אינפי 1 ־ סיכום שיטות, טיפים וטריקים | ניצן וחברים

7 בפברואר 2020

.

מציאת חסמים של קבוצה

כדי לאמת שאיבר מסוים M הוא סופרימום ־

- להניח בשלילה שקיים חסם מלעיל שקטן ממנו ממש, ולסתור (תרגול 3)
- להראות ש־M הוא חסם מלעיל, ואז למצוא איבר בקבוצה שגדול מ־$(M-\epsilon)$ (תרגול 3)

כדי להראות שאיבר מסוים הוא חסם מלעיל של קבוצה שמוגדרת באמצעות משוואה ריבועית ־

- נמיר את המשוואה לזוג סוגריים. ניצור טבלה עם שלוש שורות ־ אחת לכל סוגר בנפרד, ואחת לכפל ביניהם. העמודות הן חלוקה לתחומים האפשריים של x. נראה אילו מהעמודות בשורה האחרונה מתאימות לתחום ההגדרה, ולהסיק מה חוסם אותן מלמעלה (תרגול 3)

כדי להראות ש<u>אין סופרימום</u> לקבוצה שמוגדרת באמצעות משוואה ריבועית ־

- נמיר את המשוואה לזוג סוגריים. נבחר את הקטן מבין הסוגריים, ונכתוב אי"ש בו הוא גדול מ־1, נעביר את ה־1 אגף ונקבל ערך של x. נכפול את האי"ש המקורי (הסוגר הקטן >1) בסוגר הגדול, נקבל אי"ש: המשוואה המקורית > הסוגר הגדול > x. אך x גדול מהערך שמצאנו עבורו קודם. נניח שקיים חסם מלעיל M, לכן הוא גדול מהערך של x. מצד שני, נציב את Mבמקום x באי"ש ונקבל שהוא קטן ממש מאיברי הקבוצה, סתירה להיותו חסם מלעיל. (תרגול 3)

כדי להראות ש<u>יש חסם מלרע</u> לקבוצה שמוגדרת באמצעות משוואה ריבועית ־

- באמצעות השלמה לריבוע ניצור סוגריים של נוסחת כפל מקוצר $(a-b)^2$ פחות איבר חופשי מספרי. הביטוי בסוגריים אי שלילי (כי זה ביטוי בריבוע), אז ניצור אי"ש בו $(a-b)^2 \leq$0 ונחסר משני האגפים את האיבר החופשי.נקבל חסם מלרע של הקבוצה. (תרגול 3)

כדי להראות ש<u>יש אינפימום</u> לקבוצה המוגדרת באמצעות שבר שמכיל n ־

- הקבוצה לא ריקה וחסומה מלרע, לפי משפט החסם התחתון יש לה אינפימום. נכתוב את המונה בצורה שתכיל גם את המכנה, נפצל לשני שברים שונים (שבר בלי n במכנה ושבר עם n במכנה ־ שהוא חיובי). השבר בלי n חשוד כאינפימום, נוכיח: נמצא x שעבורו ϵ+שבר>x, נגיע למצב שבו יש n >ביטוי עם ϵ, ואז זה נכון מארכימדיות (תרגול 4)

כללי בנושא קבוצות וחסמים:

- **למצוא איבר מינימלי:** למצוא קבוצת טבעיים, ואז יש מינימום מעקרון הסדר הטוב (רז)
- **למצוא סופרימום/אינפימום:** ליצור קבוצה שמוכלת בממשיים, ואז מתקיים ממשפט החסם העליון/תחתון (רז).
- זהות שימושית $inf(-A)=-sup(A)$

סדרות

לקבל אינטואיציה לגבול של שבר עם n במונה ובמכנה -

- לשנות את המונה כך שיכיל את המכנה, להמיר לצורה של "שבר+1", לנחש שהגבול הוא 1 (תרגול 5)
- אם יש n עם אותה חזקה במונה ובמכנה, ננחש שהגבול הוא החילוק בין המקדמים.
- אם רוצים להפטר מאיבר מסוים במונה/מכנה, אפשר לחלק את כל השבר בו. (תרגיל 6)

לקבל אינטואיציה לגבול:

- להציב מספרים גדולים תוך התחשבות בתכונות הסדרה (נגיד אם היא פועלת אחרת עם n זוגי לעומת אי זוגי) (תרגול 5)
- לזהות מה החלקים בשבר שיהיו שוליים עבור n עצום, ולנחש את הגבול בהיעדרם. (תרגול 5)
- כשיש סכום / הפרש בין איברים (ובמיוחד כשיש שורש), להשתמש בכפל בצמוד. (תרגול 5)
- כשיש סדרה שהמכנה שלה מתקדם הרבה יותר מהר מהמכנה, ננחש שהיא מתכנסת ל-0 (תרגול 6)
- מונה רץ יותר מהר מהמכנה - ננחש שהיא מתכנסת לאינסוף
- אם לא ידוע אם קיים גבול במובן הרחב/צר, כדאי לקבל אינטואיציה להאם יתכן בכלל גבול ∞ או $-\infty$ לפי הגדרת הסדרה. ברגע שפוסלים את אחת האפשרויות, יודעים מאיזה כיוון להתחיל לנסות לסנדבץ' (נגיד אם היא בוודאות לא שואפת למינוס אינסוף, עדיף להתחיל לסנדבץ' מלמטה - כדי שאם ישאף לאינסוף נוכל לעשות פרוסה). (תרגול חזרה למבחן)

להוכיח שהגבול שניחשנו נכון:

- להציב בהגדרת הגבול, להגדיל באחריות עד שמגיעים לביטוי שיש בו רק n במכנה, ואז מתקיים מארכימדיות (תרגול 5)
- אם הגבול הוא לא 0, לעשות מכנה משותף (תרגול 5)
- כשיש שתי סדרות שרוצים להוכיח שמתכנסות לאותו גבול, אפשר להשתמש בלמה של קנטור ולמצוא את ה-c ששתיהן מתכנסות אליו, כלומר להראות שאחת מונוטונית עולה, אחת מונוטונית יורדת, ומתקיים $a_n - b_n = 0$ (תרגיל 7)

להוכיח שסדרה היא מתבדרת:

- להראות שהסדרה לא חסומה, לדוג' להגיע לביטוי פשוט שמכיל nים ואז כיוון שהטבעיים לא חסומים, הסדרה לא חסומה (תרגול 5)
- להשתמש בשלילת הגדרת הגבול - להראות שלכל L קיים ε וקיים $n > N$ כך שמתקיים $|a_n - L| \geq \varepsilon$. כלומר שהמרחק בין a_n לגבול גדול מאפסילון. נחלק את L לתחומים (נגיד חיובי ושלילי, גדול מ-1 וקטן מ1 - מה שנוח לפי הסדרה). עבור כל תחום נמצא ε שמקיים שהוא שווה (זה הכי קל להראות) או גדול מ-$|a_n - L|$. (תרגול 5)
- כדי להראות שאין לסדרה <u>שום</u> גבול (גם לא במובן הרחב): להראות שאין לה גבול במובן הצר, ואז להראות שהגבול שלה הוא לא אינסוף או מינוס אינסוף (נגיד באמצעות להראות שהיא חסומה). (תרגיל 9)
- להראות שקיימים שאני איברים שלא מקיימים את תנאי קושי (תרגיל 9)
- להראות שיש לה תתי סדרות עם גבולות שונים (תרגיל 9)

למצוא גבול של סדרה שמוגדרת באמצעות סיגמא:

- להוציא את הביטוי שתלוי ב-n מחוץ לסיגמא (תרגול 6)
- להשתמש בנוסחאות סכום סדרות (תרגול 6)
  - **סכום סדרה חשבונית:** $\sum\limits_{k=1}^{n} k = \frac{n\cdot(n+1)}{2}$
  - **סכום סדרה הנדסית (מתחיל מ-0):** $\sum\limits_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

– **סכום סדרה הנדסית (מתחיל מ־1):** $\sum\limits_{k=1}^{n} q^k = q \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$

– **סכום סדרה הנדסית (נוסחא כללית):** $\sum\limits_{N_1}^{N_2} q^k = \frac{q^{N_1}-q^{N_2+1}}{1-q}$

