6. $Pois(\lambda_1)$と$Pois(\lambda_2)$に従うX_1、X_2の和Yの確率関数を求めるにはポアソン分布が離散型であることからたたみ込みの計算をつかって以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
P_Y(y) &= \sum_{x_1=0}^{y} P_{X_1}(x_1) P_{X_2}(y-x_1) \\
&= \sum_{x_1=0}^{y} \frac{\lambda_1^{x_1} e^{-\lambda_1}}{x_1!} \cdot \frac{\lambda_2^{y-x_1} e^{-\lambda_2}}{(y-x_1)!} \\
&= e^{-(\lambda_1+\lambda_2)} \sum_{x_1=0}^{y} \frac{\lambda_1^{x_1} \lambda_2^{y-x_1}}{x_1!(y-x_1)!} \\
&= \frac{e^{-(\lambda_1+\lambda_2)}}{y!} \sum_{x_1=0}^{y} \frac{y!}{x_1!(y-x_1)!} \lambda_1^{x_1} \lambda_2^{y-x_1} \\
&= \frac{e^{-(\lambda_1+\lambda_2)}}{y!} \sum_{x_1=0}^{y} {}_yC_{x_1} \lambda_1^{x_1} \lambda_2^{y-x_1} \\
&= \frac{e^{-(\lambda_1+\lambda_2)}}{y!} (\lambda_1+\lambda_2)^y
\end{aligned}
$$

よって

X_1とX_2の和Yの確率関数 $= \dfrac{(\lambda_1+\lambda_2)^y}{y!} e^{-(\lambda_1+\lambda_2)}$