{m}{m_e} = \frac{1.68\times10^{-27}}{9.1\times10^{-31}} = 1.85 \times 10^{3}$ 倍

600

電子、陽子の電荷の絶対値をe、

電子、陽子の質量をそれぞれm_e, m_pとする。

比電荷は$\frac{e}{m}$で表せるので比電荷の比は、

$$\frac{e}{m_e}\Big/\frac{e}{m_p} = \frac{m_p}{m_e}$$

$$= \frac{1836m_e}{m_e} \qquad (m_p = 1836m_e\text{より})$$

$$= 1836 \text{ 倍}$$

601

平行板の間に発生する電場Eは、

$E = \frac{V}{d}$ より、

$V = 100V$, $d = 0.10m$ を代入して、

$E = \frac{100}{0.10} = 1000\ {}^{V}\!/_{m}$

電子の受ける力Fは、

$F = qE$ より、　　(ローレンツ力)

$q = 1.6 \times 10^{-19}C$, $E = 1000\ {}^{V}\!/_{m}$ を代入して、

$$F = 1.6 \times 10^{-19} \cdot 1000$$
$$= 1.6 \times 10^{-16}N$$

$F = ma$ より、　　(運動方程式)

$F = 1.6 \times 10^{-16}N$, $m = 9.1 \times 10^{-31}kg$ を代入して、

$1.6 \times 10^{-16} = 9.1 \times 10^{-31} \cdot a$

$\therefore a = 1.76 \times 10^{14}\ {}^{m}\!/_{s^2}$

602

重力Gとローレンツ力Fが釣り合っている。

$G = mg$　　　　　　　　(運動方程式)

$F = qE$　より、　　　　　(ローレンツ力)

$G = mg = qE = F$

$m = 4.5 \times 10^{-15}kg$ ， $g = 9.8\, {}^{m}/_{s^2}$ ， $E = 3.0 \times 10^4\, {}^{N}/_{C}$

$(4.5 \times 10^{-15}) \cdot 9.8 = q \cdot (3.0 \times 10^4)$

$\therefore q = 1.47 \times 10^{-18}C$

$\frac{q}{e} = \frac{1.47\times10^{-18}}{1.6\times10^{-19}} = 9.2$ 倍

603

重力Gとローレンツ力Fが釣り合っている。

静止していた電子が$1V$で加速されるときに得る運動エネルギーを1電子ボルトと定義されている。

いま、$100V$の電界で電子が加速されているので、

この電子が持つ運動エネルギーは$100eV$となる。

また、電子ボルト$[eV]$と電気素量$[C]$の積がジュール$[J]$なので、

$100eV = 100 \cdot 1.6 \times 10^{-19} = 1.6 \times 10^{-17}J$

604

$K = \frac{1}{2}mv^2 = eV$　より、　(エネルギー保存則)　　　…①

$e = 1.6 \times 10^{-19}C$ ， $V = 1000V$　を代入して、

$K = 1.6 \times 10^{-19} \cdot 1000$

$\quad = 1.6 \times 10^{-16}J$

$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$　より、　　　　(①式の変形)

$e = 1.6 \times 10^{-19}C$ ， $V = 1000V$ ， $m = 9.1 \times 10^{-31}kg$

$v = \sqrt{\frac{2\cdot(1.6\times10^{-19})\cdot1000}{9.1\times10^{-31}}}$

$\quad = 1.88 \times 10^7\, {}^{m}/_{s}$

605

(1)

半径をrとする。

向心力F_1とローレンツ力F_2が釣り合っているので、

$F_1 = \frac{mv^2}{r} = qvB = F_2$　が成り立つ。

$\frac{mv^2}{r} = qvB$

$\therefore r = \frac{mv}{qB}$

(2)

$a = \frac{v^2}{r}$　より、　　　　　　　　(等速円運動の加速度の式)

$r = \frac{mv}{qB}$　を代入して、

$a = \frac{v^2}{\frac{mv}{qB}} = \frac{qBv}{m}$

606

$W = h\frac{c}{\lambda_0}$ より、　　　　(金属の仕事関数の式)

$W = 4.2 \cdot (1.6 \times 10^{-19})\,J$ ，$c = 3.0 \times 10^8\,{}^{m}/_{s}$ ，$h = 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$

を代入して、（$1eV = 1.6 \times 10^{-19} J$ である。）

$4.2 \cdot (1.6 \times 10^{-19}) = 6.6 \times 10^{-34} \cdot \frac{3.0\times10^8}{\lambda_0}$

$\lambda_0 = 294\,nm$

607

光子のエネルギーを$E[eV]$とする。

$W = h\frac{c}{\lambda_0}$ より、　　　　(金属の仕事関数の式)

$W = E(1.6 \times 10^{-19})\,[J]$ ，$c = 3.0 \times 10^8\,{}^{m}/_{s}$ ，$h = 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$

$\lambda_{red} = 800 \times 10^{-9} m$ ，$\lambda_{purple} = 400 \times 10^{-9} m$

を代入して、

$E_{red} \cdot (1.6 \times 10^{-19}) = 6.6 \times 10^{-34} \cdot \frac{3.0\times10^8}{800\times10^{-9}}$

$\therefore E_{red} = 1.55eV$

$E_{purple} \cdot (1.6 \times 10^{-19}) = 6.6 \times 10^{-34} \cdot \frac{3.0\times10^8}{400\times10^{-9}}$

$\therefore E_{purple} = 3.09eV$

よって、

$E_{red} = 1.55eV \leq E \leq 3.09eV = E_{purple}$

となる。

609

$eV = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0}$より、　　　　(X 線の式)

$e = 1.6 \times 10^{-19} C$ ，$V = 10 \times 10^3 V$ ，$h = 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$

を代入して、

$(1.6 \times 10^{-19}) \cdot (10 \times 10^3) = (6.6 \times 10^{-34}) \cdot \nu_0$

$\therefore \nu_0 = 2.4 \times 10^{18} Hz$

また、

$e = 1.6 \times 10^{-19} C$ ，$V = 10 \times 10^3 V$ ，$h = 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$ ，$c = 3.0 \times 10^8\,{}^{m}/_{s}$

を代入して、

$(1.6 \times 10^{-19}) \cdot (10 \times 10^3) = (6.6 \times 10^{-34}) \cdot \frac{3.0\times10^8}{\lambda_0}$

$\therefore \lambda_0 = 1.25 \times 10^{-10} m$

610

$eV = h\frac{c}{\lambda_0}$より、　　　　(X 線の式)

$e = 1.6 \times 10^{-19} C$ ，$h = 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$ ，$\lambda_0 = 3.0 \times 10^{-11} m$ ，$c = 3.0 \times 10^8\,{}^{m}/_{s}$

を代入して、

$(1.6 \times 10^{-19}) \cdot V = (6.6 \times 10^{-34}) \cdot \frac{3.0\times10^8}{3.0\times10^{-11}}$

$\therefore V = 41250V$

611

$2d\,sin\,\theta = n\lambda$ より、　(ブラッグの条件)

$d = 2.8 \times 10^{-10}m$, $\theta = 12.0°$, $n = 1$

を代入して、

$2 \cdot (2.8 \times 10^{-10}) \cdot sin\,12.0° = 1 \cdot \lambda$
$\therefore \lambda = 1.16 \times 10^{-10}m$

612

(1)

$\lambda = \frac{h}{mv}$ より、　(物質波の式)

$h = 6.6 \times 10^{-34}J \cdot s$, $m = 0.10kg$, $v = 50\,{}^{m}/_{s}$

を代入して、

$\lambda = \frac{6.6\times10^{-34}}{0.10\times50}$
$= 1.32 \times 10^{-34}m$

(2)

$\lambda = \frac{h}{mv}$ より、　(物質波の式)

$h = 6.6 \times 10^{-34}J \cdot s$, $m = 5.3 \times 10^{-26}kg$, $v = 500\,{}^{m}/_{s}$

を代入して、

$\lambda = \frac{6.6\times10^{-34}}{(5.3\times10^{-26})\times500}$
$= 2.49 \times 10^{-11}m$

(3)

$\lambda = \frac{h}{mv}$ より、　(物質波の式)

$h = 6.6 \times 10^{-34}J \cdot s$, $m = 9.1 \times 10^{-31}kg$, $v = 6.0 \times 10^{6}\,{}^{m}/_{s}$

を代入して、

$\lambda = \frac{6.6\times10^{-34}}{(9.1\times10^{-31})\cdot(6.0\times10^{6})}$
$= 1.21 \times 10^{-10}m$

613

(1)

$\lambda = \frac{h}{p}$ より、　(物質波の式)

$\lambda = 3.0 \times 10^{-11}m$, $h = 6.6 \times 10^{-34}J \cdot s$

を代入して、

$3.0 \times 10^{-11} = \frac{6.6\times10^{-34}}{p}$
$\therefore p = 2.2 \times 10^{-23}\,kg \cdot {}^{m}/_{s}$

(2)

$p = mv$ より、　(運動量の式)

$p = 2.2 \times 10^{-23}\,kg \cdot {}^{m}/_{s}$, $m = 9.1 \times 10^{-31}kg$

を代入して、

$2.2 \times 10^{-23} = 9.1 \times 10^{-31} \cdot v$
$\therefore v = 2.42 \times 10^{7}\,{}^{m}/_{s}$

$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}pv$ より、　(運動エネルギーの式)

$p = 2.2 \times 10^{-23}\ kg \cdot {}^{m}/_{s}$, $v = 2.42 \times 10^{7}\ {}^{m}/_{s}$

を代入して、

$K = \frac{1}{2} \cdot (2.2 \times 10^{-23}) \cdot (2.42 \times 10^{7})$

$\quad = 2.66 \times 10^{-16} J$

614

(1)

$K = \frac{1}{2} m v^2 = eV$ より、　　　　　　(エネルギー保存の法則)

$e = 1.6 \times 10^{-19} C$, $V = 1000V$

を代入して、

$K = (1.6 \times 10^{-19}) \cdot 1000$

$\quad = 1.6 \times 10^{-16} J$

(2)

$\lambda = \frac{h}{mv}$(物質波の式)

$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$　　　　　　(エネルギー保存の法則の変形)

