

Группа М3211

К работе допущен \_\_\_\_\_

Студент Низамутдинов Э.Р.

Работа выполнена \_\_\_\_\_

Преподаватель Тимофеева Э.О.

Отчет принят \_\_\_\_\_

## **Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.01**

### **Исследование распределения случайной величины**

#### **1. Цель работы.**

1. Исследование распределения случайной величины на примере многократных измерений определённого интервала времени

#### **2. Задачи, решаемые при выполнении работы.**

1. Провести многократные измерения определенного интервала времени.
2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

#### **3. Объект исследования.**

Распределение случайной величины.

#### **4. Метод экспериментального исследования.**

Анализ многократного измерения промежутка времени в 5 секунд, используя секундомер.

#### **5. Рабочие формулы и исходные данные.**

- 1) Значение плотности вероятности:

$$\rho(t) = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\Delta N}{N \Delta t} = \frac{1}{N} \frac{dN}{dt}.$$

- 2) Функция Гаусса:

$$\rho(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2} \right).$$

3) Среднеарифметическое всех результатов измерений:

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} (t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$$

4) Выборочное среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}.$$

5) Максимальное значение плотности распределения:

$$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}}$$

6) Значения вероятности попадания результата каждого измерения  $t$  в интервал  $[t_1; t_2]$  в стандартных (наиболее употребительных на практике) интервалах при условии реализации нормального распределения случайной величины:

$$t \in [\langle t \rangle_N - \sigma, \langle t \rangle_N + \sigma], P_\sigma \cong 0,683$$

$$t \in [\langle t \rangle_N - 2\sigma, \langle t \rangle_N + 2\sigma], P_{2\sigma} \cong 0,954$$

$$t \in [\langle t \rangle_N - 3\sigma, \langle t \rangle_N + 3\sigma], P_{3\sigma} \cong 0,997$$

7) Формулы для вычисления приближённой вероятности попадания каждого измерения  $t$  в интервал  $[t_1; t_2]$ :

$$t \in [\langle t \rangle_N - \sigma_N, \langle t \rangle_N + \sigma_N]$$

$$t \in [\langle t \rangle_N - 2\sigma_N, \langle t \rangle_N + 2\sigma_N]$$

$$t \in [\langle t \rangle_N - 3\sigma_N, \langle t \rangle_N + 3\sigma_N]$$

8) Среднеквадратичное отклонение среднего значения:

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$$

9) Доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка времени:

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$$

$$\alpha = P(t \in [\langle t \rangle - \Delta t, \langle t \rangle + \Delta t])$$

## 6. Измерительные приборы.

Таблица 1.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	Измеритель времени	0-60 с	0.02 с
2	Часы	Измеритель времени	0-60 с	0.05 с

## 7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

## 8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 2.

№	t , с	ti - tn , с	(ti-tn)^2 , с^2
1	5,30	0,17	0,03
2	5,18	0,05	0,00
3	5,07	-0,06	0,00
4	5,13	-0,01	0,00
5	5,30	0,17	0,03
6	5,23	0,09	0,01
7	5,29	0,16	0,02
8	5,22	0,09	0,01
9	5,18	0,05	0,00
10	5,25	0,12	0,01
11	4,95	-0,18	0,03
12	5,01	-0,12	0,01
13	5,07	-0,06	0,00
14	5,25	0,12	0,01
15	5,07	-0,06	0,00
16	4,90	-0,23	0,05

