01 级　高等数学（上）A 卷　 6 学分（80 分）

一.　　选择题（2×10）

1、$x=0$ 是函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}1, x\le 0\\ \dfrac{1}{1-e^{\frac{1}{x}}}, x\rangle 0\end{cases}$ 的 ________ 。

A．连续点；　　　B．可去间断点；　　　C．跳跃间断点；　　D 第二类间断点。

2、已知 $F\left(x\right)$ 是 $f\left(x\right)$ 的一个原函数，则 $\int f\left(2x+3\right)dx=$ ________ 。

A．$\dfrac{1}{2}F\left(2x+3\right)$；　B．$\dfrac{1}{2}F\left(2x+3\right)+c$；　C。$2F\left(2x+3\right)+c$；D．$2F\left(2x+3\right)$

3、过直线 $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{4}$ 且平行于直线 $x-1=t-2=z-3$ 的平面方程为 ________ 。

A．$x+y+z=0$；　B. $x+2y+4z=0$；　C. $2x-3y+z=0$

4、设 $f\left(x\right)=\left(x^{3}-1\right)\left(x+2\right)$，则 $f'\left(1\right)=$ ________ 。

A．-6；　　　B. 9；　　　C. -9；　　　D. 6

5、设 $y=f(x)$ 满足 $f'(x_0)=f''(x_0)=f'''(x_0)=0, f^{(4)}(x_0)\rangle 0$，则在下列图形中表示曲线 $y=f(x)$ 在 x_0 附近的性态最正确的是________。 、、

C

二、填空题（3×5）

1、已知 $f(x)=\begin{cases}0, x<0\\1, x\geq 0\end{cases}$，则 $f(x)+f(x+1)=$________.

2、若 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x^2+1}{x+1}-ax-b\right)=0$，则 $a=$________，$b=$________.

3、已知 $y=e^{\arctan\frac{1}{x}}$，则 $dy=$________.

4、$\int x\sin 2x dx=$________.

5、设$\left|\vec{a}\right|=1,\left|\vec{b}\right|=2,\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\pi}{3},\vec{p}=2\vec{a}+\vec{b},\vec{q}=\vec{a}-\vec{b}$，则$\vec{p}\cdot\vec{q}=$ ________ .

三、（5×6）计算

1. $y=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$，求$y''$.

,

2. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{\sin^2 x}\right)$.

3. 设$\begin{cases} y=\frac{t^5}{5}-\frac{t^3}{3} \\ x=t-\arctan t \end{cases}$，求$\frac{dy}{dx},\frac{d^2y}{dx^2}$.

4. 求过原点平行于两平面$x+y+z=0,x+2y+4z=3$的直线方程.

5. 计算$\int \frac{x^2 dx}{\left(1+x^2\right)^2}$.

6. 设 $f\left(x\right)=\int_x^1 \frac{\sin x}{x}dx$, 计算$\int_0^1 xf\left(x\right)dx$.

四、（6）已知点$\left(1,3\right)$为曲线$y=x^3+ax^2+bx+14$的拐点, 求a,b.

五、(7 分) 设$0<t\le\frac{\pi}{2}$, 曲线$y=\sin x$及三直线$x=t,x=2t,y=0$所围的平面图形绕x轴旋转一周所得的旋转体体积为$V\left(t\right)$, 问t为何值时$V\left(t\right)$最大.

六、（7 分）已知$f\left(x\right)\in C\left[0,1\right]$, 证明: $\int_0^{\pi} xf\left(\sin x\right)dx=\frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} f\left(\sin x\right)dx$, 并求$\int_{-\pi}^{\pi}\frac{x\sin x}{2+\cos^2 x}dx$.

令

七、（5 分）设$f\left(x\right)$在$\left[0,2\right]$连续，$\left(0,2\right)$可导, 且$f\left(1\right)=2,\int_1^2 xf\left(x\right)dx=1$,

证明：$\exists\xi\in\left(0,2\right)$，使得$\xi f'\left(\xi\right)+f\left(\xi\right)=0$.

令