より、

$\lambda = \frac{h}{m} \cdot \sqrt{\frac{m}{2eV}}$

$e = 1.6 \times 10^{-19} C$, $V = 1000V$, $h = 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$, $m = 9.1 \times 10^{-31} kg$

を代入して、

$\lambda = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31}} \cdot \sqrt{\frac{9.1 \times 10^{-31}}{2 \cdot (1.6 \times 10^{-19}) \cdot (1000)}}$

$\quad = 3.87 \times 10^{-11} m$

615

(1)

平行板の間に発生する電場Eは、

$E = \frac{V}{d}$ より、

$V = 1000V$, $d = 0.050m$ を代入して、

$E = \frac{1000}{0.050} = 2.0 \times 10^{4}\ {}^{V}/_{m}$

(2)

通過するのにかかる時間を$t[s]$、極板の長さをl[m]とすると、

$l = vt$ が成り立つ。

$l = 0.050m$, $v = 2.0 \times 10^{7}\ {}^{m}/_{s}$ を代入して、

$0.050 = (2.0 \times 10^{7}) \cdot t$

$\therefore t = 2.5 \times 10^{-9}\ s$

(3)

電子の受ける力Fは、

$F = qE$ より、　　　　(ローレンツ力)

$q = -1.6 \times 10^{-19} C$, $E = 2.0 \times 10^{4}\ {}^{V}/_{m}$ を代入して、

$F = -1.6 \times 10^{-19} \cdot 2.0 \times 10^{4}$

$\quad = -3.2 \times 10^{-15} N$

よって、$3.2 \times 10^{-15} N$の力を受ける。

(4)

電子の受ける力$\boldsymbol{F}$の向きは、

$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$ ， $q < 0$ より、　　　　　（ローレンツ力）

電界$\boldsymbol{E}$の向きと正反対の方向になる。

電界$\boldsymbol{E}$は図より、下から上方向に向いているので、

電子の受ける力$\boldsymbol{F}$の向きは、上から下方向になる。

$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ より、　　　（運動方程式）

電子の加速度の向きは、電子の受ける力$\boldsymbol{F}$と等しい。

また、その大きさは、

$|\boldsymbol{F}| = 3.2 \times 10^{-15} N$ ， $m = 9.1 \times 10^{-31} kg$ を代入して、

$3.2 \times 10^{-15} = 9.1 \times 10^{-31} \cdot a$

$\therefore a = 3.52 \times 10^{15}\, {}^{m}/_{s^2}$

(5)

電界から出るときのx成分の速度v_xは、x成分の力F_xを受けていないので、

$v_x = 2.0 \times 10^{7}\, {}^{m}/_{s}$

電界から出るときのy成分の速度v_yは、ローレンツ力Fが生じていたので、

$v_{yt} = a_y t + v_{y0}$ より、

$a_y = 3.52 \times 10^{15}\, {}^{m}/_{s^2}$ ， $2.5 \times 10^{-9}\, s$ ， $v_{y0} = 0\, {}^{m}/_{s}$ を代入して、

$v_y = (3.52 \times 10^{15}) \cdot (2.5 \times 10^{-9}) + 0$

$\quad = 8.79 \times 10^{6}\, {}^{m}/_{s}$

よって、電界から出るときの速さvは、

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$\quad = \sqrt{(2.0 \times 10^{7})^2 + (8.79 \times 10^{6})^2}$

$\quad = 2.18 \times 10^{7}\, {}^{m}/_{s}$

(6)

$v^2 - {v_0}^2 = 2ax$ より、　　　　　（等加速度運動の基本関係式）

$v = v_y = 8.79 \times 10^{6}\, {}^{m}/_{s}$ ，$v_0 = v_{y0} = 0\, {}^{m}/_{s}$ ， $a = a_y = 3.52 \times 10^{15}\, {}^{m}/_{s^2}$ を代入して、

$(8.79 \times 10^{6})^2 - 0^2 = 2 \cdot (3.52 \times 10^{15}) \cdot y$

$\therefore y = 1.10 \times 10^{-2}\, m$

616

向心力F_1とローレンツ力F_2が釣り合っているので、

$F_1 = \frac{mv^2}{r} = qvB = F_2$ が成り立つ。

$\frac{mv^2}{r} = qvB$

$\therefore r = \frac{mv}{qB}$ …①

電子の速さvは、

$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$ と表せるので、

これを①式に代入して、

$r = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2eV}{m}}$

$\therefore \frac{e}{m} = \frac{2V}{r^2B^2}$　　　　　　$(q = e$より)

$r = 5.0 \times 10^{-2}m$, $B = 9.7 \times 10^{-4}T$, $V = 300V$ を代入して、

$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot 300}{(5.0\times10^{-2})^2 \cdot (9.7\times10^{-4})^2}$

$= 2.55 \times 10^{11}\ C/kg$

617

まず、電子の速さvを求める。

$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$ より、

$e = 1.6 \times 10^{-19}C$, $V = 1000V$, $m = 9.1 \times 10^{-31}\ kg$ を代入して、

$v = \sqrt{\frac{2\cdot(1.6\times10^{-19})\cdot1000}{9.1\times10^{-31}}} = 1.88 \times 10^7\ {}^{m}/_{s}$

電子に生じる力$\boldsymbol{F}$は、

$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$　　　(ローレンツ力の式)

いま、電子が直進しているので、力$\boldsymbol{F}$は水平成分しか持たないことが分かる。

よって、$\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} = \boldsymbol{0}$ を満たさないといけない。

電界$\boldsymbol{E}$は鉛直下向き、$\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$は鉛直上向きなので、

$|\boldsymbol{E}| = |\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}| = v \cdot B$　　($\boldsymbol{v}, \boldsymbol{B}$のなす角は直角なので)

$E = 4.0 \times 10^4\ {}^{V}/_{m}$, $v = 1.88 \times 10^7\ {}^{m}/_{s}$ を代入して、

$4.0 \times 10^4 = 1.88 \times 10^7 \cdot B$

$\therefore B = 2.13 \times 10^{-3}T$

618

限界波長λ_0,波長λ_1の振動数ν_0,ν_1は、

$\lambda = \frac{c}{\nu}$ より、

$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$, $\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1}$

$\lambda_0 = 9.0 \times 10^{-7}m$, $\lambda_1 = 5.0 \times 10^{-7}m$, $c = 3.0 \times 10^8\ {}^{m}/_{s}$ を代入して、

$\nu_0 = \frac{3.0\times10^8}{9.0\times10^{-7}} = 3.33 \times 10^{14}Hz$

$\nu_1 = \frac{3.0\times10^8}{5.0\times10^{-7}} = 6.00 \times 10^{14}Hz$

$K = \frac{1}{2}mv^2 = h(\nu_1 - \nu_0)$ より、　　　(光電管の電子の運動エネルギーの式)

$h = 6.6 \times 10^{-34}\ J \cdot s$, $\nu_1 = 6.00 \times 10^{14}Hz$, $\nu_0 = 3.33 \times 10^{14}Hz$ を代入して、

$K = 6.6 \times 10^{-34} \cdot (6.00 \times 10^{14} - 3.33 \times 10^{14})$

$= 1.76 \times 10^{-19}\ J$

$K = \frac{1}{2}mv^2$ より、

$K = 1.76 \times 10^{-19}\ J$, $m = 9.1 \times 10^{-31}kg$ を代入して、

$1.76 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} \cdot (9.1 \times 10^{-31}) \cdot v^2$

$\therefore v = 6.22 \times 10^5\ {}^{m}/_{s}$

619

(1)

この電波の振動数νは、

$\lambda = \frac{c}{\nu}$ より、

$\lambda = 3.0m$, $c = 3.0 \times 10^8\ {}^{m}/_{s}$ を代入して、

$3.0 = \frac{3.0 \times 10^8}{\nu}$
$\therefore \nu = 1.0 \times 10^8 Hz$

光子のエネルギーEは、
$E = h\nu$ より、
$h = 6.6 \times 10^{-34}\, J \cdot s$, $\nu = 1.0 \times 10^8 Hz$ を代入して、
$E = (6.6 \times 10^{-34}) \cdot (1.0 \times 10^8)$
$\quad = 6.6 \times 10^{-26} J$

(2)
出力$10kW$ということは、1秒間に$10kJ$のエネルギーが出力されるということである。
1 秒間に放出される光子の個数をNとすると、
$N \cdot E = 10 \times 10^3\, J/s$
$E = 6.6 \times 10^{-26} J$ を代入して、
$N = 1.52 \times 10^{29}$ 個$/s$

620
(1)
静止していた電子が$1V$で加速されるときに得る運動エネルギーを1電子ボルトと定義されているので、
電子の得た運動エネルギーKは、
$K = V[eV]$
$\quad = eV[J]$ $\qquad$ ($1[eV] = e[J]$より)

(2)
$K = \frac{1}{2}mv^2$ より、 (運動エネルギーの式)
$K = eV[J]$, $m = m[kg]$ を代入して、
$eV = \frac{1}{2}mv^2$
$\therefore v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$

よって、電子のもつ運動量pは、
$p = mv$
$\quad = m \cdot \sqrt{\frac{2eV}{m}}$
$\quad = \sqrt{2emV}$

(3)
$p = \frac{h}{\lambda}$ より、
$p = \sqrt{2emV}$, $h = h$ を代入して、
$\sqrt{2emV} = \frac{h}{\lambda}$
$\therefore \lambda = \frac{h}{\sqrt{2emV}}$

621
(1)
静止していた電子が$1V$で加速されるときに得る運動エネルギーを1電子ボルトと定義されているので、
電子の得た運動エネルギーKは、

$K = V = 20 \times 10^3[eV]$
$\quad = 3.2 \times 10^{-15}[J]$ $\qquad$ ($1[eV] = 1.6 \times 10^{-19}[J]$より)

(2)
$K = \frac{1}{2}mv^2$ より、 (運動エネルギーの式)
$\therefore v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$
$K = 3.2 \times 10^{-15}J$, $m = 9.1 \times 10^{-19}kg$ を代入して、
$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3.2 \times 10^{-15}}{9.1 \times 10^{-19}}}$
$\quad = 8.4 \times 10^7\ {}^{m}/_{s}$