- משפט הסנדוויץ' (תרגול 6)
- לכתוב את איברי הסכום בצורה מפורשת. האיבר הכללי גדול מ־n פעמים האיבר הקטן, וקטן מ־n פעמים האיבר הגדול. סנדוויץ'. (תרגול 6)
- אי שוויון המשולש ־ אפשר להגדיל את הביטוי באמצעות הוצאת הסיגמא מהערך המוחלט (תרגול 8)
- אם האינדקס של הסיגמא לא מתחיל מ־1 או 0, או שרוצים להשאר עם ביטוי נטול n, אפשר להוציא החוצה (כלומר לכפול בסיגמא כולה) את הביטוי שהסיגמא סוכמת עליו עם האינדקס שיש כרגע ב־i של הסיגמא, ולהחסיר את האינדקס משני קצוות הסיגמא (תרגול 9)
- אפיון קושי: נבחר שני איברים $a_n = \sum\limits_{k=0}^{n} a_k$ ו־$a_m = \sum\limits_{k=0}^{m} a_k$, ואז החיסור ביניהם $a_n - a_m$ (כפי שצריך באפיון קושי) הוא $\sum\limits_{k=m+1}^{n} a_k$. (תרגיל 9)
- אם מבקשים מאיתנו משהו על המנה של סדרה (שמוגדרת עם סיגמא) עם סדרה אחרת (שלא מוגדרת עם סיגמא) נגיד אם נתונה סדרה $a_n = \sum\limits_{k=1}^{n} k$ ומבקשים מאיתנו למצוא את הגבול של $b_n = \frac{a_n}{x}$, אפשר לכפול את המכנה בסיגמא מבחוץ: $b_n = \frac{1}{x} \cdot \sum\limits_{k=1}^{n} k$. (תרגיל 10)
- חשוב לזכור שבפולינומים הסכימה מתחילה מ־0 ולא מ־1.
- כשעובדים עם סיגמא וגבולות ־ ה" $\lim\limits_{n\to\infty}$ " יכול להיות בתוך הסיגמא או מחוץ לה, מאריתמטיקה.

למצוא גבול של סדרה שמוגדרת בתוך שורש nי:

- חשוב לזכור שאי אפשר לחשב את הגבול של הביטוי שבתוך השורש, ואז לעשות שורש על הגבול שיצא ־ זה פשוט לא עובד ככה. (תרגול 6)
- בגלל שאנחנו יודעים שלכל קבוע חיובי הגבול של $\sqrt[n]{a} = 1$, כדאי להתחיל מהביטוי בלי השורש, ולנסות לסנדבץ' עם קבועים חיוביים משני הצדדים. אם הצלחנו, נוציא שורש מכל האגפים, ומסנדביץ' הסדרה שואפת ל־1 (תרגול 6).
- ננסה לסנדבץ' עם ביטוי שהוא קבוע כפול שורש nי של קבוע, מהצורה $x \cdot \sqrt[n]{a}$, אם הצלחנו, הגבול הוא הקבוע x. (תרגול 6)

למצוא גבול של סדרה שמוגדרת ע"י שבר עם מכפלה (נגיד $\frac{10^n}{n!}$):

- נכתוב את האיבר הכללי בתור מכפלה מפורשת של האיברים שמרכיבים אותו. נזהה שהאיברים הראשונים הם קבוע (בדוגמא שלנו $\frac{10}{1}\cdots\frac{10}{10}$), אז נזהה את ה־$N$ שהחל ממנו זה מפסיק להיות קבוע (בדוגמא שלנו $N = 11$) ונפצל את המכפלה כולה ל־K (מכפלת האיברים עד N, שלא תלויים ב־n) ו־M (מכפלת האיברים אחרי N, שתלויים ב־n). נזהה כי עבור $n > N$ בחרנו שכל איבר בסדרה קטן או שווה לאיבר הגדול ביותר במכפלה (בדוגמא שלנו $\frac{10}{n}$), לכן מתקיים שהוא חסום מלמעלה ע"י K כפול האיבר הגדול ביותר במכפלה. נזהה מה הגבול של זה, ונסנדבץ' גם מלמטה. (תרגול 6)

להתמודד עם סדרה רקורסיבית:

- להוכיח באינדוקציה שהיא מונוטונית עולה/יורדת, להניח שהיא מתכנסת ל־L, ואז גם a_{n+1} (סדרת הזנב שלה) מתכנסת ל־L. עכשיו אפשר לקחת את ההגדרה של a_{n+1} ולעשות עליה אריתמטיקה של גבולות. אחרי זה נשווה את הגבול של a_{n+1} עם a_n, ונקבל ערך ל־L שבחרנו. (תרגול 6)
- להוכיח באינדוקציה שהיא מונוטונית עולה/יורדת, להראות שהיא חסומה מלעיל/מלרע (אפשר באינדוקציה) ואז היא מתכנסת לסופרימום/אינפימום. (תרגול 6)

