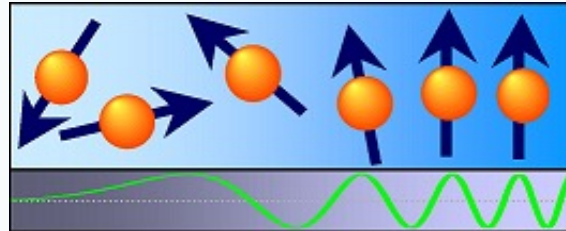


# Experimental Physics

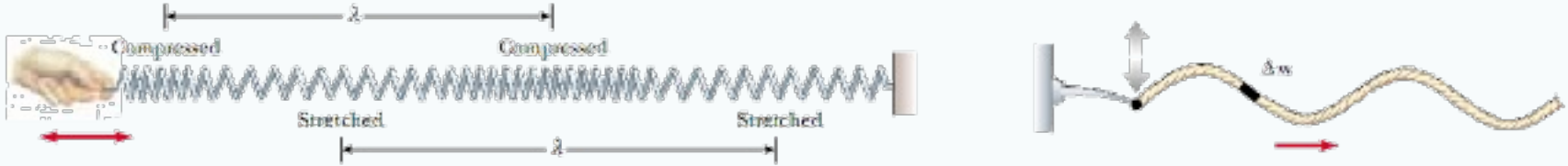
## EP1 MECHANICS

### – Waves –



<https://bloch.physgeo.uni-leipzig.de/amr/>

# Waves, superposition



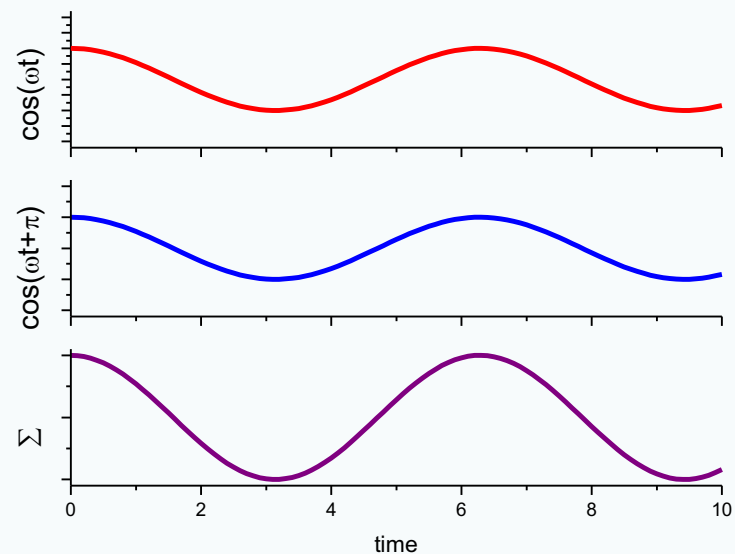
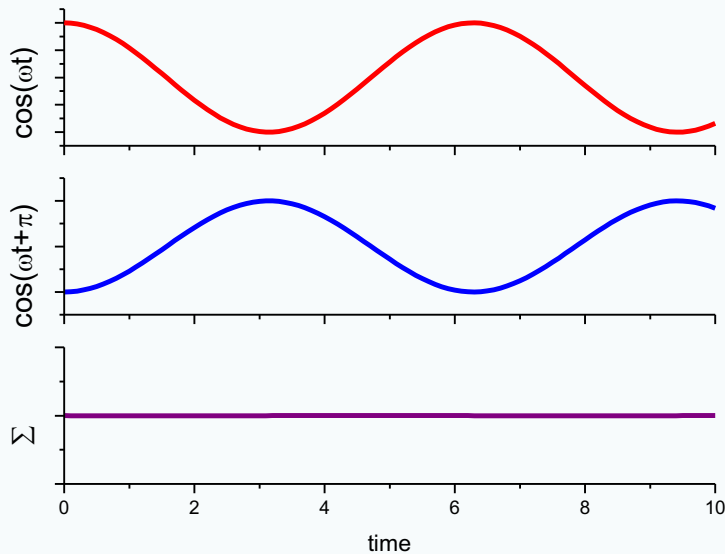
$$y = f(x - vt) \quad \text{- wave function (wave traveling to the right)}$$

$$y(x, t) = y_1(x - vt) + y_1(x + vt) \quad \text{- principle of superposition}$$

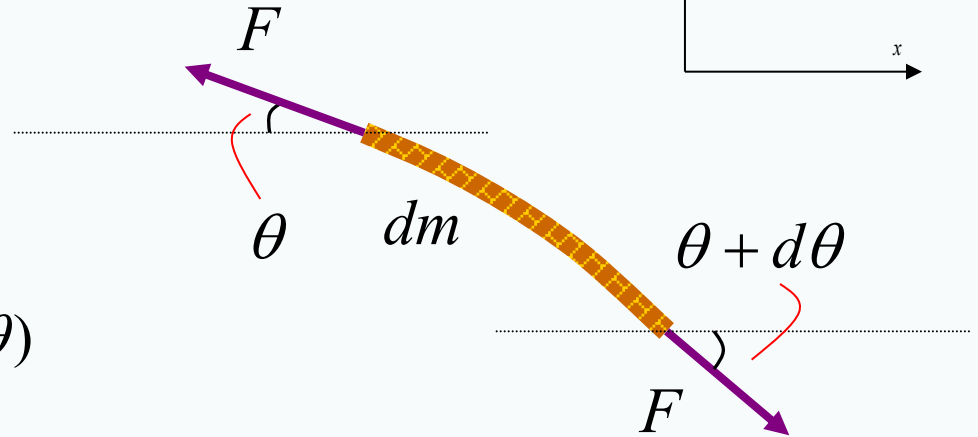
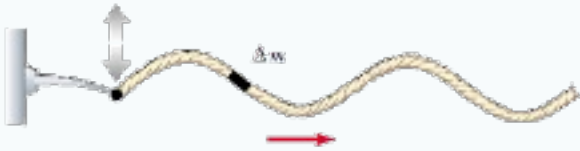
**destructive**

