TD 1 - Eléments de la théorie des graphes

Exercice 1

Soit G = (X, A) le graphe définie par : $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ et $(x, y) \in A \iff x$ divise y.

- 1. Représenter graphiquement le graphe G.
- 2. Donner la matrice d'adjacence de ce graphe.
- 3. Donner la représentation de G par un dictionnaire.

Exercice 2

On considère le graphe non orienté G = (X, A) donné par :

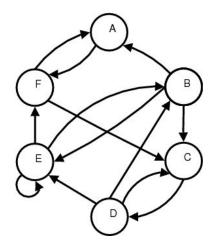
$$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

$$A = \{(1,2), (1,4), (2,2), (2,3)\}, (2,4), (3,5), (4,3), (5,3)\}.$$

- 1. Représenter graphiquement ce graphe.
- 2. Donner $d^+(x)$, $d^-(x)$ et d(x) pour tout sommet x.
- 3. Donner un graphe partiel et un sous-graphe de G.

Exercice 3

On considère le graphe G suivant :



- 1. Donner la représentation de G par un dictionnaire.
- 2. Donner les demi-degrés intérieurs et extérieurs de chaque sommet.
- 3. Donner un exemple de chemin simple mais non élémentaire.
- 4. Le graphe G admet-il un circuit Hamiltonien?
- 5. Tracer le graphe simple non orienté G' déduit de G.
- 6. G' est-il connexe? G est-il fortement connexe?

Exercice 4

Chacun des graphes ci-dessous représente un réseau routier (avec ou sans sens interdit) où les sommets correspondent aux villes et les arêtes (ou les arcs) aux routes.

- 1. Peut-on passer par toutes les routes une et une seule fois et éventuellement revenir au point de départ ? Donner, le cas échéant, un point de départ et un point d'arrivée. Justifier vos réponses.
- 2. Montrer que le dernier graphe est fortement connexe.

