

## TD 1 - Éléments de la théorie des graphes

### Exercice 1

Soit  $G = (X, A)$  le graphe définie par :  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  et  $(x, y) \in A \iff x$  divise  $y$ .

1. Représenter graphiquement le graphe  $G$ .
2. Donner la matrice d'adjacence de ce graphe.
3. Donner la représentation de  $G$  par un dictionnaire.

### Exercice 2

On considère le graphe non orienté  $G = (X, A)$  donné par :

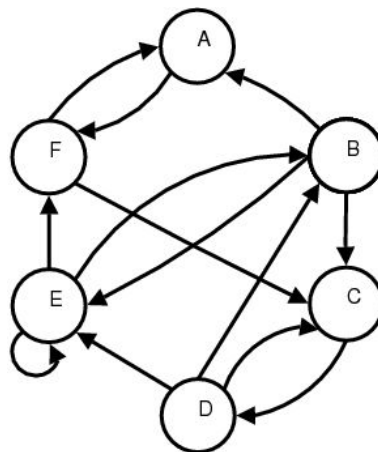
$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

$A = \{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 3), (5, 3)\}$ .

1. Représenter graphiquement ce graphe.
2. Donner  $d^+(x)$ ,  $d^-(x)$  et  $d(x)$  pour tout sommet  $x$ .
3. Donner un graphe partiel et un sous-graphe de  $G$ .

### Exercice 3

On considère le graphe  $G$  suivant :



1. Donner la représentation de  $G$  par un dictionnaire.
2. Donner les demi-degrés intérieurs et extérieurs de chaque sommet.
3. Donner un exemple de chemin simple mais non élémentaire.
4. Le graphe  $G$  admet-il un circuit Hamiltonien ?
5. Tracer le graphe simple non orienté  $G'$  déduit de  $G$ .
6.  $G'$  est-il connexe ?  $G$  est-il fortement connexe ?

**Exercice 4**

Chacun des graphes ci-dessous représente un réseau routier (avec ou sans sens interdit) où les sommets correspondent aux villes et les arêtes (ou les arcs) aux routes.

1. Peut-on passer par toutes les routes une et une seule fois et éventuellement revenir au point de départ ? Donner, le cas échéant, un point de départ et un point d'arrivée. Justifier vos réponses.
2. Montrer que le dernier graphe est fortement connexe.