למצוא גבול של סדרות שגבולן ע"ב e

- כשיש שבר $(\frac{a}{b})^n$, לעשות 1 חלקי ההופכי: $\left(\frac{1}{\frac{b}{a}}\right)$ (תרגול 7)
- לפצל למכפלה של שני איברים / סוגריים בתוך סוגריים כדי להגיע לחזקה הרצויה (תרגול 7)
- להוסיף ולהחסיר דברים מהמכנה כדי שאפשר יהיה "להוציא 1 החוצה" (תרגול 7)
- אם צריך להגדיל את החזקה כדי שתתאים, אפשר להגדיל ואז לסנדבץ'. (תרגול 7)
- ברנולי עוזר לסנדבץ' מלמטה.
- הגבול של $\left(1-\frac{1}{n}\right)^{-n}$ הוא e^{-1} (תרגול 7)
- $\left(1+\frac{1}{2n}\right)^n = \left(\left(1+\frac{1}{2n}\right)^{2n}\right)^{\frac{1}{2}} \longrightarrow e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$ (יובל)
- $\left(2+\frac{1}{n}\right)^n \geq 2^n$, כיוון ש-$2^n$ שואפת לאינסוף, ממשפט הפרוסה גם $\left(2+\frac{1}{n}\right)^n$ שואפת לאינסוף. (יובל)
- $\left(\frac{n}{n+3}\right)^n \longrightarrow \frac{1}{e^3}$ (יובל)

תתי סדרות

- משפט הירושה. נגיד אם רוצים להראות שסדרה מתכנסת לגבול מסוים, אפשר לזהות שהיא תת סדרה שאנחנו יודעים מה גבולה (תרגול 8)
- חישוב קבוצת גבולות חלקיים: לחלק לתתי סדרות שהן קבוצות זרות שמכסות את כל אינדקסי הסדרה (נגיד זוגיים ואי זוגיים, או משהו אחר לפי הגדרת הסדרה) ולהראות מה הגבול של כל תת סדרה (אם קיים כזה). צריך להראות שאין איברים נוספים בסדרה שלא נכללים בתתי הסדרות שיצרנו. (תרגול 8)
- אם יש סדרה עם משהו שכולל $(-1)^n$ ודומיו, לחלק לתתי סדרות של זוגי ואי זוגי (תרגול 8)
- הזהות $K < k \leq n_k$ (רז)

להוכיח שסדרה מתכנסת בלי לדעת את הגבול שלה:

- סדרות קושי - מוצאים אפסילון שמקיים $|a_{n+p}-a_n| < \epsilon$, אזי יש גבול

פונקציות

להוכיח שיש גבול בנקודה:

- אם הפונקציה היא שבר והגבול שונה מ-0: לעשות מכנה משותף עם הגבול. (תרגול 10).
- השיטה הכללית היא להתחיל מ-$|f(x)-L|$ ולנסות להגיע לביטוי שלא מכיל את x מלבד $|x-x_0|$. (תרגול 10)
- חשוב לזכות שה-δ לא יכולה להיות מבוטאת באמצעות x. אם הגענו למצב שאין יותר מה לצמצם אלגברית והביטוי שלנו עדיין מכיל x, נבחר בחוכמה δ (נשים לב שהיא לא חורגת מתחום ההגדרה ביחס ל-x_0, נגיד אם $x_0=0$ והפונקציה לא מוגדרת ב-1, ה-δ צריכה להיות קטנה מ-1 כדי שלא יהיה "חור" בסביבה) שתיצור סביבה מנוקבת סביב x_0. נראה שלכל x בסביבה מתקיים שהביטוי האלגברי שהגענו אליו קטן מאפסילון, כלומר נכתוב את x באי"ש בין קצוות הסביבה, ונשחק אלגברית עד שנגיע לביטוי הרצוי (כלומר הביטוי שכלל את x שלא הצלחנו להפטר ממנו קודם). (תרגול 10)

פונקציות טריגונומטריות:

- $sin(x+2\pi) = sin(x)$ (תרגול 10)
- $-1 \leq sin(x) \leq 1$ (תרגול 10)
- מתאפסות: $sin\left(0\right), sin\left(\pi\right), cos\left(\frac{\pi}{2}\right), cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ (רז)
- מקסימום (1): $sin\left(\frac{\pi}{2}\right), cos\left(0\right)$ (רז)

