影子方位定位模型

摘要

如何确定视频的拍摄地点和拍摄日期是视频数据分析的重要方面，我们通过建立太阳影子定位模型通过分析视频中物体的太阳影子顶点坐标变化，确定视频拍摄的地点和日期。

对于问题一，针对影子长度变化规律求解问题，在经纬度、日期、时间明确已知的情况下，通过建立空间直角坐标模型确定影子长度与经度，赤纬角、太阳时角等因数之间的函数关系，最后确定影子长度关于时间的变化曲线。

对于问题二，针对直杆所处地经纬度的确定问题，在日期、时间明确的情况下，通过经纬度逆推得出影子长度在各个经纬度下的理论值，将理论值与实际值进行相似度分析，建立以相似度最高为目标的优化模型，通过求解可得直杆所能出现地点为北纬 19.23 °东经 108.5°。

对于问题三，针对直杆所处地经纬度以及日期的确定问题，相较于问题二，这里增加一个新的未知量，同时穷举经度、纬度 以及日期工作量较大，故采用蒙特卡洛算法对经度、纬度 、日期随机取样，得出影子长度在各个样本条件下理论值，将理论值与实际值进行相似度分析，建立以相似度最高为目标的优化模型，我们运用该模型对附件二以及附件三进行求解，得出附件二所在地可能的经度为东经 78 °，纬度为北纬 32 °，日期为 8 月 29 号 ，附件三所在地可能的经度为东经 111 °，纬度为北纬 34 °，日期 1 月 20。

对于问题四，针对视频拍摄地点的确定问题，在日期，时间确定的情况下，首先提取视频在相同时间间隔下的图像，通过灰度计算，求出各图像中影子长度，通过逆推各经纬度下的影长，结合实际影子与图像影子的空间关系，可以求得对应相机空间位置，建立以各时刻相机空间位点密集程度最高为目标的优化模型，通过对模型求解可得摄影地点的经纬度为：北纬 21 ° 东经 109°。

在只有时间未知条件下，考虑同时穷举经纬度以及时间计算量较大，故采取蒙特卡洛算法简化计算，以各时刻相机空间位点密集程度最高为目标建立优化模型，通过对模型求解可得摄影地点的经纬度为：

关键词　影子长度　优化模型　蒙特卡洛　方位定位

一、问题重述

如何确定视频的拍摄地点和拍摄日期是视频数据分析的重要方面，太阳影子定位技术就是通过分析视频中物体的太阳影子变化，确定视频拍摄的地点和日期的一种方法。

1.我们通过建立影子长度变化的数学模型，就可以分析影子长度关于各个参数的变化规律，并应用建立的模型可画出 2015 年 10 月 22 日北京时间 9:00-15:00 之间天安门广场（北纬 39 度 54 分 26 秒,东经 116 度 23 分 29 秒）3 米高的直杆的太阳影子长度的变化曲线。

2.根据某固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据，建立数学模型确定直杆所处的地点。将讲该模型应用于附件 1 的影子顶点坐标数据，可得出若干个可能的地点。

3．根据某固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据，可建立数学模型确定直杆所处的地点和日期。将模型分别应用于附件 2 和附件 3 的影子顶点坐标数据，给出若干个可能的地点与日期。

4．附件 4 为一根直杆在太阳下的影子变化的视频，并且已通过某种方式估计出直杆的高度为 2 米。我们可建立确定视频拍摄地点的数学模型，并应用我们建立的模型给出出若干个可能的拍摄地点。

拍摄日期未知，能否根据视频确定出拍摄地点与日期?

二、问题假设与符号说明及解释

2.1 问题假设:

(1) 假设一天中太阳直射纬度不变(平太阳日)；

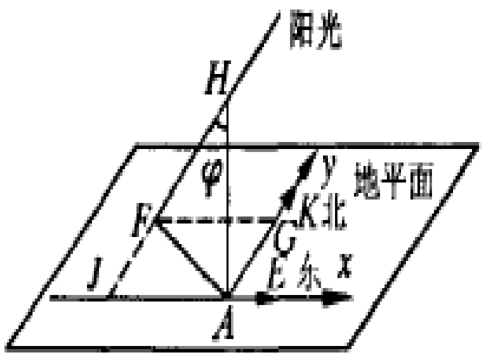
(2) 假设照射到地球上的太阳光是一组平行光线，不考虑大气折射、高山海拔等因素对太阳光线的折射；

