

Группа М3211

К работе допущен _____

Студент Низамутдинов Э.Р Сидякин Я.А

Работа выполнена _____

Преподаватель Тимофеева Э.О

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.02

Изучение скольжения тележки по наклонной плоскости

1. Цель работы.

1. Экспериментальная проверка равноускоренности движения тележки по наклонной плоскости.
2. Определение величины ускорения свободного падения g

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Измерение времени движения тележки по рельсу с фиксированным углом наклона.
2. Измерение времени движения тележки по рельсу при разных углах наклона рельса к горизонту.
3. Исследование движения тележки при фиксированном угле наклона рельса. Проверка равноускоренности движения тележки.
4. Исследование зависимости ускорения тележки от угла наклона рельса к горизонту. Определение ускорения свободного падения.

3. Объект исследования.

Исследование движение тележки по рельсу с фиксированным и переменным углом наклона

4. Метод экспериментального исследования.

Исследование косвенных величин (ускорения), полученных из многократных прямых измерений.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

Второй закон Ньютона, описывающий движение тележки

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}},$$

$$\begin{cases} 0y : 0 = N - mg \cos \alpha, \\ 0x : ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha, \end{cases}$$

При поступательном равноускоренном движении тела вдоль оси Ох зависимость проекции его скорости v_x от времени t определяется выражением

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x t$$

Зависимость координаты тела x от времени t имеет вид:

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

Выражение для модуля ускорения:

$$a = g(\sin \alpha - \mu)$$

Значение угла наклона рельса к горизонту:

$$\sin \alpha = \frac{(h - h_0) - (h' - h'_0)}{x' - x}$$

Среднее арифметическое всех результатов измерений:

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$$

Расчет погрешности, используя коэффициент Стьюдента. Доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка времени:

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$$

$$\alpha = P(t \in [\langle t \rangle - \Delta t, \langle t \rangle + \Delta t])$$

Относительная погрешность:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{t} \cdot 100\%$$

Среднеквадратичное отклонение среднего значения:

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N \cdot (N - 1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$$

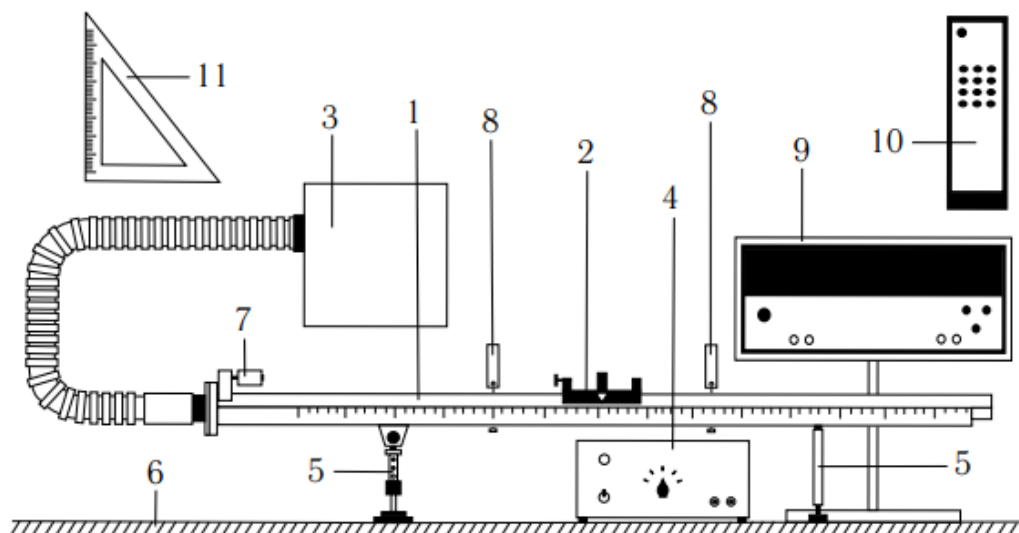
Погрешности косвенных измерений:

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{\infty} \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}$$

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Линейка на рельсе	Измерительный прибор	0–1.3м	0.005м
2	Линейка на угольнике	Измерительный прибор	0–4м	0.0005м
3	ПКЦ-3 в режиме секундомера	Измерительный прибор	0-100с	0.1с

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).