**- Interference -**

**constructive**



# Wave equation



$$dm \frac{d^2 y}{dt^2} = F \sin(\theta) - F \sin(\theta + d\theta)$$

$$\mu dx \frac{d^2 y}{dt^2} = F d\theta \quad \begin{array}{l} \mu \equiv M / L \\ \sin \theta \approx \theta \end{array}$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{F}{\mu} \frac{d\theta}{dx} = \frac{F}{\mu} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$\boxed{\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

$$y = f(x \pm vt)$$

$$v^2 = F / \mu$$

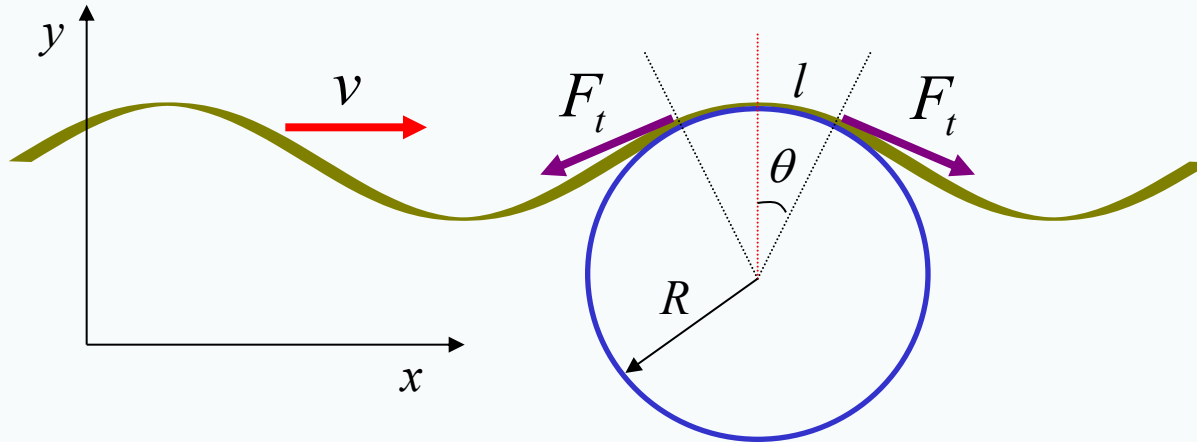
$$\tan(\theta) = \frac{dy}{dx} = (!) = \frac{\partial y}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \tan(\theta)}{\partial x} = \frac{1}{\cos^2(\theta)} \frac{d\theta}{dx} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

**small angles!**

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

# Wave speed

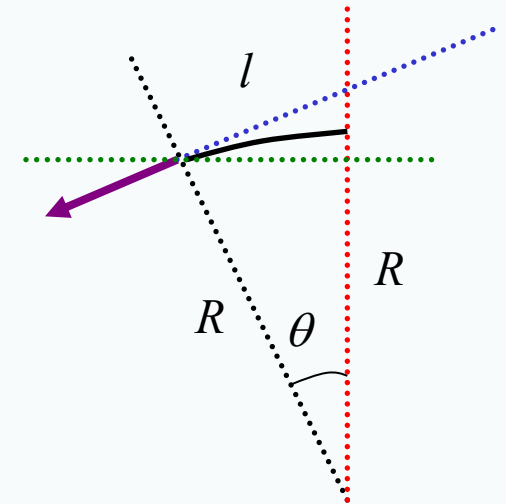


$$v^2 = \frac{F_t}{\mu}$$

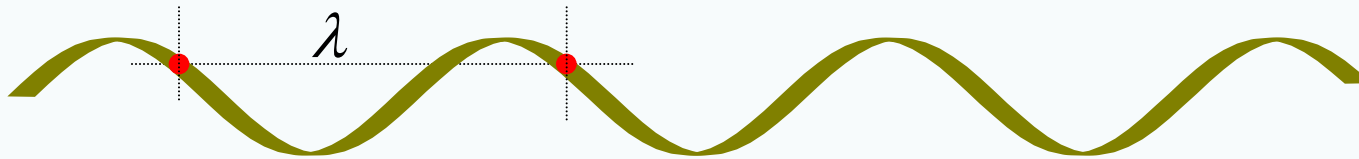
$$ma = 2(F_t)_y$$

$$a = \frac{v^2}{R} \quad m = 2l\mu \quad (F_t)_y \approx F_t \theta = F_t \frac{l}{R}$$

$$2\mu l \frac{v^2}{R} = 2F_t \frac{l}{R} \quad v^2 = \frac{F_t}{\mu} = \frac{F_t}{A\rho}$$



# Wave function



$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \lambda = f\lambda$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} (= v)$$

$$y = A_0 \sin(kx)$$

$$k(x + \lambda) = kx + 2\pi \Rightarrow k\lambda = 2\pi$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{- wave number}$$

