מבוא למדעי המחשב - סמסטר א' תש"פ עבודת בית מספר 2

צוות התרגיל: לינור חזן, אבי יצחקוב, מייק קודיש

תאריך פרסום: 13.11.19

תאריך הגשה: 06.12.19, בצהריים

הקדמה

בעבודת בית זו נתרגל עבודה עם מערכים ופונקציות בג'אווה ונפגוש את בעיית הספיקות, יחד עם כמה מושגים חשובים נוספים במדעי המחשב. נכתוב תכנית לפתרון בעיית *הטיול הגדול*: בבעיה זו נתונים קבוצה של ערים וקווי תעופה המקשרים ביניהן. יש לתכנן מסלול לטיול שיוצא מעיר כלשהי, עובר בכל שאר הערים וחוזר לעיר המקור, כך שכל עיר תופיע במסלול בדיוק פעם אחת ובסיומו נחזור לעיר המקור.

האלגוריתם שנממש לפתרון הבעיה מבוסס על רדוקציה ל"בעיית הספיקות", או באנגלית: האלגוריתם שנממש לפתרון הבעיה מבוסס על רדוקציה ל"בעיית שנקבל מהרדוקציה נפתור בעזרת "פותרן של Satisfiability Problem (SAT). בעיית הספיקות" (SAT Solver).

בעבודה זו 16 משימות וסך הנקודות המקסימלי הוא 100. הניקוד לכל משימה מפורט במסמך. בעבודה זו **מותר להשתמש בידע שנלמד עד הרצאה** 8 (כולל), וכן עד תרגול 4 (כולל).

הוראות מקדימות

הערות כלליות

- 1. קראו את העבודה מתחילתה ועד סופה לפני שאתם מתחילים לפתור אותה. ודאו שאתם מבינים את כל המשימות.
- 2. עבודה זו תוגש ביחידים. על מנת להגיש את העבודה יש להירשם למערכת ההגשות (Submission System). את הרישום למערכת ההגשות מומלץ לבצע כבר עכשיו, טרם הגשת העבודה (קחו בחשבון כי הגשה באיחור אינה מתקבלת). את הגשת העבודה ניתן לבצע רק לאחר הרישום למערכת.
 - 3. בכל משימה מורכבת יש לשקול כיצד לחלק את המשימה לתתי-משימות ולהגדיר פונקציות עזר בהתאם.
 - .4 בכל הסעיפים אפשר ומומלץ להשתמש בפונקציות מסעיפים קודמים.

קבצים

- 5. לעבודה מצורף קובץ בתרגיל ולהגישו. Assignment2.java עליכם לערוך קובץ זה בהתאם למפורט בתרגיל ולהגישו כפתרון, מכווץ כקובץ ZIP יחיד. שימו לב: עליכם להגיש רק את קובץ ה־Java. אין לשנות את שם הקובץ, ואין להגיש קבצים נוספים. שם קובץ ה־ZIP יכול להיות כרצונכם, אך באנגלית בלבד. נוסף על כך, הקובץ שתגישו יכול להכיל טקסט המורכב מאותיות באנגלית, מספרים וסימני פיסוק בלבד. טקסט אשר יכיל תווים אחרים (אותיות בעברית, יוונית וכדומה) לא יתקבל. הקפידו לא להשאיר בהגשה חלקי קוד שאינם חלק מהתכנית (לדוגמה, בדיקות שכתבתם עבור עצמכם).
 - 6. בנוסף מצורפים:
 - Tests.java קובץ בדיקות •
 - .ExamplesUNSAT.java , ExamplesSAT.java :cnf קבצי דוגמאות לנוסחאות
 - ExamplesFlights.java : קובץ המכיל דוגמאות למופעים של בעיית הטיול
- שני קבצים: SATSolver.java ו org.sat4j.core.jar שמאפשרים עבודה עם פותרן לבעיית סרבצים: הספיקות

- הקבצים הנ"ל הם קובצי עזר עבורכם <u>ואינם מיועדים להגשה</u>. חשוב להדגיש כי קובץ הבדיקות Tests.java שסופק לכם מכיל בדיקות חלקיות של חלק מהמשימות. אנו מעודדים אתכם להרחיב קובץ זה ולהשתמש בו כדי לוודא את נכונות המימוש שלכם.
 - Submission יש להגיש ב־ ZIP יש קובץ ה-לו לא ייבדקו. את קובץ שיוגשו שלא על פי הנחיות אלו לא ייבדקו. את קובץ ה-System ...

בדיקת עבודות הבית

- 8. עבודות הבית נבדקות גם באופן ידני וגם באופן אוטומטי. הבדיקה האוטומטית מתייחסת אך ורק לפלט המוחזר מהפונקציות.
- 9. סגנון כתיבת הקוד ייבדק באופן ידני. יש להקפיד על כתיבת קוד יעיל וברור, על מתן שמות משמעותיים למשתנים, על הזחות (אינדנטציה), ועל הוספת הערות בקוד המסבירות את תפקידם של מקטעי הקוד השונים. אין צורך למלא את הקוד בהערות סתמיות, אך חשוב לכתוב הערות בנקודות קריטיות המסבירות קטעים חשובים בקוד. הערות יש לרשום אך ורק באנגלית. יש לתכנן את הקוד בצורה נכונה כך שמשימות מורכבות יחולקו לתתי משימות המבוצעות על ידי פונקציות עזר. כתיבת קוד שאינה עומדת בדרישות אלו תגרור הפחתה בציון העבודה.

עזרה והנחיה

- 10. לכל עבודת בית בקורס יש צוות שאחראי לה. ניתן לפנות לצוות בשעות הקבלה. פירוט שמות האחראים לעבודה מופיע במסמך זה וכן באתר הקורס, כמו גם פירוט שעות הקבלה. כמו כן, אתם יכולים להיעזר בפורום ולפנות בשאלות לחבריכם לכיתה. צוות הקורס עובר על השאלות ונותן מענה במקרה הצורך.
 - .11. **בתגבור** של השבוע (20.11.19-17.11.19) נפתור באופן מודרך את משימות 1, 4, 5
 - 12. בכל בעיה **אישית** הקשורה בעבודה (מילואים, אשפוז וכו'), אנא פנו אלינו דרך מערכת הפניות, כפי שמוסבר באתר הקורס.
 - 13. אנחנו ממליצים בחום להעלות פתרון למערכת ההגשה לאחר כל סעיף שפתרתם. הבדיקה תתבצע על הגרסה האחרונה שהועלתה (בלבד!).