1. Рельс с сантиметровой шкалой на лицевой стороне
2. Тележка
3. Воздушный насос
4. Источник питания насоса ВС 4-12
5. Опоры рельса
6. Опорная плоскость (поверхность стола)
7. Фиксирующий электромагнит
8. Оптические ворота
9. Цифровой измерительный прибор ПКЦ-3
10. Пульт дистанционного управления прибором ПКЦ-3
11. Линейка – угольник

8. Результаты прямых измерений и их обработки (*таблицы, примеры расчетов*).

Таблица 1.

x, м	x', м	h ₀ , мм	h _{о'} , мм
0,22	1	204	204

Таблица 2.

№	Измеряемые величины				Рассчитанные величины	
	x ₁ , м	x ₂ , м	t ₁ , с	t ₂ , с	x ₂ - x ₁ , м	(t ₂ ² - t ₁ ²)/2, с ²
1	0,15	0,40	1,40	2,70	0,25	2,665
2	0,15	0,50	1,60	3,20	0,35	3,84
3	0,15	0,70	1,50	3,70	0,55	5,72
4	0,15	0,90	1,50	4,20	0,75	7,695
5	0,15	1,10	1,30	4,50	0,95	9,28

Найдем погрешности:

$$\Delta Y = \sqrt{(-\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2} = 0,007$$

$$\Delta Z = \sqrt{(t_1 \Delta t_1)^2 + (-t_2 \Delta t_2)^2}$$

Таблица 3.

$t_1, \text{с}$	$t_2, \text{с}$	Погрешность Z
1,5	2,7	0,304138127
1,6	3,2	0,357770876
1,4	3,6	0,399249296
1,4	4,1	0,445982062
1,4	4,5	0,468401537

Тогда ускорение посчитаем по МНК: $a = 0.0987 \text{ м/с}^2$

СКО: $\sigma a = 0.0035$

Таблица 4.

N пл	h, мм	h', мм	№	$t_1, \text{с}$	$t_2, \text{с}$
1	225	215	1	1,5	4,6
			2	1,4	4,5
			3	1,3	4,5
			4	1,3	4,4
			5	1,6	4,8
2	235	215	1	0,9	3,1
			2	0,9	3,2
			3	0,9	3,1
			4	1,1	3,3
			5	0,9	3,1
3	245	215	1	0,7	2,6
			2	0,7	2,6
			3	0,9	2,7
			4	0,9	2,7
			5	0,7	2,6
4	255	215	1	0,7	2,3
			2	0,6	2,2
			3	0,6	2,2
			4	0,6	2,2
			5	0,6	2,2
5	265	215	1	0,6	2
			2	0,6	2
			3	0,6	2
			4	0,6	2
			5	0,6	2

$N_{\text{пл}}$ - количество пластин

h - высота на координате $x = 0.22 \text{ м}$

h' - высота на координате $x' = 1.00 \text{ м}$

Таблица 5.

N пл	$\sin \alpha$	$\langle t_1 \rangle \pm \Delta t_1$	$\langle t_2 \rangle \pm \Delta t_2$	$\langle a \rangle \pm \Delta a$
1	0,012820513	1,42 \pm 0.162	4,56 \pm 0.188	0,083 \pm 0.007
2	0,025641026	0,94 \pm 0.111	3,16 \pm 0.111	0,171 \pm 0.013
3	0,038461538	0,9 \pm 0.219	2,64 \pm 0.068	0,253 \pm 0.022
4	0,051282051	0,78 \pm 0.055	2,22 \pm 0.055	0,361 \pm 0.022
5	0,064102564	0,6 \pm 0	2 \pm 0	0,428 \pm 0.003
N пл - количество пластин				
$\langle t_{1,2} \rangle = 1/n \sum_{i=1}^n t_{i, 2_i}$				

$$B = g = \frac{\sum_{i=1}^N a_i \sin \alpha_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \sin^2 \alpha_i - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2} = 6,869$$

$$A = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N a_i - B \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right) = -0,004$$

