

Problem Set

Dixiaokong

For 4th Dreamincode Programming Contest

By Nithouson

2017.1

注：

由于原始说明文件丢失，这里补充一下。此比赛为 4 人团队赛，有地质队、地物队两支队伍参加。限时 120min。每队只要一人作出某题，即得该题分数。Judge 对各队提交实时评测、反馈结果。

1. 回归方程和相关系数（满分 60 分）

对一组数据 (x_i, y_i) ($i=1, 2, 3, \dots, n$)，可求出它的回归直线方程为 $y=bx+a$, 满足：

$$\begin{cases} b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \\ a = \bar{y} - b\bar{x}. \end{cases}$$

其相关系数 r 满足：

$$\begin{aligned} r &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2}} \\ &= \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \cdot \sqrt{n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2}} \end{aligned}$$

r 为正代表正相关, 反之代表负相关；其绝对值越接近 1，线性相关性越好。

请编程实现这一统计分析方法。

输入：

第一行为数据的个数 n ($n < 100$)

之后 n 行为 n 组数据 $x \ y$ (double 型, 空格分隔)

输出：

第一行为回归直线方程 $y=bx+a$, b 、 a 保留 6 位小数。

第二行为相关系数 r ，保留 6 位小数。

2. X^X (满分 60 分)

请开发一个程序，输出可超出整数存储范围的范围的 x^x 值。(x 一般为 100 以内正整数)

输入：

一行，一个正整数 x 。

(60%的用例小于 50, 90%的用例小于 100，最大用例不超过 200)

输出：

x^x 的值 (不含前导 0)

3. 扫雷数表 （本小题满分 60 分）

扫雷游戏中，没有地雷的方格上标有数字，这个数字等于它四周 8 个格子（边上 5 个，角上 3 个）的地雷数。现给定一布好地雷矩形棋盘，输出填好数的棋盘。

输入：

第一行：两个正整数，不超过 40，代表行数 m 和列数 n ，空格分隔。

接下来 m 行：长为 n 的 01 数串（无空格），0 代表无雷，1 代表有雷，分别是第 1, 2, \dots , m 行的情况。

输出：

m 行，无空格。有地雷的区域输出*，四周有地雷的无雷格输出雷数（1-8）；四周无地雷的无雷格输出空格。

4. 高数成绩（满分 60 分）

史教授是一位高等数学教师，他的科目成绩定为期中、期末两次考试各占 50%。期中考后，大批同学挂科，心灰意冷，史教授为提升同学们的积极性，决定每个学生期末与期中相比若能取得 20 分或以上的进步，则按照期末成绩计算。这又引起了另一部分同学的不满：“我期中 85，期末 95，才得 90；他期中 72，期末 92，却得 92。两次成绩都比我低，凭什么最终成绩比我高？”

最后史教授采用了折中的办法：将同学分成两类：期末与期中相比未取得 20 分或以上进步的同学为 A 类，成绩为两次成绩的平均值；期末与期中相比取得 20 分或以上进步的同学为 B 类，最终成绩为既不超过其期末成绩，又不使得有 A 类同学两次成绩都不低于他、最终成绩却低于他的最高值。请帮史教授计算成绩。

输入：

第一行：学生人数 n ；（不超过 150）

接下来 n 行：四位学号 期中成绩 期末成绩（空格分隔，成绩均为整数）

输出：

n 行：学号 最终成绩（最终成绩保留一位小数，按最终成绩由高到低排序，最终成绩相同则按期末成绩由高到低排序，期末成绩也相同按期中成绩由高到低排序）

示例：

输入：

```
10
0314 59 80
1728 100 100
0919 73 76
0713 66 81
1214 97 45
1617 88 80
0817 68 97
0101 44 65
0146 55 74
0007 38 60
```

输出：

```
1728 100.0
0817 97.0
1617 84.0
0919 74.5
0713 73.5
0314 73.5
1214 71.0
0146 64.5
0101 64.5
0007 60.0
```


5. 机器人行军 (满分 80 分)

机器人战士在数轴正半轴上行军，起点为 0 点，终点为 n 点。规则是，每一步机器人可选择前进 2 或 3；7 的倍数处（不含 0）有泥沼，机器人不能触及。机器人最少要花多少步才能走到终点？