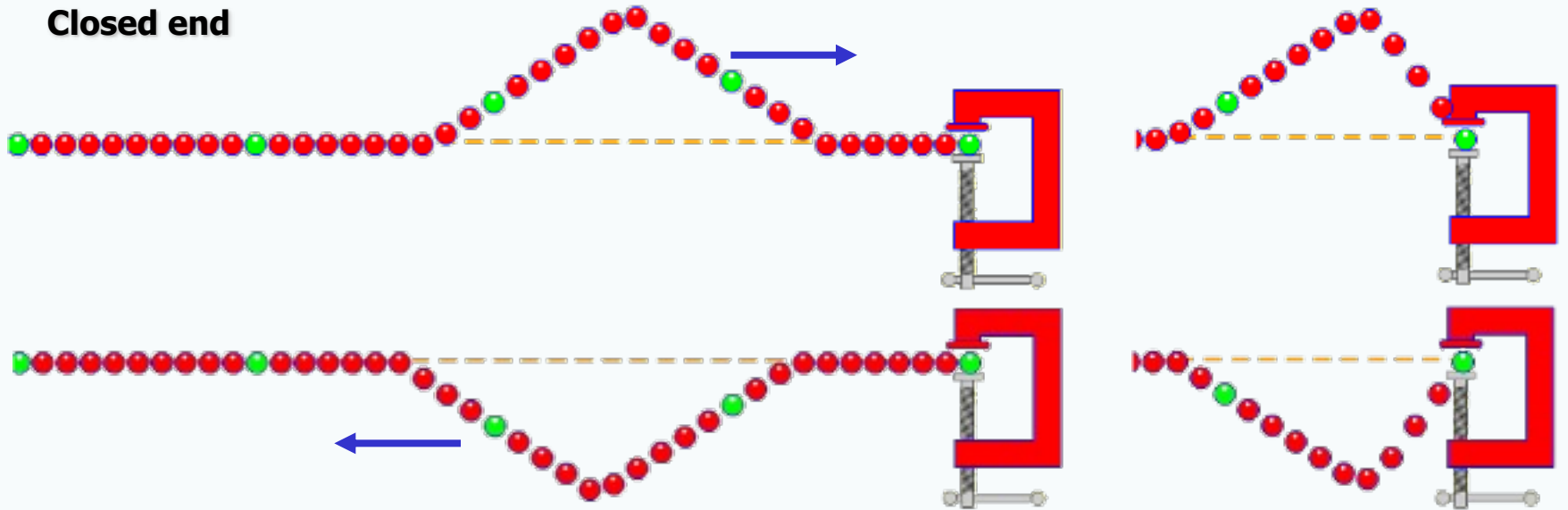
$$y = f(x - vt)$$

$$\begin{aligned} y &= A_0 \sin(k(x - vt)) \\ &= A_0 \sin(kx - \omega t) \end{aligned}$$

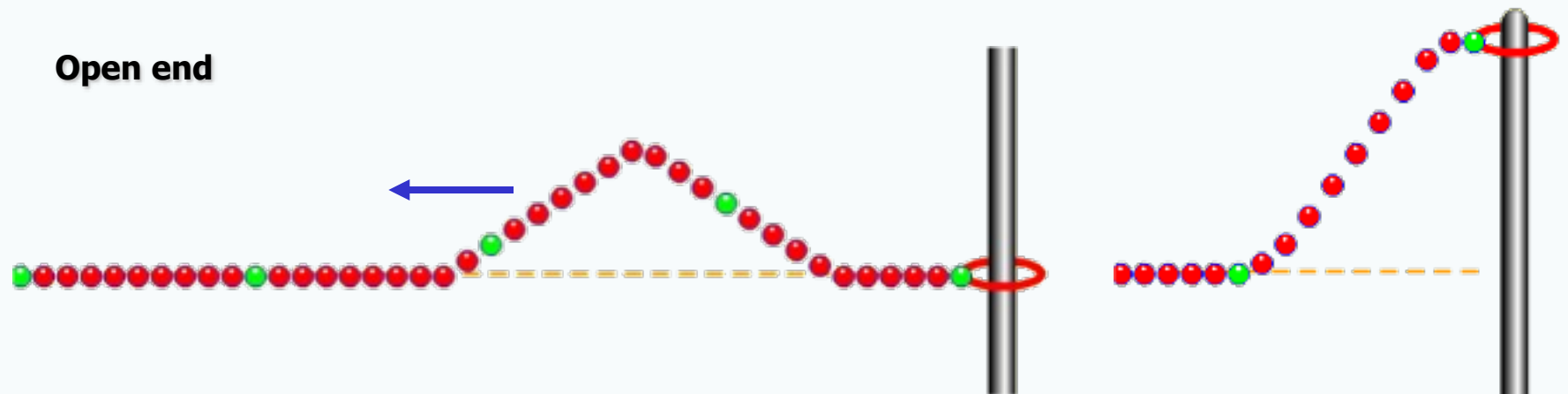
$$kv = \frac{2\pi}{\lambda} v = \frac{2\pi}{vT} v = \omega$$

# Wave reflection

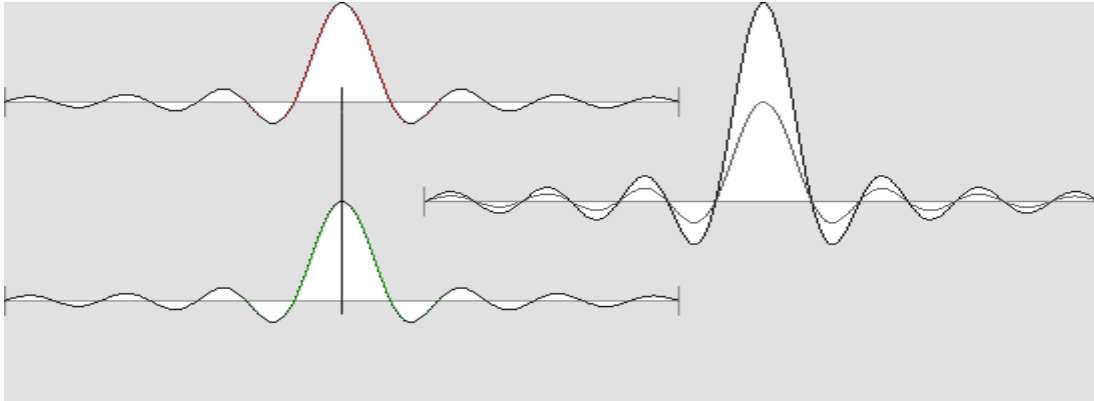
**Closed end**



**Open end**



# Standing waves



Condition:

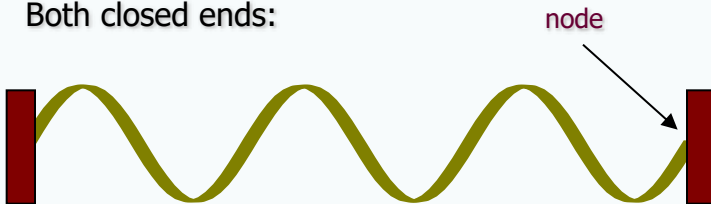
$$y_{right} = A \sin(kx - \omega t)$$

$$y_{left} = A \sin(kx + \omega t)$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin\left(\frac{1}{2}(A + B)\right) \cos\left(\frac{1}{2}(A - B)\right)$$

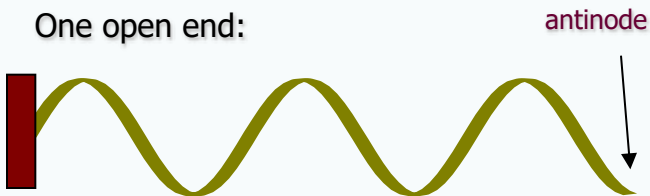
$$y_n(x, t) = A_n \cos(\omega_n t) \sin(k_n x)$$

Both closed ends:



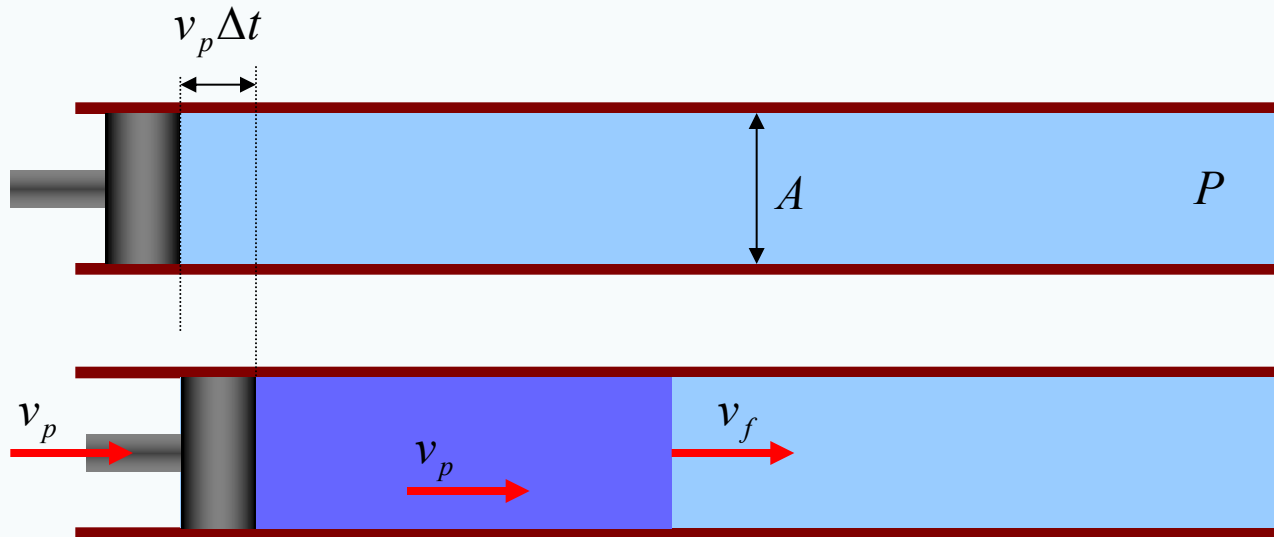
$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad f_n = n \frac{v}{2L} = n f_1 \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

One open end:



$$L = n \frac{\lambda}{4} \quad f_n = n \frac{v}{4L} = n f_1 \quad n = 1, 3, 5 \dots$$

# Waves in a fluid



## Conservation of momentum:

$$\text{Impulse} = F\Delta t = \Delta P A \Delta t$$

$$\text{Change of momentum} = M v_p$$

$$M v_p = (\rho A v_f \Delta t) v_p = \Delta P A \Delta t$$

$$\Delta P = \rho v_f v_p$$

## Bulk modulus:

$$\Delta P = -B \frac{\Delta V}{V}$$

$$\frac{-\Delta V}{V} = \frac{A v_p \Delta t}{A v_f \Delta t}$$

## Speed of sound:

$$v_f = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

$$v_{\text{sound,air}} \sim 300 \text{ m/s}$$



## Speed of Sound in Air at Standard Atmospheric Pressure - SI Units:

Temperature - $t$ - ( $^{\circ}\text{C}$ )	Speed of Sound - $c$ - ( $\text{m/s}$ )
-40	306.2
0	331.4
5	334.4
10	337.4
15	340.4
20	343.3
25	346.3
30	349.1
40	354.7
50	360.3
60	365.7
70	371.2
80	376.6
90	381.7
100	386.9
200	434.5
300	476.3
400	514.1
500	548.8
1000	694.8

# Pressure oscillations



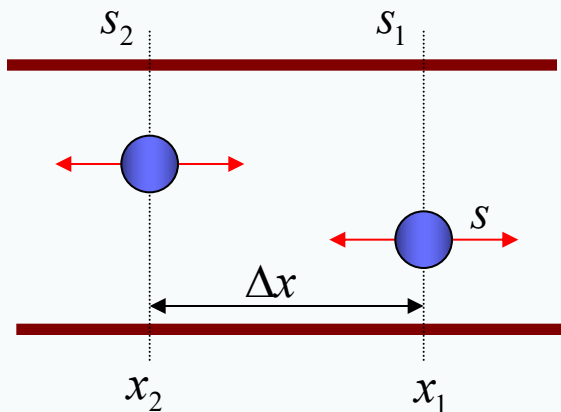
**Positions:**



**Pressure:**



$$s(x, t) = s_0 \sin(kx - \omega t)$$



$$\Delta P = -B \frac{\Delta V}{V} = -\rho v^2 \frac{A(s_1 - s_2)}{A(x_1 - x_2)} = -\rho v^2 \frac{\partial s}{\partial x}$$

