

南京理工大学课程考试试卷 (学生考试用)

课程名称： 概率与统计 学分： 3 教学大纲编号： 11022601

试卷编号： A 卷 考试方式： 笔试，闭卷 满分分值： 100 考试时间： 120 分钟

组卷日期： 2022 年 5 月 26 日 组卷教师(签字)： 教研组 审定人(签字)：

一. (10 分) 根据以往的临床记录，知道乙肝患者对某种试验呈阳性反应的概率为 0.95，非乙肝患者对该试验呈阳性反应的概率为 0.01，一个来自普通人群的被试者患有乙肝的概率为 0.005，若已知此人试验结果呈阳性，求此人真正患有乙肝的概率。

二. (15 分) 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 1 - (1+x)e^{-x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

求：(1) $P\{X \leq 1\}$ ，(2) X 的概率密度，(3) $Y = X^2$ 的数学期望与方差。

三. (20 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} ce^{-y} & 0 \leq x \leq y \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求：(1) 常数 c ；(2) X 和 Y 的边缘概率密度；(3) $P\{X+Y \leq 1\}$ 。

四. (10 分) 一质点在数轴整数点上随机移动，共移动 n 次。设该质点向右移动 1 格（一个单位）的概率为 p ($0 < p < 1$)，向左移动 1 格的概率为 q ($q = 1 - p$)。令 X 为质点在这 n 次移动中向右移动次数。

(1) 求 X 的分布律；

(2) 若 n 为奇数，求该质点从起点最终又回到起点的概率，并简要说明理由；

(3) 令 Y 为该质点在这 n 次移动中向左移动次数。

在下面两问中，任选一问解答（只选一问，多做的不算分）：

(a) 求 X 与 Y 的相关系数；或 (b) 求 $P\{X > Y\}$ 。

五. (15 分) 计算机进行加法时，对每个加数取整。设所有取整误差是相互独立的，且都服从 $U(-0.5, 0.5)$ 。

(1) 若 1500 个数相加，误差总和的绝对值大于 15 的概率是多少？

(2) 多少个相加，可使得误差总和的绝对值小于 10 的概率不小于 0.9？

六. (15 分) 设 X_1, \dots, X_n 是来自指数分布总体 $X \sim f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ 的样本，

(1) 求参数 λ 的极大似然估计量；

(2) 求参数 $p = P\{X > 5\}$ 的极大似然估计量；

(3) 若有 X 的观察值：0.1, 2.9, 1, 1.4, 0.23，求参数 λ, p 的极大似然估计值。

七. (15 分) 工厂生产某种调味品，长期以来其重量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 。从某天生产的调味品中随机抽取 6 只，测得重量分别为（单位：克）：14.6, 15.1, 14.9, 14.8, 15.2, 15.1。试问能否认为该日生产的调味品重量的平均值为 15 克？（ $\alpha = 0.05$ ）

附表 I: $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

x	0.85	1.28	1.34	1.645	1.96	2.00	2.33	2.57	2.75	3.09
$\Phi(x)$	0.8023	0.9	0.9099	0.95	0.975	0.977	0.99	0.9949	0.997	0.999

附表 II:

α	0.025	0.05	0.975	0.95
$\chi^2_{\alpha}(6)$	14.449	12.592	1.237	1.635
$t_{\alpha}(6)$	2.4469	1.9432		
$\chi^2_{\alpha}(5)$	12.833	11.071	0.831	1.145
$t_{\alpha}(5)$	2.5706	2.0150		