输入：

一行，正整数 n （不超过 10000）

输出：

一行，最少步数。

6. 原根 (满分 80 分)

数论中著名的欧拉定理指出：若 n, a 为互素的正整数，必有 $a^{\phi(n)}$ 除以 n 的余数为 1。其中 $\phi(n)$ 为欧拉函数，指 1 到 n 中与 n 互素的正整数个数。但对给定的 a ， $\phi(n)$ 不一定是满足 a^x 除以 n 的余数为 1 的最小 x 。如果 $\phi(n)$ 就是最小的 x ，我们称 a 是 n 的一个原根。

编写一个程序，求解 n 的所有原根。

输入：

一个正整数（不超过 1000）

输出：

若有原根，从大到小输出它们，空格分隔。

若无原根，输出 “no”

可用可不用的数学结论：

(1) 欧拉函数 $\varphi(x) = x \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \left(1 - \frac{1}{p_3}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{p_n}\right)$ ，其中 $p_1, p_2, p_3 \cdots$ 为 x 的所有不同质因数。

(2) m 有原根的充要条件 $m=1, 2, 4, p^a, 2p^a$ (a 为正整数)

(3) 如果 n 有原根，原根个数为 $\phi(\phi(n))$

7. 图的连通分支 (满分 80 分)

在图论中，定义图为顶点集和连接顶点集中某两顶点的边集的组合。(这里只考虑简单图，即没有两点连有两条或以上边，也没有某顶点连向自己的边)

一个图总可以划分为若干个连通分支，满足：

(1) 在任何一个连通分支之内，从任一点出发，都可以到达其余各点。

(2) 不同的连通分支之间没有边相连。

特别地，连通图(本身即满足(1))的连通分支数为 1.

在计算机中，可用 n 阶矩阵表示 n 个顶点的图：如果顶点 i, j 有边相连，第 i 行 j 列及 j 行 i 列的元素都为 1，否则为 0。

请编程实现对一个图连通分支数的判别。

输入：

第一行：顶点数 n (不超过 50)

接下来 n 行：0-1 矩阵，元素用空格分隔。

输出：

一行，连通分支数。

8. 找字游戏 (满分 100 分)

在一个 $m \times n$ 大写字母方阵中隐藏着一个单词，它可从某个位置开始沿上 (U)、下 (D)、左 (L)、右 (R)、左上 (UL)、左下 (DL)、右上 (UR)、右下 (DR) 八个方向延伸 (不会转弯)。你的任务就是找到它。

输入:

第一行为行数 m 、列数 n ，空格隔开 (均不超过 25)

接下来 m 行，每行 n 个大写字母，空格分隔

最后一行是要找的单词，全为大写，长度不超过 20。

输出:

第一行：单词起点的行数和列数，以 0 起算，空格隔开

第二行：从起点延伸的方向 (用 U, D, L, R, UR, UL, DR, DL 之一表示)

示例 1:

输入:

```
6 6
A S D F G H
Z X C V B S
Q W E R T S
U I O P L E
J H G F D S
M N B V C X
SESS
```

输出:

```
4 5
U
```

示例 2:

输入：

7 7
Q S C F T G H
I G T J M F T
P K I G O E S
A E D S H G U
O K S H Y G R
N I G U J I K
L L U H V G T
FOSSIL

输出：

1 5
DL

9. 万智牌阻挡（满分 140 分）

在万智牌中，游戏双方派出各种生物进行战斗。为简化，本题只保留生物的两个属性：攻击力和防守力（忽略异能，括号中的话是给玩过的人看的，不理解没关系，下同）。

对方回合的战斗阶段过程如下：

（1）对方选择自己场上的部分或全部生物向我方发出攻击。注意：对方只能对我方这一玩家（术语为旅法师）发动攻击，不能指定我方生物为目标。

（2）我方决定阻挡方式。我方可用自己的每一个生物阻挡对方攻击的一个生物。注意：我方每一个生物只能阻挡对方的至多一个生物，不能同时阻挡多个生物，但可以不阻挡。为简化我们追加规定对方的任一个生物只能被我方的至多一个生物阻挡。（不涉及伤害分配）

