

實驗設計緣由

首先我們這組的實驗要探討的是「蝶豆花水在不同酸鹼環境下的顏色變化是否與濃度呈現線性關係?又其濃度與顏色之明暗有何關聯?」。一開始在發想的時候就有想到可以建立一個模型用於預測不同濃度下的顏色分布。接著我們想到可以使用吸色的方式來量化蝶豆花水的顏色，再來又可以進一步把這些點都放到一個三維坐標系上進行分析，不過當時還不確定要如何實作。後來經過與老師的討論後以及初步的發想，就確定了此次實驗的主題為建立一個數學模型，用於預測其他濃度下的結果，或是反推出未知濃度時的顏色變化。

裝置設計

準備七組的不同濃度蝶豆花水, 將其分別分裝到三杯不同的容器內, 接著三杯分別加入相同濃度的 $NaOH$ 和 HCl , 並將其攪拌均勻至液體不再變色。最後放置至攝影棚中進行拍攝取樣, 如下圖所示。

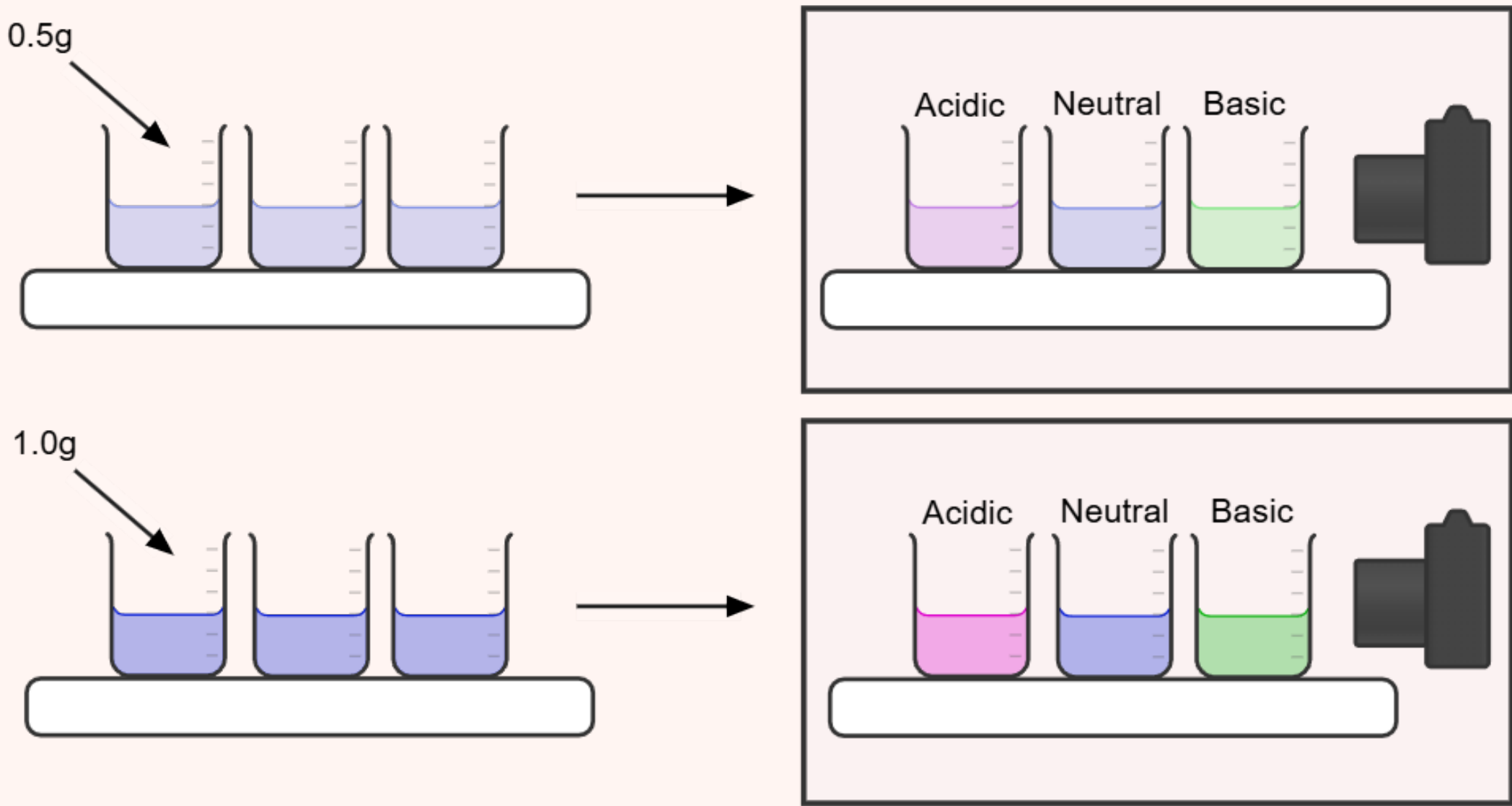


Figure 1. 裝置設計圖

- **使用純白背景** 使用純白色的小型攝影棚可以讓背景的顏色固定, 解決容器透光後產生的顏色重疊之問題。
- **統一拍攝角度** 拍攝時搭配手機支架, 確保每次拍攝的角度都是相同的, 盡量減少可能存在的誤差。
- **容器選擇** 目前已經使用過滴管以及燒杯當作容器進行實驗, 在實驗途中我們發現玻璃會有反光, 又圓柱體的杯身會導致深度不一, 顏色的分布也不同, 後來有想到可以由上往下拍攝試管, 不但能避免杯壁的反光, 又能確定深度相同。

第三次實驗結果之圖表

下圖為使用 Java 程式繪製出的三維座標系圖, 可觀察到有七塊三角形, 分別代表不同濃度蝶豆花水在三種酸鹼狀態下的座標分布。其中濃度分別為：(紅) $0.15g$ 、(綠) $0.30g$ 、(藍) $0.45g$ 、(黃) $0.60g$ 、(桃紅) $0.75g$ 、(青) $0.90g$ 、(黃) $1.05g$ 。可以掃描QR Code觀察整個座標系。

