

1. Представьте, что вы путешествуете по острову "Изолянд", который представляет собой большой прямоугольник размером 10×6 км. На этом острове тропинки идут строго параллельно берегам. На каждой развилке вы можете выбрать только 2 направления: либо направо, либо вверх. Вам нужно добраться из точки А, расположенной в нижнем левом углу острова, в точку В, которая находится в правом верхнем углу.
- Каково количество различных маршрутов существует для того, чтобы успешно добраться от точки А до точки В?



Автор – Александр Лазарев, М3216

Решение:

Всего есть два варианта : Вправо(П) и Вверх(В)
Заметим, чтобы добраться с нижней левой до верхней правой клетки потребуется 6 раз подняться вверх и сделать 10 шагов вправо

ВВВВВВ ПППППППППП
6 10

Следовательно, задача сводится к поиску количества способов выбрать 6 мест из 16

$$C_{16}^6 = \frac{16!}{(16-6)! \cdot 6!} = 8008$$

2. Жора – очень благодарный ученик, и поэтому он решил подарить своей учительнице по математике букет из 101 розы! В магазине было всего 26 белых, 27 красных, 28 желтых и 29 оранжевых. Стоя в магазине Жора задумался. Сколько всего существует вариантов для его букета? Цветы одного цвета считаются одинаковыми.

Автор – Михаил Поликов, М3209

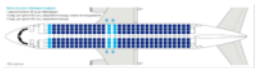
Посчитаем количество цветов, которые не войдут в итоговый букет:

$$26 + 27 + 28 + 29 - 101 = 9$$

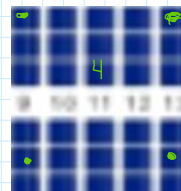
Посчитаем число повторений

$$C_9^9 = \frac{9!}{9! \cdot 0!} = 1$$

3. Вы с вашей возлюбленной решили отправиться в романтическое путешествие на тропические острова. В аэропорту вы поссорились, и сидеть на одном ряду или на соседних вы не хотите. Если же между вами будет хотя бы три ряда, то вы будете слишком сильно переживать друг о друге. О своих потребностях вы сообщаете на стойке регистрации. Сколько вариантов посадить вас имеет сотрудник авиакомпании? План салона самолёта прилагается.



Автор – Марат Ибрагимов, М3219

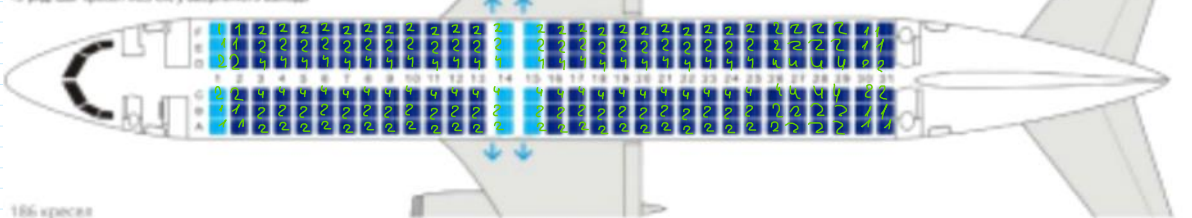


Места по улочке «Войскам» (аэропорт)

1 ряд (эконом-класс) 16 см до перегородки

14 ряд: шаг кресел 96,5 см, у аварийного выхода, спинки не откидываются

15 ряд: шаг кресел 96,5 см, у аварийного выхода

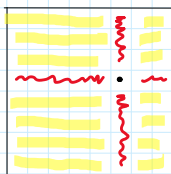


166 кресел

$$2(2 \cdot 4 \cdot 4) + 2 \cdot 8 + 6 + 4 \cdot (2 \cdot 4 \cdot 2) = 464$$

4. Две разные ладьи случайно поставили на пустое шахматное поле. Найдите вероятность того, что они не будут бить друг друга.

