

# 词法分析作业

丁元杰 17231164

2019 年 9 月 24 日

## 11.1

(1)

设 $A$ 的正则集合是 $L$ ，则 $A|A$ 的正则集合是 $L \cup L = L$ ，所以

$$A|A = A$$

(2)

设 $A$ 的正则集合为 $L$ ，则 $A^*$ 的正则集合是

$$L^* = \bigcup_{i \geq 0} L^i$$

那么 $(A^*)^*$ 的正则集合就是

$$\begin{aligned} (L^*)^* &= \bigcup_{j \geq 0} \left( \bigcup_{i \geq 0} L^i \right)^j \\ &= \bigcup_{j \geq 0} \bigcup_{i_0, i_1, \dots, i_j \geq 0} L^{i_0 + i_1 + \dots + i_j} \\ &= \bigcup_{j \geq 0} L^* \\ &= L^* \end{aligned}$$

从而有

$$(A^*)^* = A^*$$

(3)

设 $A$ 的正则集合为 $L$ ，则 $A^*$ 的正则集合是

$$L^* = \bigcup_{i \geq 0} L^i$$

那么 $\varepsilon|AA^*$ 的正则集合就是

$$\begin{aligned}
 L' &= \{\varepsilon\} \cup L \times \bigcup_{i \geq 0} L^i \\
 &= \{\varepsilon\} \cup \bigcup_{i \geq 1} L^i \\
 &= L^0 \cup \bigcup_{i \geq 1} L^i \\
 &= \bigcup_{i \geq 0} L^i = L^*
 \end{aligned}$$

从而有

$$A^* = \varepsilon|AA^*$$

(4)

设 $A$ 的正则集合为 $L_a$ ,  $B$ 的正则集合为 $L_b$ , 则 $(AB)^*A$ 的正则集合为

$$L_1 = \bigcup_{i \geq 0} (L_a L_b)^i \times L_a$$

同理,  $(AB)^*A$ 的正则集合为

$$L_2 = L_a \times \bigcup_{i \geq 0} (L_b L_a)^i$$

那么

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \left( \bigcup_{i \geq 0} (L_a L_b)^i \right) \times L_a \\
 &= \bigcup_{i \geq 0} ((L_a L_b)^i \times L_a) \\
 &= \bigcup_{i \geq 0} L_a \times (L_b L_a)^i \\
 &= L_a \times \bigcup_{i \geq 0} (L_b L_a)^i \\
 &= L_2
 \end{aligned}$$

从而有

$$(AB)^*A = (AB)^*A$$

(5)

设 $A$ 的正则集合为 $L_a$ ,  $B$ 的正则集合为 $L_b$ , 则 $(A|B)^*$ 的正则集合为

$$L_1 = \bigcup_{i \geq 0} (L_a \cup L_b)^i$$

同理,  $(A^*B^*)^*$ 的正则集合为

$$L_2 = \bigcup_{i \geq 0} \left( \bigcup_{j \geq 0} L_a^j \times \bigcup_{j \geq 0} L_b^j \right)^i$$

$(A^*|B^*)^*$ 的正则集合为

$$L_3 = \bigcup_{i \geq 0} \left( \bigcup_{j \geq 0} L_a^j \cup \bigcup_{j \geq 0} L_b^j \right)^i$$

那么，先证  $L_1 \subseteq L_3$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow L_a \subseteq L_a^* \text{ and } L_b \subseteq L_b^* \\ &\Rightarrow L_a \cup L_b \subseteq L_a^* \cup L_b^* \\ &\Rightarrow \bigcup_{i \geq 0} (L_a \cup L_b)^i \subseteq \bigcup_{i \geq 0} \left( \bigcup_{j \geq 0} L_a^j \cup \bigcup_{j \geq 0} L_b^j \right)^i \\ &\Rightarrow L_1 \subseteq L_3 \end{aligned}$$

再证  $L_3 \subseteq L_2$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \{\varepsilon\} \subseteq L_a^*, L_b^* \\ &\Rightarrow L_a^*, L_b^* \subseteq L_a^* \times L_b^* \\ &\Rightarrow L_a^* \cup L_b^* \subseteq L_a^* \times L_b^* \\ &\Rightarrow \bigcup_{i \geq 0} (L_a^* \cup L_b^*)^i \subseteq \bigcup_{i \geq 0} (L_a^* \times L_b^*)^i \\ &\Rightarrow L_3 \subseteq L_2 \end{aligned}$$

最后证  $L_2 \subseteq L_1$

$$\forall S \in L_2, \exists n_0 \geq 0, \text{ s.t. } S \in (L_a^* \times L_b^*)_{n_0}^n$$