（3）结算，分以下两种情形：

（i）对方的生物未被阻挡，我方玩家（旅法师）受到等同于对方攻击力的伤害。

（ii）对方的生物被我方某个生物阻挡。这时分别判定两个生物是否死亡。两生物同时对对方造成等同于它攻击力的伤害；如果生物受到的伤害等于或大于它的防守力，则它死亡。（不会对玩家产生伤害）

现编程达成以下两个战术目标：

（A） 不计生物牺牲，尽可能减少我方玩家受到的伤害。

- (B) 不考虑我方玩家受到的伤害，争取净歼敌最多
(即对方生物死亡数-我方生物死亡数最多)

你需要完成两个程序 (分值 60+80)

输入同为:

第一行，对方攻击的生物数目 m (不超过 20)

接下来 m 行：各生物的攻击力、防守力，均为不超过 15 的非负整数，用/分隔。

下一行，我方可用于阻挡的生物数目 n (不超过 20)

接下来 n 行：各生物的攻击力、防守力，均为不超过 15 的非负整数，用/分隔。

程序 A 输出:

一行，我方玩家受到的最小伤害点数。

程序 B 输出:

一行，我方玩家的最大净歼敌数。

10. 食物链条数 （满分 120 分）

高中理综生物有一类常考题型：给出捕食关系图，求食物链条数。现在请你编程实现这一功能。

设生态系统中有 x 种生物 A、B、C…，只考虑捕食链。如果某生物只被其它生物捕食而不捕食其它生物，称为生产者；如果某生物只捕食其它生物而不被其它生物捕食，称为最高消费者。把生物视为顶点，捕食关系视为被捕食者指向捕食者的有向边，则在这一有向图中，每一条从生产者到最高消费者的路线称为一条食物链。求食物链条数

输入：

第一行：生物数 x （不超过 26）

第二行：下面将给出的捕食关系数 t

接下去 t 行：捕食关系，如 $A \rightarrow B$ 代表 B 捕食 A。

（前 x 个生物都会用到，输入保证存在至少一个生产者和至少一个最高消费者）

输出：

只有 1 行，食物链条数。

11. 开拓疆土 （满分 120 分）

假如你是国王，要开拓一片新的土地。这片土地用一个矩形数表描述；每个数（0-9）表示对应位置的土地类型。如下表：

1	1	3	4
2	1	2	0
4	1	1	1
2	2	3	3

表中共有 5 种类型的土地。开拓土地的规则如下：

第一天，只能任选一个位置占据。如你占据了第二行第二列的 1。（红色）

随后的任何一天，你选定一种土地类型，然后把与自己已占有土地相邻（不含对角线）的该类型土地并入自己版图。也就是说每一天只能并入一种类型的土地。例如：

第 2 天选类型 2，占据第二行第 1、3 个位置；（绿色）

第 3 天选类型 1，又占据共 4 个位置；（橙色）

以此类推，直到占据所有位置。

试编程解决：给定数表，占领过程的最少天数是多少？

输入：

第一行：数表行数 m 、列数 n （不超过 25）

接下来 m 行：数表，数之间两两用空格隔开。（行末无空格）

输出：

一行，最少天数。

12. 定向越野积分赛 （满分 120 分）

标准的定向越野比赛必须按顺序、不遗漏地跑完所有点；而在定向越野积分赛中，既不必遵循一定顺序，又不必跑完所有点（事实上限时会使没人能跑完所有点），每个点对应一定分值，限时内回到起点的选手中，经过点的分值和最高者获胜。

现在取比赛场地为无限大 xOy 直角坐标平面（但点是有限的，不会到无限远处），起点为原点，并规定**只能沿与坐标轴平行的方向前进**。在假设选手速度一定的情况下，他能跑的路程是一定的。给定点的数目、每个点的坐标、分值，试编程求出给定路程范围内选手的最大得分。（**注意路程范围内选手回到出发点成绩才有效**）

输入：

第一行：s，选手的路程限值。（int 范围内整数）

第二行：p，点的总个数（不超过 30 个）

接下去 p 行：各点的横坐标、纵坐标、分值（均为整数，坐标可能为负数，空格分隔）。

输出：

一行，最大得分。