

Números Inteiros

O conjunto dos números inteiros é denotado por $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$. Os números inteiros possuem as operações de adição, subtração e multiplicação definidas de forma usual.

Divisibilidade

Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$, com $b \neq 0$. Diz-se que b divide a , ou que b é divisor de a , se existe um número inteiro k tal que $a = b \cdot k$. Denota-se por $b \mid a$.

Números Primos

Um número inteiro $p > 1$ é dito primo se os seus únicos divisores positivos são 1 e p . Caso contrário, diz-se composto.

Algoritmo da Divisão

Dado $a, b \in \mathbb{Z}$, com $b > 0$, existem únicos $q, r \in \mathbb{Z}$ tais que:
 $a = b \cdot q + r$, com $0 \leq r < b$.

Congruências

Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$ e $n \in \mathbb{N}^+$. Diz-se que a é congruente com b módulo n , e escreve-se:
 $a \equiv b \pmod{n}$
se $n \mid (a - b)$.

Funções

Uma função f de um conjunto A em um conjunto B é uma regra que associa a cada elemento $x \in A$ um único elemento $f(x) \in B$. Denota-se por $f: A \rightarrow B$.

- f é injetiva $\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in A, f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.
- f é sobrejetiva $\Leftrightarrow \forall y \in B, \exists x \in A$ tal que $f(x) = y$.
- f é bijetiva \Leftrightarrow é injetiva e sobrejetiva.

Se f é bijetiva, então existe a função inversa $f^{-1}: B \rightarrow A$ tal que $f^{-1}(f(x)) = x$.

Permutações

Uma permutação de um conjunto finito A é uma bijeção de A em si mesmo. O número total de permutações de um conjunto com n elementos é $n!$ (n fatorial).

Exercícios

- 1.1) Verifica se 6 divide 42 e se 5 divide 42.
- 1.2) Determina todos os divisores positivos de 36.
- 2.1) Indica todos os números primos menores que 30.
- 2.2) Decompõe 120 em fatores primos.
- 2.3) Mostra que não existe número primo par exceto 2.
- 3.1) Determina o quociente e o resto da divisão de 87 por 9.
- 3.2) Encontra q e r tais que $123 = 17 \cdot q + r$, com $0 \leq r < 17$.
- 4.1) Verifica se $39 \equiv 3 \pmod{12}$.
- 4.2) Resolve a congruência $x \equiv 5 \pmod{8}$ e indica três soluções inteiras.
- 4.3) Determina se $25 \equiv 4 \pmod{7}$ é verdadeira.
- 4.4) Encontra todos os restos possíveis da divisão de números inteiros por 5.
- 5.1) Seja $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = 2x + 3$.
- 5.2) Determina $f(0)$, $f(2)$, $f(-1)$.
- 5.3) Verifica se $f(x) = 3x + 1$ é injetiva.
- 5.4) A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3$ é bijetiva? Justifica.
- 5.5) Encontra a função inversa de $f(x) = 2x + 1$.
- 6.1) Quantas permutações tem o conjunto $\{1, 2, 3, 4\}$?
- 6.2) Quantas palavras diferentes se podem formar com as letras da palavra “ANA”?
- 6.3) Quantas permutações de 5 elementos começam por 1?