יושר אקדמי

הימנעו מהעתקות! ההגשה היא ביחידים. אם מוגשות שתי עבודות עם קוד זהה או אפילו דומה - זוהי העתקה, אשר תדווח לאלתר לוועדת משמעת. אם טרם עיינתם ב<u>סילבוס הקורס</u> אנא עשו זאת כעת.

מומלץ לקרוא היטב את כל ההוראות המקדימות ורק לאחר מכן להתחיל בפתרון המשימות. **ודאו שאתם יודעים** לפתוח קבוצת הגשה (עבור עצמכם) במערכת ההגשות.

משימה 0: הצהרה (0 נקודות)

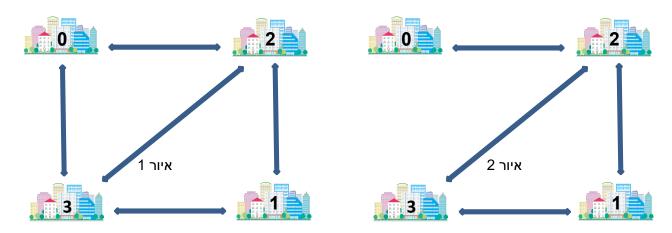
פתחו את הקובץ Assignment2.java וכיתבו בראשו את שמכם ואת מספר תעודת הזהות שלכם. משמעות פעולה זו היא שאתם מסכימים על הכתוב בו. דוגמה:

I, Israel Israeli (123456789), assert that the work I submitted is entirely my own. I have not received any part from any other person, nor did I give parts of it for use to others. I realize that if my work is found to contain code that is not originally my own, a formal complaint will be opened against me with the BGU disciplinary committee.

בעיית הטיול הגדול

מבוא

2. נניח שיש 4 ערים $\{0,1,2,3\}$ ושקווי התעופה הם: $\{0,2\},\{1,2\},\{1,2\},\{0,2\}$, כפי שמוצג באיור מספר בדוגמה זו לא ניתן למצוא מסלול שפותר את בעיית הטיול הגדול.



ייצוג מופע של בעיית הטיול הגדול ב־Java

מערכים של מספרים, מערך ווtights מופע של בעיית מערן עבור n עבור עבור n ערים מיוצג באמצעות מערך מערך מערכים של מספרים, מהערים אליהן ניתן לטוס מהעיר i.

: ערים אם ערך דו־ממדי flights מייצג מופע חוקי של בעיית הטיול הגדול על n אברה 1: מערך דו־ממדי

- .null ובפרט אינו n>1 הוא באורך flights א.
- .null מכיל ערכים בין n-1 ל־n-1 מכיל ערכים מערך flights[i] ב. כל מערך
- .i מכיל את הערך flights[i] מכיל את הערך אם המערך מכיל את הערך מכיל את הערך מכיל את הערך ג. לכל
 - .i אינו מכיל את flights[i] אינו אינו את לכל i < n ...

:באופן הבא באופר Java באופן הבא באיור מספר ווצג ב־באיות הטיול הגדול המוצג באיור מספר באיוצג ב

int[][] flights = {{2,3}, {2,3}, {0,1,3}, {0,1,2}};

ייצוג פתרון לבעיית הטיול הגדול ב־Java

פתרון למופע של בעיית *הטיול הגדול* עבור n ערים מיוצג באמצעות מערך חד־ממדי, בגודל n, של מספרים שלמים, כאשר הערך בתא ה־i מציין את מספר העיר שמבקרים בה בשלב ה־i של הטיול.

המערק מיוצג באמצעות מספר המחואר עבור המופע פתרון עבור המהווה באמצעות באמצעות איוצג באמצעות דוגמה: באמצעות באיור באמצעות המערך באמצעות באמצעות המערך באמצעות המערך באמצעות המערך באמצעות המערך באמצעות באמצעות המערך באמצעות המע

```
int[] solution = {2,1,3,0};
```

נשים לב שהחזרה לעיר המקור (העיר 2) בסוף הטיול אינה מיוצגת באופן מפורש במערך.

בעיית הטיול הגדול על n ערים אם: מייצג פתרון למופע של בעיית הטיול הגדול על tour הגדרה בי מערך מערך אם:

- א. מערך באורך n המכיל את כל המספרים n-1 (כל הערים מופיעות במסלול בדיוק פעם אחת).
- ל־ tour[n-1] וכן קיים קו תעופה בין ניים לour[i+1] ל- tour[i] ל- i < n-1 לכל i < n-1 לכל tour[0]

וידוא תקינות קלט

במשימות הבאות נממש כמה פונקציות שיסייעו לנו לבדוק אם מופע נתון לבעיית הטיול הגדול הוא תקין.

משימה 1 (קיום טיסה) (5 נקודות):

:Assignment2.java השלימו הבאה הפונקציה הפונקציה הבאה בקובץ

public static boolean hasFlight(int[][] flights, int i, int j)

true אשר מופע int[][] flights של בעיית הטיול הגדול על n ערים של הוד[][] flights אשר בהינתן מופע אם לעייה של הארת הפונקציה מחזירה ערך int[]. אחרת הפונקציה מחזירה ערך אם קיימת טיסה בין העיר i

לדוגמה, קטע הקוד הבא

```
int[][] flights = {{2,3}, {2,3}, {0,1,3}, {0,1,2}};
System.out.println(hasFlight(flights,1,2));
System.out.println(hasFlight(flights,0,1));
System.out.println(hasFlight(flights,1,1));
```

ידפיס את שלוש השורות הבאות:

true
false
false

הדרכה חובה: במימוש הפונקציה יש לבדוק רק האם הערך j מופיע במערך [flights[i]

במשימה זו, יש להניח שהקלט תקין. כלומר: ש־flights הוא מופע חוקי לבעיית הטיול הגדול על n ערים (לפי הגדרה במשימה זו, וששתי הערכים i,j < n הן ערכים i,j < n וששתי הערכים (1

משימה 2 (מופע חוקי) (10 נקודות):

בהינתן מערך דו־ממדי, נבדוק שהוא מייצג מופע תקין של בעיית הטיול הגדול. השלימו את הגדרת הפונקציה הבאה בהינתן מערך בקובץ Assignment2.java:

public static boolean isLegalInstance (int[][] flights)