$$\Delta P = -\rho v^2 s_0 k \cos(kx - \omega t) = p_0 \sin(kx - \omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$p_0 = \rho v^2 k s_0 = \rho v \omega s_0 \quad \text{- sound pressure}$$

energiequant zur Ionisierung je eines Gasmoleküles verwendet wird. Hieraus folgt zunächst, daß die Ionisierungsarbeit (d. h. die zur Ionisierung theoretisch nötige Arbeit) eines Moleküles nicht größer sein kann als die Energie eines absorbierten wirksamen Lichtenergiequant. Bezeichnet man mit  $J$  die (theoretische) Ionisierungsarbeit pro Grammäquivalent, so muß also sein:

$$R\beta v \geq J.$$

Nach Messungen Lenards ist aber die größte wirksame Wellenlänge für Luft ca.  $1,9 \cdot 10^{-5}$  cm, also

$$R\beta v = 6,4 \cdot 10^{12} \text{ Erg} \geq J.$$

Eine obere Grenze für die Ionisierungsarbeit gewinnt man auch aus den Ionisierungsspannungen in verdünnten Gasen. Nach J. Stark<sup>1)</sup> ist die kleinste gemessene Ionisierungsspannung (an Platinanoden) für Luft ca. 10 Volt.<sup>2)</sup> Es ergibt sich also für  $J$  die obere Grenze  $9,6 \cdot 10^{12}$ , welche nahezu gleich der eben gefundenen ist. Es ergibt sich noch eine andere Konsequenz, deren Prüfung durch das Experiment mir von großer Wichtigkeit zu sein scheint. Wenn jedes absorbierte Lichtenergiequant ein Molekül ionisiert, so muß zwischen der absorbierten Lichtmenge  $L$  und der Anzahl  $j$  der durch dieselbe ionisierten Grammmoleküle die Beziehung bestehen:

$$j = \frac{L}{R\beta v}.$$

Diese Beziehung muß, wenn unsere Auffassung der Wirklichkeit entspricht, für jedes Gas gelten, welches (bei der betreffenden Frequenz) keine merkliche nicht von Ionisation begleitete Absorption aufweist.

Bern, den 17. März 1905.

1) J. Stark, Die Elektrizität in Gasen p. 57. Leipzig 1902.

2) Im Gasinnern ist die Ionisierungsspannung für negative Ionen allerdings fünfmal größer.

(Eingegangen 18. März 1905.)

## 7. Flammenröhre für akustische Beobachtungen; von H. Rubens und O. Krigar-Menzel.

### 1. Beschreibung des Apparates und der Beobachtungsmethode.

Die außerordentlich große Empfindlichkeit, welche mit sehr geringem Überdruck brennende Gasflammen gegen innere und äußere Druckänderungen aufweisen und welche ausreicht, um die atmosphärische Druckänderung bereits bei einer Höhenänderung von einigen Zentimetern deutlich hervortreten zu lassen<sup>1)</sup>, hat uns dazu veranlaßt, solche Flammen zum Studium stehender Schallwellen zu verwenden. Will man die Empfindlichkeit dieser Flammen voll ausnutzen, so muß man freilich auf die Anwendung Königscher Membrankapseln verzichten. Man ist dann genötigt, die Schallschwingungen im Leuchtgas selbst vor sich gehen zu lassen, was jedoch im vorliegenden

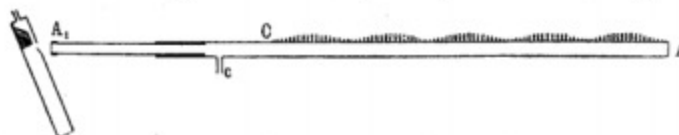
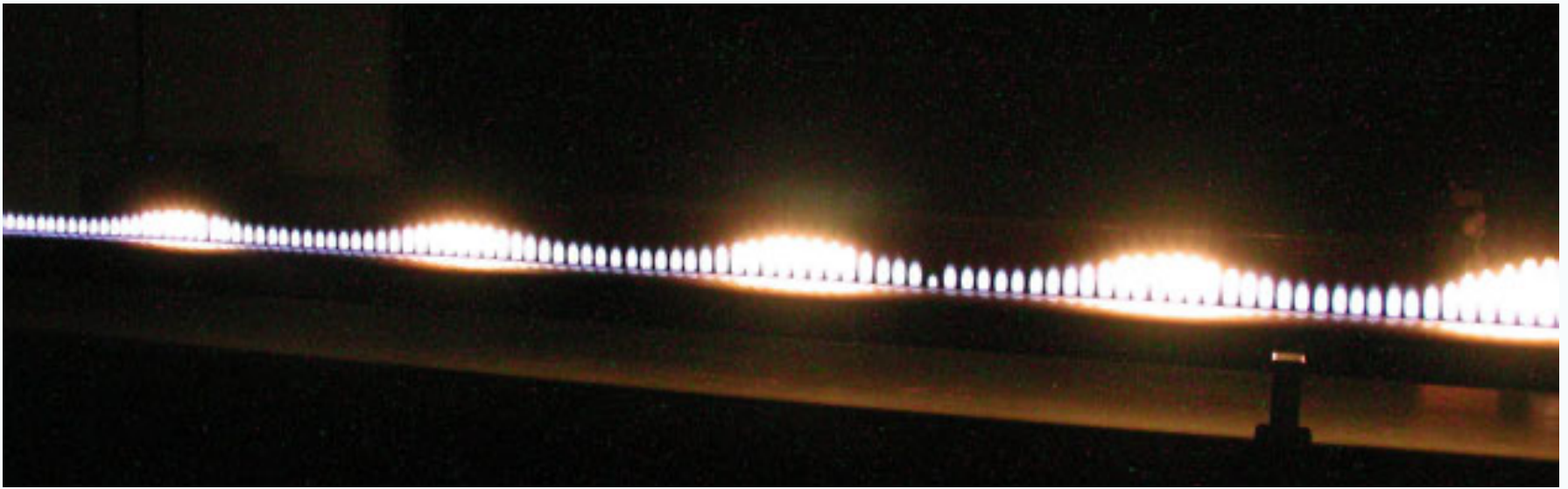


Fig. 1.

