

(1)

初速度 \vec{v}_0 は、

$$\vec{v}_0 = (v \cos \theta, v \sin \theta)$$

 $v_y = 0$ となるときが最高点なので、

$$v_y^2 - v_{0y}^2 = 2gh \text{ より、} \quad (\text{等加速度運動の基本関係式})$$

 $v_y = 0, v_{0y} = v \sin \theta$ を代入して、

$$0^2 - (v \sin \theta)^2 = 2gh$$

$$\therefore h = \left| -\frac{v^2 \sin^2 \theta}{2g} \right|$$

(2)

地面に落ちるまでの時間 t を求める。

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t \text{ より、} \quad (\text{等加速度運動の基本関係式より})$$

 $y = 0, v_{0y} = v \sin \theta$ を代入して、

$$0 = \frac{1}{2}gt^2 + v \sin \theta \cdot t$$

$$\therefore t = 0, -\frac{2}{g}v \sin \theta$$

 $t \neq 0$ より、 $-\frac{2}{g}v \sin \theta$ 秒後に地面に達するので、飛距離 l は、

$$l = \left| v \cos \theta \cdot \left(-\frac{2}{g}v \sin \theta \right) \right| = \left| -\frac{2v^2 \sin \theta \cos \theta}{g} \right|$$

(3)

$$l = \left| -\frac{2v^2 \sin \theta \cos \theta}{g} \right| \text{ より}$$

三角関数の倍角の公式を用いて、

$$l = \left| -\frac{v^2 \sin^2 2\theta}{g} \right|$$

 l が最大になるとき、

$$\sin^2 2\theta = 1 \text{ なので、} \theta = 45^\circ$$

※ y 軸の都合上、 $g = -9.8 \text{ m/s}^2$ で考えています。