(3) 假设太阳自转与公转为匀速运动；

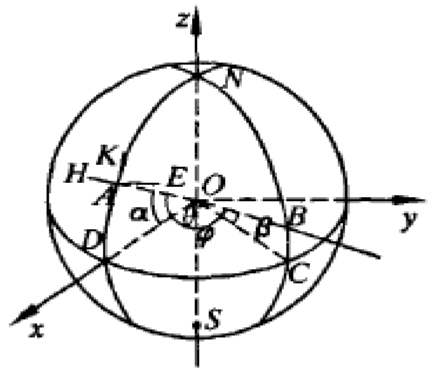
(4) 假设地球球面为一个圆球面；

(5) 假设附件中坐标数据结果可信；

2.2 符号说明与解释:



图一



图二

α ：∠AOD,即 A 地的纬度，$-90 \leq \alpha \leq 90$ ，α为正值时，为北纬，α为负值时，为南纬；

β ：∠BOC,即太阳直射 B 点的纬度值，$-23.25° \leq \beta \leq 23.25°$；

θ ：∠DOC, A 地与太阳直射点 B 地的经度差；

φ ： ∠AOC,即太阳光线所对应的向量 OB 与 A 地水平地面的法向量 OA(或 AH)的夹角；

R :为地球的半径；

δ :为太阳高度角，光的入射方向和地平面之间的夹角；

λ :某一地点的经度；

K :一年中从 1 号计算起，这个日期对应累积的天数，即积日；

t :表示北京时间；

L: 理论影子长度；

l :实际影子长度；

三、问题分析

3.1 问题一的分析

问题一要求获得直杆的影子长度变化曲线，根据三角函数关系，在直杆长度固定的情况下，影子长度与太阳高度角成反比。为了进一步挖掘影响影子长度的其他因素，我们对太阳高度角进行分析，我们通过建立空间直角坐标系，运用向量知识得到太阳高度角与赤纬角、当地纬度，经度差之间的三角关系式，从而得到影响影子长度的参数。在通过查阅资料可知，在纬度已知的情况下，获得赤纬角、经度差与时间的函数关系，最后通过分析，得出影子长度与时间之间的关系表达式，进而可画出北京某地在一段时间内影子长度变化曲线。

3.2 问题二的分析

题目要求通过影子顶点坐标数据确定直杆位置（经纬度），首先通过题目中所给的影子坐标求得在某时刻的影子长度基准矩阵，建立基于经纬度的“两向量相似度”优化模型，当某种经纬度组合下影子长度矩阵与影子长度基准矩阵相似度最大，此中组合下的经纬度即为所求。

3.3 问题三的分析

相较与问题二，问题三将已知量日期变为未知量，在问题二模型的基础上，增加了一个未知量，采用同样的方法，首先通过题目中所给的影子坐标求得某时刻的影子长度基准矩阵，把问题转化成基于“根据经纬度和日期”逆推影子长度，建立了“两向量相似度”优化模型。

考虑到穷举法的计算量过大，我们考虑采用蒙特卡洛算法，对日期和经纬度进行随机取样，只要保证样本数量和抽样方法合理，可以求得相似性较高的对应日期、经纬度，此时可认为日期、经纬度即为所求。

3.4 问题四的分析

问题四要求确定拍摄地点的位置，由问题二问题三可知，只要求得各时刻对应直杆影子长度，即可通过逆推思想对经纬度遍历，得出理论影长，通过与实际影长匹配度最高的经纬度。为求得实际影长，首先我们需要从视频文件中提取图像信息，再取相同时间间隔的图像进行处理，提取图中关于影子的有效信息，求出图中对应直杆的端点、起点、影子端点以及影子与杆的夹角等信息，再通过相机位点、成像面、实物面等建立空间

结构模型，通过分析对应空间关系，找出图片中影长与实际影长的相关关系，最后总体建立基于理论值与实际值的相关性的优化模型，求得对应经纬度。

四 模型的建立与求解

4.1 影子长度变化趋势模型的建立:

根据三角关系式：

$$L=\frac{H}{tan\delta} \qquad (1)$$

可知影子长度与直杆本身长度成正比，与太阳高度角成反比，而太阳高度角与其他参数（当地纬度值，经度差，白昼时刻）[1]建立如下关系。

如图 2，以 0 为原点，以 OD 所在直线为x轴，地轴ON所在直线为z轴，建立空间直角坐标系$D-xyz$,则 $\overrightarrow{AE}=(0,1,0)$， $\overrightarrow{AK}=(-sin\alpha,0,cos\alpha)$，$A(R\cos\alpha,0,R\sin\alpha)$， $B(R\cos\beta\cos\alpha,R\cos\beta\sin\theta,R\sin\beta)$。

$$\cos\varphi=\cos<\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}>=cos\alpha cos\beta cos\theta+sin\alpha sin\beta$$

又因为$\varphi+\delta=90°$；

$$\sin\delta=cos\alpha cos\beta cos\theta+sin\alpha sin\beta \qquad (2)$$

通过公式（2）可得到如下公式：

$$\sin\delta=\sqrt{1+\cos\theta^2}\cos(\alpha-\beta) \qquad (3)$$

$$\tan\delta=\frac{COS\alpha COS\beta COS\theta+Sin\alpha sin\beta}{\sqrt{1-(COS\alpha COS\beta COS\theta+Sin\alpha sin\beta)^2}} \qquad (4)$$

$$L = \frac{H\sqrt{1-(COS\alpha COS\beta COS\theta + Sin\alpha sin\beta)^2}}{Cos\alpha Cos\beta Cos\theta + Sin\alpha Sin\beta} \quad (5)$$

所以根据（5）可知，直杆影子长度与α、β、θ以及直杆本身长度有关。

由于要得出某地某时直杆影子长度与上述各因素之间的关系，我们可采取控制单一变量原则来进行分析，根据公式（1）、（4）来分析，当α、β一定时，|θ|越大时，太阳高度角越小，而太阳高度角与直杆影子长度成反比，可知，|θ|与直杆影子长度成正比；当α、θ一定时，根据三角函数性质可以，这与α取值有关，当$\alpha > 0$时，即为北半球，β与太阳高度角成正比，故β与直杆影子长度成反比；当$\alpha < 0$时,即为南半球，β与太阳高度角成反比，而太阳高度角与影子长度成反比，故在南半球时，β与直杆影子长度成正比；当β、θ一定时，由公式（4）可知，当$\beta > 0$时，α与成太阳高度角反比，故α与直杆影子长度成正比，当$\beta < 0$时，α与太阳高度角成正比，故α与直杆长度成反比。

根据上面思路，可整理成如下表格:

表一、 影子长度与各因素之间关系

北半球	杆长	正比
	当地纬度	正比
	赤纬角	反比
	白昼时间（以正午 12 为基准）	离正午时间段越远，影子长度越长
南半球	杆长	正比
	当地纬度	反比
	赤纬角	正比
	白昼时间（以正午 12 为基准	离正午时间段越远，影子长度越长

4.2 求解北京某地一段时间直杆影子长度变化曲线模型

为了求北京某地一根直杆影子长度变化曲线，考虑到该方案的可行性，

经查阅相关资料，可用太阳时角τ[2]代替二地经度差θ[2]，太阳赤纬角β也可用理论公式[3]表示。

$$\beta = 23.44\sin A(n - n_0 + B \times m) \tag{6}$$

其中 n 是从 1 月 1 口开始的某一天，常数 A=0.016918，n_0=79.948，B = −0.1905, m 取值为年份除以 4 的余数。

$$\tau = \theta = T_G + 12h - (\Delta T_{G12h} - 前一日\ \Delta T_{G12h})(TG + 12h)/24) \times 15 - \lambda_{ZW} \tag{7}$$