הפונקציה תחזיר ערך true אם ורק אם המערך הדו־ממדי flights מקיים את התנאים של מופע תקין לפי הגדרה true הפונקציה קטע הקוד הבא

```
int[][] flights1 = {{2,3}, {2,3}, {0,1,3}, {0,1,2}};
int[][] flights2 = {{2,3}, {2,3}, {0,3}, {0,1,2}};
int[][] flights3 = {{2,3}, {1,3}, {0,1,3}, {0,2}};
int[][] flights4 = {{2,3}, {1,2,3}, {0,1,3}, {0,1,2}};
System.out.println(isLegalInstance(flights1));
System.out.println(isLegalInstance(flights2));
System.out.println(isLegalInstance(flights3));
System.out.println(isLegalInstance(flights4));
```

ידפיס את ארבע השורות הבאות:

true false false false

- אין להניח שום הנחות על הקלט.
- יש להחזיר ערך false אם הקלט אינו תקין. -
 - פונקציה זו אינה זורקת חריגות.

וידוא פתרון לבעיית הטיול הגדול

משימה 3 (פתרון חוקי) (10 נקודות):

נבדוק, tour ערים, ומערך דו־ממדי על על בעיית הטיול בעיית הטיול הגדול אופע המייצג מופע המייצג מופע ארים, ומערך הד־ממדי למופע. השלימו את הפונקציה הבאה בקובץ Assignment2.java:

public static boolean isSolution(int[][] flights, int[] tour)

הפונקציה תחזיר ערך true אם ורק אם המערך tour מקיים את התנאים לפתרון לפי **הגדרה 2** עבור המופע flights. לדוגמה, קטע הקוד הבא מתאר מספר קלטים אפשריים ואת התוצאה עבורם. חלק מהקלטים כוללים מערכים שאינם מייצגים טיול באופן חוקי (למשל מכילים עיר שאינה בטווח המתאים) ועבורם יש לזרוק חריגה.

לפניכם מספר קטעי קוד והפלטים שלהם.

```
א. עבור קטע הקוד הבא
int[][] flights = {{2,3}, {2,3}, {0,1,3}, {0,1,2}};
int[] tour1 = {2,0,3,1};
System.out.println(isSolution(flights, tour1));
                                                             יודפס
true
                                                    ב. עבור קטע הקוד הבא
int[][] flights = {{2,3}, {2,3}, {0,1,3}, {0,1,2}};
int[] tour2 = {1,0,4,3};
System.out.println(isSolution(flights, tour2));
                                                         תיזרק חריגה
IllegalArgumentException
                                                    ג. עבור קטע הקוד הבא
int[][] flights = {{2,3}, {2,3}, {0,1,3}, {0,1,2}};
int[] tour3 = {1,3,2,0};
System.out.println(isSolution(flights, tour3));
                                                             יודפס
```

false

```
ד. עבור קטע הקוד הבא
```

```
int[][] flights = {{2,3}, {2,3}, {0,1,3}, {0,1,2}};
int[] tour4 = {1,3,2,0,4};
System.out.println(isSolution(flights, tour4));

IllegalArgumentException

int[][] flights = {{2,3}, {2,3}, {0,1,3}, {0,1,2}};
int[] tour5 = {0,3,2};
System.out.println(isSolution(flights, tour5));

ntip flights = {\left(2,3), \left(2,3), \left(0,1,3), \left(0,1,2)\right);
```

IllegalArgumentException

- ערים. n>1 ערים מופע מופע מופע flights -
 - .tour אין להניח שום הנחות על המערך -
- .n אינו מערך באורך או IllegalArgumentException פונקציה זו זורקת חריגת -
- פונקציה זו זורקת מספרים שבין עם IllegalArgumentException פונקציה זו זורקת חריגת חריגת חריגת יו אם אם ווורקת חריגת חריגת חריגת חריגת חריגת חריגת חריגת חריגת ווורקת חריגת ח

בעיית הספיקות

בחלק זה של העבודה נכיר את הייצוג של משתנים ופסוקיות CNF ב־Java וכן נלמד כיצד להשתמש ב"פותרן לבעיית הספיקות".

תזכורת לגבי תחשיב הפסוקים

נוסחה בוליאנית בצורת CNF היא קוניונקציה ("וגם") של פסוקיות. פסוקית היא דיסיונקציה ("או") של ליטרלים. ליטרל הוא משתנה בוליאני או שלילה של משתנה בוליאני. <u>כדי להימנע מבלבול בין המשתנים של ג'אווה לבין אלו של</u> ה־CNF. למשתנים של ה־CNF נקרא משתני CNF.

.false או true אשר משתנה לכל משתנה ערך אשר מתמטית) אשר השמה היא פונקציה (מתמטית)

עבור נוסחה בוליאנית בצורת CNF, השמה היא מספקת אם היא מספקת את כל הפסוקיות. השמה מספקת פסוקית אם היא מספקת ליטרל אם: הליטרל הוא מהצורה x_i וההשמה מציבה גיא מספקת לפחות את אחד הליטרלים בפסוקית. השמה מספקת ליטרל אם: הליטרל הוא מהצורה x_i CNF, או שהליטרל הוא מהצורה x_i וההשמה מציבה ערך למשתנה ה־ x_i CNF, או שהליטרל הוא מהצורה ה

בעיית הספיקות עוסקת בשאלה: בהינתן נוסחה בוליאנית, האם קיימת עבורה השמה מספקת?