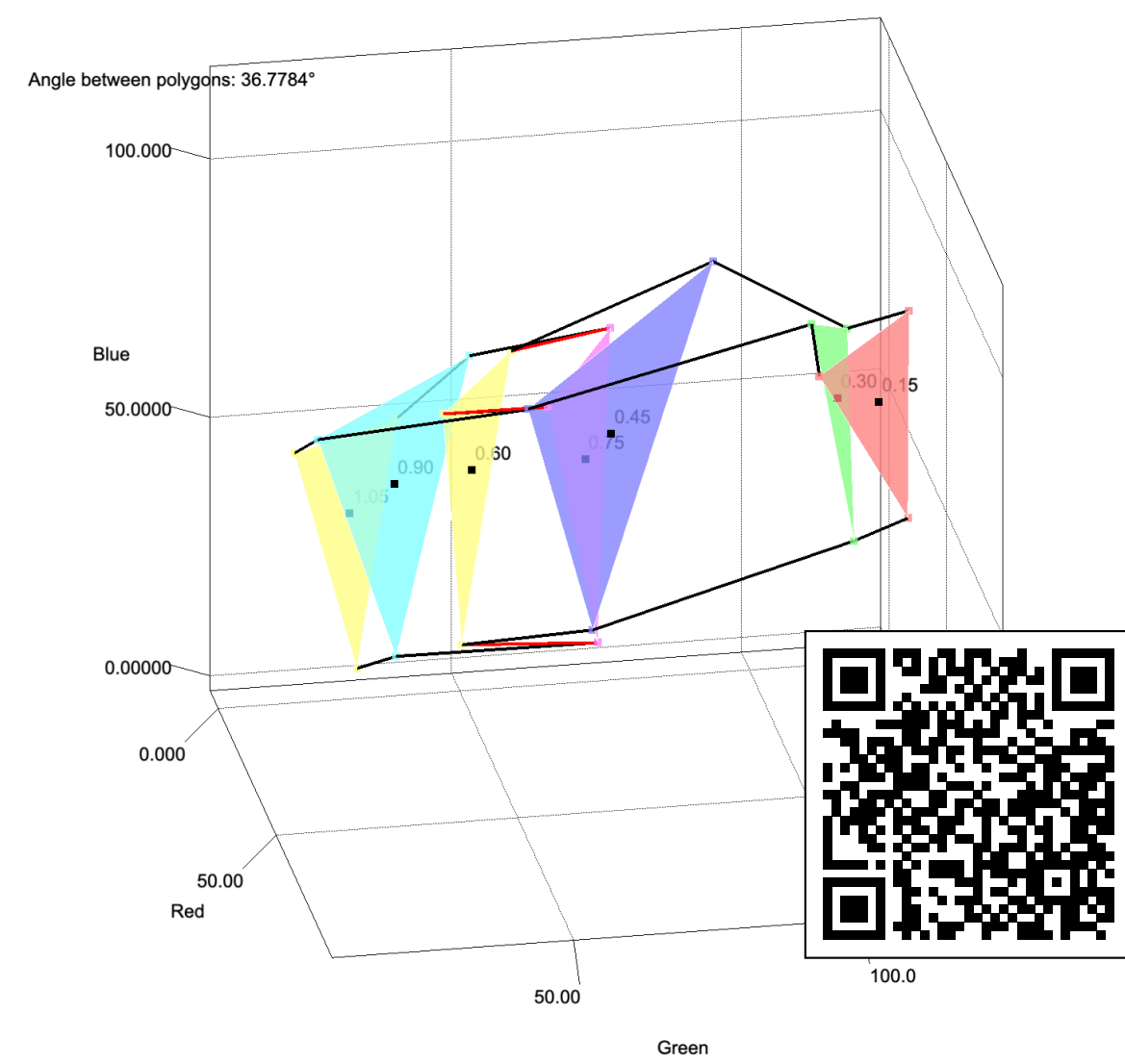