其中, T_G 表示格林时间，ΔT_{G12h} 表示格林时差，它的具体数值可由时差数据库得到，北京时间与格林时间转化公式如下：

$$T_G = t - 8 \tag{8}$$

时角以本初子午线作为起点，方位以顺时针方向360°计，相应东经λ_{ze}换算成西经λ_{zw}进行计算。

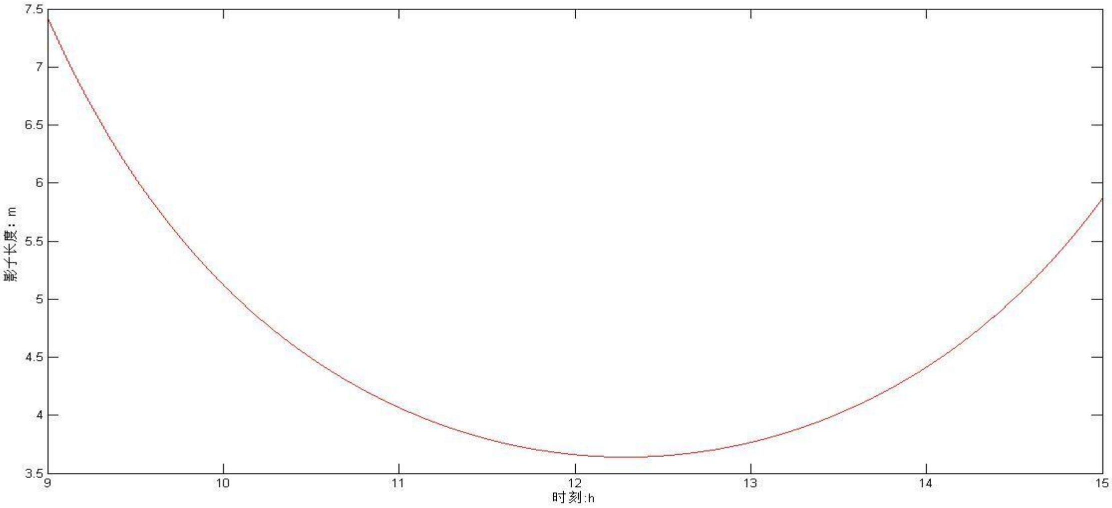
$$\lambda_{ZW} = 360° - \lambda_{ZE} \tag{9}$$

τ太阳地方时角。

由公式 (5) (6) (7)(8)可得某地某时影子长度：

$$L = \frac{H\sqrt{1-(COS\alpha COS\beta COS\tau + Sin\alpha sin\beta)^2}}{Cos\alpha Cos\beta Cos\tau + Sin\alpha Sin\beta} \tag{10}$$

在结合该地经纬度可得影子长度变化曲线：



图三、北京某地直杆影长变化曲线

由于中午 12 点太阳高度角达到最大值，而高度角与影子长度成反比，故影子长度最短，离中午时刻越远，太阳高度角越小，故影子长度在变大。

4.2 影子地点定位模型的建立与求解:

相似度的定义

$$r = \frac{\sum_1^m x_i y_i}{\sqrt{\sum_1^m x_i^2}\sqrt{\sum_1^m y_i^2}}$$

$(x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_i)$ 为一维行向量，$(y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_i)$为一维行向量，通过r可表征二者相似性程度，r越大，二者相似性越大，r越小，这二组数据相似性越小。

根据某地的影子顶点坐标公式 可求得影子实际长度公式:

$$l = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{11}$$

由根据第一问求的的影子长度理论公式：

$$L = \frac{H\sqrt{1-(COS\alpha COS\beta COS\tau + Sin\alpha sin\beta)^2}}{Cos\alpha Cos\beta Cos\tau + Sin\alpha Sin\beta} \tag{12}$$

由于没有给定具体的杆长，由公式(10)故无法求出准确的影长。但只

要经纬度相似，我们发现，虽然杆长的不同造成我们所求的 L 不同，但是 L 的变化趋势和基准影长矩阵l是完全一致的，转化成数学问题就是，L 与l相似，基于余弦夹角相似的原则，建立了优化模型，使L与l的相似度最大。

$$\max \quad r=\frac{\sum_1^m l_i L_i}{\sqrt{\sum_1^m {l_i}^2}\sqrt{\sum_1^m {L_i}^2}} \tag{13}$$

$$\text{s.t} \qquad -90^0<\alpha<90^0$$

$$0^0<\lambda<360^0$$

$$L=\frac{H\sqrt{1-(COS\alpha COS\beta COS\tau+Sin\alpha sin\beta)^2}}{Cos\alpha Cos\beta Cos\tau+Sin\alpha Sin\beta}$$

上式符号说明：

α :为纬度;

λ :为经度，为了方便计算，以本初子无线为起点，以顺时针方向360°计，如果在东经，则用360°减去其数值当成西经；

β :为赤纬角；

τ :太阳时角；

通过上述模型，在日期确定的情况下，只要知道某地的影子长度的基准矩阵，可通过软件求得该地理论的经纬度。

通过附件一中的数据，我们可以得到影子长度随时间变化表格：

表二、影子长度随时间变化

北京时间	x 坐标(米)	y 坐标(米)	影子长度
14:42	1.0365	0.4973	1.1496
14:45	1.0699	0.5029	1.1822
14:48	1.1038	0.5085	1.2153