- מינימום (-1): $sin\left(\frac{3\pi}{2}\right), cos\left(\pi\right)$ (רז)

שימוש באריתמטיקה של גבולות:

- חסומה כפול אפסה
- כשיש פונקציה שמכילה משתנים ושואלים אותנו עבור אילו ערכים שלהם קיים גבול בנקודה, נניח שקיימים כאלו, ונסמן את הגבול L. באמתצעות אריתמטיקה יתכן שנוכל להגיע לכך שהגבול הוא ביטוי שכולל את המדתנים עצמם, וכן יתכן שנוכל להגיע לערך המספרי שלו ואז להשוות בין הערך המספרי לביטוי המכיל את המשתנים. אם הצלחנו, זה אומר שיש גבול רק אם המשוואה שיצרנו מתקיימת. נבדוק אם היא מתקיימת - נבודד את אחד המשתנים ונציב בהגדרת הפונקציה המקורית. נעשה מסאג' אלגברי עד שנגיע לביטוי תקין (כלומר שהמכנה לא יכול להתאפס) ואז נעשה אריתמטיקה על התוצאה - זה הגבול עבור ערכי המשתנים שמצאנו. (תרגול 11)
- אם המכנה שואף ל־0 ורוצים להשתמש באריתמטיקה, אפשר לכפול אותו במונה. (תרגול 11)

כשיש פונקציה שמוגדרת באופן שונה בתחומים שונים:

- להשתמש בטענת העזר שלפיה אם יש 2 פונקציות שונות באותה סביבה מנוקבת ולכל x בסביבה מתקיים $f_1(x) = f_2(x)$, אז הגבול של אחת מהן קיים אם"ם הגבול של השניה קיים, ואז הם שווים (תרגול 11)
- לבדוק כל תחום בנפרד. נגיד אם הפונקציה מוגדרת בתחומים $\begin{cases} x \leq 0 \\ 0 < x < 1 \\ x \geq 1 \end{cases}$, לבדוק אם יש גבול בנקודה מסוימת ב$x < 0$, $0 < x < 1$ ו־$x > 1$, לא כולל 0 ו־1 עצמם. ואז אחרי זה לבדוק בנקודות 0,1 אם הגבול הימני והשמאלי (אותם מצאנו בשלב הראשון) שווים זה לזה.
- ליצור פונקציה חדשה שמוגדרת לפי איך שהפונקציה המקורית מוגדרת בתחום שאנחנו רוצים לבחון, למצוא את הגבול שלה ואז להגיד שהן מתלכדות.

רציפות:

- להיעזר באפיון היינה על רציפות: הסדרה רציפה אם לכל סדרה שמקיימת את 3 התנאים של היינה מתקיים $\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) = f(x_0)$, כלומר $\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) = f(\lim\limits_{n\to\infty} x_n)$. (תרגול 12)
- הגדרה שקולה שימושית: $|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$.
- אריתמטיקה של רציפות

כדי להראות שפונקציה שואפת לאינסוף בנקודה:

- להתחיל מ־$f(x) > M$ ולנסות למצוא δ שמתקיימת $|x - x_0| < \delta$, ואז לכתוב הכל הפוך. (תרגול 12)
- לבחור δ שרירותית שעומדת בהגדרת התחום, ולמצוא דרכה M שמקיים. לקחת את הגדרת ה־M, ולהגיע ממנו חזרה לביטוי $|x - x_0| < \delta$. (תרגול 12)

כדי להראות שלפונקציה יש גבול כש־x שואף לאינסוף:

- נתחיל מהביטוי $|f(x) - L| < \varepsilon$, ננסה להגיע לביטוי שכולל את x גדול ממשהו. אם צריך לבטל ערך מוחלט, אפשר לבחור N אחר כדי להשפיע על הביטוי שיצא (כלומר לבחור N שעבורו התוכן של הערך המוחלט חיובי).

כדי להראות שפונקציה שואפת ל(מינוס) אינסוף כש־x שואף ל(מינוס) אינסוף:

- בכללי בעבודה עם M - לשחק עם תחומים שונים של M שמתאימים לפונקציה (נגיד חיובי ושלילי).

המשכה רציפה:

- מוודאות ש־x_0 לא בתחום הגדרה, ושיש סביבו סביבה מנוקבת שכן בתחום הגדרה. מוצאים מה הגבול של הפונקציה בנקודה.