יוכורת לגבי הייצוג של נוסחאות ב־Java:

 x_1, x_2, \dots, x_n : ועד מוספרים ברצף מ"ד תמיד יהיו משתני ה-CNF בייצוג של ג'אווה, משתני ה-

- i-i את הליטרל נייצג באמצעות המספר ואת המספר, ואת המספר באמצעות המספר x_i את הליטרל נייצג בג'אווה באמצעות המספר
 - ייצוג פסוקית מערך מערך המכיל את הייצוג של מערך מערך את הפסוקית נייצג פסוקית באמצעות מערך המכיל את $(x_1 \lor x_4 \lor \neg x_{17} \lor x_6 \lor x_4 \lor x_{19} \lor \neg x_3)$

 $int[] clause = \{1,4,-17,6,4,19,-3\}$

נוסחת CNF תיוצג באמצעות מערך דו־ממדי. למשל, את הנוסחה CNF תיוצג באמצעות מערך דו־ממדי. למשל, את הנוסחה (גואוה באמצעות המערך הדו־ ממדי:

$$int[][]$$
 formula = {{1,3,5}, {2,4,-3},{-5,8,-12}}

תזכורת לגבי הייצוג של השמה ב־Java:

כאשר באורך איבר מארן מערך בוליאני באמצעות מערך באמצעות באמצעות לאשתני באמצעות מערך באמצעות מערך באמצעות לאיבר $x_1,...,x_n$ CNF היא הערך של משתנה באור משמעות ווווה. שימו לב שבייצוג זה אין משמעות לאיבר מאור מאור מערך במערך למשל, את ההשמה בדעופ, assignment [0] בוכל לייצג בג'אווה באמצעות המערך באיבר (שים לב boolean assignment = {true, false, false, true, true}. יש לשים לב שאין משמעות לערך באיבר הראשון.

נכתוב פונקציות ב־Java שמגדירות שלוש נוסחאות בוליאניות. כל אחת מהן תבטא אילוץ על קבוצה של משתני CNF. נוסחה מבטאת אילוץ על קבוצה של משתני CNF אם קבוצת ההשמות המספקות שלה תואמת את כל האופנים שבהם ניתן לספק את האילוץ. בהינתן אילוץ, נרצה להגדיר נוסחה שקבוצת ההשמות המספקות שלה תואמת בדיוק את האופנים שבהם ניתן לספק את האילוץ.

 $(x \lor \neg y) \land (\neg x \lor y)$:CNF: נוסחאת שין, (x = y) שאומר אולוץ שאומר x,y ואילוץ בוליאנים בוליאנים און, ארבע השמות אפשריות, מתוכן רק שתי השמות מספקות, והן: מבטאת את האילוץ. זאת משום שלנוסחה לעיל ארבע השמות אפשריות, מתוכן רק שתי השמות מספקות, והן: $\{x = false, y = false\}$ ו-

ייצוג מספרים בעזרת משתנים בוליאנים

דרך נפוצה לייצג מספרים בעזרת משתנים בוליאנים היא כזו: מספר שלם בתחום n מיוצג בעזרת סדרה של true משתנים בוליאנים (x_{i_k}) משתנה בסדרה המשתנה ה-k בסדרה (המשתנה x_{i_0}) מקבל את הערך x_{i_0} אם ורק אם הערך של המספר המיוצג על ידי סדרת המשתנים הוא x_{i_0} נשים לב שבייצוג זה עלינו להבטיח שבדיוק אחד מהמשתנים הבוליאנים בסדרה מקבל את הערך.

למשל מספר לא ידוע I בתחום 0..2 ניתן לייצג בעזרת סדרה של שלושה משתנים כלשהם, למשל 0..2 ניתן לייצג בעזרת סדרה x_{17} מקבל את הערך x_{17} אם המתשנה הראשון בסדרה x_{17} אם המשתנה ל-0 אם המשתנה הערך x_{11} מקבל את הערך x_{21} מקבל את הערך x_{31} בסדרה x_{31} מקבל את הערך x_{31} לבדיוק אחד מבין שלושת המשתנים. true הנוסחה הבאה מאלצת כל השמה מספקת לתת ערך true לבדיוק אחד מבין שלושת המשתנים.

$$x_{17} \lor x_9 \lor x_{31}$$

 $\neg x_{17} \lor \neg x_9$
 $\neg x_{17} \lor \neg x_{31}$
 $\neg x_9 \lor \neg x_{31}$

ההשמות המספקות לנוסחה הן:

$$[x_{17} = T, x_9 = F, x_{31} = F]$$

 $[x_{17} = F, x_9 = T, x_{31} = F]$
 $[x_{17} = F, x_9 = F, x_{31} = T]$

כל אחת מההשמות המספקות קובעת את הערך של המספר I באופן אחד ויחיד (לערכים 0,1,2 בהתאמה).

באופן באום Java: נייצג ב־שתנים (x_{17}, x_9, x_{31}) באופן את סדרת שמאלצת שמאלצת הנוסחה ואת 10..2 נייצג ב-שתנים ואת המספר

$$int[]I = \{17,9,31\};$$

 $int[][]cnf = \{\{17,9,31\}, \{-17,-9\}, \{-17,-31\}, \{-9,-31\}\}$

במשימות הבאות נכתוב מספר פונקציות ב־Java, אשר בהינתן מערך של משתני CNF, מחזירות נוסחה המאלצת כל השמה מספקת לתת ערך true ללפחות/ללכל היותר/לבדיוק אחד מהמשתנים.

משימה 4 (לפחות אחד) (5 נקודות):

:Assignment2.java השלימו את הגדרת הפונקציה בקובץ

public static int[][] atLeastOne(int[] vars)

הפונקציה מקבלת מערך של משתני CNF, ומחזירה נוסחת CNF שמאלצת כל השמה מספקת לתת ערך true ללפחות אחד מהמשתנים מהמערך.

,true הדרכה: התבוננו בקלט (true יוחד יוחד שמאלצת לפחות הנוסחה הנוסחה הנוסחה (ישמו יוחד יוחד, הקלט לקבל ערך הנוסחה או ש־true או ש־true או ש־true או ש־true או שימו לב שרבוסחה אילוץ הכנוסחה בצורת (true שימו לב שבנוסחה הו פסוקית יחידה, והכלילו לקלט כלשהו.

הנחות על הקלט וחריגות:

- הניחו שהמערך vars אינו null ומכיל שמות משתני CNF חוקיים (גדולים מ־0) ושונים זה מזה.
 - פונקציה זו אינה זורקת חריגות.

משימה 5 (לכל היותר אחד) (5 נקודות):

:Assignment2.java השלימו את הגדרת הפונקציה בקובץ

public static int[][] atMostOne(int[] vars)

הפונקציה מקבלת מערך של משתני CNF, ומחזירה נוסחת CNF המאלצת כל השמה מספקת לתת ערך true לאחד מהמשתנים במערד לכל היותר.