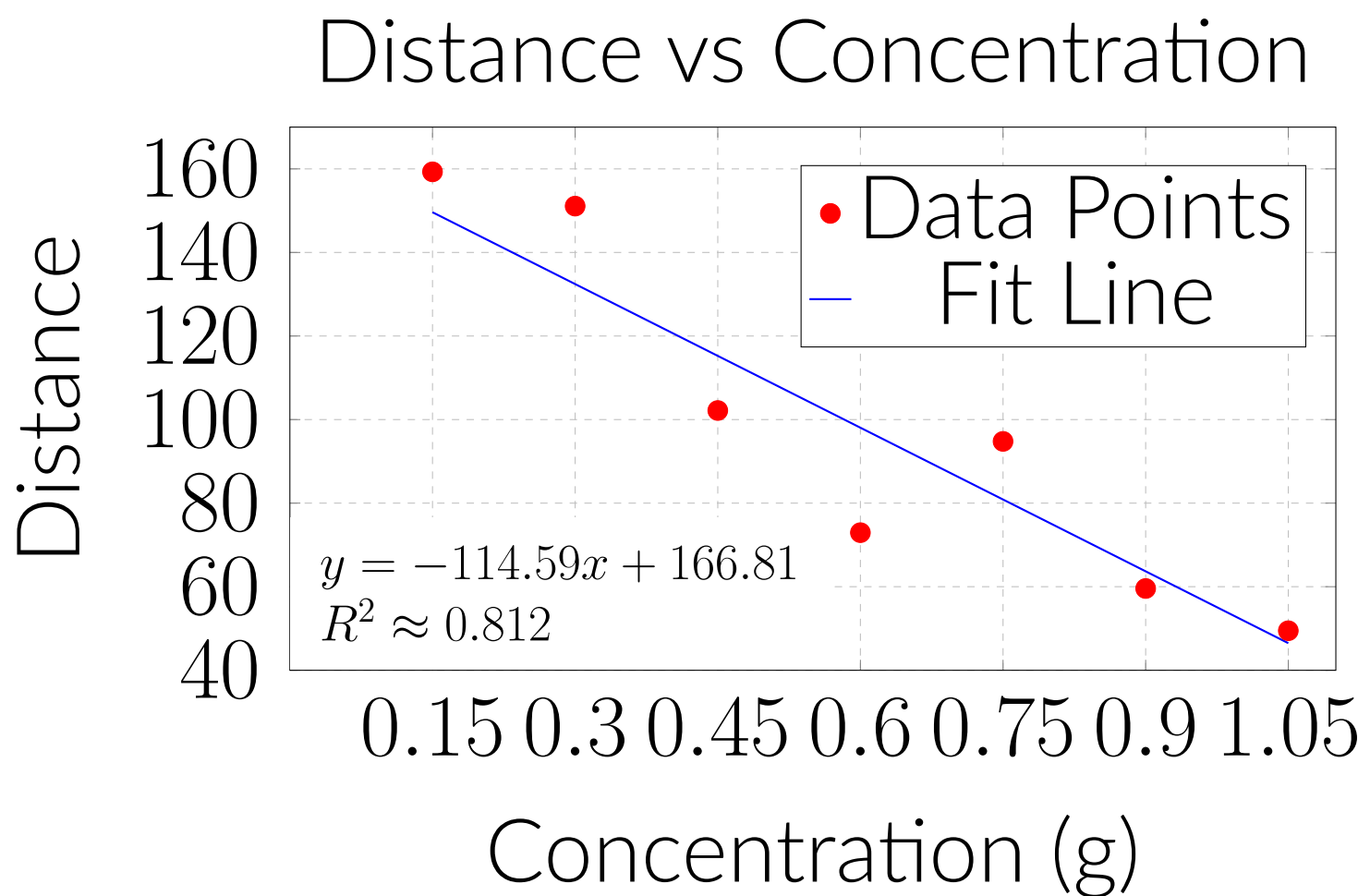