(3)
$p = mv$ より、
$m = 9.1 \times 10^{-31}kg$, $v = 8.4 \times 10^7\ {}^{m}/_{s}$ を代入して、
$p = (9.1 \times 10^{-31}) \cdot (8.4 \times 10^7)$
$\quad = 7.6 \times 10^{-23}\ kg \cdot {}^{m}/_{s}$

(4)
$\lambda = \frac{h}{p}$ より、 (物質波の式)
$h = 6.6 \times 10^{-34}\ J \cdot s$, $p = 7.6 \times 10^{-23}\ kg \cdot {}^{m}/_{s}$ を代入して、
$\lambda = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{7.63 \times 10^{-23}}$
$\quad = 8.6 \times 10^{-12}\ m$

622
(1)
静止していた電子が$1V$で加速されるときに得る運動エネルギーを1電子ボルトと定義されているので、
電子の得た運動エネルギーKは、
$K = \frac{1}{2}mv^2 = eV$
$\therefore v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$
$e = e$, $V = V_1$, $m = m$ を代入して、
$v = \sqrt{\frac{2eV_1}{m}}$

(2)
通過するのにかかる時間を$t[s]$とすると、
$l = vt$ が成り立つ。
$l = l$, $v = \sqrt{\frac{2eV_1}{m}}$ を代入して、
$l = \sqrt{\frac{2eV_1}{m}} \cdot t$
$\therefore t = l\sqrt{\frac{m}{2eV_1}}$

(3)
偏向板間に発生する電界Eは、
$E = \frac{V_2}{d}$ となる。

電子の受ける力Fは、

$F = qE$ より、　　　　(ローレンツ力)

$q = -e$ ，$E = \frac{V_2}{d}$を代入して、

$F = -e\frac{V_2}{d}$ (向きは電界$\boldsymbol{E}$の正反対、鉛直上向き)

$F = ma$ より、(運動方程式)

$F = -e\frac{V_2}{d}$ ，$m = m$ を代入して、

$-e\frac{V_2}{d} = ma$

$\therefore a = -e\frac{V_2}{dm}$ (向きは電界$\boldsymbol{E}$の正反対、鉛直上向き)

よって、鉛直上向き方向に $a = e\frac{V_2}{dm}$ の加速度が生じる。

(4)

偏向板通過直後の、鉛直成分の速さv_yは、

$v_{yt} = a_y \cdot t + v_{y0}$ より、

$a_y = e\frac{V_2}{dm}$ ，$t = l\sqrt{\frac{m}{2eV_1}}$ ，$v_{y0} = 0$ を代入して、

$v_{yt} = e\frac{V_2}{dm} \cdot l\sqrt{\frac{m}{2eV_1}} = \frac{V_2 l}{d} \cdot \sqrt{\frac{e}{2mV_1}}$

(5)

$tan\,\theta = \frac{v_y}{v_x}$ より、

$v_y = \frac{V_2 l}{d} \cdot \sqrt{\frac{e}{2mV_1}}$ ，$v_x = \sqrt{\frac{2eV_1}{m}}$ を代入して、

$$tan\,\theta = \frac{\frac{V_2 l}{d} \cdot \sqrt{\frac{e}{2mV_1}}}{\sqrt{\frac{2eV_1}{m}}}$$

$$= \frac{V_2 l}{2dV_1}$$

(6)

電子が偏向板通過してから蛍光面に達したときに移動したy成分の距離Δy_1は、

$\Delta y_1 = L\tan\theta$ より求まる。

$L = L$ ，$tan\,\theta = \frac{V_2 l}{2dV_1}$ を代入して、

$\Delta y_1 = L\frac{V_2 l}{2dV_1}$

電子が偏向板を通過するまでに移動したy成分の距離Δy_2は、

$v^2 - v_0^2 = 2ax$ の式から求まる。　　(等加速度運動の基本関係式)

$v = v_y = \frac{V_2 l}{d} \cdot \sqrt{\frac{e}{2mV_1}}$ ，$v_0 = v_{y0} = 0$ ，$a = a_y = e\frac{V_2}{dm}$ ，$x = \Delta y_2$ を代入して、

$\left(\frac{V_2 l}{d} \cdot \sqrt{\frac{e}{2mV_1}}\right)^2 - 0^2 = 2 \cdot e\frac{V_2}{dm} \cdot \Delta y_2$

$\therefore \Delta y_2 = \frac{V_2 l^2}{4dV_1}$

よって、距離zは、

$$z = \Delta y_1 + \Delta y_2$$
$$= L\frac{V_2 l}{2dV_1} + \frac{V_2 l^2}{4dV_1}$$
$$= \frac{V_2 l(2L + l)}{4dV_1}$$

623

(1)

空気抵抗の比例定数をCとおく。

空気抵抗Dは物体の速度に比例するので、

$D = vC$

終速度v_fの時の空気抵抗Dと、重力Gが釣り合っているので、

$D = v_f C = mg = G$ が成り立つ。

$\therefore C = \frac{mg}{v_f}$

$m = 5.0 \times 10^{-15} kg$ ，$= 9.8 \, {}^{m}/_{s^2}$ ，$v_f = 1.3 \times 10^{-4} \, {}^{m}/_{s}$ を代入して、

$C = \frac{(5.0 \times 10^{-15}) \cdot 9.8}{1.3 \times 10^{-4}} = 3.77 \times 10^{-10} \, kg/s$

(2)

電気力Fと重力Gが釣り合っているので、

$F = mg = G$

$m = 5.0 \times 10^{-15} kg$ ，$g = 9.8 \, {}^{m}/_{s^2}$ を代入して、

$F = (5.0 \times 10^{-15}) \cdot 9.8$

$\quad = 4.9 \times 10^{-14} N$

(3)

電荷の変化Δqを与えられた油滴に生じる電気力の変化ΔFは、

$\Delta F = \Delta qE$ となる。

このΔFの向きは鉛直上向きなので、空気抵抗Dの向きは鉛直下向きとなる。

よって、『電気力$F + \Delta F$』と『重力Gと空気抵抗Dの和』が釣り合うことになり、

$F + \Delta F = mg + v_f' C = G + D$ が成り立つ。

$F = mg$，$\Delta F = \Delta qE = \Delta q \cdot 3.5 \times 10^4 \, {}^{V}/_{m}$ ，

$v_f = 1.5 \times 10^{-5} \, {}^{m}/_{s}$ ，$C = 3.77 \times 10^{-10} \, kg/s$ を代入して、

$mg + \Delta q \cdot (3.5 \times 10^4) = mg + (1.5 \times 10^{-5}) \cdot (3.77 \times 10^{-10})$

$\Delta q \cdot (3.5 \times 10^4) = (1.5 \times 10^{-5}) \cdot (3.77 \times 10^{-10})$　　　　（mgを消去）

$\Delta q = 1.6 \times 10^{-19} C$

$\frac{\Delta q}{e} = \frac{1.6 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1$ 倍

(4)

$F = qE$ より、

$F = 4.9 \times 10^{-14} N$ ，$E = 3.5 \times 10^4 \, {}^{V}/_{m}$ を代入して、

$4.9 \times 10^{-14} = q \cdot 3.5 \times 10^4$

$\therefore q = 1.4 \times 10^{-18} C$

$\frac{q}{e} = \frac{1.4 \times 10^{-18}}{1.6 \times 10^{-19}} = 8.75$ 倍

624

(1)

$W = h\frac{c}{\lambda_0}$ より、　　　(仕事関数の式)

$h = 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$ ，$= 3.0 \times 10^8 \, {}^{m}/_{s}$ ，$\lambda_0 = 300 \times 10^{-9} m$ を代入して、

$W = (6.6 \times 10^{-34}) \cdot \frac{3.0 \times 10^8}{300 \times 10^{-9}}$

$\quad = 6.6 \times 10^{-19} J$

$= 4.13eV$　　　　　$(1eV = 1.6 \times 10^{-19}J$より$)$

(2)

限界振動数ν_0、当てる光の振動数νはそれぞれ、

$\nu = \frac{c}{\lambda}$ より求まる。

$c = 3.0 \times 10^8\ {}^{m}/_{s}$, $\lambda_0 = 300 \times 10^{-9}m$

$c = 3.0 \times 10^8\ {}^{m}/_{s}$, $\lambda = 200 \times 10^{-9}m$

を各々に代入して、

$\nu_0 = \frac{3.0\times10^8}{300\times10^{-9}} = 1.0 \times 10^{15}Hz$

$\nu = \frac{3.0\times10^8}{200\times10^{-9}} = 1.5 \times 10^{15}Hz$

最大の運動エネルギーK_0は、

$K_0 = \frac{1}{2}mv^2 = h(\nu - \nu_0)$ より、

$h = 6.6 \times\ 10^{-34}J \cdot s$, $\nu = 1.5 \times 10^{15}Hz$, $\nu_0 = 1.0 \times 10^{15}Hz$

$K = (6.6 \times\ 10^{-34}) \cdot (1.5 \times 10^{15} - 1.0 \times 10^{15})$

$= 3.3 \times 10^{-19}J$

$= 2.06eV$　　　　　$(1eV = 1.6 \times 10^{-19}J$より$)$

625

(1)

$\lambda = \frac{h}{mv}$ より、　　　　(物質波の式)

$\therefore v = \frac{h}{m\lambda}$

(2)

静止していた電子が$1V$で加速されるときに得る運動エネルギーを1電子ボルトと定義されているので、

電子の得た運動エネルギーKは、

$K = \frac{1}{2}mv^2 = eV$ と表せる。

$v = \frac{h}{m\lambda}$ を代入して、

$\frac{1}{2}m\left(\frac{h}{m\lambda}\right)^2 = eV$

$\therefore V = \frac{h^2}{2me\lambda^2}$　　　　…①

(3)

①式に、

$h = 6.6 \times 10^{-34}\ J \cdot s$, $m = 9.1 \times 10^{-31}kg$, $e = 1.6 \times 10^{-19}C$, $\lambda = 1.00 \times 10^{-11}\ m$

を代入して、

$V = \frac{(6.6\times10^{-34})^2}{2\cdot(9.1\times10^{-31})\cdot(1.6\times10^{-19})\cdot(1.00\times10^{-11})^2}$

$= 1.50 \times 10^4V$

626

(1)