,true הדרכה: התבוננו בקלט [vars = $\{17,9,31\}$ נוסחה שאומרת שאחד המשתנים לכל היותר מקבל ערך .true אומרת למעשה: לא נכון שזוג המשתנים x_{17},x_9 מקבלים שניהם את הערך ,true וגם לא נכון שזוג המשתנים, וגם לא נכון שזוג המשתנים x_{17},x_{31} מקבלים שניהם את הערך true, וגם לא נכון שזוג המשתנים x_{17},x_{31} מקבלים שניהם את הערך .true אילוץ זה כנוסחה בצורת CNF, והכלילו לקלט כלשהו.

- הניחו שהמערך vars אינו null ומכיל שמות משתני CNF חוקיים (גדולים מ־0) ושונים זה מזה.
 - פונקציה זו אינה זורקת חריגות.

משימה 6 (שרשור מערכים דו־ממדיים) (5 נקודות):

:Assignment2.java השלימו את הגדרת הפונקציה בקובץ

```
public static int[][] append(int[][] arr1, int[][] arr2)
```

הפונקציה מקבלת שני מערכים דו־ממדיים arr1, arr2, ומחזירה מערך דו־ממדי שהוא השרשור שלהם. כלומר, הפלט arr1, מסודרים לפי המכיל מערכים הזהים בתוכנם למערכים מ-arr2, מסודרים לפי מערך המכיל מערכים הזהים בתוכנם למערכים מ-arr2, מסודרים לפי מדר1 ולאחריהם יופיעו מערכי arr2.

פונקציה זו תשמש אתכם כאשר תצטרכו לשרשר נוסחאות CNF עבור אילוצים שונים.

דוגמה:

```
int[][] arr1 = {{1,2},{7,9,10}};
int[][] arr2 = {{3,5,7,9},{16,10,11}};
int[][] arr3 = append(arr1,arr2)
for (int i = 0; i < arr3.length; i=i+1) {
        for (int j = 0; j < arr3[i].length; j=j+1) {
            System.out.print(arr3[i][j] + "");
        }
        System.out.println();
}
system.out.println();
}
1 2
7 9 10</pre>
```

הנחות על הקלט וחריגות:

- הניחו ששני המערכים שמתקבלים כקלט לפונקציה זו מייצגים CNF חוקי (אינם null ואינם מכילים מערכים שהם null).
 - פונקציה זו אינה זורקת חריגות.

משימה 7 (בדיוק אחד) (5 נקודות):

:Assignment2.java השלימו את הגדרת הפונקציה בקובץ

public static int[][] exactlyOne(int[] vars)

3 5 7 9 16 10 11

הפונקציה מקבלת מערך של משתני CNF, ומחזירה נוסחת CNF שמאלצת כל השמה מספקת לתת ערך true לבדיוק אחד מהמשתנים שבמערך.

הדרכה: אם לפחות אחד המשתנים מקבל ערך true, וגם לכל היותר אחד המשתנים מקבל ערך true, אז בדיוק אחד המשתנים מקבל ערך true.

הנחות על הקלט וחריגות:

- הניחו שהמערך vars אינו null ומכיל שמות משתני CNF חוקיים (גדולים מ־0) ושונים זה מזה.

- פונקציה זו אינה זורקת חריגות.

משימה 8 (שני מספרים שונים זה מזה) (10 נקודות):

:Assignment2.java השלימו את הגדרת הפונקציה בקובץ

```
public static int[][] diff(int[] I1, int[] I2)
```

הפונקציה מקבלת שני מערכים באורך n של משתני CNF אשר מייצגים מספרים בתחום 0... ומחזירה נוסחת הפונקציה מקבלת את המספרים המיוצגים להיות שונים זה מזה.

הנחות על הקלט וחריגות:

- הניחו שהמערכים 11,I2 אינם null, מכילים שמות משתני CNF חוקיים (גדולים מ־0) ואורכם זהה.
 - הניחו בנוסף ש־I1,I2 מייצגים מספרים בתחום -
 - פונקציה זו אינה זורקת חריגות.

דוגמה: קטע הקוד הבא מגדיר 2 מספרים בתחום 0..2 בעזרת משתני CNF ומאלץ את המספרים להיות שונים:

```
int[] I1 = {1,2,3};
int[] I2 = {4,5,6};
int[][] cnf1 = exactlyOne(I1);
int[][] cnf2 = exactlyOne(I2);
int[][] cnf3 = diff(I1,I2);
int[][] cnf = append(cnf1,append(cnf2,cnf3));
int nVars = 6;
SATSolver.init(nVars);
SATSolver.addClauses(cnf);
boolean[] assignment = SATSolver.getSolution();
```

ערך אפשרי למערך מספקת של הנוסחה מספקת של הצוקח (שמייצג השמה מספקת של assignment ערך אפשרי למערך (false, true, false, false, false, true, false) עבור השמה זו 11 מייצג את המספר I ו־I2 את המספר I את המספר I

רדוקציה מבעיית הטיול הגדול לבעיית הספיקות

תיאור הרדוקציה:

המערך הד map בהינתן מופע של בעיית *הטיול הגדול על n ערים*, נייצג פתרון של הבעיה בעזרת מערך של n של מערכים. מייצג את מספר העיר שמבקרים בה בצעד ה־i של פתרון לבעיה.

דוגמא: עבור מופע של $i \leq i \leq 3$ ערים, נגדיר מערך של map של 4 ערכים. המערך הים (עבור n=4 ערים, נגדיר מערך משתני חבץ עבור משתני ה־CNF של מספר לא ידוע בתחום i = 0.3. קטע הקוד הבא מגדיר 4 מערכים לא ידוע בתחום i = 0.3. בשורה האחרונה מוגדר מכיל 4 משתני בייצוג של i = 0.3. כל אחד מארבעת המערכים מייצג מספר בין i = 0.3 בשורה האחרונה מוגדר מערך ממכיל את ארבעת המערכים.

//java representation of the CNF variables

נרצה להגדיר נוסחת CNF שכל השמה מספקת שלה נותנת ערכים למשתני ה־CNF ב־map, כך שהמספרים המיוצגים על ידי המערכים ב-map מהווים פתרון למופע נתון של בעיית הטיול הגדול. לשם כך, נגדיר כמה אילוצים בוליאנים על משתני ה-CNF.