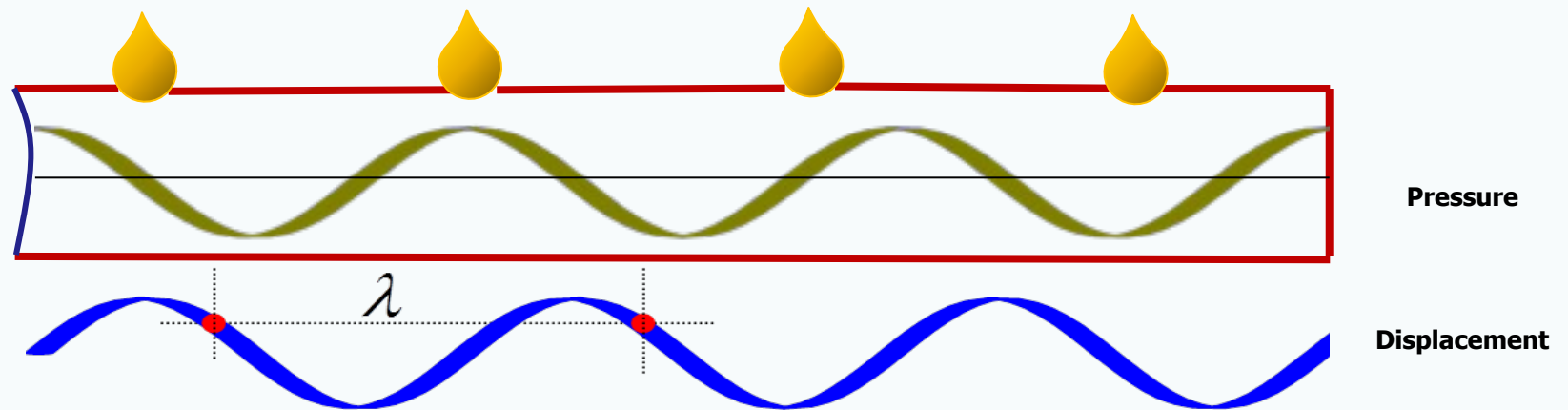
Fall keine Schwierigkeit bietet. Wir benutzten bei unseren Versuchen ein etwa 4 m langes, 8 cm weites Messingrohr  $AA_1$ , Fig. 1, welches an dem einen Ende durch eine 2 mm dicke Messingplatte  $A$ , auf dem anderen durch eine Schweinsblase  $A_1$  verschlossen war.<sup>2)</sup> Vermöge eines Posaunenausuges konnte die Gesamtlänge des Rohres um etwa 50 cm verändert werden. Seitlich mündete bei  $c$  ein Ansatzrohr, welches zur Gaszuführung diente. Auf der am höchsten gelegenen Seitenlinie des Rohres befand sich eine geradlinige Lochreihe von etwa 100 Löchern von 2 mm Weite, welche in gleichen Abständen

1) U. Behn, Zeitschr. f. phys. u. chem. Unterricht 16. p. 129. 1903

2) Statt der Schweinsblase kann man sich auch einer dünnen Gummimembran bedienen.



H. Rubens und O. Krigar-Menzel: "*Flammenröhre für akustische Beobachtungen*", Ann. Phys., Leipzig **17**, 149 (1905).



# Ruben's tube

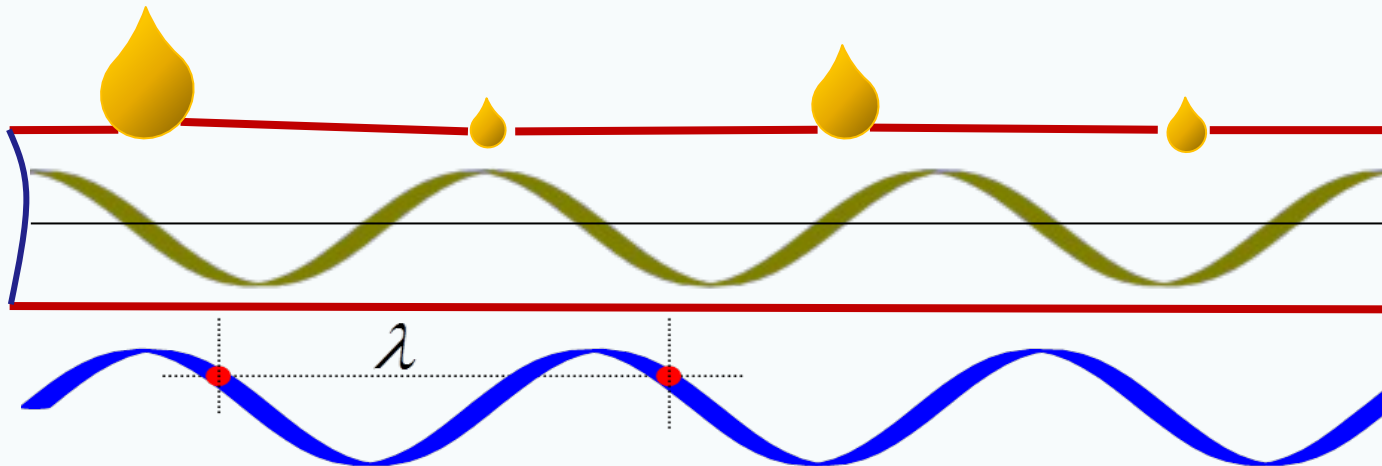
$$h \propto I = vA = A \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_{t,h} - P_0)}$$

$$\overline{P_{t,h}} = \frac{1}{T} \int_0^T (P_{t,0} + p'_0 \cos(kx) \cos(\omega t)) dt = P_{t,0}$$

