"Aurora"杯第二届地空编程群内赛 题目

A 组

By Nithouson

1A. 高次方程近似根（4pts）

求 x^7-6x^6+5x^5-4x^4+3x^3-2x^2+x+1=0 在（-10，10）内的任 2 个近似实根（用四舍五入法精确到**5 位小数**）

提示：观察左侧多项式对于一系列 x 的函数值。

2A. 错位排列(4pts)

1,2,3…n 的错位排列是指**同时满足** 1 不在第 1 位，2 不在第 2 位…n 不在第 n 位的排列，如 3412 为 1,2,3,4 的一个错位排列；4231 不是，因为 3 在第 3 位。

在 1,2,3,4,5,6,7 的全部 7！种排列中，求错位排列的个数。

3A. 机器人点灯(6pts)

一个机器人在一个由 100 盏灯围成的圈中操控灯的开关。灯按顺时针顺序标号 1,2,3,…100。开始灯全部关闭。机器人每一次拨动开关使开着的灯关闭，关着的灯打开。它第 1 次拨动 1 号灯开关；之后第 k 次向前数的的灯数为斐波那契数列的第 k 项(f1=1,f2=2,fn=fn-1+fn-2)。它第 2 次从 2 号灯开始数 2 个，拨动 3 号灯开关；接着又数 3 个，拨动 6 号；

又数 5 个，拨动 11 号。接下去拨动 19,32,53,87,42，以此类推。数到 100 号就从 1 号继续数，永无休止。

灯会全部打开吗？如果会，多少次操作后灯第一次全部打开？如果不会，最多有多少盏灯点亮？多少次操作后点亮的灯数**首次**达到最大值？

4A.细胞四分裂(6pts)

无限大直角坐标平面上标出所有整数点。t=0s 时原点上有一个细胞，它按以下规律繁殖：t=1s 时它向(1,0)(0,1)(-1,0),(0,-1)处各分出一个细胞，**(0,0)处不再有细胞。**t=2s 时这四个细胞又分别向四个方向各分出一个细胞，结果(2,0)(0,2)(-2,0)(0,-2)各有一个细胞，(1,1)(1,-1)(-1,1)(-1,-1)处各有 2 个细胞，原点有 4 个细胞，共 16 个细胞。以此类推，每过一秒，每个细胞都分别向四个方向各分出一个细胞。

求 t=17s 时，坐标为(3,8)处的细胞数与(6,11)处的细胞数之差。

5A.三姐妹分解(8pts)

对任意正整数 n（n>1），将它分解成三个正整数 a,b,c（可以有一个或两个是 1）的积(a<=b<=c)并使得 c-a 最小，这样得到的 a*b*c 称为 n 三姐妹分解。如 9=1*3*3,84=3*4*7.这

样的分解总存在但不一定唯一。

（1）求 66836 的唯一一个三姐妹分解；（20%）

（2）求 10000 以内(含 10000)三姐妹分解 a*b*c 不唯一的所有正整数。（80%）

6A.方格表上的距离和均值(12pts)

5*5 方格表共有 25 个格子，第 i 行第 j 列的格子记为（i，j）（1<=i,j<=5）。现将两个不同的格子涂黑，共有 25*24/2=300 种涂法。(经旋转或对称变换重合的涂法视为不同涂法）

定义两个方格（i1,j1）（i2,j2）的距离值为|i1-j1|+|i2-j2|；对于 23 个未染色的格子赋值，赋值的大小等于它到两个涂色格子的距离中较小的那一个。对于每一种涂色方法，定义它的距离和为 23 个未染色格子的赋值之和。

（1）距离和的最小值为多少？求出距离和取最小值的涂法种数。(20%+20%)

如果涂色后的方格表具有轴对称性，称为轴对称涂法；如果涂色后的方格表具有中心对称性，称为中心对称涂法；如果涂色后的方格表至少具有两种对称性之一，称为对称涂法；

（2）轴对称涂法、中心对称涂法、对称涂法分别有多少种?(15%)

（3）求所有不具对称性的涂法的距离和均值（用有限小数表示其准确值）。(45%)

（参考函数：<math.h>中的 abs（）可求整数绝对值，函数原型为 int abs(int x)）

2016.11.13

16:52:56