СКО для ускорения свободного падения: $\sigma g = 0.234$

9. Расчет результатов косвенных измерений (*таблицы, примеры расчетов*).

Для задания 1.

Рассчитаем абсолютную погрешность коэффициента a для доверительной вероятности $\alpha = 0,90$ ($t_{0.90,5} \approx 2$):

$$\Delta a = 2\sigma a = 0.007$$

Относительная погрешность ускорения:

$$\varepsilon a = \Delta a/a \cdot 100\% = 3.56\%$$

Для задания 2.

Вычислим погрешность для t_1 , t_2

погрешность t_1	погрешность t_2
0,162100463	0,188548774
0,1112	0,1112
0,219602404	0,068095815
0,0556	0,0556
0	0

$$\Delta a = \langle a \rangle \sqrt{\frac{(\Delta x_2)^2 + (\Delta x_1)^2}{(x_2 - x_1)^2} + 4 \cdot \frac{(\langle t_1 \rangle \Delta t_1)^2 + ((\langle t_2 \rangle) \Delta t_2)^2}{(\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2)^2}}$$

Вычислим погрешность для ускорения

погрешность а
0,007912061
0,01389368
0,022090147
0,022115771
0,003885202

Рассчитаем СКО для ускорения свободного падения

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)}} = 0,234$$

Посчитаем абсолютную погрешность g для доверительной вероятности $\alpha = 0.90$

$$\Delta g = 2\sigma g = 0,469$$

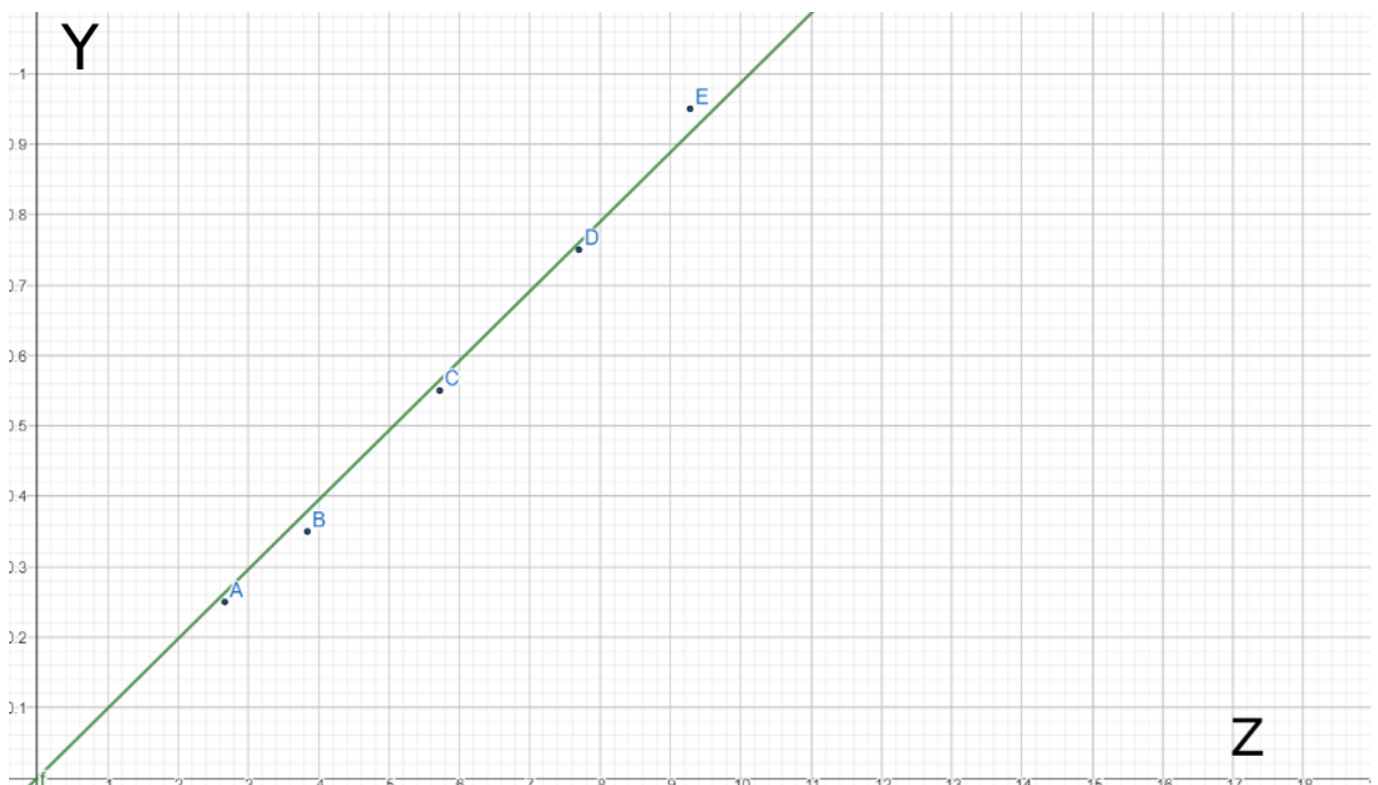
Рассчитаем относительную погрешность g :