14:51	1.1383	0.5142	1.2491
14:54	1.1732	0.5198	1.2832
14:57	1.2087	0.5255	1.318
15:00	1.2448	0.5311	1.3534
15:03	1.2815	0.5368	1.3894
15:06	1.3189	0.5426	1.4262
15:09	1.3568	0.5483	1.4634
15:12	1.3955	0.5541	1.5015
15:15	1.4349	0.5598	1.5402
15:18	1.4751	0.5657	1.5799
15:21	1.516	0.5715	1.6201
15:24	1.5577	0.5774	1.6613
15:27	1.6003	0.5833	1.7033
15:30	1.6438	0.5892	1.7462
15:33	1.6882	0.5952	1.7901
15:36	1.7337	0.6013	1.835
15:39	1.7801	0.6074	1.8809
15:42	1.8277	0.6135	1.9279

我们得到在这组数据基准影子长度矩阵 l =（1.1496、1.1822、1.2153⋯1.9279）。

初步取精度为1°的条件下，运用穷举法对所有的经纬度组合来求出在基准矩阵对应的时间段里的影子长度，基于上述模型，经 matlab 求解，得出以下经纬度组合的对应相似度较高,此解即为所求的最优解。

表四、所的地经纬度

地点	北纬	西经（求出来的）	东经（换算后的
1	19	251	109
2	18	250	110
3	21	254	106
4	22	256	104
5	23	258	102

可知，相似度最高的为北纬19°，东经109°。大致位置为海南岛西岸边。

4.3 已知影子坐标求解拍摄日期和经纬度模型的建立和求解：

4.3.1 优化模型

由于拍摄日期未知，由第一问可知，太阳的赤纬角，太阳时角都无法求解，而且仅知道坐标又未知坐标系的正方向，由题目已知条件仅能确定影子长度，同第二问，我们采取逆向思维，建立基于日期和经纬度的优化模型，探索出和基准影子长度变化趋势最为相似的目标影子长度。

$$\max \quad r=\frac{\sum_1^m l_i L_i}{\sqrt{\sum_1^m {l_i}^2}\sqrt{\sum_1^m {L_i}^2}} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} s.t \quad & -90^0<\alpha<90^0 \\ & 0^0<\lambda<360^0 \\ & 0<K<365 \end{aligned}$$

求解过程中。由于计算量较大，我们采用了蒙特卡洛模拟算法[4]，在总样本 2×10^7的情况下，随机抽取了10000组解，对模型进行求解。

4.3.3 模型求解：

通过 matlab 求解，得出结果为：

表五、附件二计算结果

积日	北纬度	东经度	日期
241	32	78	8 月 29
226	36	77	8 月 14
219	37	80	8 月 7
191	41	81	7 月 10

表六、附件三计算结果

积日	北纬度	东经度	日期
20	34	111	1 月 20
7	34	111	1 月 7
5	34	111	1 月 5

2	34	111	1 月 2
349	33	111	12 月 14
13	34	111	1 月 13

通过蒙特卡洛算法模拟，得出附件二地点在北纬40°东经80°，附件三中所给地点为北纬34°，东经111°。

4.4 已知视频影子信息求解经纬度模型：

(一)图像处理：

通过 matlab 软件对附件四进行帧化处理，得到 61000 帧，以 1min 时间间隔从北京时间 8:54 到 9:34 中提取一共 41 张图片，再对每一张图片进行处理。

首先，对图片整体灰度化，从整体上把握图片的明暗分布，发现杆和影子和周围背景的区分度不高。进而，我们采取分块分析两个研究对象的策略，使用两类方案对包含杆的图像和包含影子的图像进行分别处理。