静止していた電子が$1V$で加速されるときに得る運動エネルギーを1電子ボルトと定義されているので、

電子の得た運動エネルギーKは、

$K = \frac{1}{2}mv^2 = eV$ と表せる。

$\therefore v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$

$e = 1.6 \times 10^{-19} C$, $V = 10V$, $m = 9.1 \times 10^{-31} kg$ を代入して、

$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (1.6 \times 10^{-19}) \cdot 10}{9.1 \times 10^{-31}}} = 1.88 \times 10^6\ ^{m}/_{s}$

$\lambda = \frac{h}{mv}$ より、 (物質波の式)

$h = 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$, $m = 9.1 \times 10^{-31} kg$, $v = 1.88 \times 10^6\ ^{m}/_{s}$ を代入して、

$\lambda = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \cdot 1.88 \times 10^6}$

$= 3.86 \times 10^{-10} m$

(2)

$2d \sin\theta = n\lambda$ より、 (フラッグ条件)

$\theta = 30°$, $n = 1$, $\lambda = 3.86 \times 10^{-10} m$ を代入して、

$2 \cdot d \cdot \sin 30° = 1 \cdot 3.86 \times 10^{-10}$

$\therefore d = 3.86 \times 10^{-10} m$

627

(1)

$p = \frac{h}{\lambda}$ (物質波の式)

$E = h\nu$ (光子のエネルギーの式) $\cdots$ Ⅰ

より、

① $p = \frac{h}{\lambda}$, ② $E = h\nu$

(2)

Ⅰ式より、光子 1 つのエネルギーは、$h\nu$

電極から外に飛び出る際に、エネルギーWが消費されている。

また、静止していた電子が$1V$で加速されるときに得る運動エネルギーを$1eV$と定義されているので、

電位$-V_m$により消費した運動エネルギーは、$-eV_m$となる。

よって、

$h\nu - W = \frac{mv^2}{2} = eV_m$ が成り立つ。

$h\nu - W = eV_m$ より、 $\cdots$ Ⅱ

$W = const.$ なので、

eV_m はν に依存することが分かる。

$h = \frac{deV_m}{d\nu}$ より、 (両辺をνで微分)

縦軸にeV_m、横軸にνを取ればよい。

Ⅱ式に、

$W = h\nu_0$ を代入して、

$h(\nu - \nu_0) = eV_m$

$eV_m = 0 \rightarrow \nu = \nu_0$, $\nu = 0 \rightarrow eV_m = h\nu_0$ より、

グラフにはこれら 2 点をを通る直線を描けばよい。

なお、νは振動数なので$\nu \geq 0$ になることに注意する。

また、Wは仕事関数と呼ばれている。

③ $h\nu$, ④ $h\nu - W$, ⑤ eV_m , ⑥ eV_m , ⑦ ν , ⑧ 仕事関数
※グラフは解答を参照のこと

(3)
これは、デビンソン-ジャーマーの実験である。
この場合の波長λは、$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$となる。
この粒子が示す波動は、ド・ブロイ波または物質波と呼ばれる。

⑨ デビンソン-ジャーマーの実験 , ⑩ $\frac{h}{\sqrt{2meV}}$, ⑪ ドブロイ波 / 物質波
※これに関しては解説ができなく申し訳ない。

628

(1)
入射 X 線の運動量p_1は、 $p_1 = \frac{h\nu}{c}$ …①
散乱 X 線の運動量p_2は、 $p_2 = \frac{h\nu'}{c}$ …②
電子の運動量p_3は、 $p_3 = mv$ …③
である。
x方向について、
$p_1 = p_2 \cos\theta + p_3 \cos(-\phi)$
y方向について、
$0 = p_2 \sin\theta + p_3 \sin(-\phi)$

これらの式に①,②,③式を代入して、
$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c}\cos\theta + mv\cos\phi$ …④
$0 = \frac{h\nu'}{c}\sin\theta - mv\sin\phi$ …⑤

(2)
$E = h\nu$ (X 線のエネルギー)
$K = \frac{1}{2}mv^2$ (電子の運動エネルギー)
より、
$E = E' + K$
$h\nu = h\nu' + \frac{1}{2}mv^2$ …⑥

(3)
⑥式より、
$h(\nu - \nu') = \frac{1}{2}mv^2$
$(\nu - \nu') = \frac{mv^2}{2h} = \frac{m^2v^2}{2hm}$ …⑦

④,⑤式を2乗して、
$\frac{h^2}{c^2}(\nu - \nu'\cos\theta)^2 = m^2v^2\cos^2\phi$ …⑧
$\frac{h^2}{c^2}\nu'^2\sin^2\theta = m^2v^2\sin^2\phi$ …⑨

⑧+⑨式より

$\frac{h^2}{c^2}\left\{(\nu - \nu' \cos\theta)^2 + {\nu'}^2 \sin^2\theta\right\} = m^2v^2(\cos^2\phi + \sin^2\phi)$

$\frac{h^2}{c^2}\left(\nu^2 - 2\nu\nu' \cos\theta + {\nu'}^2 \cos^2\theta + {\nu'}^2 \sin^2\theta\right) = m^2v^2$

$\frac{h^2}{c^2}\left(\nu^2 - 2\nu\nu' \cos\theta + {\nu'}^2\right) = m^2v^2$

これを⑦式に代入して、

$(\nu - \nu') = \frac{1}{2hm}\cdot\frac{h^2}{c^2}\left(\nu^2 - 2\nu\nu' \cos\theta + {\nu'}^2\right)$

$(\nu - \nu') = \frac{1}{2m}\cdot\frac{h}{c^2}\left((\nu - \nu')^2 + 2\nu\nu'(1 - \cos\theta)\right)$

$(\nu - \nu') = \frac{h}{mc^2}\cdot\nu\nu'(1 - \cos\theta)$　　$((\nu - \nu')^2 = 0$より)

$(\nu - \nu') = \frac{h\nu^2}{mc^2}(1 - \cos\theta)$　　($\nu \fallingdotseq \nu' \rightarrow \nu\nu' = \nu^2$より)

629

(1)

$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$

$\lambda = \frac{1}{R}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)}$　　(両辺の逆数をとる)

$\lambda = \frac{1}{R}\cdot\frac{2^2n^2}{(n^2-2^2)}$　　(右辺に $\frac{2^2n^2}{2^2n^2}$ をかける)

$\lambda = \frac{4n^2}{R(n^2-2^2)}$　　(式を整理)　…①

(2)

①式に、$R = 1.097 \times 10^7\ {}^1\!/_m$, $n = 3,4,5,6$ を代入する。

$\lambda_3 = \frac{4\cdot3^2}{(1.097\times10^7)\cdot(3^2-2^2)} = 6.563 \times 10^{-7}m$

$\lambda_4 = \frac{4\cdot4^2}{(1.097\times10^7)\cdot(4^2-2^2)} = 4.862 \times 10^{-7}m$

$\lambda_5 = \frac{4\cdot5^2}{(1.097\times10^7)\cdot(5^2-2^2)} = 4.341 \times 10^{-7}m$

$\lambda_6 = \frac{4\cdot6^2}{(1.097\times10^7)\cdot(6^2-2^2)} = 4.102 \times 10^{-7}m$

630

$E_n = -\frac{hcR}{n^2}$ より、

$h = 6.6 \times 10^{-34} J\cdot s$, $c = 3.0 \times 10^8\ {}^m\!/_s$, $R = 1.097 \times 10^7\ {}^1\!/_m$, $n = 1,2,3,4$ を代入して、

$E_1 = -\frac{(6.6\times10^{-34})\cdot(3.0\times10^8)\cdot(1.097\times10^7)}{1^2}$

$= -2.17 \times 10^{-18}J$

$= -13.6eV$　　$(1eV = 1.6 \times 10^{-19}J$より)

$E_2 = -\frac{(6.6\times10^{-34})\cdot(3.0\times10^8)\cdot(1.097\times10^7)}{2^2}$

$= -5.43 \times 10^{-19}J$

$= -3.39eV$　　$(1eV = 1.6 \times 10^{-19}J$より)

$E_3 = -\frac{(6.6\times10^{-34})\cdot(3.0\times10^8)\cdot(1.097\times10^7)}{3^2}$

$= -2.41 \times 10^{-19}J$

$= -1.51eV$　　$(1eV = 1.6 \times 10^{-19}J$より)

$E_4 = -\frac{(6.6\times10^{-34})\cdot(3.0\times10^8)\cdot(1.097\times10^7)}{4^2}$

$= -1.36 \times 10^{-19}J$

$= -0.848eV$　　$(1eV = 1.6 \times 10^{-19}J$より)

631

(1)

$h\nu = E_n - E_{n'}$ より、

$h = 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$, $E_n = E_3 = -2.41 \times 10^{-19} J$, $E_{n'} = E_2 = -5.43 \times 10^{-19} J$

を代入して、　　　　(E_2, E_3の値は問題630を参照のこと)

$(6.6 \times 10^{-34}) \cdot \nu = (-2.41 \times 10^{-19}) - (-5.43 \times 10^{-19})$

$\therefore \nu = 4.58 \times 10^{14} Hz$

(2)

$\Delta E_{21} = E_2 - E_1$

$= (-3.39) - (-13.6)$　　　　($E_2 = -3.39eV$, $E_3 = -13.6eV$)

$= 10.2eV$ より、

$n = 2$　の状態になる。

632

(1)

静電気力Fと向心力F'は釣り合っているので、

$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} = F'$　が成り立つ。

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$

$\therefore v^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}\frac{1}{m}$

よって、運動エネルギーKは、

$K = \frac{1}{2}mv^2$ より、　　(運動エネルギーの式)

$v^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}\frac{1}{m}$ を代入して、

$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}\frac{1}{m}$

$= \frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}$

(2)

$E = U + K$ より、

$U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}$, $K = \frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}$ を代入して、

$E = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r} + \frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}$

$= -\frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}$　　　　…①

(3)

$E = U + K$ より、

①式に、

$e = 1.6 \times 10^{-19} C$, $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.0 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2$, $r = 5.3 \times 10^{-11} m$ を代入して、

$E = -\frac{1}{2} \cdot (9.0 \times 10^9) \cdot \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{5.3 \times 10^{-11}}$

$= -2.17 \times 10^{-18} J$

$= -13.6eV$　　　($1eV = 1.6 \times 10^{-19} J$より)