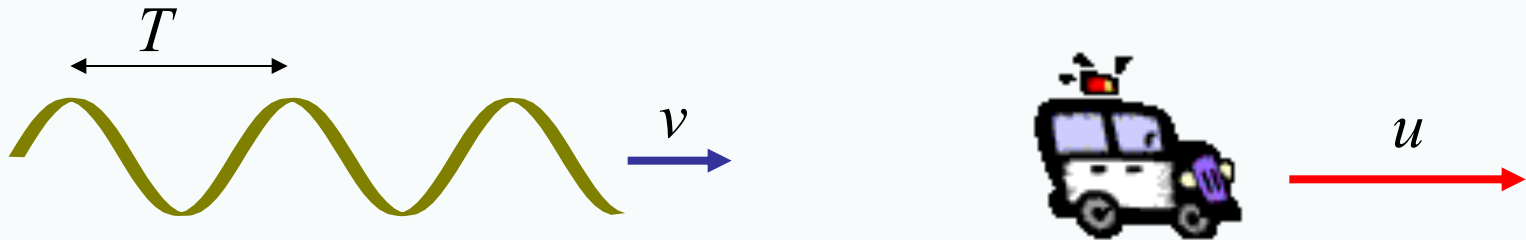
$$h \propto \bar{v} = \frac{1}{T} \int_0^T \sqrt{\frac{2}{\rho} \int_0^T \sqrt{P_{t,0} + p'_0 \cos(kx) \cos(\omega t)} - P_0} dt = \frac{1}{T} \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \int_0^T \sqrt{1 + \frac{p'_0}{\Delta P} \cos(kx) \cos(\omega t)} dt$$

$$\frac{p'_0}{\Delta P} \ll 1$$

$$h \propto \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \left( 1 - \left( \frac{p'_0}{4\Delta P} \cos(kx) \right)^2 \right)$$



# The Doppler effect

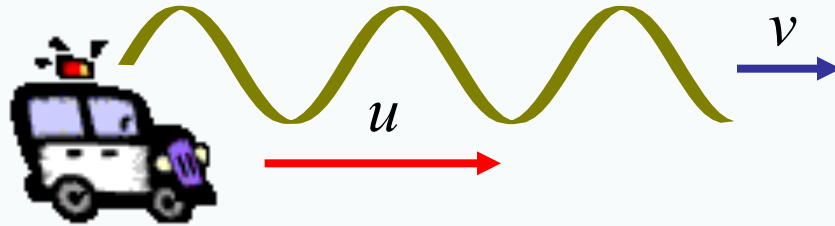


$$u = 0: \quad N = \frac{v\Delta t}{\lambda} \quad N = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow f_0 = \frac{N}{\Delta t} = \frac{v}{\lambda}$$

$$u \neq 0: \quad N = \frac{v\Delta t}{\lambda} - \frac{u\Delta t}{\lambda} \quad f_{app} = \frac{N}{\Delta t} = \frac{v}{\lambda} - \frac{u}{\lambda} = f_0 \left( 1 - \frac{u}{v} \right)$$



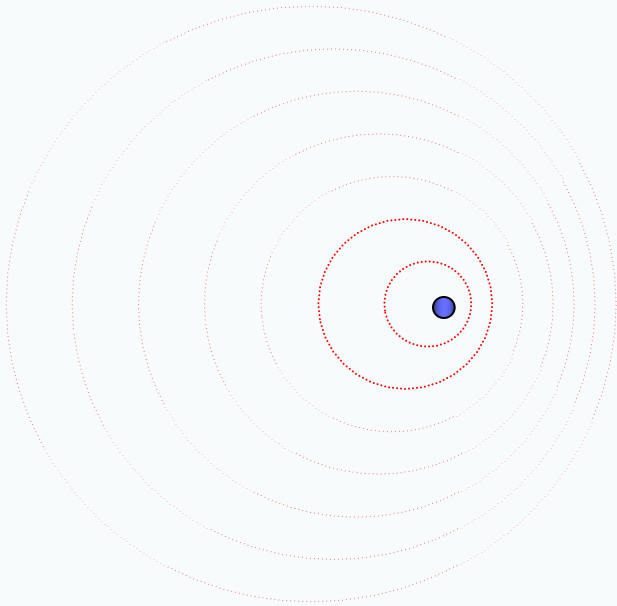
# The Doppler effect



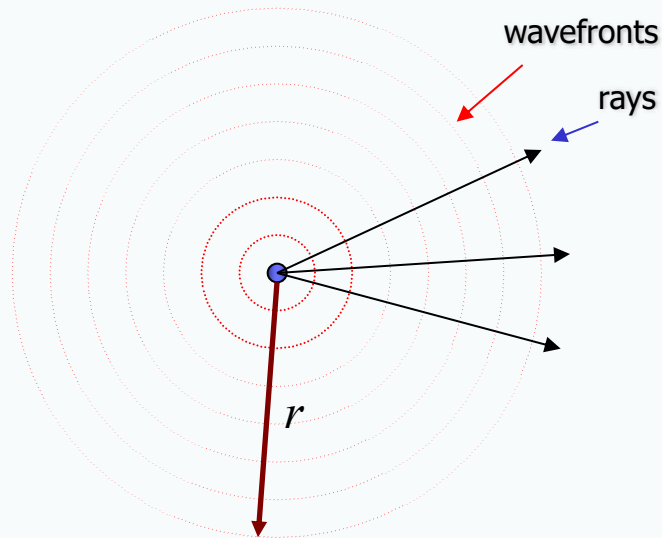
$$\lambda = \frac{L}{N} \quad \lambda_f = \frac{(v - u)\Delta t}{N}$$

$$\lambda_f = \frac{(v - u)}{f_0} = \frac{v}{f_0} \left( 1 - \frac{u}{v} \right)$$

$$f_{\text{approaching}} = \frac{f_0}{\left( 1 - \frac{u}{v} \right)}$$



# Intensity of waves



Intensity: 
$$I = \frac{P_{av}}{A} = \frac{P_{av}}{4\pi r^2}$$

$$dE = \eta dV = \eta A v dt \quad P_{av} = \frac{dE}{dt}$$

$$dE = \frac{1}{2} dm \omega^2 s_0^2 = \frac{1}{2} \rho \omega^2 s_0^2 dV \quad \eta = \frac{dE}{dV} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 s_0^2$$

$$I = \eta v = \frac{1}{2} \rho \omega^2 s_0^2 v = \frac{1}{2} \frac{p_0^2}{\rho v}$$