处理影子：

（1） 我们利用屏幕标尺工具大致分析影子在整个图像中的占比，在图片上取一块包含地面和影子的很小区域（目的是消除太多背景的干扰），我们选取的区域只含对比度较高的地面和影子，首先这块区域之外的部分令灰度值全为 1，之后，对这块区域再做灰度化处理，之后根据特征做二值化处理,最终达到效果是:整张图片的灰度矩阵的全 1 部分是非影子部分，全 0 部分是影子（包含少量地面斑点干扰）

$$F=\begin{cases}1 & huidu>f_0\\ 0 & huida\le f_0\end{cases}$$

（以第一张图片为例，其余同理操作）

最终处理好的图片为：

处理后的　　　　　　　　　　处理之前

（2） 我们对整个图片形成的灰度二值矩阵，以行为 X 轴，以列为 Y 轴，以左上角为坐标原点，建立直角坐标系。每一个网格的行序即为纵坐标，列序即为横坐标。对第一步做出的全 0 部分的点，先分析相关性，做出散点图，发现相关关系良好，然后对这些点做线性回归，得出这些标示影子的点的直线的回归方程，然后根据 41 张图片对应的 41 条直线建立优化模型，求出影子的起点坐标和 41 张图中的终点坐标以及 41 个影子长度：

1） 确定影子起点的优化模型：

$$\min\ \sum_i^{41}\frac{x_0k_1-y_0+b_1}{\sqrt{{k_i}^2+1}}$$

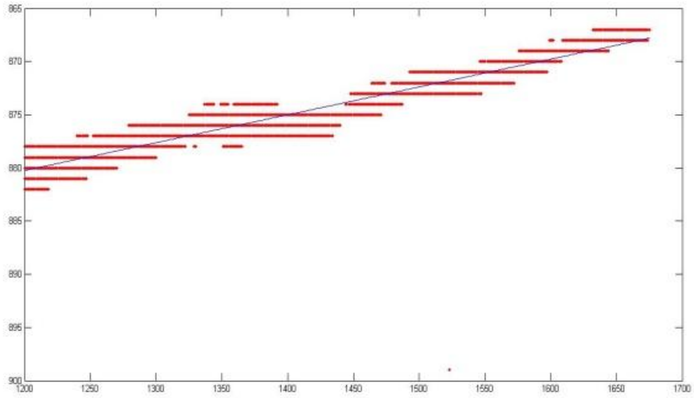
$$\text{s.t}\qquad y=k_i\text{x}+b_i\quad \text{i}=(1\cdots41)$$

$$0<x_0<1920$$

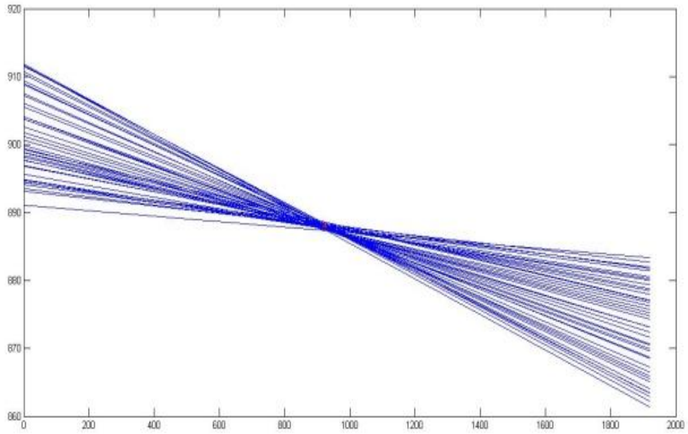
$$0<\text{y}<1050$$

用 matlab 求解该点(见直线相交图)

2） 散点图

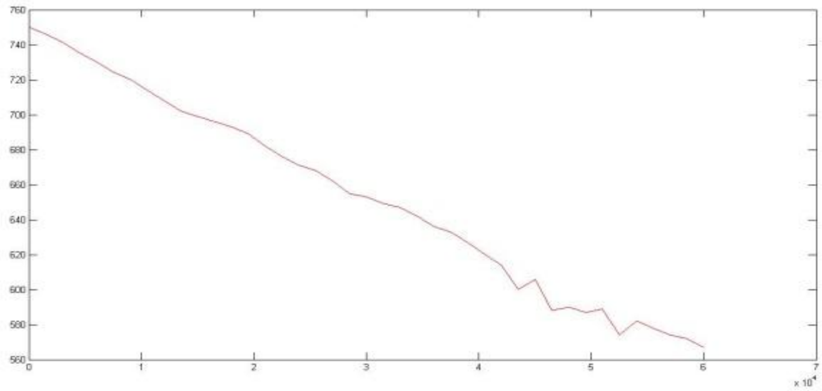


3）直线相交图:



4）起点坐标:(923,888)

5）影子长度变化图:



处理杆：

(1)首先对图片做灰度化处理，基于高斯滤波和中值滤波，以加深整个图片的对比度（主要是杆和背景的灰度值的差异增大），然后发现周围背景的草坪部分对杆的灰度特征分离有较大干扰，所以下面采取第一问的策略，提取一部分（区域尽量减少草的加入），对这一部分（包含了杆顶点）的区域做二值化处理，然后根据特征提取整个杆，如图所示。然后在整张图片以这个特征阈值做二值化，得到一个灰度二值矩阵。

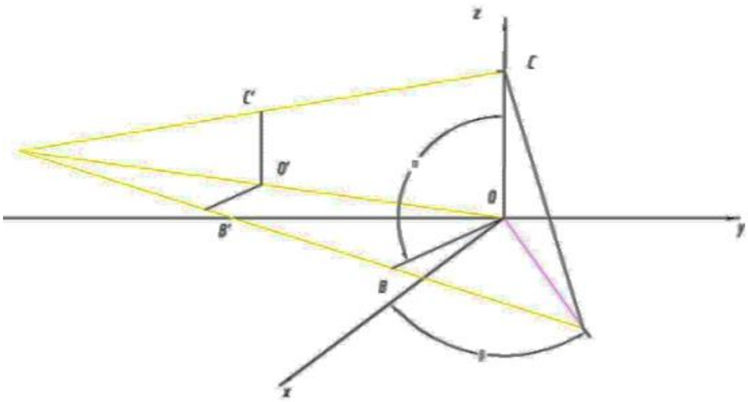
杆的起点坐标：（同影子起点）

杆的长度:683

(二)建立空间直角坐标系

建立相机点，成像面，与杆平行面的空间直角坐标系：

如图，以杆下端点为原点，直杆垂直向上方向为 Z 轴正方向，地面为 XoY 平面，



符号说明：

L:实际影长;

α:图中杆和影子的夹角;

β:本坐标系与正东方向的夹角;

L1:图中影长(O′B′);

L2:图中杆长($O'C'$);

L0:即OB ;

X, Y, Z:分别照相机光源点在空间坐标系里点的三个坐标;

在如图的空间坐标系中，由相似三角形，显然存在以下关系：

$$\frac{O'B'}{OB} = \frac{O'C'}{OC} \tag{1}$$

$O'B'$，$O'C'$ 均为图片中的杆长和影子长度，可由前面的“灰度直角坐标系”求得，OC为实际中的杆的长度为 2m，故OB 长度即，$L0 = 2\frac{L1}{L2}$ (2)

如图，粉色线段所示为实际影子，它与OB的夹角为β,

在图片中，OB与OC的夹角α可借助前面的“灰度直角坐标系”求解，

$$\cos\alpha = (L1^2+L2^2-L3^2)/2\times L1\times L2 \tag{3}$$

由简单的空间立体几何知识可知，A,B 的坐标：(cosβ, $tsin\beta$, 0),

$(2\times L1/L2\times \sin(\alpha)$, 0, $2\times L1/L2\times\cos(\alpha))$ (4)

由 A,B,光源点三点共线可推得：

$$\frac{X-L\times\cos(\beta)}{L\times\cos(\beta)-L0\times\sin(\alpha)} = \frac{Y+L\times\sin(\beta)}{-L\times\sin(\beta)} = \frac{Z}{-L0\times\cos(\alpha)} \tag{5}$$

结合(1)⋯(5)，可推出：

$$y = \frac{L\times COS\beta\times L\times\sin\beta}{L\times COS\beta-L_1 sin\alpha} - L\sin\beta \tag{6}$$

$$Z = \frac{L\times COS\beta\times L_1 COS\alpha}{LCOS\beta-L_1 sin\alpha}$$

对于第一小问，即给出了拍摄日期，

下面采用逆推的方式，建立“使光源点尽可能集中在一点附近”的优化模型，穷举每一种可能的经纬度组合，采取“极大值原则”的策略，即目标

函数为：使任意两个光源点的最大距离最小化。

$$\min = \max(\mathrm{sqrt}((x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2)$$

