

655

(1)

円運動の向心力を F' とすると、

$$F' = \frac{mv^2}{r} \text{ と表せる。}$$

クーロン力 F と向心力 F' は釣り合っているので、

$$F = k \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} = F'$$

$$\therefore mv^2 = k \frac{e^2}{r} \quad \cdots \textcircled{1}$$

運動エネルギー K は、

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \text{ より、 (運動エネルギーの式)}$$

$$mv^2 = k \frac{e^2}{r} \text{ を代入して、}$$

$$K = \frac{1}{2} \cdot k \frac{e^2}{r}$$

$$= k \frac{e^2}{2r}$$

(2)

運動量を p とすると、

$$p = mv, \quad p = \frac{h}{\lambda} \text{ より、}$$

$$mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$\therefore \lambda = \frac{h}{mv} \quad \cdots \textcircled{2}$$

(3)

$$\textcircled{1} \text{式より、 } v = \sqrt{\frac{ke^2}{rm}} \quad \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 式より、

$$\lambda = \frac{h}{m} \frac{1}{\sqrt{\frac{ke^2}{rm}}}$$

$$\therefore \lambda = \sqrt{\frac{rh^2}{kme^2}}$$

また、軌道円周は $2\pi r$ 。

量子条件より、

$$2\pi r = n\lambda = n \sqrt{\frac{rh^2}{kme^2}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$4\pi^2 r^2 = n^2 \cdot \frac{rh^2}{kme^2} \quad (\text{両辺を 2 乗})$$

$$\therefore r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 kme^2}$$