:map ידי על ידי מפתרון מפתרון מופע על n בהינתן מופע על ידי בהילוצים הבאים מייצגים את הדרישות מפתרון המיוצג על

- א. כל מערך ב־map מייצג מספר בתחום .0..n-1
- ,
map ב- (i < j) I_i , I_j שני מערכים לכל שני מזו. כלומר, מזו שונות map ב. כל הערים בפתרון המיוצג על די שונה מהמספר המיוצג על די ווא שונה מהמספר המיוצג על די אונה מהמספר המיוצג על די ווא שונה מהמספר המיוצג על די שונה מהמספר המיוצג על די ווא שונה מווא שני ווא שונה מווא של המיוצג על די ווא שונה מווא של המיוצג על די ווא שונה מווא של די ווא שונה מווא של המיומים המיומי
 - ג. כל הצעדים בפתרון המיוצג על ידי map הוקיים.

בניית נוסחת CNF לייצוג הדרישות ב־Dava

במשימות הבאות נממש תכנית ב־Java אשר מקבלת מופע של בעיית הטיול הגדול על n ערים ומייצרת את נוסחת ה־ CNF המתאימה לה בייצוג של Java.

משימה 9 (מיפוי המשתנים) (5 נקודות):

במשימה זו נבנה את המערך map עבור מופע על n ערים. השלימו את הגדרת הפונקציה הבאה בקובץ Assignment2.java:

public static int[][] createVarsMap(int n)

הפונקציה מקבלת כקלט מספר n (מספר הערים במופע) ומחזירה מערך דו־ממדי המייצג את משתני ה־CNF המתאימים למופע הכולל n ערים.

דוגמה:

```
int n = 4;
int[][] map = createVarsMap(n) ;
for (int i = 0; i < n; i=i+1) {
        for (int j = 0; j < n; j=j+1) {
            System.out.print(map[i][j] + " ");
        }
        System.out.println();
}
system.out.println();
}
1 2 3 4
5 6 7 8
9 10 11 12
13 14 15 16</pre>
```

n עד map ממוספרים מערך המשתנים במערך המשתנים מזוספרים מחופרים מאופן הבא: המשתנים במערך המשתנים במערך השני מ־n+1 ועד n+1.

הנחות על הקלט וחריגות:

- n > 1- הניחו ש-
- פונקציה זו אינה זורקת חריגות.

משימה 10 (כל מערך ב־map מייצג מספר) (5 נקודות):

:Assignment2.java בקובץ הבאה הפונקציה הפונקציה את הגדרת הפונקציה

public static int[][] declareInts(int[][] map)

הפונקציה מקבלת מערך m המייצג פתרון למופע על n ערים, ומחזירה מערך המאלצת מערך של משתנים הפונקציה מקבלת מערך 0,...,n-1 בוליאנים ב־map לייצג מספר בתחום 0,...,n-1

- .9 מייצג באופן תקין פתרון עבור מופע על map מייצג באופן תקין פתרון עבור
 - פונקציה זו אינה זורקת חריגות.

משימה 11 (כל הערים בפתרון שונות) (5 נקודות):

:Assignment2.java השלימו הבאה הפונקציה הפונקציה הבאה השלימו

public static int[][] allDiff(int[][] map)

את לכל המאלצת מערך מחחת על ח ערים, ומחזירה למופע על המייצג פתרון המייצג פתרון המייצג פתרון מחחת מחחת מחחת המערכים [i < j לייצג מספרים השונים זה מזה.

הנחות על הקלט וחריגות:

- .9 מייצג באופן תקין פתרון עבור מופע על n ערים כמתואר במשימה map -
 - פונקציה זו אינה זורקת חריגות.

הדרכה חובה: השתמשו בפונקציה diff שכתבתם במשימה x

משימה 12(כל הצעדים חוקיים) (5 נקודות):

:Assignment2.java השלימו את הגדרת הפונקציה הבאה בקובץ

public static int[][] allStepsAreLegal(int[][] flights, int[][] map)

הפונקציה מקבלת מופע flights של בעיית הטיול הגדול על n ערים, ומערך map המייצג פתרון למופע על n ערים, כפי שתואר במשימה 12. הפונקציה מחזירה נוסחת CNF המאלצת כל פתרון להכיל טיסות חוקיות.

פתרון מכיל טיסות חוקיות אם רצף הטיסות שהוא מציין מורכב מטיסות קיימות במופע flights פתרון מכיל טיסות חוקיות אם רצף הטיסות שהוא מציין מורכב מטיסות קיימות במופע j, וגם - העיר בשלב ה־i באופן הבא: אם העיר בשלב ה־i באופן דומה את הצעד האחרון היא i, אזי קיימת טיסה בין i ל־i במופע flights. כמו כן, נרצה לאלץ באופן דומה את הצעד האחרון i ל־i היא i אזי קיימת טיסה בין i ל־i היא i וגם - העיר בשלב ה־i היא i אזי קיימת טיסה בין i ל־i במופע flights.

בהשמה המספקת. true מקבל את מקבל map[s][t] CNF אם משתנה ה־s היא הערך שימו לב שהעיר בשלב ה־s היא

את האילוץ: CNF בעזרת בעזרת לבטא בעזרת לבטא עבור כל i < n-1. עבור כל מראר את האילוצים כנוסחת

$$map[i][j] \land map[i+1][k] \rightarrow hasFlight(flights, j, k)$$

או true רד והא הערך ור משתני map[i+1][k] הוא הערך הם map[i+1][k] ור map[i][j] המוחזר מקריאה לפונקציה זו. אילוץ זה ניתן לרשום באופן שקול כפסוקית CNF באופן הבא:

$$\neg map[i][j] \lor \neg map[i+1][k] \lor hasFlight(flights, j, k)$$

נשים לב שאם הערך של hasFlight(flights,j,k) הוא הפסוקית מסתפקת ללא קשר להשמה למשתנים האחרים. לכן, אין צורך להוסיף אילוץ במקרה זה.

לעומת אם הערך של הפסוקית מסתפקת הוא false הוא hasFlight(flights, j,k) לעומת זאת, אם הערך של הערק $-map[i][j] \lor -map[i+1][k]$

לסיכום, לכל להוסיף את הפסוקית , hasFlight(flights,j,k)=false כך ש־ i,j,k לסיכום, לכל לסיכום, לכל $\neg map[i][j] \lor \neg map[i+1][k]$

באופן דומה, נוסיף פסוקית שמבטיחה שהחזרה לעיר המקור היא גם צעד חוקי. באופן דומה, נוסיף פסוקית שמבטיחה שהחזרה לעיר hasFlight(flights,j,k)=false את הפסוקית לכל $-map[n-1][j] \lor -map[0][k]$

הנחות על הקלט וחריגות:

- הניחו ש־flights מייצג מופע תקין על n ערים.
- .9 מייצג באופן תקין פתרון עבור מופע על map מייצג באופן תקין פתרון עבור
 - פונקציה זו אינה זורקת חריגות.

