## 南京理工大学课程考试试卷(学生考试用)

1		
	课程名称: <u>高等数学</u> : 学分:	
	试卷编号: <u>期末 A</u> 考试方式: <u>闭卷</u> 满分分值:100 考试时间:120_分钟	
	组卷日期: 2024年1月8日 组卷教师(签字): 王丰 审定人(签字):	
	(考生请注意: 所有答案按试题序号写在答题纸上,写在试卷上一律无效!)	
	一、填空题(每小题 3 分,共 24 分)	
	1. 数列极限 $\lim_{n\to\infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+3}-\sqrt{n}) = \underline{\hspace{1cm}}$ ,	
	$\int \frac{2x - \sin x}{x + 2\sin x},  x < 0$	
	2. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{2x - \sin x}{x + 2\sin x}, & x < 0 \\ \frac{x + a}{\cos 3x}, & x \ge 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续,则 $a = $	
	3. 设 $y = x \arcsin x$ ,则 $y' _{x=\frac{1}{2}} = $	1
	4. 设 $y = \ln(1+x)$ ,则 $y^{(2024)}(1) = $	
	5. 设 $f(x) = \int_0^x 3 \ln(1+t^2) dt$ , 当 $x \to 0$ 时, $f'(x)$ 与 $ax^k$ 是等价无穷小,则	
-	a =	
	6. 由曲线 $y = 2x^2$ 与 $y = 1 - x^2$ 所围成的平面图形的面积为	
	7. 由曲线 $y = \sin x$ $(0 \le x \le \pi)$ 与 $x$ 轴所围成的平面图形绕 $x$ 轴旋转一周所得旋转体	-
	的体积为	L
	8. 反常积分 $\int_0^{+\infty} e^{-x} \sin x dx = $	ľ
	二、单项选择题(每小题3分,共9分)	
	1. 设 $f(x) = \frac{x^3 - x}{\sin \pi x}$ ,则().	1
	(A) $f(x)$ 有无穷多个第一类间断点 (B) $f(x)$ 只有 $1$ 个可去间断点	
	(c) $f(x)$ 有 2 个跳跃间断点 (D) $f(x)$ 有 3 个可去间断点	

2. 曲线  $y = \ln \cos x$  对应  $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$  的弧长是().

(A)  $\ln(\sqrt{2}+1)$  (B)  $\ln(\sqrt{2}-1)$  (c)  $2\ln(\sqrt{2}+1)$ 

- 3. 若 y = f(x) 满足  $f'(x_0) = \frac{1}{2}$ , 则当  $\Delta x \to 0$  时,  $dy|_{x=x_0}$  是 ( ).
- (A) 与 Δx 等价的无穷小
- (B) 与Δx 同阶但不等价的无穷小
- (c) 比 Δx 低阶的无穷小
- (D) 比 Δx 高阶的无穷小
- 三、求下列极限(每小题6分,共18分)
- (1)  $\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x\sin x} \frac{1}{x^2}\right);$  (2)  $\lim_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}};$
- (3)  $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{e^{\frac{1}{n}}}{n+2} + \frac{e^{\frac{2}{n}}}{n+2} + \dots + \frac{e^{\frac{n}{n}}}{n+2}\right).$

四、求下列积分 (每小题 6分, 共12分)

$$(1) \int \frac{x^5}{\sqrt{1-x^2}} dx;$$

(2) 
$$\int_0^4 e^{\sqrt{2x+1}} dx$$

五、(6分)设y = y(x)是由方程 $e^y + 2xy = e$  所确定的隐函数,求y''(0).

六、(8分) 设 y = y(x) 是由参数方程  $\begin{cases} x = \sin t \\ y = 2\cos t \end{cases}$  所确定.

(1) 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$ ; (2) 求曲线 y = y(x) 在  $t = \frac{\pi}{4}$  所对应点处的法线方程与曲率.

七、(8分) 确定曲线 $y = \frac{2x}{1+x^2}$ 的下凸区间,并求其拐点与渐近线.

八、(8分) 设 f(x) 在  $(-\infty, +\infty)$  上连续,且  $\int_0^x (x-t)f(t)dt = xe^x$ .