17	5,35	0,22	0,05
18	4,90	-0,23	0,05
19	5,17	0,04	0,00
20	5,26	0,13	0,02
21	5,20	0,07	0,00
22	4,87	-0,26	0,07
23	5,25	0,12	0,01
24	5,25	0,12	0,01
25	5,25	0,12	0,01
26	4,99	-0,14	0,02
27	5,32	0,19	0,04
28	4,97	-0,16	0,03
29	4,99	-0,14	0,02
30	4,91	-0,22	0,05
31	5,14	0,01	0,00
32	5,15	0,02	0,00
33	5,20	0,07	0,00
34	4,95	-0,18	0,03
35	5,25	0,12	0,01
36	5,19	0,06	0,00
37	5,20	0,07	0,00
38	5,36	0,23	0,05
39	5,35	0,22	0,05
40	5,15	0,02	0,00
41	5,12	-0,01	0,00
42	5,13	-0,01	0,00
43	5,05	-0,08	0,01
44	5,13	-0,01	0,00
45	5,10	-0,03	0,00
46	5,02	-0,11	0,01
47	5,32	0,19	0,04
48	4,99	-0,14	0,02
49	5,23	0,09	0,01
50	5,13	-0,01	0,00
51	5,22	0,09	0,01
52	5,12	-0,01	0,00
53	5,27	0,14	0,02
54	5,03	-0,11	0,01
55	4,92	-0,21	0,04
56	5,35	0,22	0,05
57	5,25	0,12	0,01
58	4,95	-0,18	0,03
59	5,35	0,22	0,05
60	5,32	0,19	0,04
61	5,20	0,07	0,00
62	5,08	-0,06	0,00
63	5,17	0,04	0,00
64	5,25	0,12	0,01
65	5,20	0,07	0,00
66	4,84	-0,29	0,09

67	5,20	0,07	0,00
68	4,92	-0,21	0,04
69	5,23	0,09	0,01
70	4,99	-0,14	0,02
71	5,00	-0,13	0,02
72	5,10	-0,03	0,00
73	5,10	-0,03	0,00
74	4,92	-0,21	0,04
75	5,30	0,17	0,03
76	5,07	-0,06	0,00
77	5,12	-0,01	0,00
78	5,04	-0,09	0,01
79	5,30	0,17	0,03
80	5,04	-0,09	0,01
81	5,15	0,02	0,00
82	5,35	0,22	0,05
83	5,07	-0,06	0,00
84	5,08	-0,05	0,00
85	5,23	0,09	0,01
86	5,04	-0,09	0,01
87	5,12	-0,01	0,00
88	4,98	-0,15	0,02
89	5,30	0,17	0,03
90	5,35	0,22	0,05
91	5,10	-0,03	0,00
92	5,20	0,07	0,00
93	5,19	0,06	0,00
94	5,00	-0,13	0,02
95	5,17	0,04	0,00
96	5,01	-0,12	0,01
97	5,02	-0,11	0,01
98	5,05	-0,08	0,01
99	5,30	0,17	0,03
100	5,25	0,12	0,01
	$\langle t \rangle_N = 5,14, \text{ c}$	$\Sigma N(t_i - \langle t \rangle) = 0$	$\sigma_N = 0,132, \text{ c}$
			$\rho_{max} = 3,009, \text{ c}^{-1}$

# 9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Среднее арифметическое значение результатов измерений:

$$\langle t \rangle_N = \frac{514}{100} = 5,14, \text{ c}$$

Выборочное среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1,74}{99}} = 0,132 \quad , \text{ c}$$

Максимальное значение плотности распределения:

$$\rho_{max} = \frac{1}{0,132 \cdot \sqrt{2\pi}} = 3,009 \quad , \text{ c}^{-1}$$

Среднеквадратичное отклонение среднего значения:

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1,74}{9900}} = 0,013 \quad , \text{ c}$$

Таблица 3.

Среди полученных данных:  $t_{min} = 4,84$  и  $t_{max} = 5,36$  , разобьем промежуток от  $[t_{min} ; t_{max}]$  на 10 равных частей:  $\Delta t = 0,052$

Гр. Интервалов, c	$\Delta N$	$\Delta N / , \text{ c}^{-1}$ $N \Delta t$	t, c	$\rho, \text{ c}^{-1}$
4,8 - 4,85	1	0,192	4,825	0,178
4,85 - 4,90	3	0,576	4,875	0,408
4,90 - 4,95	7	1,346	4,925	0,808
4,95 - 5,00	8	1,538	4,975	1,387
5,00 - 5,06	10	1,923	5,03	2,133
5,06 - 5,11	11	2,115	5,085	2,761
5,11 - 5,16	12	2,307	5,135	3,007
5,16 - 5,21	14	2,692	5,185	2,841
5,21 - 5,26	16	3,076	5,235	2,328
5,26 - 5,32	11	2,115	5,29	1,587
5,32 - 5,37	7	1,346	5,345	0,910

Таблица 4.

