

## “Break ice”杯首届地空编程群内赛 题目

By Nithouson

### 1. 一个极值

对于 1 以外的正整数  $n$ ，定义  $F(n)$ ， $F(n)$  为  $n$  的所有正因数的和与  $n$  之比（如：8 的因数有 1、2、4、8,  $F(n)=15/8=1.875$ ）。当  $n$  遍历 2 至 1000 的正整数，求  $F(n)$  分别取最大值和最小值时的  $n$  值与  $F(n)$  的**准确值**。（用最简分数表示）

### 2. 含 7 的幂次之和

一个正整数  $n$  含 7 的幂次是指  $n$  的质因数分解中因子 7 的个数（如  $56=2*2*2*7$ ，含 7 的幂次为 1；9 含 7 的幂次为 0； $98=2*7*7$ ，含 7 的幂次为 2）。求不大于 5000 的所有**正奇数**含 7 的幂次之和。

### 3. 回文数

回文数指从左往右、从右往左读相同的数（如 66, 191, 12321, 126621）。在所有可表示为两个三位数的乘积的回文数中，求**第三大**的数。

### 4. 环

在模为 6 的意义下，任写 0. 1. 2. 3. 4. 5 中的两个数，第三个数为前两个数之和除以六的余数，第四个数为第二、第三两数之和除以六的余数，以此类推。如 1 3 4 1 5 0 5 5 4 3 1 4 5 3 2 5 1 0 1 1 2 3 5 2 ...

算到这里就循环回去了。事实上由于任取 0-5 间两个数只有 36 种组合，总会循环回去。我们就定义这一个“循环节”为 6 的一个环。

特别地，0 是 6 的环。（模为任何正整数，0 都是一个环）

0 3 3 是 6 的环，它与 3 3 0 是同一个环。

下面给出 6 的所有环：

0

011235213415055431453251

02240442

033

环的长度为它所含的数字位数。

注意到环的总长恰为 36，这是因为 0-5 间两个数的 36 种组合各恰好出现一次（环中的一位用了两次，0 视为 00 出现了一次）。

6 有 4 个环，最长环长度为 24

试编程解决：100 的最长环长度是多少？100 有多少个环？

2016 年 10 月 17 日

16:38:24