- (1) 求 f(x):
- (2) 若g(x) 是以 2 为周期的偶函数,且g(x) = f(x),  $0 \le x \le 1$ , 求  $\int_0^s g(x) dx$ . 九、(7分) 设 f(x) 的一阶导数在闭区间 [0,1] 上连续,且 f(0) = f(1) = 0.
- (1) 证明:存在一点 $\xi \in (0,1)$ ,使得 $f'(\xi) = -\frac{f(\xi)}{\xi}$ ;
- (2) 证明:  $\left| \int_0^1 f(x) dx \right| \le \frac{x^2 + (1-x)^2}{2} \max_{x \in [0,1]} \left| f'(x) \right|, \ \forall x \in (0,1).$

(D)  $2\ln(\sqrt{2}-1)$ 

## 南京理工大学课程考试试卷(学生考试用)

课程名称: <u>高等数学</u> 学分: 数学大纲编号:11123301
试卷编号: <u>期末 A</u> 考试方式: <u>闭卷</u> 满分分值: <u>100</u> 考试时间: <u>120</u> _分钟
组卷日期: _2024年1月8日
(考生请注意: 所有答案按试题序号写在答题纸上,写在试卷上一律无效!)
一、填空题(每小题 3 分, 共 24 分)
1. 数列极限 $\lim \sqrt{n}(\sqrt{n+3}-\sqrt{n}) = $
2. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{2x - \sin x}{x + 2\sin x}, & x < 0 \\ \frac{x + a}{\cos 3x}, & x \ge 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续,则 $a = $
3. 设 $y = x \arcsin x$ , 则 $y' _{x=\frac{1}{2}} = $
4. 设 $y = \ln(1+x)$ ,则 $y^{(2024)}(1) = $
5. 设 $f(x) = \int_0^x 3\ln(1+t^2)dt$ , 当 $x \to 0$ 时, $f'(x)$ 与 $ax^k$ 是等价无穷小,则
a =
6. 由曲线 $y=2x^2$ 与 $y=1-x^2$ 所围成的平面图形的面积为
7. 由曲线 $y = \sin x$ $(0 \le x \le \pi) \le x$ 轴所围成的平面图形绕 $x$ 轴旋转一周所得旋转体
的体积为·
8. 反常积分 $\int_0^\infty e^{-x} \sin x dx = $
二、单项选择题(每小题3分,共9分)
1. 设 $f(x) = \frac{x^3 - x}{\sin \pi x}$ ,则().
(A) $f(x)$ 有无穷多个第一类间断点 (B) $f(x)$ 只有 $1$ 个可去间断点
(C) $f(x)$ 有 2 个跳跃间断点 (D) $f(x)$ 有 3 个可去间断点
2. 曲线 $y = \ln \cos x$ 对应 $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$ 的弧长是( ).
(A) $\ln(\sqrt{2}+1)$ (B) $\ln(\sqrt{2}-1)$ (c) $2\ln(\sqrt{2}+1)$ (D) $2\ln(\sqrt{2}-1)$

3. 若 
$$y = f(x)$$
 满足  $f'(x_0) = \frac{1}{2}$ ,则当  $\Delta x \to 0$  时,  $dy|_{x=x_0}$  是( ).

- (A) 与  $\Delta x$  等价的无穷小 (B) 与  $\Delta x$  同阶但不等价的无穷小
- (c) 比  $\Delta x$  低阶的无穷小 (D) 比  $\Delta x$  高阶的无穷小

三、求下列极限(每小题6分,共18分)

(1) 
$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x\sin x} - \frac{1}{x^2}\right);$$
 (2)  $\lim_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}};$ 

(2) 
$$\lim_{x \to 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$$

(3) 
$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{n+2} + \frac{e^{\frac{2}{n}}}{n+2} + \dots + \frac{e^{\frac{n}{n}}}{n+2}\right).$$

四、求下列积分 (每小题 6分, 共12分)

$$(1) \quad \int \frac{x^5}{\sqrt{1-x^2}} dx \; ;$$

(2) 
$$\int_0^4 e^{\sqrt{2x+1}} dx$$
.

五、(6分)设y = y(x)是由方程 $e^y + 2xy = e$  所确定的隐函数,求y''(0).

六、(8分) 设 y = y(x) 是由参数方程  $\begin{cases} x = \sin t \\ y = 2\cos t \end{cases}$  所确定.

(1) 求  $\frac{d^2y}{dx^2}$ ; (2) 求曲线 y = y(x) 在  $t = \frac{\pi}{4}$  所对应点处的法线方程与曲率.

上、(8分)确定曲线 $y = \frac{2x}{1+x^2}$ 的下凸区间,并求其拐点与渐近线。

八、(8分) 设 f(x) 在  $(-\infty, +\infty)$  上连续,且  $\int_{0}^{x} (x-t) f(t) dt = xe^{x}$ .

- (1) 求 f(x);
- (2) 若g(x)是以2为周期的偶函数,且g(x) = f(x),  $0 \le x \le 1$ , 求  $\int_0^s g(x) dx$ . 九、(7分) 设 f(x) 的一阶导数在闭区间 [0,1] 上连续,且 f(0) = f(1) = 0.

(1) 证明:存在一点 $\xi \in (0,1)$ ,使得 $f'(\xi) = -\frac{f(\xi)}{\xi}$ ;

(2) 证明:  $\left| \int_0^1 f(x) dx \right| \le \frac{x^2 + (1-x)^2}{2} \max_{x \in [0,1]} |f'(x)|, \ \forall x \in (0,1).$