CINEMATIQUE & DYNAMIQUE NEWTONIENNE

PHYSIQUE
F1
Cours
E.BESSON

1 . Position du problème

La *mécanique du point* est la science qui se propose de *modéliser le mouvement* d'un mobile lorsqu'il est réduit à son *centre de gravité* G. Une telle étude nécessite de définir précisément :

- Le *système* étudié ;
- Le *référentiel* dans lequel on se place pour décrire le mouvement du système ;
- Une base mathématique $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ et une horloge pour se repérer dans l'*espace* et le *temps*.

La description du mouvement, nommée cinématique, repose sur le calcul au cours du temps t des coordonnées de *trois grandeurs vectorielles* fondamentales :

Le vecteur position

$$\overrightarrow{OG}(t)\begin{pmatrix}x(t)\\y(t)\\z(t)\end{pmatrix}$$

Renseigne sur la trajectoire empreintée par le mobile

Le vecteur vitesse

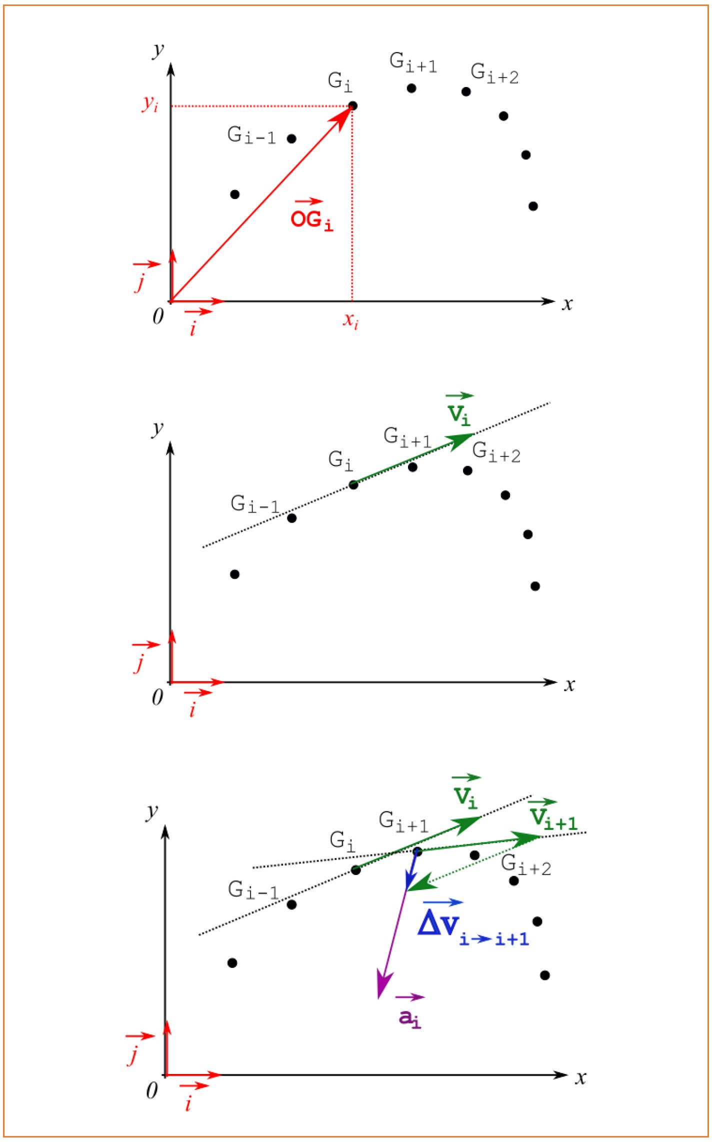
$$\vec{v}(t)\begin{pmatrix}v_x(t)\\v_y(t)\\v_z(t)\end{pmatrix}$$

Renseigne sur la vitesse avec laquelle le mobile se déplace le long de la trajectoire

Le vecteur accélération

$$\vec{a}(t)\begin{pmatrix}a_x(t)\\a_y(t)\\a_z(t)\end{pmatrix}$$

Renseigne sur la manière dont le vecteur vitesse évolue le long de la trajectoire, en direction et en valeur



2 . Vitesses moyenne & instantanée

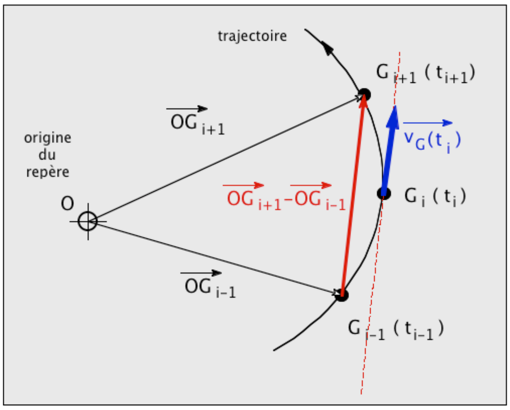
• La **vitesse moyenne** d'un point entre deux positions est la distance parcourue divisée par la durée du parcours.
• La **vitesse instantanée** $v(t)$ du point G est égale à sa vitesse moyenne entre deux positions infiniment proches dans le temps.

