

Problem Set

Mandelbrot

For 6th Dreamincode Programming Contest

By Nithouson

2017.7

注意事项:

- 1.本组题目可由单人完成或两人协作完成（可分别完成不同问题或合作完成同一问题），限时 **150min**，满分 **180** 分。
- 2.小题号后加*的为程序设计题，需提交完整的程序代码（.c/.cpp/.py），由 judge 运行用例进行评判或审核，部分用例正确可得部分分，超时扣分（时间以程序计时模块测试结果为准，从读入第一行数据起到输出结束止）。加#的为结果题，只需发送最终结果即可，结果正确即得满分（此类题目不一定要编写出直接输出结果的程序，只要得到答案）。加#*的需同时提交代码和运行结果。
- 3.关于数据结构的使用，若使用 python，可直接调用 pythonds 中的实现语句；若希望使用 C++，可查找标准模板库 STL 中 stack、queue、vector、map、set 等容器的基本用法。
- 4.关于各大题的提示：2 题是最有新意的一道，而 3、4 需要一些算法上的技巧。
- 5.如发现题目或样例中的错误，请及时指出。从本组比赛结束时起到所有选手完成比赛时止，请对题目及答案保密。谢谢配合。

1.角的格点表示（本题满分 30 分）

在一个方格网中，可以取一个顶点为格点，以从顶点出发、通过另一格点（定义为**控制点**）的射线为边画出一个角。用这种方法可精确地表示出一些角度值。如在直角坐标系中整数点为格点的方格网上，顶点为 $(0,0)$ ，两边分别过 $(1,0)$ ， $(1,2)$ 的角则精确表出了 $\arcsin \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 这个角。但也有一些角度值是无法用此方法表出的，如 $\frac{\pi}{3}$ 。对于此类角，在方格网中我们只能尽可能接近地画出它们。允许的格网范围越大，误差就会越小。（**误差定义为角度值的差**）

现在以直角坐标系中**第一象限**的格点为标准，统一**选取原点为角的顶点**，**选取 x 轴正半轴为其中一条射线**（这实际上减少了可精确表示的角），采用**弧度制**，试解决以下问题：

(1#) 控制点范围在 $0 \leq x \leq 1000$ 、 $0 \leq y \leq 1000$ 时，共可以精确表示多少个 0 到 $\frac{\pi}{2}$ 之间（含 0 和 $\frac{\pi}{2}$ ）的角度值不同的角？
(5 分)

(2#) 控制点范围同**(1#)**， $\frac{\pi}{3}$ 的最精确表示（角度值最接近）的余弦值与 0.5 的差是多少？（5 分，保留四位有效数字）

(3*) 控制点范围为 $0 \leq x \leq 10^6$ 、 $0 \leq y \leq 10^6$ 时，输入一个角度值（浮点数），输出其最精确表示的正切值（按分数形式，分子/分母，分母为 1 按整数输出，最精确表示不会是 $\frac{\pi}{2}$ ）（15 分）

单个用例限时：10000ms

输入样例 1:

1.107148718

输出样例 1:

2

输入样例 2:

0.20161015

输出样例 2:

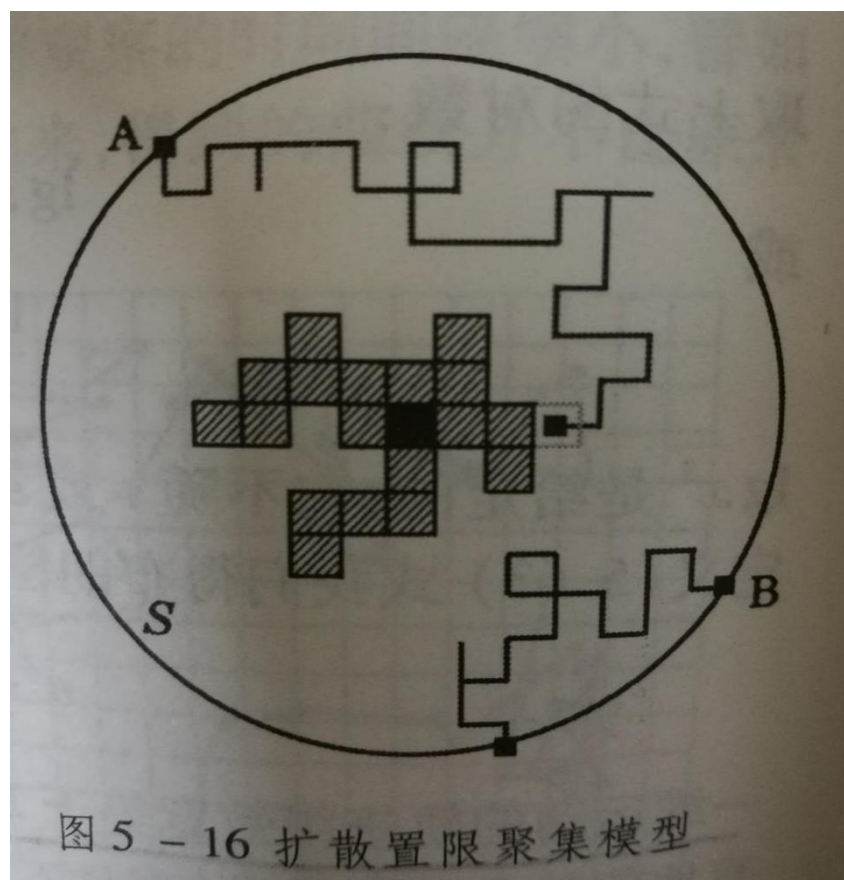
147449/721421

(4#) 控制点范围为 $0 \leq x \leq a$ 、 $0 \leq y \leq b$, (a 、 b 为正整数)
要使表示第一象限角的误差总小于 0.01, 求 $a+b$ 的最小值。

(5 分)

2.分形生长模型（本题满分 50 分）

扩散置限聚集模型(DLA)是一个重要的分形生长模型。其实现是：在二维方形网格中央放一个静止粒子作为种子，从很远的边界上随机释放一个粒子，让它作无规行走（每个时间步随机向上下左右四个方向之一走一步），如果走到静止粒子相邻位置（不含对角线相邻），就停下来与它黏合，成为聚集体的一部分。当粒子被黏住或走出边界时，从边界上再释放一个新粒子，直至聚集体达到一定的规模。现已证明 DLA 聚集体是一个维数为 1.6-1.7 的分形集团。如下图：（转引自赵凯华《新概念物理教程——热学》，边界形状仅为示意，不一定用圆形边界，可自己设定，如采用正方形边界）



(5#*) 请编程实现这一模型，并进行实验，最终用计算机绘出所得的聚集体的图形。(可用 `python turtle` 等工具实现可视化) (50 分)

要求：用方形代表粒子，其边长与步长相等；分辨率尽可能高；图形尽可能符合窗口大小。

提示：若使用 `python turtle`，可能会用到 `shape`、`shapsize`、`stamp`、`goto` 等方法，可查阅相关文档。特别地，`shapsize` 的单位长度与屏幕位置坐标的单位长度之比为 20，即当 `shapsize` 值与步长值之比为 1:20 时二者恰好吻合。

3.连锁结构（本题满分 40 分）

定义一个简单无向图，满足：

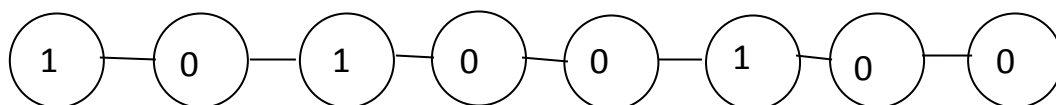
- I. 每个顶点标有数字 0 或 1；
- II. 允许改变顶点的 0/1 状态，但当改变某个顶点的状态时，与它有边相连的顶点的 0/1 状态同时被改变（0 变为 1，1 变为 0），这定义为一歩操作。