משימה 13 (ממיר קלט) (5 נקודות):

בהינתן מופע של בעיית הטיול הגדול ומערך map המייצג פתרון למופע על n ערים, נבנה נוסחת CNF המקודדת את בהינתן מופע של בעיית הטיול הגדול ומערך השלימו את הגדרת הפונקציה הבאה בקובץ Assignment2.java:

public static void encode(int[][] flights, int[][] map)

הפונקציה מקבלת מופע של הבעיה *flights,* וכן מערך map שמייצג פתרון למופע על n ערים, <u>ומוסיפה לפותרן</u> נוסחת CNF המקודדת את האילוצים של מופע נתון של בעיית הטיול הגדול. שימו לב שהפונקציה אינה מחזירה ערך.

- אין להניח שום הנחות על הקלט.
- יש לזרוק חריגה אם הקלט flights אינו מייצג מופע תקין לבעיית הטיול הגדול.
- .9 אינו מייצג פתרון למופע על n ערים באופן שתואר במשימה map יש לזרוק חריגה אם -

משימה 14 (ממיר פלט) (5 נקודות):

:Assignment2.java השלימו הבאה הפונקציה הפונקציה הבאה השלימו

public static int[] decode(boolean[] assignment, int[][] map)

הפונקציה מקבלת השמה assignment למשתני ה־CNF המתוארים במערך map. על הפונקציה להחזיר מערך הפונקציה להחזיר מערך המהווה פתרון למופע כך שהערך בתא ה־i של המערך הוא מספר העיר שנבקר בה בצעד ה־i במסלול.

הנחות על הקלט וחריגות:

- .9 מייצג באופן תקין פתרון עבור מופע על n ערים כמתואר במשימה -
 - .null אינו assignment הניחו
- יש לזרוק חריגה אם מוספרים מ"רך באורך n^2+1 (זכרו כי משתני ה־SNF) אינו מערך מערך באורך n^2+1 (זכרו ההשמה למשתנה ה־ n^2).

דוגמה:

0 3 1 2 הפלט עבור קטע קוד זה הוא: 2

משימה 15 (מציאת פתרון למופע) (10 נקודות):

לבסוף, אנו מוכנים לחבר את חלקי העבודה יחדיו ולממש פתרון לבעיית הטיול הגדול באמצעות רדוקציה לבעיית הספיקות הבוליאנית. השלימו את הגדרת הפונקציה הבאה בקובץ Assignment2.java:

public static int[] solve(int[][] flights)

הפונקציה מקבלת כקלט מופע של בעיית הטיול הגדול. על הפונקציה:

- map לייצר את המערך
- לאתחל פותרן לבעיית הספיקות.
- לקודד את המופע flights, בעזרת המערך map, לנוסחת CNF ולהוסיף את הפסוקיות לפותרן.
 - להפעיל את הפותרן.

- אם מתקבלת השמה מספקת:
- יש לפענח את ההשמה המספקת לפתרון (נסמנו ב־s).
- ס לוודא כי s הוא פתרון חוקי למופע שקיבלתם ולהחזיר תשובה בהתאם:
 - אם s הוא פתרון חוקי, יש להחזירו. ■
- אחרת, יש לזרוק חריגה שמציינת שהפתרון אינו חוקי (מקרה זה ייתכן אם הנוסחה שמתארת את האילוצים הנדרשים מהפתרון אינה נכונה).
 - .null אם אין השמה מספקת, יש להחזיר את הערך

הנחות על הקלט וחריגות:

- אין להניח שום הנחות על הקלט.
- יש לזרוק חריגה אם הקלט flights אינו מייצג מופע תקין לבעיית הטיול הגדול.
- יש לזרוק חריגה אם המופע היה בלתי פתיר עקב מגבלות זמן (timeout). פרטים נוספים על מגבלות זמן ניתן למצוא בנספח לעבודה זו.
 - יש לזרוק חריגה במידה שיש השמה מספקת אך הפתרון המתקבל ממנה אינו חוקי.

משימה 16 (קיום של לפחות שני מסלולים) (5 נקודות):

בהינתן מופע של בעיית הטיול הגדול, נרצה לדעת אם קיימים למופע זה <u>שני</u> פתרונות שונים כך שהעיר הראשונה במסלול היא s והעיר האחרונה (לפני החזרה ל־s) היא t.

:Assignment2.java השלימו הבאה הפונקציה הפונקציה הבאה השלימו

public static boolean solve2(int[][] flights, int s, int t)

הפונקציה מקבלת כקלט מופע של בעיית הטיול הגדול flights, את מספר העיר שנתחיל ממנה את הטיול (s), ואת מספר העיר שנסיים בה את הטיול (t) (לפני החזרה ל-(s)). הפונקציה מחזירה שנסיים בה את הטיול (t) (לפני החזרה ל-(s)) העיר האחרונה (לפני החזרה ל-(s)) היא (t)

- אין להניח שום הנחות על הקלט.
- יש לזרוק חריגה אם הקלט flights אינו מייצג מופע תקין לבעיית הטיול הגדול.
- יש לזרוק חריגה אם המופע היה בלתי פתיר עקב מגבלות זמן (timeout). פרטים נוספים על מגבלות זמן ניתן למצוא בנספח לעבודה זו.
 - יש לזרוק חריגה במידה שיש השמה מספקת אך הפתרון המתקבל ממנה אינו חוקי.



נספח: שימוש בפותרן לבעיית הספיקות

הקובץ SATSolver.java מכיל עיקרי הממשק שתשתמשו בו לעבודה עם הפותרן.

