

大田県立高等学校 数学Ⅱ 丹羽和磨

19/0506

宿題 2-1

1. 標本空間 $X = \mathbb{R}^1 = [0, \infty)$

母数空間 $\Theta = \{\lambda, 0 < \lambda\}$

$$2. \text{期待値 } E[X] = \sum_{x=0}^{\infty} x \cdot \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \lambda \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1} e^{-\lambda}}{(x-1)!}$$

ここで $\lambda = \lambda + 1 - 1$ とする

$$E[X] = \lambda \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1} e^{-\lambda}}{(x-1)!}$$

$$E[X^2] = \sum_{x=0}^{\infty} x^2 \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \sum_{x=1}^{\infty} (x(x-1) + x) \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \underbrace{\sum_{x=2}^{\infty} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{(x-2)!}}_{\textcircled{1}} + \underbrace{\sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{(x-1)!}}_{\textcircled{2}}$$

ここで $\textcircled{1}$ は 2 の期待値より

$$\textcircled{2} = \lambda$$

$$\textcircled{2}'$$

また、 $X'' = X - 2 < 0$ となる $\textcircled{1}$ は

$$\textcircled{1} = \lambda^2 \sum_{x=2}^{\infty} \frac{\lambda^{x-2} e^{-\lambda}}{(x-2)!} = \lambda^2 \quad \textcircled{1}'$$

よって $\textcircled{1}' = \textcircled{1}$ より

$$E[X^2] = \lambda^2 + \lambda = \lambda(\lambda + 1) \quad \textcircled{3}$$

$$V[X] = E[X^2] - (E[X])^2 \text{ とあるから}$$

2. の答えで $\textcircled{3}$ より

$$\text{分散 } V[X] = \lambda(\lambda + 1) - \lambda^2 = \lambda + 1$$