

# "Aurora"杯第二届地空编程群内赛 题目

## B 组

By Nithouson

### 1B. 两兄弟分解 (4pts)

对任意正整数  $n(n>1)$ ，将它分解成两个正整数（其中一个可以是 1）的积并使得两个数的差最小，这样得到的  $a*b$  ( $a\leq b$ ) 称为  $n$  的两兄弟分解。如  $35=5*7$ ,  $39=3*13$ 。容易知道这样的分解存在且唯一。

求 3001-4000 之间(含 3001、4000)两兄弟分解  $a*b$  满足  $b<2a$  的正整数个数。

### 2B. 高次方程近似根 (4pts)

求  $x^7-6x^6+5x^5-4x^4+3x^3-2x^2+x+1=0$  在  $(-1, 1)$  内的 2 个近似实根（用四舍五入法精确到 2 位小数）

（提示：观察左侧多项式对于一系列  $x$  的函数值，运用零点存在定理。）

### 3B. 细胞二分裂 (6pts)

无限长数轴上标出所有整数点。 $t=0s$  时原点上有一个细胞，它按以下规律繁殖： $t=1s$  时它向 1 和-1 处各分出一个细胞，0 处不再有细胞。 $t=2s$  时 1 和-1 处的细胞又分别向两侧各分出一个细胞，结果-2 处和 2 处各有一个细胞，0 处有

2 个细胞，共 4 个细胞。 $t=3s$  时有 8 个细胞，坐标依次为-3, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 3. 以此类推，每过一秒，每个细胞都分别向两侧各分出一个细胞。

求  $t=29s$  时，坐标为-7 处的细胞数与 21 处的细胞数之差。

#### 4B. 机器人点灯(6pts)

一个机器人在一个由 100 盏灯围成的圈中操控灯的开关。灯按顺时针顺序标号 1, 2, 3,  $\dots$  100。开始灯全部关闭。机器人每一次拨动开关使开着的灯关闭，关着的灯打开。它首先从 1 号灯开始数 1 个，拨动 1 号灯开关；再从 2 号灯开始数 2 个，拨动 3 号灯开关；接着又数 3 个，拨动 6 号；又数 4 个，拨动 10 号。接下去拨动 15, 21, 28, 36 $\dots$  下一次总比上一次多数一个，以此类推。数到 100 号就从 1 号继续数，永无休止。

灯会全部打开吗？如果会，多少次操作后灯第一次全部打开？如果不会，最多有多少盏灯点亮？多少次操作后点亮的灯数首次达到最大值？

2016. 11. 13

16:56:59