633

(1)

静電気力Fと向心力F'は釣り合っているので、

$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} = F'$が成り立つ。

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$

$\therefore v = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}\frac{1}{m}}$

よって、この電子の運動量pは、

$p = mv$ より、

$p = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{me^2}{r}}$

仮定より、

『円軌道の円周と電子の運動量の積』は『プランク定数hのn(整数)倍』なので、

$\sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{me^2}{r}} \cdot 2\pi r = hn$

$\sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{me^2}{r} \cdot 4\pi^2 r^2} = hn$

$\sqrt{\frac{\pi me^2 r}{\epsilon_0}} = hn$

$\frac{\pi me^2 r}{\epsilon_0} = h^2 n^2$

$\therefore r = \frac{\epsilon_0 n^2 h^2}{\pi me^2}$ …①

(2)

①式に、

$n = 1$, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2$, $h = 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$, $m = 9.1 \times 10^{-31} kg$

$e = 1.6 \times 10^{-19} C$ を代入して、

$r = \frac{(8.85\times10^{-12})\cdot 1^2 \cdot (6.6\times10^{-34})^2}{\pi \cdot (9.1\times10^{-31}) \cdot (1.6\times10^{-19})^2}$

$= 5.27 \times 10^{-11} m$

634

水素原子,ヘリウム原子の最小軌道半径をr_H,r_{He}とおく。

静電気力Fと向心力F'は釣り合っているので、

$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r_H^2} = \frac{mv^2}{r_H} = F'$ (水素原子) …①

$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e \cdot 2e}{r_{He}^2} = \frac{mv^2}{r_{He}} = F'$ (ヘリウム原子) …②

が成り立つ。

量子条件より、

$mv = \frac{nh}{2\pi r}$ なので、

これを①,②式に代入して、

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r_H^2} = \frac{1}{mr_H}\left(\frac{nh}{2\pi r_H}\right)^2$

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2e^2}{r_{He}^2} = \frac{1}{mr_{He}}\left(\frac{nh}{2\pi r_{He}}\right)^2$

$\therefore r_H = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi me^2}$ $(n = 1)$

$\therefore r_{He} = \frac{\epsilon_0 h^2}{2\pi m e^2}$　　　　　$(n = 1)$

よって、軌道半径の比 $\frac{r_{He}}{r_H}$ は、

$\frac{r_{He}}{r_H} = \frac{\frac{\epsilon_0 h^2}{2\pi m e^2}}{\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2}} = \frac{1}{2}$ 倍

635

原子核を ${}^{A}_{Z}X$ と表現すると、

陽子の個数はZ、中性子の個数は$(A - Z)$で表せる。

これより、

${}^{235}_{92}U$　　… 陽子 92 個、中性子 143 個

${}^{226}_{88}Ra$　　… 陽子 88 個、中性子 138 個

${}^{23}_{11}Na$　　… 陽子 11 個、中性子 12 個

${}^{27}_{13}Al$　　… 陽子 13 個、中性子 14 個

636

①について、質量数が4減っているので、α崩壊している。

②について、α崩壊したら陽子が2個減少するので、

$92 - 2 = 90$ となる。

③について、質量数は変化していないが、原子核が変化しているのでβ崩壊している。

④について、β崩壊したら陽子が1個増加するので、

$90 + 1 = 91$ となる。

⑤について、β崩壊しても質量数は変わらないので、234。

よって、 ① α , ② 90 , ③ β , ④ 91 , ⑤ 234

637

(1)

半減期をT、経過時間をt、

崩壊前、時間t経過後の質量をそれぞれ、m_0, m_tとする。

$m_t = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ より、 (原子核の半減期の式)　　…①

$m_0 = 1.0g$, $T = 1600$ 年 , $t = 800$ 年

$m_0 = 1.0g$, $T = 1600$ 年 , $t = 3200$ 年

を各々に代入して、

$m_{800} = 1.0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{800}{1600}} = 0.71g$

$m_{3200} = 1.0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3200}{1600}} = 0.25g$

(2)

①式に、

$m_t = \frac{1}{8}g$, $m_0 = 1.0g$, $T = 1600$ 年 を代入して、

$\frac{1}{8} = 1.0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{1600}}$

$3\,log\frac{1}{2} = \frac{t}{1600}log\frac{1}{2}$　(両辺の対数をとり、真数を$\frac{1}{2}$に揃える)

$3 = \frac{t}{1600}$

$\therefore t = 4800$ 年

638

毎秒1個の割合で原子核が崩壊するときの放射能の強さを1 ベクレルと定義されているので、

$y = \frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ としたとき、　　　　　　…①

この関数の傾き$\frac{dy}{dt}$が放射能の強さ(ベクレル)B_qに比例している。

比例定数をkとすると、

$k\frac{dy}{dt} = B_q$ と表せる。

$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{T}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} ln\frac{1}{2}$ より、　　(①式をtで微分)

$k\frac{1}{T}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} ln\frac{1}{2} = B_q$　　　　…②

$T = 5.27$ 年 ，$t = 0$ 年 ，$B_q = 3.7 \times 10^{10} Bq$ を代入して、

$k \cdot \frac{1}{5.27}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0}{5.27}} ln\frac{1}{2} = 3.7 \times 10^{10}$

$\therefore k = -2.81 \times 10^{-11}$

②式に、

$T = 5.27$ 年 ，$t = 2.64$ 年 ，$k = -2.81 \times 10^{-11}$ を代入して、

$B_q = (-2.81 \times 10^{-11}) \cdot \frac{1}{5.27}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2.64}{5.27}} ln\frac{1}{2}$

$\quad = 2.6 \times 10^{10}\ Bq$

639

(1)

質量数の和と電荷の和は変わらないので、

質量数：18、電荷：9 が成り立つように①を決定すればよい。

すると、${}^{1}_{1}X$ となる。

原子番号 1 は水素(H)なので、

${}^{1}_{1}H$ が①に入る。

(2)

質量数：8、電荷：4 が成り立つように②を決定すればよい。

すると、${}^{4}_{2}X$ となる。

原子番号 2 はヘリウム(He)なので、

${}^{4}_{2}He$ が②に入る。

(3)

質量数：12、電荷：6 が成り立つように③を決定すればよい。

すると、${}^{1}_{0}X$ となる。

原子番号 0 は存在しないのでこれは中性子nである。

よって、${}^{1}_{0}n$ が③に入る。

(4)

質量数：28、電荷：13 が成り立つように④を決定すればよい。

すると、${}^{27}_{12}X$ となる。

原子番号 12 はマグネシウム(Mg)なので、

${}^{27}_{12}Mg$ が④に入る。

640

$E = mc^2$ より、　　　　(相対性理論より)

$m = 1.0 \times 10^{-3} kg$, $c = 3.0 \times 10^8 \, {}^{m}/_{s}$ を代入して、

$E = (1.0 \times 10^{-3}) \cdot (3.0 \times 10^8)^2$
$\quad = 9.0 \times 10^{13} J$

このエネルギーと等しい燃焼熱をもつ重油の質量を$M[g]$とする。

$E = M \cdot (1.0 \times 10^4)$ より、

$E = 9.0 \times 10^{13} J = \frac{(9.0 \times 10^{13})}{4.2} cal$

を代入して、

$\frac{(9.0 \times 10^{13})}{4.2} = M \cdot (1.0 \times 10^4)$

$\therefore M = 2.14 \times 10^9 g = 2.14 \times 10^3 t$

641

(1)

$\varDelta E = \varDelta m \cdot c^2$ より、 (結合エネルギーの式)

$\varDelta m = 82 \times 10^{-4} u = (82 \times 10^{-4}) \cdot (1.660 \times 10^{-27}) kg$, $c = 3.0 \times 10^8 \, {}^{m}/_{s}$

$\varDelta m = 91 \times 10^{-4} u = (91 \times 10^{-4}) \cdot (1.660 \times 10^{-27}) kg$, $c = 3.0 \times 10^8 \, {}^{m}/_{s}$

を各々に代入して、

$\varDelta E_1 = (82 \times 10^{-4}) \cdot (1.660 \times 10^{-27}) \cdot (3.0 \times 10^8)^2$
$\quad = 1.23 \times 10^{-12} J$
$\quad = 7.66 \times 10^6 eV$ 　　　　($1eV = 1.6 \times 10^{-19} J$より)

$\varDelta E_2 = (91 \times 10^{-4}) \cdot (1.660 \times 10^{-27}) \cdot (3.0 \times 10^8)^2$
$\quad = 1.36 \times 10^{-12} J$
$\quad = 8.50 \times 10^6 eV$ 　　　　($1eV = 1.6 \times 10^{-19} J$より)

(2)

${}^{235}_{92}U$ が核分裂すると、質量数が120程度の原子核に分裂するので、

放出されるエネルギーEは、1核子あたりの結合エネルギーの差と核子数235の積に等しくなる。

$E = (\varDelta E_2 - \varDelta E_1) \cdot 235$
$\quad = (8.50 \times 10^6 - 7.66 \times 10^6) \cdot 235$
$\quad = 1.97 \times 10^8 eV$

642

(1)

${}^{2}_{1}H$, ${}^{3}_{1}H$, ${}^{4}_{2}He$ の原子核1個当たりの結合エネルギー$\varDelta E_1, \varDelta E_2, \varDelta E_3$を求める。

$\varDelta E = \varDelta m \cdot c^2$ より、 (結合エネルギーの式)

$\varDelta m = 2 \cdot 12 \times 10^{-4} u = (24 \times 10^{-4}) \cdot (1.660 \times 10^{-27}) kg$, $c = 3.0 \times 10^8 \, {}^{m}/_{s}$

$\varDelta m = 3 \cdot 30 \times 10^{-4} u = (90 \times 10^{-4}) \cdot (1.660 \times 10^{-27}) kg$, $c = 3.0 \times 10^8 \, {}^{m}/_{s}$

$\varDelta m = 4 \cdot 75 \times 10^{-4} u = (300 \times 10^{-4}) \cdot (1.660 \times 10^{-27}) kg$, $c = 3.0 \times 10^8 \, {}^{m}/_{s}$