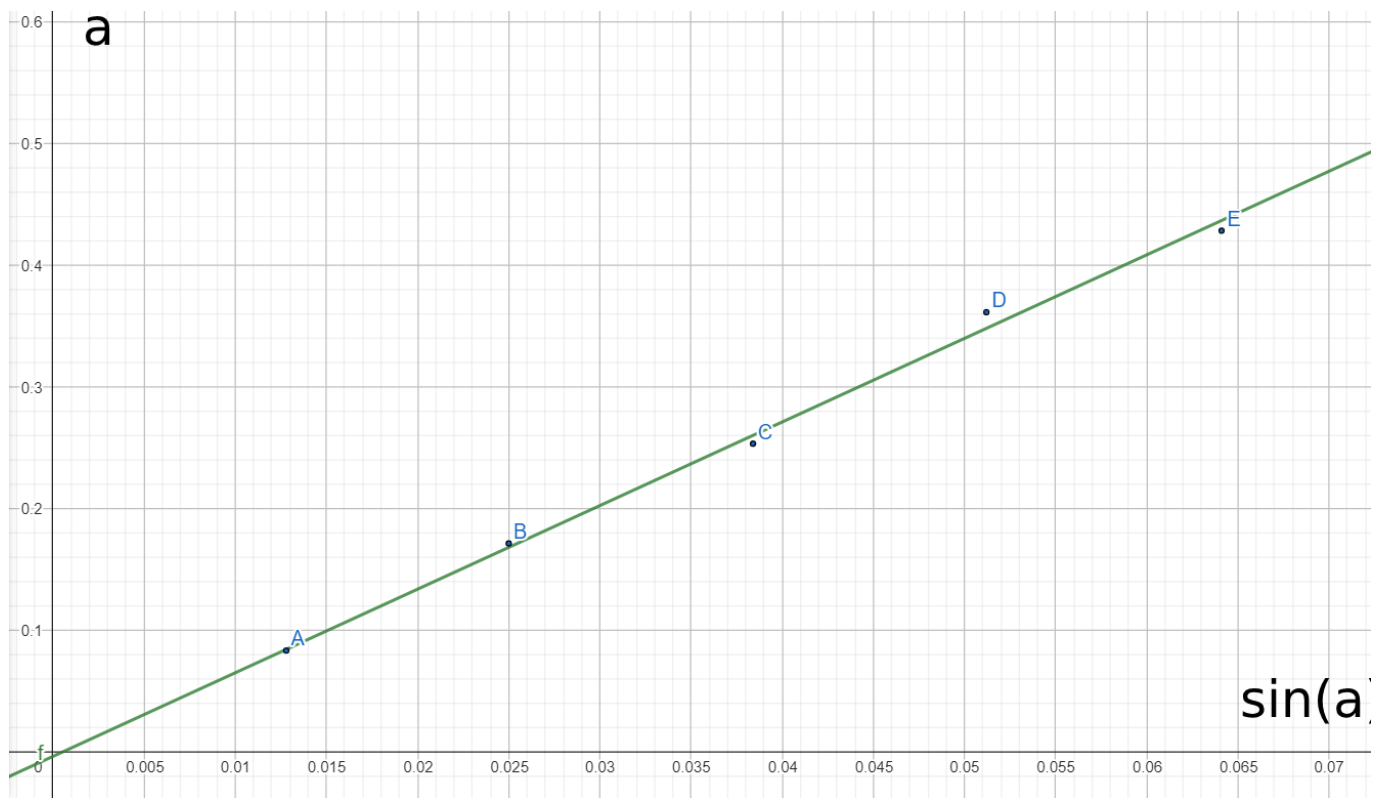
$$\varepsilon g = \Delta g / g \cdot 100\% = 6,841\%$$