Threshold of hearing:  $\sim 10^{-12} \text{ W/m}^2$  (0 dB)

Pain limit:  $\sim 1 \text{ W/m}^2$  (120 dB)

The intensity level:

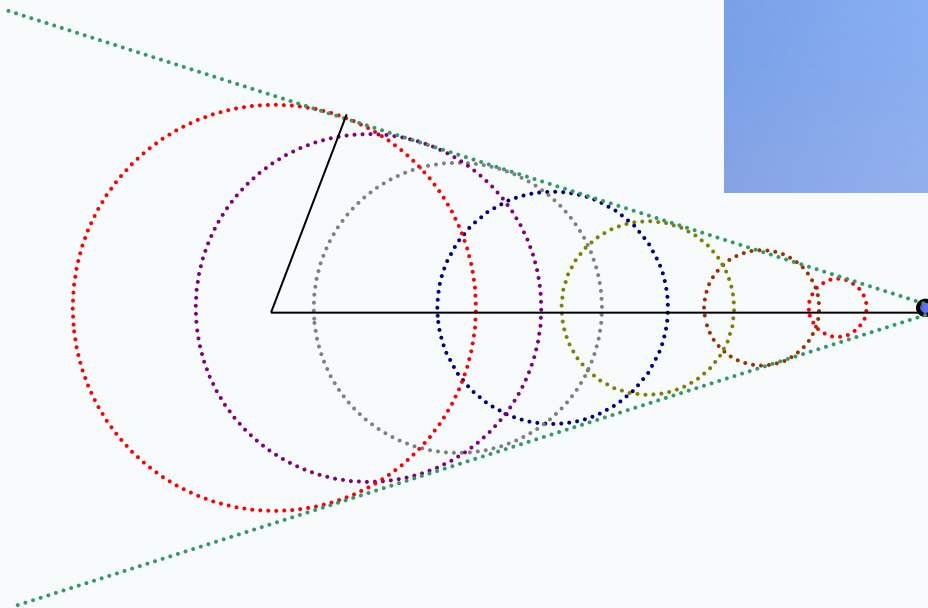
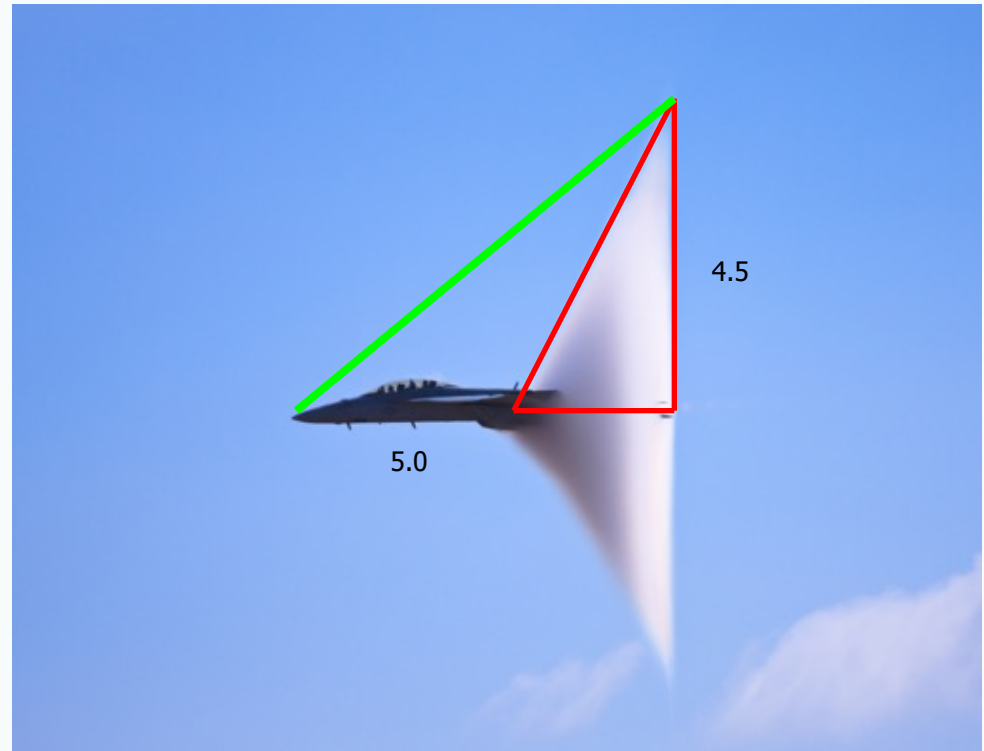
$$\beta = 10 \log \left( \frac{I}{10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) \quad \text{decibels (dB)}$$



# Supersonic boom

$$\sin \theta = \frac{v_{\text{Sound}} \Delta t}{u_{\text{Object}} \Delta t}$$

$$\text{Mach number} = \frac{u}{v}$$



$$u \sim \frac{5.0}{4.5} 340 \approx 380 \text{ m/s}$$

$\sim 1400 \text{ km/h}$

## To remember!

- **Waves** are propagations of a disturbance in a medium.
- **Longitudinal** (sound) and **transversal** (string) waves.
- Waves **superimposed** onto each other are summed up algebraically.
- All waves are described by **wave equation** with appropriate boundary and initial conditions.
- Square of the **speed of sound** waves is proportional to the bulk modulus and inversely proportional to the density of a medium.
- **Displacement** waves and **pressure** waves differ by the phase constant  $\pi/2$ .