טיפים אלגבריים כלליים

עבודה עם שברים:

- כפל בצמוד
- להוסיף ולחסר איברים מהמונה כדי שאפשר יהיה לפצל ולהוציא החוצה
- טור טלסקופי ־ רשימה של איברים שכל איבר מבטל את הבא אחריו בצורה שנשארים רק האיבר הראשון והאיבר האחרון. לדוגמא $\frac{1}{k-1}-\frac{1}{n}$ $=\frac{1}{1}-\frac{1}{5}$ $\sum_{k=2}^{5}\left(\frac{1}{k-1}-\frac{1}{k}\right)=\left(\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{2}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{4}}-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{1}-\frac{1}{5}=$, או $\sum_{k=2}^{n}a_{k+1}-a_k$. אין נוסחא כללית לטור טלסקופי, כשיש סכימה (סיגמא) זה ברור שזה טור טלסקופי כשהסכימה רצה על הפרש בין שני איברים שאחד גדול ב־1 מהשני (לא בהכרח האיבר כולו גדול ־ נגיד בדוגמא הראשונה פה **המכנה** גדול ב־1). זה שימושי בסדרות רקורסיביות, ובתנאי קושי לסדרות (כשמדברים על הפרש בין איברי הסדרה).
- השלמה לריבוע

אלגברה כללי:

- נוסחת הבינום של ניוטון: $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}\begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix}\cdot a^k\cdot b^{n-k}$.
- לפעמים באינדוקציה נוח להניח על $n-1$ ולעבוד עם n במקום להניח על n ולעבוד על $n+1$.
- להוסיף ולהחסיר את אותו איבר בתוך הערך המוחלט (שימושי בהוכחות אריתמטיקה)
- פתרון משוואה ריבועית ללא מחשבון ־ משוואה מהצורה ax^2+bx+c לנסות למצוא 2 מספרים z,y שהסכום שלהם הוא b והמכפלה שלהן היא c, ואז $ax^2+bx+c=(a+z)(a+y)$
- באופן כללי, מלוגיקה $A\to B$ שקול ל־$\neg A\to\neg B$.
- אם אתם שוללים פסוק, לא לשכוח להפוך את כל הכמתים, ולזכור שהשלילה של $A\to B$ היא $A\wedge\neg B$.
- חזר הרבה משום מה $x^n-y^n=(x-y)\sum_{k=0}^{n-1}y^kx^{n-1-k}$ או $x^n-y^n=(x-y)\sum_{k=1}^{n}x^{n-k}\cdot y^{k-1}$(הוכח בתרגיל 3).

טיפים כלליים למבחן:

- לקרוא את השאלה יותר מפעם אחת, לשים לב לדגשים כמו "לפי הגדרת הגבול בלבד" או לרמזים והדרכות.
- להעתיק את השאלה למחברת הבחינה במלואה, ולוודא שהעתקתם טוב.
- להשתמש בנתונים והוכחות מסעיפים קודמים של אותה שאלה.
- לנמק כל שטות, גם "טרנזיטיביות" וגם "בסתירה לטריכוטומיה".
- אם נתקעים עדיף לכתוב מה שכן יודעים, כלומר להסביר מה הייתם עושים אם לא הייתם נתקעים ("הייתי ממשיכה להגדיל עד שהייתי מוצאת N גדול המקיים את הטענה, ואז החל ממנו הביטוי קטן מ־ε...."). אם יצאה לכם תשובה שנראית לכם לא הגיונית (נגיד סינבצ'תם ולא הצלחתם להגיע לאותו דבר משני הצדדים, ואין לכם יותר זמן, תכתבו שאתם מבינים שמה שיצא לא נכון, תסבירו למה הוא לא נכון, ותתארו מה הייתם עושים אם כן היה לכם זמן.
- בשאלות הוכח/הפרך, לחשוב על **מקרי קיצון מכל מיני סוגים** כדי לראות אם אפשר להפריך איך שהוא.
- לצייר לצייר לצייר!!!
- לא לשכוח לכתוב את ההוכחה בסדר הנכון ־ לפעמים אנחנו חושבים ומשחקים אלגברית בכיוון ההפוך מאיך שההוכחה צריכה להיות כתובה בסוף.
- **לזכור שאינפי לא מגדיר אתכם, המבחן הזה לא מגדיר אתכם, הציון לא מעיד על החוכמה שלכם או על מי שאתם או על סיכויי ההצלחה שלכם בתואר. יהיה בסדר!!!!**