を各々に代入して、
$\Delta E_1 = (24\times10^{-4})\cdot(1.660\times10^{-27})\cdot(3.0\times10^{8})^2$
$\quad = 3.59\times10^{-13}J$
$\quad = 2.24\times10^{6}eV$
$\Delta E_2 = (90\times10^{-4})\cdot(1.660\times10^{-27})\cdot(3.0\times10^{8})^2$
$\quad = 1.34\times10^{-12}J$
$\quad = 8.40\times10^{6}eV$
$\Delta E_3 = (300\times10^{-4})\cdot(1.660\times10^{-27})\cdot(3.0\times10^{8})^2$
$\quad = 4.48\times10^{-12}J$
$\quad = 2.80\times10^{7}eV$

放出されるエネルギーEは、結合エネルギーの差に等しいので、
$E = (\Delta E_3 - 2\Delta E_1)$
$\quad = 2.80\times10^{7} - 2\cdot(2.24\times10^{6})$
$\quad = 2.35\times10^{7}eV$

(2)

(1)と同様に、放出されるエネルギーEは、結合エネルギーの差に等しいので、
$E = (\Delta E_2 - 2\Delta E_1)$
$\quad = 8.40\times10^{6} - 2\cdot(2.24\times10^{6})$
$\quad = 3.92\times10^{6}eV$
※${}^1_1H$は質量欠損がない。

643

(1)

α崩壊がm回起こると、質量数は$4m$減少し、原子番号は$2m$減少する。
β崩壊がn回起こると、原子番号はn増加する。
よって、
$A = 238 - 4m$
$Z = 92 - 2m + n$

(2)

(1)と同様に、
$A = 232 - 4m$
$Z = 90 - 2m + n$
これに、$A = 208$ ，$Z = 82$ を代入して、
$208 = 232 - 4m$
$82 = 90 - 2m + n$
$\therefore m = 6$ ，$n = 4$
よって、α崩壊が6回、β崩壊が4回起こった。

644

(1)

原子の質量mは原子核の質量m_1と電子の質量m_2の和に等しいので、
$m = m_1 + m_2$
$m = 4.0026\,u$ ，$m_2 = 2\cdot0.00055\,u$ を代入して、
$4.0026 = m_1 + 2\cdot0.00055$
$\therefore m_1 = 4.0015\,u$

${}^4_2He$ の原子核に陽子2個、中性子2個存在しているので、
これら核子が単独に存在するときの質量の和m_0は、

$m_0 = 2 \cdot 1.0073 + 2 \cdot 1.0087$
$= 4.0320\ u$

よって、質量欠損Δmは、
$\Delta m = m_0 - m_1$
$= 4.0320 - 4.0015$
$= 0.0305\ u$
$= 5.06 \times 10^{-29} kg$

(2)

$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$ より、 (結合エネルギーの式)
$\Delta m = 5.06 \times 10^{-29} kg$, $c = 3.0 \times 10^8\ {}^{m}/_{s}$
を代入して、
$\Delta E_1 = (5.06 \times 10^{-29}) \cdot (3.0 \times 10^8)^2$
$= 4.56 \times 10^{-12} J$
$= 2.85 \times 10^7 eV$ $(1eV = 1.6 \times 10^{-19} J$より)

645

(1)

減少した質量Δmは、
$\Delta m = 4 \cdot 1.0078 - 4.0026 = 2.86 \times 10^{-2}\ u$
よって減少した質量の割合$\frac{\Delta m}{m}$は、
$\frac{\Delta m}{m} = \frac{2.86 \times 10^{-2}}{4 \cdot 1.0087} = 7.1 \times 10^{-3} = 0.71\%$

(2)

$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$ より、 (結合エネルギーの式)
$\Delta m = 1.0 \cdot (7.1 \times 10^{-3}) kg$, $c = 3.0 \times 10^8\ {}^{m}/_{s}$
を代入して、
$\Delta E = 1.0 \cdot (7.1 \times 10^{-3}) \cdot (3.0 \times 10^8)^2$
$= 6.39 \times 10^{14} J$

(3)

毎秒消費される水素の質量を$M[kg]$とすると、
放出されるエネルギーは水素$1kg$あたりの結合エネルギーΔEと水素の質量$M[kg]$に等しくなる。
よって、
$4.0 \times 10^{26} = 6.39 \times 10^{14} \cdot M$
$\therefore M = 6.26 \times 10^{11} kg$

646

$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ より、 (原子核の半減期の式)
$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$, $T = 5.7 \times 10^3$年 を代入して、
$\frac{1}{2\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5.7 \times 10^3}}$
$\frac{3}{2} log \frac{1}{2} = \frac{t}{5.7 \times 10^3} log \frac{1}{2}$ (両辺の対数をとり、真数を$\frac{1}{2}$に揃える)
$\frac{3}{2} = \frac{t}{5.7 \times 10^3}$
$\therefore t = 8.55 \times 10^3$ 年

647

(1)

α粒子の質量数は4、${}^{222}_{86}Rn$の質量数は222なので、

それぞれの質量は、$4m$, $222m$ である。

(2)

運動量保存則より、

$4m \cdot v = 222m \cdot V$

$\therefore \frac{v}{V} = 55.5$ 倍

648

(1)

反応の前後で質量数の和と電荷の和は変化しない。

反応前の質量数A、電荷の和Eはそれぞれ 236, 92 である。

①,②に入る値をm,nとすると、

反応後の質量数、電荷の和はそれぞれ $234 + m$, $97 - n$ と表せるので、

$236 = 234 + m$, $92 = 97 - n$

$\therefore m = 2$, $\therefore n = 5$

よって、中性子が2個、電子が5個放出される。

(2)

反応前,反応後の総質量m_1,m_2はそれぞれ、

$m_1 = 235.04 + 1.01$
$= 236.05\,u$

$m_2 = 136.91 + 96.91 + 2 \cdot 1.01$
$= 235.84\,u$

よって、質量欠損Δmは、

$\Delta m = m_1 - m_2$
$= 236.05 - 235.84$
$= 0.21\,u$
$= 3.49 \times 10^{-28} kg$

(3)

$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$ より、 (結合エネルギーの式)

$\Delta m = 3.49 \times 10^{-28} kg$, $c = 3.0 \times 10^8\ {}^{m}/_{s}$

$\Delta E = (3.49 \times 10^{-28}) \cdot (3.0 \times 10^8)^2$
$= 3.14 \times 10^{-11}\,J$
$= 1.96 \times 10^8\,eV$ ($1eV = 1.6 \times 10^{-19} J$より)

(4)

${}^{235}_{92}U$ が1個の質量mは

$m = 235.04\,u = 3.9 \times 10^{-25}\,kg$ である。

よって、質量$1.0 kg$の${}^{235}_{92}U$の個数Nは、

$N = \frac{1.0}{3.9 \times 10^{-25}} = 2.56 \times 10^{24}$ 個 となる。

よって、放出されるエネルギーΔE_0は、

$\Delta E_0 = \Delta E \cdot N$
$= (3.14 \times 10^{-11}) \cdot (2.56 \times 10^{24})$

$= 8.04 \times 10^{13} J$
$= 1.91 \times 10^{13} cal$ 　　　　　　　　($1cal = 4.2J$より)

649

(1)

$E = m \cdot c^2$ より、　　(相対性理論)
$m = 9.1 \times 10^{-31} kg$, $c = 3.0 \times 10^8 \, {}^{m}/{}_{s}$ を代入して、
$E = (9.1 \times 10^{-31}) \cdot (3.0 \times 10^8)^2$
$= 8.19 \times 10^{-14} J$
$= 5.12 \times 10^5 eV$ 　($1eV = 1.6 \times 10^{-19} J$より)

(2)

まず、衝突後の光子の速度vを求める。
$K = \frac{1}{2} m v^2$ より、　　(運動エネルギーの式)
$K = 8.19 \times 10^{-14} J$, $m = 2 \cdot 9.1 \times 10^{-31} kg$ を代入して、
$8.19 \times 10^{-14} = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot 9.1 \times 10^{-31}) \cdot v^2$
$\therefore v = 3.00 \times 10^8 \, {}^{m}/{}_{s}$

よって、運動量pは、
$p = mv$ より、　　(運動量の式)
$m = 9.1 \times 10^{-31} kg$, $v = 3.00 \times 10^8 \, {}^{m}/{}_{s}$ を代入して、
$p = (9.1 \times 10^{-31}) \cdot (3.00 \times 10^8)$
$= 2.73 \times 10^{-22} \, kg \cdot {}^{m}/{}_{s}$

電子と陽電子はゆっくり近づいて衝突しているので、運動量の総和は0とみなせる。
よって、運動量保存則より、
2 個の光子は互いに反対方向へ進む。

650

(1)

運動エネルギーが2倍になる前,後の半径をそれぞれr_1, r_2とする。

向心力F_1とローレンツ力F_2が釣り合っているので、
$F_1 = \frac{mv^2}{r} = qvB = F_2$ が成り立つ。
$\frac{mv^2}{r} = qvB$
$\therefore r = \frac{mv}{qB}$ 　　　　…①
①式に$v = v_1$, $v = v_2$ を各々に代入して、
$\therefore r_1 = \frac{mv_1}{qB}$, $\therefore r_2 = \frac{mv_2}{qB}$
よって、半径の比$\frac{r_2}{r_1}$は、
$\frac{r_2}{r_1} = \frac{\frac{mv_2}{qB}}{\frac{mv_1}{qB}} = \frac{v_2}{v_1}$ 　　　　…②

$K = \frac{1}{2} m v^2$ より、　　(運動エネルギーの式)
運動エネルギーが2倍になると、速さvは$\sqrt{2}$になるので、
$v_2 = \sqrt{2} v_1$

これを②式に代入して、

$\frac{r_2}{r_1} = \frac{\sqrt{2}v_1}{v_1} = \sqrt{2}$

よって、半径は$\sqrt{2}$倍になる。

(2)

$T = \frac{2\pi r}{v}$ より、　(等速円運動の周期の式)

$r = r_1 = \frac{mv_1}{qB}$, $v = v_1$

$r = r_2 = \frac{mv_2}{qB}$, $v = v_2$

を各々に代入して、

$T_1 = \frac{2\pi}{v_1}\frac{mv_1}{qB} = \frac{2\pi m}{qB}$

$T_2 = \frac{2\pi}{v_2}\frac{mv_2}{qB} = \frac{2\pi m}{qB}$

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{2\pi m}{qB}}{\frac{2\pi m}{qB}} = 1$