Размер шахматной доски $8 \times 8 = 64$ клетки
 Ладья в любой клетки шахматной доски бьет 14 клеток
 Значит, нужно поставить ладью в такое место, которое не попадает под "огонь" другой ладьи + исключить место, на котором стоит первая ладья
 $64 - 14 - 1 = 49$ есть клеток, куда можно поставить ладью.
 Следовательно, вероятность = $\frac{49}{64} \approx 0,76$



5. 10 членов студенческого братства "N" и по совместительству первокурсники прекрасного направления "РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ / SOFTWARE ENGINEERING" после успешной сдачи коллоквиума по Дискретной математике решили поехать в мексиканском ресторанчике. Чтобы подчеркнуть, что они "братья каждый кушил по 5 блюд для других членов братства (1 блюдо - 1 член братства). Требуется доказать, что найдутся двое, купивших друг другу вкусняшку.

Автор – Иван Бушковский, М3214

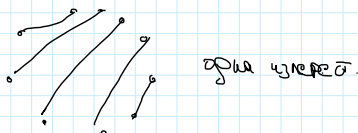
Рассмотрим 10 человек и найдем количество всех возможных пар между ними

$$C_{10}^2 = \frac{10!}{2!8!} = 45$$

Предположим, что у каждого из 10 человек будет свой набор из 5 людей, которые не дарили ему блюд

$$10 \cdot 5 = 50$$

$$50 > 45 ?! \quad \text{невозможно}$$



для этого.

6. ВИА "Шимпанзе" едет в концертный тур. Им нужно собрать сет-лист (список песен, которые они планируют играть на концерте). На данный момент у "Шимпанзе" 9 альбомов по 11 песен в каждом, с альбома надо отобрать по 2 песни. Сколько всего сет-листов можно составить?

$$9 \cdot C_{11}^2 = 9 \cdot \frac{11!}{2!(11-2)!} = 495$$

7. Вы организуете лотерею. Каждому билету присваивается номер, собирающийся из 10 цифр от 0 до 9, максимум – 10 цифр, но может быть и меньше. В целях борьбы с мошенничеством вы изымаете из продажи некоторые билеты и записываете их номера в реестр, чтобы в случае получения такого билета можно было наказать мошенника.

Дискретная математика

- Дано сочетание без повторений (1,4,5,7,8,9). Выпишите 3 следующих и 3 предыдущих номера.
- Дано сочетание с повторениями (1,2,3,4,8). Выпишите 2 следующих и 2 предыдущих номера.
- Дана перестановка (4529036178). Выпишите 5 следующих и 5 предыдущих номера.

Все "следующие" и "предыдущие" – в рамках лексикографического порядка.

1. 1, 4, 5, 7, 8, 9

3 след:

$$\begin{array}{r} 145789 \quad 10 \\ 145789 \quad 10 \\ 146489 \quad 10 \\ 146489 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 146789 \quad 10 \\ 156789 \quad 10 \\ 156789 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 156789 \quad 10 \\ 256789 \quad 10 \\ 294567 \end{array}$$

3 пред:

$$\begin{array}{r} 145789 \\ 145789 \\ 145689 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 145689 \\ 145679 \\ 145679 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 145679 \\ 145679 \\ 145648 \end{array}$$

2. 1, 2, 3, 4, 8

2 след:

$$\begin{array}{r} 12348 \\ 12348 \\ 12349 \end{array}$$

2 пред:

$$\begin{array}{r} 12348 \\ 12348 \\ 12347 \end{array}$$

• 12349
12355

• 12344
12346

3.

3. Дана перестановка (4529036178). Выпишите 5 следующих и 5 предыдущих номера.

5 Prev:

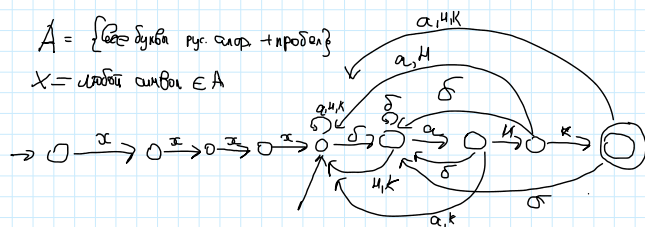
• 4529036178
4529036187
• 4529036184
4529036418
• 4529036418
4529036481
• 4529036481
4529036814
• 4529036814
4529036841