Ускорение свободного падения в Санкт-Петербурге: 9,8195.
 Абсолютное отклонение: $\Delta g = |g_{exp} - g_{table}| = 2,950$

Относительное отклонение: $\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g_{table}} = 0,301$ (30,1%)
 $\Delta g = 0,469 < |g_{exp} - g_{table}| = 2,9507$

10. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).





11. Окончательные результаты.

Доверительный интервал для значения ускорения при одной пластине:

$$a = (0.0987 \pm 0.007) \text{ м/с}^2$$

$$\varepsilon a = 3.56\% \quad \alpha = 0.9$$

Доверительный интервал значения ускорения свободного падения:

$$g = (6.86 \pm 0.469) \text{ м/с}^2$$

$$\varepsilon g = 6.841\% \quad \alpha = 0.9$$

12. Выводы и анализ результатов работы.

По собранным данным была построена аппроксимирующая прямая. Угловым коэффициентом был получен по методу наименьших квадратов. При построении зависимости с таким угловым м/с^2 коэффициентом отмечалось сходство экспериментально и аналитически построенных графиков соответственно, таким образом гипотеза о равноускоренности движения тележки подтверждается в рамках эксперимента. Относительная погрешность полученного значения составляет 6.81%, что является показателем в пределах нормы. Экспериментально полученные данные позволили рассчитать значения ускорения свободного падения $g = (6.86 \pm 0.469) \text{ м/с}^2$.

Л. Р. 1.02

Измайлов

Сурякин 08.10.2011

$x = 0,22 \text{ м}$

$h_0 = 215 \text{ мм}$

$x' = 1,0 \text{ м}$

$h'_0 = 215 \text{ мм}$

Александр

~~$x_1 = 0,15 \text{ м}$
 $x_2 = 0,4 \text{ м}$
 $t_1 = 1,4$
 $t_2 = 2,7$~~

$x_1, \text{м}$	$x_2, \text{м}$	$t_1, \text{с}$	$t_2, \text{с}$
0,15	0,4	1,4	2,7
0,15	0,5	1,6	3,2
0,15	0,7	1,5 3,2	3,7
0,15	0,9	1,5	4,2
0,15	1,1	1,3	4,5

~~$h = 225 \text{ мм}$
 $h' = 215 \text{ мм}$~~