よって、周期は1倍になる(変化しない)。

651

(1)

静電気力Fと向心力F'は釣り合っているので、

ナトリウム光の振動数をνとすると、

$\nu = \frac{c}{\lambda}$ より、

$c = 3.0 \times 10^8\, {}^{m}/_{s}$, $\lambda = 589 \times 10^{-9} m$ を代入して、

$\nu = \frac{3.0\times10^8}{589\times10^{-9}}$

$= 5.09 \times 10^{14} Hz$

(2)

$E = h\nu$ より、

$h = 6.6 \times 10^{-34}\, J \cdot s$, $\nu = 5.09 \times 10^{14} Hz$

$E = (6.6 \times 10^{-34}) \cdot (5.09 \times 10^{14})$

$= 3.36 \times 10^{-19} J$

$= 2.10 eV$　　$(1eV = 1.6 \times 10^{-19} J)$

(3)

1秒間に飛び出す光電子の個数Nとする。

$1[A]$は導体の断面を1秒間に$1[C]$の電流により流れる電荷であるので、

$I = eN$ となる。

$I = 1.0 \times 10^{-5} A$, $e = 1.6 \times 10^{-19} C$ を代入して、

$1.0 \times 10^{-5} = 1.6 \times 10^{-19} \cdot N$

$\therefore N = 6.25 \times 10^{13}$個

652

(1)

$\lambda = \frac{h}{mv}$ より、　(物質波の式)

$\lambda = 5.00 \times 10^{-11} m$, $h = 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$, $m = 9.1 \times 10^{-31} kg$

を代入して、

$5.00 \times 10^{-11} = \frac{6.6\times10^{-34}}{(9.1\times10^{-31})\cdot v}$

$\therefore v = 1.45 \times 10^{7}\, {}^{m}/_{s}$

よって、この電子線が持つエネルギーKは、

$K = \frac{1}{2}mv^2$ より、　(運動エネルギーの式)

$m = 9.1 \times 10^{-31}kg$, $v = 1.45 \times 10^{7}\, {}^{m}/_{s}$ を代入して、

$K = \frac{1}{2} \cdot (9.1 \times 10^{-31}) \cdot (2.42 \times 10^{7})^2$

$= 9.57 \times 10^{-17}J$

$= 6.0 \times 10^{2}eV$　($1eV = 1.6 \times 10^{-19}J$より)

(2)

もともと$100eV$のエネルギーを持っているので、

$600 - 100 = 500eV$ のエネルギーを増加させたら良い。

電子が$1V$で加速されるときに得る運動エネルギーを$1eV$と定義されているので、

$500V$の加速電圧を与えたら良い。

653

(1)

毎秒N個の電子が陽極に到達しているとする。

$1[A]$は導体の断面を1秒間に$1[C]$の電流により流れる電荷であるので、

$I = eN$ となる。

$I = 6.4 \times 10^{-3}A$, $e = 1.6 \times 10^{-19}C$ を代入して、

$6.4 \times 10^{-3} = (1.6 \times 10^{-19}) \cdot N$

$\therefore N = 4.0 \times 10^{16}$個

(2)

電子が$1V$で加速されるときに得る運動エネルギーを$1eV$と定義されているので、

陽極に達した電子の運動エネルギーKは、

$K = 40 \times 10^{3}eV$

$= 6.4 \times 10^{-15}J$

(3)

電子が$1V$で加速されるときに得る運動エネルギーを$1eV$と定義されているので、

最短波長をλ_0とすると、光子のエネルギー $h\frac{c}{\lambda_0}$ は、運動エネルギーKに等しいので、

$K = h\frac{c}{\lambda_0}$

$K = 6.4 \times 10^{-15}J$, $h = 6.6 \times 10^{-34}\, J \cdot s$, $c = 3.0 \times 10^{8}\, {}^{m}/_{s}$ を代入して、

$6.4 \times 10^{-15} = (6.6 \times 10^{-34}) \cdot \frac{3.0\times10^{8}}{\lambda_0}$

$\lambda_0 = 3.09 \times 10^{-11}m$

654

(1)

$\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$が最大のとき、$\lambda$が最小になる。

$\frac{1}{m^2}$の値を最大、$\frac{1}{n^2}$の値を最小にするには、

$m = 1$, $n = \infty$とすれば良い。

(2)

$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ より、

$R = 1.097 \times 10^7\ {}^{1}/_{m}$ ， $m = 1$ ， $n = \infty$ を代入して、

$\frac{1}{\lambda} = (1.097 \times 10^7) \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2}\right)$

$\frac{1}{\lambda} = (1.097 \times 10^7) \cdot (1 - 0)$

$\therefore \lambda = 9.12 \times 10^{-8} m$

(3)

$E = h\frac{c}{\lambda}$ より、

$h = 6.6 \times 10^{-34}\ J \cdot s$ ， $c = 3.0 \times 10^8\ {}^{m}/_{s}$ ， $\lambda = 9.12 \times 10^{-8} m$

$E = (6.6 \times 10^{-34}) \cdot \frac{3.0\times10^8}{9.12\times10^{-8}}$

$= 2.17 \times 10^{-18} J$

$= 13.6 eV$ 　　　　$(1eV = 1.6 \times 10^{-19} J$より)

655

(1)

円運動の向心力をF'とすると、

$F' = \frac{mv^2}{r}$ と表せる。

クーロン力Fと向心力F'は釣り合っているので、

$F = k\frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} = F'$

$\therefore mv^2 = k\frac{e^2}{r}$ 　　　…①

運動エネルギーKは、

$K = \frac{1}{2}mv^2$ より、　　(運動エネルギーの式)

$mv^2 = k\frac{e^2}{r}$ を代入して、

$K = \frac{1}{2} \cdot k\frac{e^2}{r}$

$= k\frac{e^2}{2r}$

(2)

運動量をpとすると、

$p = mv$ ， $p = \frac{h}{\lambda}$ より、

$mv = \frac{h}{\lambda}$

$\therefore \lambda = \frac{h}{mv}$ 　　　…②

(3)

①式より、 $v = \sqrt{\frac{ke^2}{rm}}$ …③

②,③式より、

$\lambda = \frac{h}{m}\frac{1}{\sqrt{\frac{ke^2}{rm}}}$

$\therefore \lambda = \sqrt{\frac{rh^2}{kme^2}}$

また、軌道円周は$2\pi r$。

量子条件より、

$2\pi r = n\lambda = n\sqrt{\frac{rh^2}{kme^2}}$　　　　　$(n = 1,2,3,\dots)$

$4\pi^2 r^2 = n^2 \cdot \frac{rh^2}{kme^2}$　(両辺を 2 乗)

$\therefore r = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 kme^2}$

656

$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2e\cdot 79e}{r^2}$ より、　(電気に関するクーロンの法則)

無限遠から金の原子核の中心から$x[m]$まで近づくのに必要なエネルギーWは、

$dW = Fdr$ より、

$W = \int_x^\infty \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2e\cdot 79e}{r^2}dr$　(α粒子,金の原子核の電荷は$2e$,$79e$)

$= \frac{158e^2}{4\pi\epsilon_0}\int_\infty^x \frac{1}{r^2}dr$

$= \frac{158e^2}{4\pi\epsilon_0}\left[-r^{-1}\right]_\infty^x$

$= \frac{158e^2}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{\infty} - \left(-\frac{1}{\mathrm{x}}\right)\right)$

$= \frac{158e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{x}$

いま、α粒子の運動エネルギーが$8.45\times 10^{-13}J$なので、

$W = 8.45\times 10^{-13}J$, $e = 1.6\times 10^{-19}C$, $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.0\times 10^9\ N\cdot m^2/C^2$を代入して、

$8.45\times 10^{-13}J = 158\cdot(1.6\times 10^{-19})\cdot(9.0\times 10^9)\cdot\frac{1}{x}$

$\therefore x = 4.31\times 10^{-14}m$

657

(1)

質量欠損$\varDelta m$は、

$\varDelta m = 2\cdot 2.0136 - (3.0150 + 1.0087)$

$= 0.0035\ u$

放出されるエネルギー$\varDelta E$は、

$\varDelta E = \varDelta m\cdot c^2$ より、

$\varDelta m = 0.0035\ u = 0.0035\cdot 1.660\times 10^{-27}kg$, $c = 3.0\times 10^8\ {}^{m}/_{s}$ を代入して、

$\varDelta E = (0.0035\cdot 1.660\times 10^{-27})\cdot(3.0\times 10^8)^2$

$= 5.23\times 10^{-13}J$

$= 3.27\times 10^6 eV$

(2)

$\varDelta E + K = 3.27\times 10^6 + 2\cdot 1\times 10^6 = 5.27\times 10^6 eV$

(3)

${}^3_2He$,${}^1_0n$の速さv_1,v_2、質量をm_1,m_2と置く。

$v_1 m_1 = v_2 m_2$ より、 (運動量保存則)

$m_1 = 3.0150\ u$, $m_2 = 1.0087\ u$ を代入して、

$v_1\cdot 3.0150 = v_2\cdot 1.0087$

$\therefore \frac{v_2}{v_1} = 3.0$

(4)

${}^{3}_{2}He$,${}^{1}_{0}n$の運動エネルギーをK_1,K_2とすると、

$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2 v_2^2}{m_1 v_1^2}$

$m_1 = 3.0150\,u$, $m_2 = 1.0087\,u$, $v_2 = 3.0 v_1$ を代入して、

$\frac{K_2}{K_1} = \frac{1.0087 \cdot (3.0 v_1)^2}{3.0150 \cdot v_1^2} = 3.0$

$K_1 + K_2 = \varDelta E + K$ より、

$K_2 = 3.0 K_1$, $\varDelta E + K = 5.27 \times 10^6 eV$ を代入して、

$4.0 K_1 = 5.27 \times 10^6$

$\therefore K_1 = 1.32 \times 10^6 eV$

$\therefore K_2 = 3.95 \times 10^6 eV$

658

(1)

質量欠損$\varDelta m$は、

$\varDelta m = (11.0066 + 1.0073) - (3 \cdot 4.0015)$

$= 0.0094\,u$

$= 1.56 \times 10^{-29} kg$ $(1u = 1.660 \times 10^{-27} kg$より)