5 Next:

• 4529036178
4529031846
• 4529031846
4529031864
• 4529031864
4529031486
• 4529031486
4529031468
• 4529031468
452903684

8. Петя – среднестатистический студент ИТМО с факультета ИС. Он только что закончил первый курс на "хорошо" и "отлично" и к нему незамедлительно начали поступать письма с предложением работы. Писем становилось все больше, и в каждом Петю умоляли устроиться на работу именно к ним в компанию. Мальчик долго думал, и писем стало настолько много, что он перестал успевать их рассматривать. Петя попросил вас о помощи, он знает, что готов устроиться только в "сидлиную" компанию. "Сидлиными" Петя считает те компании, название которых начинается с 4 символов (любая буква алфавита или пробел), кончается на "банк". Напишите конечный автомат, который будет принимать только названия "сидлиных" компаний, чтобы Петя смог рассмотреть все предложения. Продемонстрируйте его пошаговую работу на 1 названии каждого типа, принимаемого и не принимаемого автоматом.

Автор – Александр Гущенко, М3208

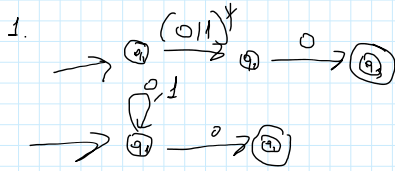


может ли вообще банк
принять другие символы?

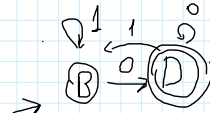
9. Построить регулярные выражения и минимальные ДКА по запросам:

1. Все чётные числа в двоичной системе счисления
2. Все числа, содержащие нечётное количество единиц в двоичной системе счисления
3. Все строки, состоящие из букв a, b, c и оканчивающиеся на abc.

1) $((0/1)^*)^0$



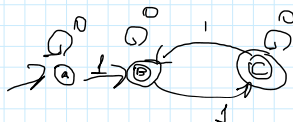
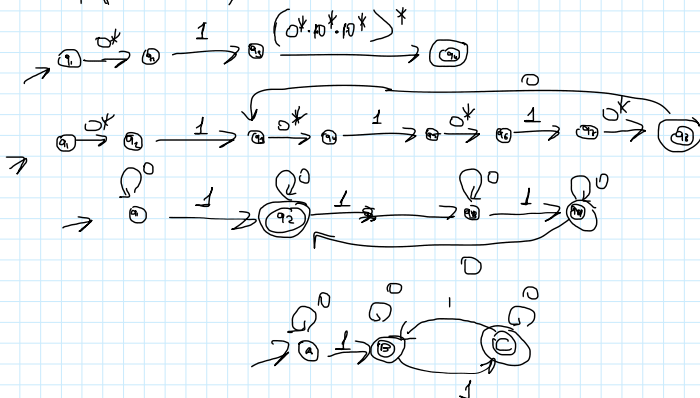
| | \emptyset | A | 0 | 1 |
|---------------------------------|-------------|-------------------------------|----------------|---|
| \rightarrow q ₁ | B | q ₁ q ₂ | q ₁ | |
| * q ₂ | C | - | - | |
| * q ₁ q ₂ | D | q ₁ q ₂ | q ₁ | |



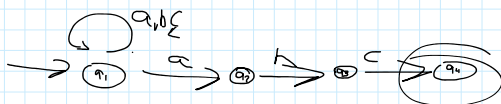
2)