那么可以将  $S$  写成如下形式：

$$S = a_1 b_1 a_2 b_2 \dots a_{n_0} b_{n_0}, \text{ where } a_i \in L_a^*, \text{ and } b_i \in L_b^*, i = 1, 2, \dots, n_0$$

由于单位正则表达式  $\varepsilon \in L_a^*, L_b^*$ ，满足  $\varepsilon A = A \varepsilon = A$ ，所以将  $a_i$  与  $b_i$  中的  $\varepsilon$  选出，即可得到

$$S = c_1 c_2 \dots c_l, \text{ where } l \leq 2n_0, \text{ and } c_i \in L_a^+ \text{ or } L_b^+, i = 1, 2, \dots, l$$

更进一步地， $L_a^+$  中的任意一个元素  $s_a$  均可以表示为  $d_1 d_2 \dots d_k$ ，其中  $d_i \in L_a, i = 1, 2, \dots, k$ ，对  $L_b^+$  同理所以原式最终可化为

$$\begin{aligned} S &= d_1^{(c_1)} d_2^{(c_1)} \dots d_{k_{c_1}}^{(c_1)} \dots d_l^{(c_l)} \dots d_{k_{c_l}}^{(c_l)}, \text{ where } d_i^{(c_j)} \in L_a \text{ or } L_b \\ &\text{i.e. } d_i^{(c_j)} \in L_a \cup L_b \end{aligned}$$

也即

$$S \in (L_a \cup L_b)^*$$

所以有

$$L_2 \subseteq L_1$$

综上所述

$$L_1 \subseteq L_3 \subseteq L_2 \subseteq L_1$$

可以得到

$$L_1 = L_2 = L_3$$

即

$$(A|B)^* = (A^*B^*)^* = (A^*|B^*)^*$$

11.2

(1)

化简后的状态机

$$M = (\{s_0, s_1, s_2\}, \{0, 1\}, \delta, s_0, \{s_1, s_2\})$$

状态转移参见

| 状态    | 输入          |             |
|-------|-------------|-------------|
|       | 0           | 1           |
| $s_0$ | $s_2$       | $s_1$       |
| $s_1$ | $s_1$       | $s_1$       |
| $s_2$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ |

表 1: 11.2(1)的状态机转移表

(2)

化简后的状态机

$$M = (\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}, \{0, 1\}, \delta, 1, \{3, 7, 8, 10, 12\})$$

状态转移参见

(3)

$$M = (\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{0, 1\}, \delta, 1, \{5\})$$

状态转移参见

11.4

(a)

确定化、最小化后如图1

(b)

确定化、最小化后如图2

| 状态 | 输入 |    |
|----|----|----|
|    | 0  | 1  |
| 1  | -  | 2  |
| 2  | 3  | 4  |
| 3  | -  | -  |
| 4  | 5  | 2  |
| 5  | -  | 6  |
| 6  | 7  | 4  |
| 7  | 8  | 9  |
| 8  | 10 | 11 |
| 9  | 12 | 9  |
| 10 | 10 | 4  |
| 11 | 13 | 2  |
| 12 | -  | 6  |
| 13 | 14 | 6  |
| 14 | -  | 15 |
| 15 | 16 | -  |
| 16 | 14 | 2  |

表 2: 11.2(2)的状态机转移表

| 状态 | 输入 |   |
|----|----|---|
|    | 0  | 1 |
| 1  | -  | 2 |
| 2  | 2  | 3 |
| 3  | 4  | 3 |
| 4  | 2  | 5 |
| 5  | 4  | 3 |

表 3: 11.2(3)的状态机转移表

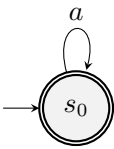


图 1: 11.4(a) 状态图

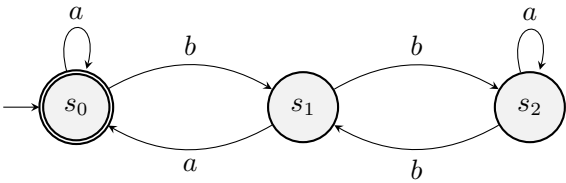


图 2: 11.4(b) 状态图

11.5

确定化、最小化后如图3

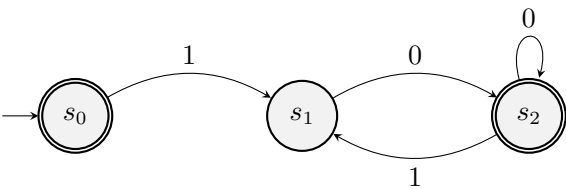


图 3: 11.4(b) 状态图