	Начало интервала, с	Конец интервала, с	$\Delta N$	$\Delta N / N$	P
$\langle t \rangle_N \pm \sigma_N$	5,272	5,007	67	0,67	0,683
$\langle t \rangle_N \pm 2\sigma_N$	5,405	4,874	99	0,99	0,954
$\langle t \rangle_N \pm 3\sigma_N$	5,537	4,742	100	1	0,997

#### 10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Значение коэффициента Стьюдента  $t_{\alpha,N}$  для доверительной вероятности  $\alpha = 0,95$ :

$$t_{\alpha,N} = 1,98$$

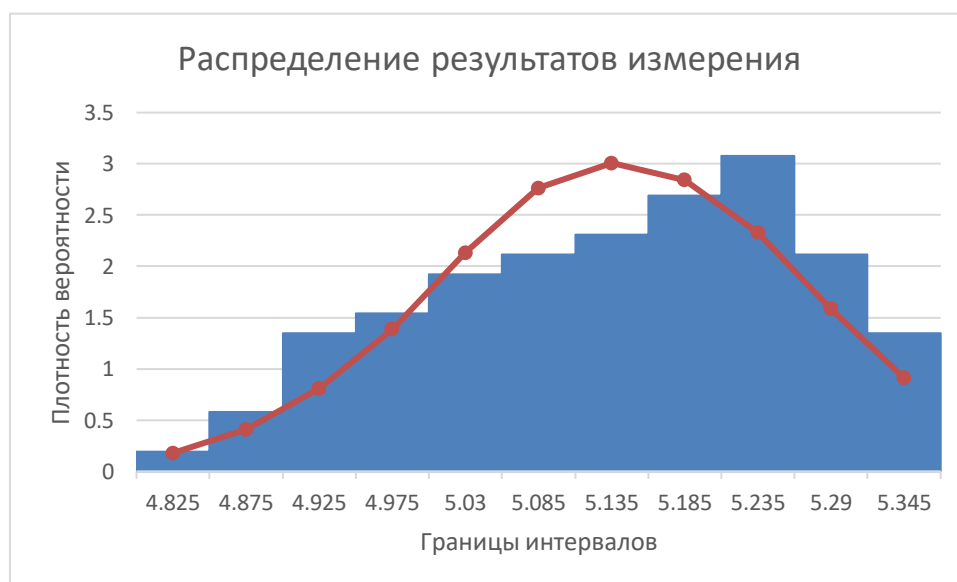
Доверительный интервал:

$$\Delta t = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} = 1,98 \cdot 0,01 = 0,026;$$

Доверительная вероятность:

$$\alpha = P(t \in [5,11 ; 5,17])$$

#### 11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2)



## 12. Окончательные результаты.

Доверительный интервал:

$$t = 5,14 \pm 0,026 \text{ с } (\alpha = 0,95)$$

$$\alpha = P(t \in [5,11 ; 5,17])$$

Среднеквадратичное отклонение среднего значения:

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1,74}{9900}} = 0,013 \text{ , с}$$

## 13. Выводы и анализ результатов работы.

По ходе выполнения лабораторной работы мы исследовали распределение случайной величины на примере многократных измерений определенного интервала времени. По итогам вычислений построили гистограмму распределения результатов измерения. Вычислили среднее значение и дисперсию полученной выборки. Сравнили гистограмму с графиком функции Гаусса с таким же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

14. Замечания преподавателя (*исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт*).