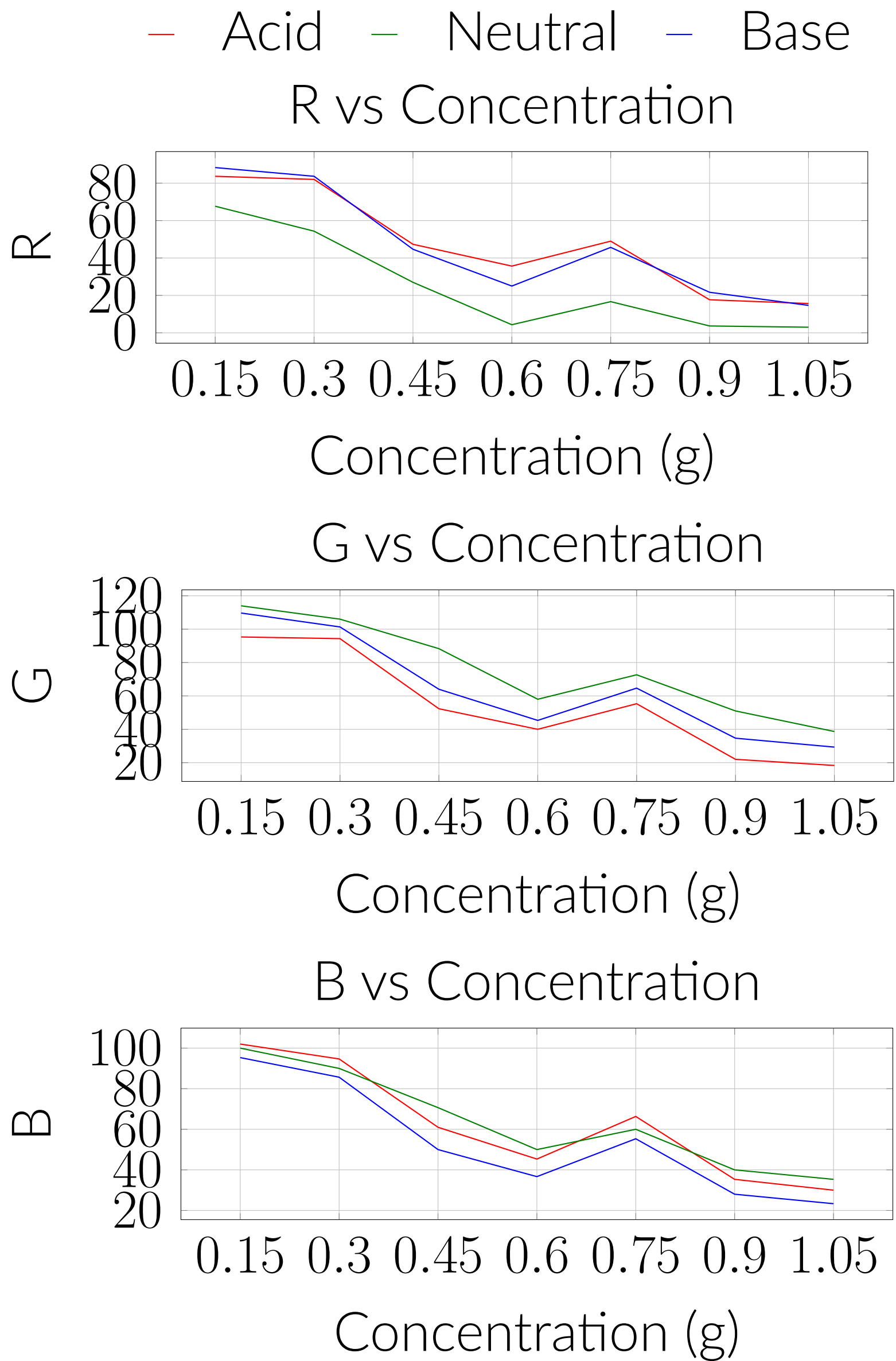