这样定义的图称为 0/1 连锁图。

在 sessdsa2017 的树莓派创意编程活动中，郭浩所在的小组开发了一个很 low 的解谜小游戏，其实质就是把一个 L8 型 0/1 连锁图（八个顶点连成线状，L 表示线型，8 表示顶点个数）调整为全为 1 的状态。这一过程中发现不是所有的连锁图初态都可以调整为全为 1 的状态。其结果用图的语言重新描述如下：

定义 L8 的状态图，它也为简单无向图，共有 256 个顶点，每个顶点代表一种状态，两顶点有边相连当且仅当对应的两状态可通过一歩操作实现转化。这个图具有如下性质：

- I. 有两个连通分支；
- II. 在每个连通分支中，两顶点距离（连接它们的最短路径长度）的最大值为 5.



L8 型连锁图

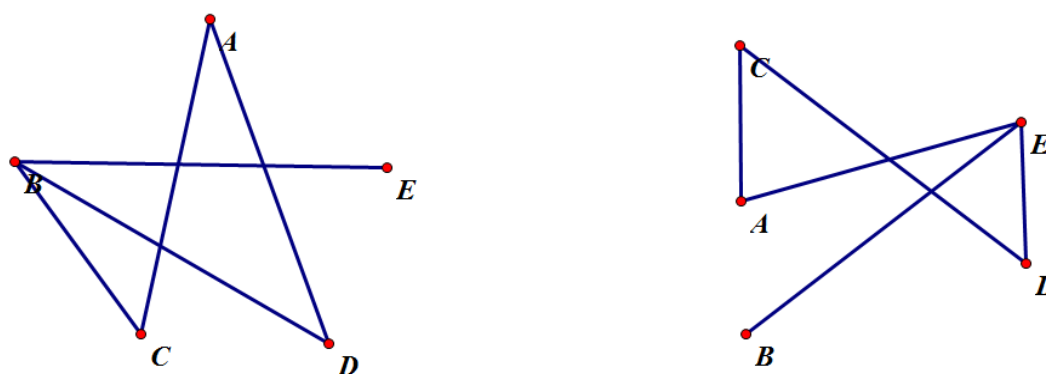
[illegible]

4.正则图（本题满分 60 分）

对于由 n 个顶点组成的简单无向图，若每个顶点的度数 d 都相等，则称这个图为 n 阶 d 正则图。例如， n 阶完全图是 n 阶 $n-1$ 正则图。 n 阶 0 正则图也是正则图。

当 $n \geq 4$ 时， n 阶 1 正则图不可能是连通的。称连通分支数为 1 的正则图为连通正则图。

如果两个图在对顶点重新编号后完全相同，则它们为同构图。更严格地说，若可以通过对图 G_1 的邻接矩阵做一系列行列交换（同时交换第 i 行与第 j 行、第 i 列与第 j 列）使其与图 G_2 的邻接矩阵完全相同，则 G_1 、 G_2 同构。对图计数时，同构图视为同一个图。下图中的两个图同构，因为对右图 AC 交换， BE 交换，即得左图。



请完成以下任务：

(8*) 编写一个判断两个图是否同构的程序。读入图的顶点个数 n ($n \leq 8$) 和两个同阶邻接矩阵，输出“Yes”或“No”。(20 分)

5 个例子总限时：1000ms

输入样例：

```
5
00110
00111
11000
11000
01000
00101
00001
10010
00101
11010
```

输出样例：

Yes

（后续问题不完全依赖本题，如无进展可考虑跳过）

（9#）请手绘出所有的 6 阶连通正则图。（20 分，提交照片，同构图只画一个，多画扣分）

（10#）8 阶正则图有多少个？其中连通图有多少个？（20 分）

2017.7.6

12:44