$$\mathrm{s.t} \quad -90^0 < \alpha < 90^0$$

$$0^0 < \lambda < 360^0$$

$$1 < i < 41$$

$$1 < j < 41$$

利用 matlab 求解，结果为：

纬度	经度	东经
21	250	110
23	252	108
11	250	110
17	248	112

m对于第二小问，我们的优化模型目标函数不变，变量增加了日期，导致穷举法计算量过大，故采用蒙特卡洛算法求解，可得结果如下：

经纬度		
积日	纬度（北）	经度（东）
185	15	110
200	52	69

五 模型的优缺点

5.1 优点

（1）该模型假设合理，模型简洁，易于在实际中操作；

（2）该模型从影子长度出发，巧妙的得出了其与日期、经纬度之间的定量关系；大大简化了后面的计算；

（3）该模型第三问，运用蒙特卡洛算法解法巧妙，大大提高了计算效率；

5.1 缺点

（1） 该模型只考虑横向因素，影子长度随时间变化，未对影子的角度变化做过多考虑，这可能降低了模型预测是正确率。

六 模型的推广与改进

在变量较多，数据量过大时，该模型采用的穷举法运行时间较长；而蒙特卡洛算法虽然简化了计算，减少了运行时间，但同时使得结果可能不够精确。可以考虑改进算法，使得能够兼顾结果准确性高和运行时间短两个方面。

七　参考文献

[1] 汪和平 探究日影运动轨迹[J] .中学数学月刊 2010, 9

[2] 袁信,张询 太阳方位算法的研究与设计[J] 天津航海 2011 ,3

[3] 庄诚 基于太阳赤纬角的地球同步轨道(GEO)空间碎片光度测量标定方法的研究[D] 浙江工业大学

[4] 司守奎 数学建模算法与应用[M] .北京：国防工业大学出版社

附录

附录一

```
clear,clc;
w = 39+54/60+26/3600;
j = 116+23/60+29/3600;
lamda = 360-j;
delta_g12h = -(10+50/60);
delta_g12h_yesterday = -(10+29/60);
t_g12h = 15/60+31/3600;
t_g12h_yesterday = 11/60+21/3600;
h = 3.00;
t = 9:1/3600:15;%北京时间
TG = t - 8;%格林时间
tao = (TG+12-(t_g12h - t_g12h_yesterday)*(TG+12)/24 )*15 - lamda;%太阳地方时角
delta = delta_g12h - (delta_g12h - delta_g12h_yesterday)*(TG+12)/24;%赤纬角
theta = asin( sind(delta).*sind(w) + cosd(delta).*cosd(w).*cosd(tao) );%太阳高度角
l = h./tan(theta);%影子长度
plot(t,l,'-r');
```

附录二

```
clc,clear;
res = [];
data = [1.0365 0.4973
1.0699 0.5029
1.1038 0.5085
1.1383 0.5142
1.1732 0.5198
1.2087 0.5255
1.2448 0.5311
1.2815 0.5368
1.3189 0.5426
1.3568 0.5483
1.3955 0.5541
1.4349 0.5598
1.4751 0.5657
1.516 0.5715
```

```
1.5577 0.5774
1.6003 0.5833
1.6438 0.5892
1.6882 0.5952
1.7337 0.6013
1.7801 0.6074
1.8277 0.6135
];

b = [];
for i=1:size(data,1)
    l1(i) = sqrt(data(i,1)^2 + data(i,2)^2);
end
for w = -90:1:90
    for j=0:1:360
        lamda = j;
         delta_g12h = 23.44*sin(0.016918*(108-79.948-0.1905*3));
        delta_g12h_yesterday = 23.44*sin(0.016918*(108-1-79.948-0.1905*3));
        t_g12h = 1/60+6/3600;
        t_g12h_yesterday = 54/3600;
        h = 3;
        t = (14+42/60):3/60:(15+42/60);%北京时间
        TG = t - 8;%格林时间{因为图中数据都大于 8，否则应该是+16}
        tao = (TG+12-(t_g12h - t_g12h_yesterday)*(TG+12)/24 )*15 - lamda;%
太阳地方时角
        delta = delta_g12h - (delta_g12h - delta_g12h_yesterday)*(TG+12)/2
4;
        theta = asin( sind(delta).*sind(w) + cosd(delta).*cosd(w).*cosd(ta
o) );
        l2 = h./tan(theta);
        xiangsidu = dot(l1,l2)/(norm(l1)*norm(l2));%两个长度的相似度函数
        res = [res;[xiangsidu,w,j]];
    end
end

 res = sortrows(res,-1);
 zhi = res(1:5,2:3);
```