הקובץ לפרוייקט כפי שמתואר בסוף נספח זה. org.sat4j.core.jar מממש את הפותרן עצמו. יש להוסיף את הקובץ

יש להוסיף את הקובץ SATSolver.java לאותה התיקייה יחד עם שאר קבצי הג'אווה של עבודת הבית. אין לשנות את קובץ זה, ואין להגישו יחד עם קבצי המשימה. בקובץ נמצאים עיקרי הממשק לפותרן בעיית הסיפוק הבוליאני (SAT קובץ זה, ואין להגישו יחד עם קבצי המשימה. SAT4J אם תרצו ללמוד יותר על פותרן זה, תוכלו להיעזר בגוגל.

כדי למצוא השמה מספקת לנוסחת CNF בעזרת הפותרן, יש לאתחל את הפותרן, להוסיף את הפסוקיות המהוות את הנוסחה ולבקש השמה מספקת (פתרון).

ציקרי הממשק של ה־SAT Solver:

- אמציין מציין הערך במשתנה הערך כאשר הערך מציין מתחול: יש לבצע קריאה לפונקציה (int nVars) אתחול: יש לבצע קריאה לפונקציה (כתד בנוסחת ה־CNF יילקחו אך ורק מתוך הקבוצה (כתד בנוסחת ה־CNF יילקחו אך ורק מתוך הפותרן בקריאה: (SATSolver.init(34), יהיה אפשר להתייחס רק למשתני לאחר אתחול הפותרן בקריאה: $\{x_1, ..., x_{34}\}$.
 - הוספת פסוקית: כדי להוסיף פסוקית בודדת לפותרן, יש לקרוא לפונקציה (SATSolver.addClause(int[] clause)

כאשר המערך clause מייצג פסוקית. למשל, שורות הקוד הבאות:

```
int[] clause = {5,2,-6,7,12};
SATSolver.addClause(clause);
```

. לפותרן (x_5 V x_2 V $\neg x_6$ V x_7 V x_{12}) לפותרן

הוספת פסוקיות: כדי להוסיף כמה פסוקיות לפותרן, יש לקרוא לפונקציה SATSolver.addClauses(int[][] clauses) מייצג את הפסוקיות. למשל, שורות הקוד הבאות:

```
int[][] clauses = { {5,-2,6}, {4,-17,99} };
SATSolver.addClauses(clauses);
```

. לפותרן ($x_4 \lor \neg x_{17} \lor x_{99}$) ו- ($x_5 \lor \neg x_2 \lor x_6$) לפותרן את הפסוקיות

• <u>מציאת השמה מספקת:</u> כדי לפתור את נוסחת ה־CNF שהצטברה עד כה ב־SATSolver, יש לקרוא לפונקציה

SATSolver.getSolution()

פונקציה זו מחזירה ערך לפי אחת משלוש האפשרויות הבאות:

- 1. **מערך בוליאני שאינו ריק** במידה שישנה השמה מספקת, אורך המערך יהיה כמספר המשתנים פלוס אחד. מערך זה מייצג השמה מספקת כפי שהוסבר במבוא לחלק 2 של העבודה, בסעיפי התזכורות.
 - 2. מערך בוליאני ריק במידה שהנוסחה אינה ספיקה (לא קיימת לה השמה מספקת).
 - 3. ערך timeout) של timeout במידה שהפותרן לא מצא פתרון, עקב מגבלת זמן null של 3

דוגמאות:

.1 התכנית הבאה מגדירה נוסחת CNF בעלת שלוש פסוקיות: $((x_1) \land (\neg x_1 \lor \neg x_2) \land (x_2 \lor x_3))$, בעלת שלוש פסוקיות: $(x_1) \land (\neg x_1 \lor \neg x_2) \land (x_2 \lor x_3)$ מבקשת השמה מספקת מהפותרן, ומדפיסה פלט בהתאם לתוצאה: "SAT" אם הנוסחה אינה מסתפקת, "TIMEOUT" אם הפותרן לא מצא פתרון עקב מגבלת זמן ו־"UNSAT" מסתפקת.

הפלט של תכנית זו הוא "SAT".

2. התכנית הבאה מגדירה נוסחת CNF בעלת ארבע פסוקיות:

$$((x_1) \land (\neg x_1 \lor \neg x_2) \land (x_2 \lor x_3) \land (\neg x_1 \lor \neg x_3))$$

מבקשת השמה מספקת מהפותרן, ומדפיסה פלט בהתאם לתוצאה: "SAT" אם הנוסחה מסתפקת, "TIMEOUT" אם הפותרן לא מצא פתרון עקב מגבלת זמן ו־"UNSAT" אם הנוסחה לא מסתפקת.

הפלט הצפוי הוא "UNSAT".

- 3. הקובץ ExamplesSAT.java מכיל כמה דוגמאות נוספות של נוסחאות מסתפקות.
- 4. הקובץ ExamplesUNSAT.java מכיל כמה דוגמאות נוספות של נוסחאות שאינן מסתפקות.

כיצד לשלב את הפותרן בפרויקט אקליפס?

בתחילת העבודה מומלץ ליצור פרויקט java בסביבת אקליפס ולבצע את הפעולות הבאות:

- 1. להוסיף את כל קובצי הקוד המצורפים לעבודה לספריית הקוד של הפרויקט. ספריית הקוד בפרויקט אקליפס מקבלת את השם src כברירת מחדל.
 - 2. שימו לב כי בקובצי הקוד שקיבלתם:
 - ם: ישנו קובץ שנקרא .org.sat4j.core.jar. זהו הקובץ המכיל את הפותרן. אינכם צריכים לעבוד .a איתו ישירות, אבל צריך שיהיה בספריית הקוד שלכם.
 - שנו קובץ שנקרא בריכים. SATSolver.java. זהו הקובץ שבו נמצאות כל הפונקציות שאתם צריכים. b SAT עבור העבודה עם הפותרן. פונקציות אלו מתוארות בסעיף הקודם "עיקרי הממשק של ה־Solver".
 - 3. כדי שיהיה אפשר לעבוד עם הפותרן, יש להוסיף אותו ל־Build Path של הפרויקט. למשל כך:
- .a באקליפס, לחצו עם המקש הימני של העכבר על הקובץ org.sat4j.core.jar שהוספתם לפרויקט.
 - . "Add to Build Path" בחרו של האפשרות "Build Path" בחרו באפשרות. "b
- .c כדי לוודא שהפותרן אכן משולב בפרויקט, תוכלו לכתוב פונקציית main עם קוד מאחת הדוגמאות שבסעיף הקודם ולוודא שהדוגמה אכן עובדת.