Figure 2. 三維座標分布圖 (附影片 QR Code)



圖表分析

本圖顯示不同酸鹼性的蝶豆花水, 在濃度變化下對 RGB 三通道的影響。可以發現：

- 濃度越高, RGB量度越低, 代表顏色變暗, 原因是花青素濃度越高, 吸收更多光線 → 顏色變深、亮度變低
- pH 中性時, R量度快速掉落, 可能表示這種狀態下的花青素最強烈吸收紅光
- 整體而言, 中性組的G量度是最高的, 這也可能與它顏色偏藍綠有關

數據分析及可愛的數學

夾角分析

令 $\{A, B, C\}$ 與 $\{P, Q, R\}$ 為兩平面上的三點, 則兩平面的夾角 θ 可由下式計算：

$$\cos \theta = \frac{(\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot (\vec{PQ} \times \vec{PR})}{\|\vec{AB} \times \vec{AC}\| \cdot \|\vec{PQ} \times \vec{PR}\|}$$

- 若這個夾角越小, 代表兩平面之間的線性關係越高。
- 若兩平面完全平行 ($\theta = 0$), 則關係為最強。

由於 \cos 的特性, 若 θ 越小, $\cos \theta$ 則會越大 ($\max = 1$), 於是我們可以直接利用這點, 當作一個類似相關係數的參考標準, 若 $\cos \theta$ 越接近 1, 則兩個面的相關性越大。(最後 \cos)

距離分析

最初步的分析可以透過兩面之間的夾角判斷以及其重心(平均)到原點的距離大小判斷其明暗度。(0, 0, 0) 是黑色為最暗, (255, 255, 255) 最亮為白色, 因此可以從點到原點的距離大小來比較三者的亮度。

$$\sqrt{R^2 + G^2 + B^2} = distance$$

Set	Distance
0.15g	159.2936
0.30g	151.0893
0.45g	102.1679
0.60g	72.9333
0.75g	94.7773
0.90g	59.5699
1.05g	49.4644

Table 1. 資料平均到原點距離

Interval	Angle (°)	Cos theta
0.15g ~0.30g	36.7784°	0.8009
0.30g ~0.45g	44.2538°	0.7162
0.45g ~0.60g	32.3945°	0.8443
0.60g ~0.75g	9.0385°	0.9875
0.75g ~0.90g	38.6879°	0.7805
0.90g ~1.05g	10.3754°	0.9836
Average	26.4580°	0.8733

Table 2. 比較兩濃度之間的角度以及其 $\cos \theta$