(2)

陽子の運動エネルギーKは、

$K = \frac{1}{2} m v^2$

質量の減少によるエネルギー$\varDelta E$は、

$\varDelta E = \varDelta m \cdot c^2$

$K + \varDelta E = \frac{1}{2} m v^2 + \varDelta m \cdot c^2$ の値は、

$m = 1.0073\,u = 1.0073 \times 1.660 \times 10^{-31} kg$, $v = 4.0 \times 10^7\, {}^{m}/_{s}$

$\varDelta m = 1.56 \times 10^{-29} kg$, $c = 3.0 \times 10^8\, {}^{m}/_{s}$ を代入して、

$K + \varDelta E = \frac{1}{2} \cdot (1.0073 \times 1.660 \times 10^{-31}) \cdot (4.0 \times 10^7)^2 + (1.56 \times 10^{-29}) \cdot (3.0 \times 10^8)^2$

$= 2.74 \times 10^{-12} J$

(3)

$\frac{K + \varDelta E}{3} = \frac{1}{2} m v^2$ より、

$K + \varDelta E = 2.74 \times 10^{-12} J$, $m = 4.0015\,u = 4.0015 \cdot 1.660 \times 10^{-27} kg$ を代入して、

$\frac{2.74 \times 10^{-12}}{3} = \frac{1}{2} \cdot (4.0015 \cdot 1.660 \times 10^{-27}) \cdot v^2$

$\therefore v = 1.66 \times 10^7\, {}^{m}/_{s}$

659

毎秒$m[kg]$の${}^{231}_{92}U$が必要とする。

${}^{231}_{92}U$の質量が$235.0u = 235.0 \cdot 1.660 \times 10^{-27}\ kg$ なので、

$m[kg]$には$\frac{m}{235.0 \cdot 1.660 \times 10^{-27}}$個の${}^{231}_{92}U$が含まれている。

原子核1個の分裂によって生じるエネルギー$\varDelta E$は、

$\varDelta E = 200 \times 10^6 eV = 200 \times 10^6 \cdot 1.6 \times 10^{-19}\mathrm{J}$ なので、

毎秒の発電量Wは、
$W = (200 \times 10^6 \cdot 1.6 \times 10^{-19}) \cdot \frac{m}{235.0 \cdot 1.660 \times 10^{-27}} = 32 \times 10^7 J$
$\therefore m = 3.9 \times 10^{-6} kg$
$\quad = 3.9 \times 10^{-3} g$

T44

(1)

$P = VI$ より、
$V = 10V$, $I = 0.50A$
$V = 30 \times 10^3 V$, $I = 0.040A$
を各々に代入して、
$P_a = 10 \cdot 0.5 = 5W$ …(a)
$P_b = 30 \times 10^3 \cdot 0.040 = 1200W$ …(b)

$eV_0 = h\frac{c}{\lambda_0}$ より、
$\therefore \lambda_0 = \frac{hc}{eV_0}$ …(ア)
$h = 6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$, $c = 3.0 \times 10^8 {m}/{s}$, $e = 1.6 \times 10^{-19} C$, $V_0 = 30 \times 10^3 V$
を代入して、
$\lambda_0 = \frac{(6.6 \times 10^{-34}) \cdot (3.0 \times 10^8)}{(1.6 \times 10^{-19}) \cdot (30 \times 10^3)}$
$\quad = 0.413$ Å …(c)

ナトリウムの頂点と中心の原子の距離rは、
$r = \frac{\sqrt{3}}{2} a$ (立方体において中心を通る対角線上の頂点同士の距離は、1 辺の$\sqrt{3}$倍なので)
$a = 4.3$Å を代入して、
$r = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4.3 = 3.72$Å …(d)

立方体 1 個の中にナトリウム原子は 2 個$(1 + \frac{1}{8} \cdot 8 = 2)$入っているので、
$1 \mathrm{cm}^3$当たりのナトリウム原子の個数Nは、
$N = \frac{2}{(4.3 \times 10^{-8})^3} = 2.52 \times 10^{22}$個 (4.3Å $= 4.3 \times 10^{-8} cm$) …(e)

f_1, f_2の間隔をdとすると、
図(4)より、光路は、f_2で反射した方が、$2d \sin\theta$長くなる。
$d = \frac{1}{2} a$ より、
$2d \sin\theta = a \sin\theta$ …(イ)

よって、反射した X 線が強め合うのは、
光路差がλの整数倍のときなので、
$a \sin\theta = n\lambda$ $(n = 1, 2, \ldots)$ …(ウ)
$\therefore \sin\theta = \frac{n\lambda}{a}$
$\lambda = 1.5$Å , $a = 4.3$Å , $n = 1, 2$ を代入して、
$\sin\theta = 0.35, 0.70$ …(f)

(2)

(Ⅰ)

電子は、電場$\boldsymbol{E}$によって加速される。

電場$\boldsymbol{E}$によって、生じる静電気力$\boldsymbol{F}$は、

$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$ で表される。

電子の電荷は$-e < 0$なので、

静電気力$\boldsymbol{F}$と電場$\boldsymbol{E}$の方向は正反対になる。

いま、電子を$A \to C$へ飛ばしたいので、電場$\boldsymbol{E}$の向きは$C \to A$とする必要がある。

よって、電極Aを負極にすれば良い。

(Ⅱ)

散乱されたＸ線の位相差が0だったら、互いに強め合うので、

Ｘ線の光路差はλの整数倍だったら良い。

(Ⅲ)

f_1, f_2と同様のことが、『f_2, f_3』『f_3, f_4』…『f_n, f_{n+1}』の格子面でもいえるので、

他の格子面で反射したＸ線はすべて強め合う。

(3)

(2)の(Ⅰ)でも示したように、

もし、電場$\boldsymbol{E}$の向きが$A \to C$であれば、

電子に生じる静電気力$\boldsymbol{F}$の向きは、$C \to A$となるので、

電子が飛ばなくなり、電流は流れなくなる。

T45

(1)

$K = \frac{1}{2}mv^2 = h(\nu - \nu_0) = eV$ より、(運動エネルギーの式)

$\nu = \frac{c}{\lambda}$, $\nu_0 = \frac{\phi}{h}$ を代入して、

$h\left(\frac{c}{\lambda} - \frac{\phi}{h}\right) = eV$

$\frac{hc - \phi\lambda}{\lambda} = eV$

$\therefore V = \frac{hc - \phi\lambda}{e\lambda}$

よって、最低電圧V_{min}は $\frac{hc - \phi\lambda}{e\lambda}$

(2)

『もとの運動エネルギーと電圧Vによって生じる運動エネルギーの和』と『陽極に到達する運動エネルギー』は等しいので、

$\frac{1}{2}mu_0^2 + eV = \frac{1}{2}mu^2$ が成り立つ。

$u_0^2 + \frac{2eV}{m} = u^2$

$\therefore u = \sqrt{u_0^2 + \frac{2eV}{m}}$ …①

(3)

①式に$u_0 = 0$ を代入して、

$u = \sqrt{0^2 + \frac{2eV}{m}}$

$= \sqrt{\frac{2eV}{m}}$

$\lambda = \frac{h}{mv}$ より、　　　(物質波の式)

$= \frac{h}{m} \cdot \sqrt{\frac{m}{2eV}}$

$= \frac{h}{\sqrt{2emV}}$

T46

(1)

$\Delta m = 2m_d - \left(m_p + m_t\right)$ より、

$m_p = 1.00783\,u$, $m_d = 2.01410\,u$, $m_t = 3.01605\,u$ を代入して、

$\Delta m = 2 \cdot 2.01410 - (1.00783 + 3.01605)$

$= 0.00432\,u$

$= 7.17 \times 10^{-30} kg$　　　　$(1u = 1.660 \times 10^{-27} kg)$

$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$ より、

$\Delta m = 7.17 \times 10^{-30} kg$, $c = 3.0 \times 10^8\, {}^{m}/_{s}$ を代入して、

$\Delta E = 7.17 \times 10^{-30} \cdot (3.0 \times 10^8)^2$

$= 6.45 \times 10^{-13} J$

$= 4.03 \times 10^6 eV$

(2)

『重陽子の運動エネルギーと質量変化によるエネルギーの和』は『陽子と三重陽子のエネルギーの和』に等しいので、

$K_d + \Delta E = K_p + K_t$ が成り立つ。

$K_d = 1.50 \times 10^6 eV$, $\Delta E = 4.03 \times 10^6 eV$, $K_p = 3.41 \times 10^6 eV$ を代入して、

$1.50 \times 10^6 + 4.03 \times 10^6 = 3.41 \times 10^6 + K_t$

$\therefore K_t = 2.12 \times 10^6 eV$

(3)

重陽子の入射方向を水平方向とする。

まず、v_p, v_tを求める。

$K = \frac{1}{2} m v^2$より、

$K_p = 3.41 \times 10^6 eV = 5.46 \times 10^{-13} J$, $m_p = 1.00783\,u = 1.673 \times 10^{-27} kg$

$K_t = 2.12 \times 10^6 eV = 3.39 \times 10^{-13} J$, $m_t = 3.01605\,u = 5.007 \times 10^{-27} kg$

を各々に代入して、

$\therefore v_p = 2.55 \times 10^7\, {}^{m}/_{s}$

$\therefore v_t = 1.16 \times 10^7\, {}^{m}/_{s}$

運動量保存則より、

$0 = m_p v_p - m_t v_t \sin\theta$ (鉛直成分)

$\therefore \sin\theta = \frac{m_p v_p}{m_t v_t}$

$m_p = 1.673 \times 10^{-27} kg$, $m_t = 5.007 \times 10^{-27} kg$

$v_p = 2.55 \times 10^7\, {}^{m}/_{s}$, $v_t = 1.16 \times 10^7\, {}^{m}/_{s}$ を代入して、

$\sin\theta = \frac{(1.673 \times 10^{-27}) \cdot (2.55 \times 10^7)}{(5.007 \times 10^{-27}) \cdot (1.16 \times 10^7)} = 0.735$

(4)

$$\frac{v_p}{c} = \frac{2.55\times10^7}{3.0\times10^8} = \frac{1}{11.7}$$

(整数に書き換えるなら、約 12 分の 1)