Dans le référentiel d'étude, le vecteur vitesse du point G à l'instant t se définit comme le ***vecteur dérivé*** **du vecteur position $\overrightarrow{OG}(t)$ *par rapport au temps t*** :
Il *est tangent à la trajectoire* et orienté dans le sens du mouvement. Sa norme s'exprime en $m.s^{-1}$.

$$\overrightarrow{v_G}(t) = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{OG}}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{OG}(t)}{dt}$$

Coordonnées du vecteur vitesse

$$\vec{v}(t) \left(\frac{d\,x(t)}{dt}\ ;\ \frac{d\,y(t)}{dt}\ ;\ \frac{d\,z(t)}{dt}\right)$$



• Sur un enregistrement, on trace le vecteur vitesse à la date t_i en utilisant la méthode géométrique suivante :

$$\overrightarrow{v_G}(t_i) \approx \frac{\overrightarrow{OG_{i+1}} - \overrightarrow{OG_{i-1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

$$\overrightarrow{v_G}(t_i) \approx \frac{\overrightarrow{G_{i-1}G_{i+1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

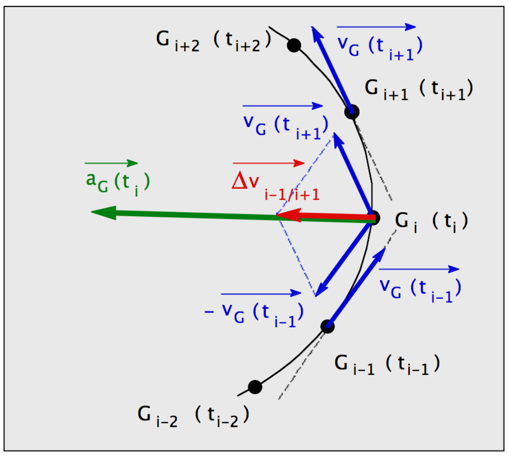
3 . Accélération

Dans le référentiel d'étude, le vecteur accélération du point G à l'instant t se définit comme le ***vecteur dérivé*** **du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_G}$ de G *par rapport au temps t*** :
L'accélération est une variation de vitesse par unité de temps. Elle s'exprime donc en $m.s^{-2}$.

$$\overrightarrow{a_G}(t) = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{v_G}}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{v_G}}{dt}$$

Coordonnées du vecteur accélération

$$\vec{a}(t) \left(\frac{d\,v_x(t)}{dt}\ ;\ \frac{d\,v_y(t)}{dt}\ ;\ \frac{d\,v_z(t)}{dt}\right)$$



• Sur un enregistrement, on trace le vecteur accélération du mobile à la date t_i en utilisant la méthode géométrique suivante :

$$\overrightarrow{a_G}(t_i) \approx \frac{\overrightarrow{v_G(t_{i+1})} - \overrightarrow{v_G(t_{i-1})}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

$$\overrightarrow{a_G}(t_i) \approx \frac{\overrightarrow{\Delta v_{i-1\,i+1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

4 . Seconde loi de Newton

La seconde loi de Newton, appelée aussi loi fondamentale de la dynamique, relie *les causes du mouvement* (les forces) à *leurs conséquences* (le mouvement lui-même).

A chaque instant t, elle relie la résultante $\vec{S}$ des forces qui s'applique sur le système, non pas à la vitesse $\overrightarrow{v_G}(t)$ du système mais à la variation au cours du temps de cette vitesse, c'est-à-dire à son accélération $\overrightarrow{a_G}(t)$.

Dans un référentiel Galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures $\vec{S}$ s'appliquant sur un système à un instant t est proportionnelle à l'accélération $\overrightarrow{a_G}(t)$ du centre d'inertie G de ce système à cet instant.

Le coefficient de proportionnalité est la masse m du système :

$$\vec{S} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} = m \times \overrightarrow{a_G}(t)$$

Isaac Newton
(1643 – 1727)

La seconde loi de Newton permet ainsi de calculer les coordonnées du vecteur accélération du système pour toute date t :

$$\overrightarrow{a_G}(t) \begin{pmatrix} \frac{S_x}{m} \; ; & \frac{S_y}{m} \; ; & \frac{S_z}{m} \end{pmatrix}$$