2. Все числа, содержащие нечётное количество единиц в двоичной системе счисления

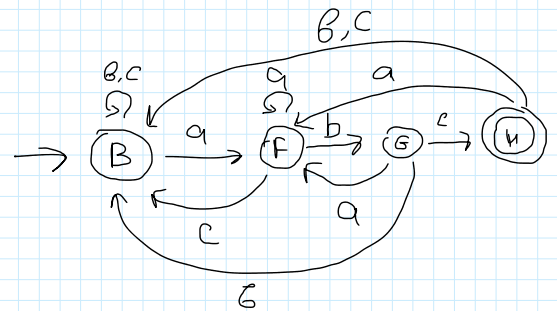
$0^*1((0^*10^*10^*)^*)^*$



3) $(a/b/c)^*abc$



| | A | a | b | c |
|---------------------------------|---|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| \rightarrow q ₁ | B | q ₁ q ₂ | q ₁ | q ₁ |
| q ₂ | C | - | q ₃ | - |
| q ₃ | D | - | - | q ₄ |
| * q ₄ | E | - | - | - |
| * q ₁ q ₂ | F | q ₁ q ₂ | q ₁ q ₃ | q ₁ |
| * q ₁ q ₃ | G | q ₁ q ₂ | q ₁ | q ₁ q ₄ |
| * q ₁ q ₄ | H | q ₁ q ₂ | q ₁ | q ₁ |
| * q ₂ q ₃ | I | - | q ₃ | q ₄ |
| * q ₂ q ₄ | J | - | q ₃ | C=J |



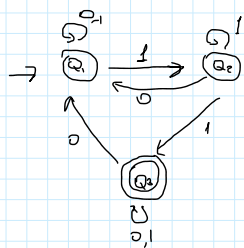
| | | | | | |
|-------------------|---|-----------|-----------|-----------|---------|
| $q_2 q_3$ | I | - | q_3 | q_4 | |
| $q_2 q_4$ | J | - | q_3 | - | $C = J$ |
| $q_3 q_4$ | K | - | - | q_4 | $D = K$ |
| $q_1 q_2 q_3$ | L | $q_1 q_2$ | $q_1 q_3$ | $q_1 q_4$ | |
| $q_1 q_2 q_4$ | M | $q_1 q_2$ | $q_1 q_3$ | q_1 | $F = M$ |
| $q_1 q_3 q_4$ | N | $q_1 q_2$ | q_1 | $q_1 q_4$ | $G = N$ |
| $q_2 q_3 q_4$ | O | - | q_3 | q_4 | $I = O$ |
| $q_1 q_2 q_3 q_4$ | P | $q_1 q_2$ | $q_1 q_3$ | $q_1 q_4$ | $L = P$ |

10. Дан НКА, принимающий бинарные символы и распознающий слова соответственно таблице переходов:

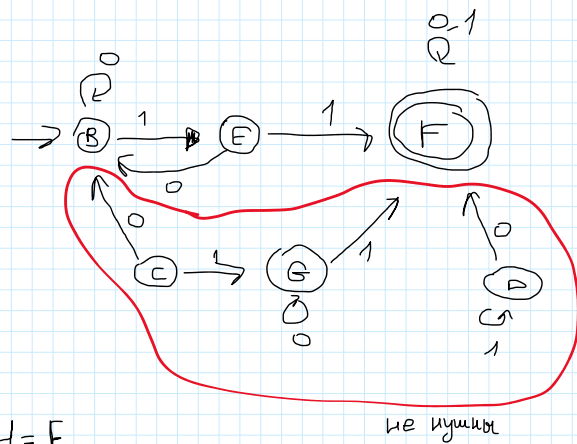
| | 0 | 1 | F |
|-------|------------|------------|---|
| Q_1 | Q_1 | Q_1, Q_2 | 0 |
| Q_2 | Q_1 | Q_2, Q_3 | 0 |
| Q_3 | Q_1, Q_3 | Q_3 | 1 |

По таблице переходов постройте диаграмму Мура и с помощью алгоритма Томпсона постройте ДКА, эквивалентный данному НКА.

Автор - Елизавета Котельникова, М3212



| | | | |
|---------------|---|-----------|---------------|
| \emptyset | A | 0 | 1 |
| q_1 | B | q_1 | $q_1 q_2$ |
| q_2 | C | q_1 | $q_2 q_3$ |
| q_3 | D | $q_1 q_3$ | q_3 |
| $q_1 q_2$ | E | q_1 | $q_1 q_2 q_3$ |
| $q_1 q_3$ | F | $q_1 q_3$ | $q_1 q_2 q_3$ |
| $q_2 q_3$ | G | $q_1 q_3$ | $q_2 q_3$ |
| $q_1 q_2 q_3$ | H | $q_1 q_3$ | $q_1 q_2 q_3$ |



$H = F$

не нужны