$\phi = \frac{1}{2}\theta$ とする。

点Aの電荷Qについて、
この電荷にかかるクーロン力Fは、
垂直方向は点B,Dの電荷qのクーロン力で相殺し合い、0となる。
よって水平方向のみ考える。
この力は釣り合っているので、

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{(2a\cos\phi)^2} + 2\times\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{a^2}\cos\phi = 0$$
$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0\cdot a^2}\left(\frac{Q}{4\cos^2\phi} + 2q\cos\phi\right) = 0$$
$$\frac{Q}{4\cos^2\phi} + 2q\cos\phi = 0$$
$$\therefore \cos^3\phi = -\frac{Q}{8q} \qquad \cdots ①$$

これは、点Cの電荷Qについても同様のことが言える。

点Bの電荷qについて、
この電荷にかかるクーロン力Fは、
水平方向は点A,Cの電荷Qのクーロン力で相殺し合い、0となる。
よって垂直方向のみ考える。
この力は釣り合っているので、

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{(2a\sin\phi)^2} + 2\times\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{a^2}\sin\phi = 0$$
$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0\cdot a^2}\left(\frac{q}{4\sin^2\phi} + 2Q\sin\phi\right) = 0$$
$$\frac{q}{4\sin^2\phi} + 2Q\sin\phi = 0$$
$$\therefore \sin^3\phi = -\frac{q}{8Q} \qquad \cdots ②$$

これは、点Dの電荷qについても同様のことが言える。

①,②式より、

$$\frac{\sin^3\phi}{\cos^3\phi} = \frac{-\frac{q}{8Q}}{-\frac{Q}{8q}}$$
$$\tan^3\phi = \frac{q^2}{Q^2}$$
$$\tan\phi = \sqrt[3]{\frac{q^2}{Q^2}}$$

$\phi = \frac{1}{2}\theta$ と置いていたので

$$\tan\frac{1}{2}\theta = \sqrt[3]{\frac{q^2}{Q^2}}$$