"Good Luck" Programming Competition

By Nithouson

说明：本次共 2 道大题，它们综合难度接近，但总题量偏大，所以建议总览题目，先选择“有感觉”的一道大题作答。

阅读下面的材料，回答 1-4 题（本题满分 20 分）

定义亲和图为一个**无限**有向图 G:每个顶点代表一个正整数;记 F(n)为正整数 n **除 n 以外的**正因数之和,若 F(n)=m，则从 n 到 m 连一条有向边（n 指向 m)，但 1 不引出边。从一个顶点引出的边的数目记为点的出度；指向一个顶点的边数记为点的入度。

由以上定义可知，每个顶点的出度均为 1；完全数 6,28 等引出的边指向自己；亲和数对（或称相亲数）（220,284）等在图中呈现为一个两元环（220 指向 284；284 指向 220）。

1. 求出图中五个数之和最小的 5 元环来填入奥运五环，象征五洲和谐。（即求出 5 个不同的数（x1,x2,x3,x4,x5）,x1 指向 x2,x2 指向 x3,x3 指向 x4,x4 指向 x5,x5 指向 x1，且它们的和最小）（5）

2. 求 2-1000（含 2 和 1000）中入度最大的数及其入度；（6）

特别提醒：大于 1000 的数也可以指向 1000 以内的数！

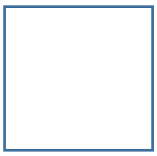
3. 对一个点集，若总入度减总出度为正，称为盈余；否则称

为亏损。2-1000（含 2,1000）这一集合是盈余还是亏损（还是不赔不赚）？若盈余，盈余多少？若亏损，亏损多少？（4）

4. 若正整数 a,b,c（$a<b<c$）满足 $F(a)=b+c$； $F(b)=c+a$；$F(c)=a+b$，则称（a,b,c）为一组金兰数。试求 a 最小的一组金兰数。（5）

阅读下面的材料，回答 5-8 题（本题满分 20 分）

对于一个由点集和连接点集中某两点的边的集合组成的网络，定义其连通度 T 为所有的相异两点距离的平均值。（两点间的距离为连通两点的路线的最小边数）。



如下图，在这个 4 个点和 4 条边组成的正方形网络中，共有 6 个相异的两点对，其中 4 对距离为 1，2 对距离为 2，故 $T=(4*1+2*2)\div6=4/3\approx1.333$

现在考虑 5*5 方格表，每个方格视为一个点，相邻的方格视为连有一条边。取不同两点的组合共 300 种，可求出这 300 个距离的和为 1000，$T=1000\div300\approx3.333$

为改变这一网络的 T 值，分别进行如下操作：（所求 T 值均用四舍五入法保留三位小数）

5. 现在将方格表从平面上拿起，弯折成一个圆筒，使原来的第 1 列和第 5 列同一行的格子相邻；再把圆筒的上下边沿向内弯折，得到一个圆环状的曲面，使原来的第 1 行和第 5 行同一列的格子相邻。求此时的 T 值。（4）

6.现在去掉某一个方格（即在网络中同时删去该方格对应的点和该点连出的所有线段），这意味着有时其它方格的连通要“绕路而行”。对此时24个点的网络和276个距离，求T的最大值和取最大值时去掉的方格位置。（5）

7.现在在某两个（不同）方格之间连接一个“虫洞”，让它们可以打破空间限制，以距离1相连。其它点的连通也可以利用这个虫洞。求此时网络的T的最小值，并给出一种取得最小值时两个方格的位置。（6）

8.现在将网格变为双面，共50个方格；四条边上的格子可以翻面到达自己对应的背面方格，这一过程距离记为1。（如正面中间格到背面中间格距离为5）对此时的1225个距离，求T的值。（5）

参考函数：求整数绝对值：int abs(int x,int y)

<math.h>中有定义

2016.12.9

21:32