

## Problem A. 圈圈环礁湖

Input file: standard input  
 Output file: standard output  
 Time limit: 1 second  
 Memory limit: 1024 megabytes

Alice 拥有一批特殊的宝石迷阵玩具。这批玩具由  $m$  套独立的部分组成。每套玩具包含  $k$  个玩具，每个玩具都是一个  $n \times n$  的二维网格。初始状态下，每个玩具都顺序排列如下：

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ n+1 & n+2 & \dots & 2n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (n-1)n+1 & (n-1)n+2 & \dots & n^2 \end{pmatrix}$$

Alice 对这些玩具进行了  $10^6$  次操作：等概率均匀随机选择一个玩具的一个  $4 \times 4$  的子块，顺时针旋转 90 度。例如，

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 13 & 9 & 5 & 1 \\ 14 & 10 & 6 & 2 \\ 15 & 11 & 7 & 3 \\ 16 & 12 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

Bob 不小心弄坏了 Alice 的  $\frac{m}{2}$  套玩具的全部  $k$  个玩具。由于 Bob 不记得弄坏前的具体形状，他按如下方式重新制作了玩具：枚举  $i$  从 1 到  $n^2$ ，等概率随机将  $i$  放入一个未填入数字的格子。

Alice 最终发现了这些被动过手脚的玩具，她非常生气，想知道究竟哪几套玩具被 Bob 弄坏了。帮助她判断每一套玩具是否曾被 Bob 重新制作过。请注意，你不需要对每一套玩具都给出正确的判断。

### Input

第一行包含四个整数  $id, m, k, n$ 。其中， $id$  ( $0 \leq id < 10$ ) 是测试点编号， $m = 100$  表示这批玩具的套装数量， $k = 10$  表示每套玩具的玩具数量， $n = 10$  表示玩具的边长。

接下来是  $m$  套玩具的描述，每套玩具包含  $k$  个玩具的描述。每个玩具由  $n$  行组成，每行包含  $n$  个整数，表示该玩具最终的数字排列。

样例可能不符合数据范围，并且样例中有额外的空行，但样例本身不在测试数据中。

### Output

你需要输出一行长度为  $m$  的 01 串。如果对应的玩具套装被 Bob 弄坏了，则输出 1，否则输出 0。

请注意，你不需要对每一套玩具都给出正确的判断。在每一个测试点中，如果你的回答中有 90 个是正确的，那么你的回答被认为是正确的。你不需要保证输出的 0 和 1 个数相等。

## Example

standard input	standard output
-1 2 1 4  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 16 14 15  13 9 5 1 14 10 6 2 15 11 7 3 16 12 8 4	10

## Note

样例共有两套玩具，每套共一个，大小为  $4 \times 4$ 。

第一套玩具一定是 Bob 弄坏的，因为仅通过旋转无法得到这个结果。因此，第二套玩具一定是没弄坏的。

## Problem B. 来自星星的礼物

Input file:           standard input  
Output file:          standard output  
Time limit:          6 seconds  
Memory limit:        1024 megabytes

Alice 和 Bob 喜欢玩简化版的斗地主游戏：只允许出单牌，并且他们都知道两人的牌。

初始时，Alice 和 Bob 各持有一些牌（共  $n$  张），每张牌点数各不相同。对于每一局游戏，两个玩家轮流行动，Alice 先手。在一个玩家的回合中，假设对手上一回合打出的牌点数为  $x$ ，他可以选择两种操作之一：

- 过牌（不打出任何牌）。
- 打出一张点数大于  $x$  的牌。

特别地，如果对手没有行动过或上一回合选择过牌，他只能打出任意一张牌，而不能选择过牌。首先出完牌的玩家赢得这局游戏。

在接下来的  $q$  天里，Alice 和 Bob 玩了若干局斗地主，每一天都发生了如下两件事情之一：

- 点数为  $x$  的手牌的所有者发生了变更。换言之，如果它当前属于 Alice，那么在这天之后它属于 Bob；否则，在这天之后它属于 Alice。
- 他们想知道，如果只使用两人手中点数在  $l$  到  $r$  之间的牌进行一局游戏，假设双方都采取最优策略，谁会获胜。特别地，如果这个范围内的牌都属于一个人，则另一个人直接获胜。

帮助他们预测每局游戏的结果。

注意，一局游戏后所有牌回到自己手中。

### Input

第一行包含两个整数  $n, q$  ( $1 \leq n, q \leq 5 \times 10^5$ )，表示牌的总数和接下来的天数。

第二行包含一个长度为  $n$  仅包含 A 和 B 的字符串  $s$ ，其中  $s_i = A$  表示点数为  $i$  的牌初始属于 Alice，否则表示属于 Bob。

接下来  $q$  行，第  $i$  行包含若干个整数，第一个整数为  $op_i$  ( $op_i \in \{1, 2\}$ )。

- 若  $op_i = 1$ ，则第  $i$  行还包含一个整数  $x_i$  ( $1 \leq x_i \leq n$ )，表示第  $i$  天点数为  $x_i$  的手牌的所有者发生了变更。
- 若  $op_i = 2$ ，则第  $i$  行还包含两个整数  $l_i, r_i$  ( $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ )，表示询问如果只使用两人手中点数在  $l_i$  到  $r_i$  之间的牌进行游戏谁会获胜。

保证至少进行了一局游戏。

### Output

对于每个询问，输出一行一个字符串 Alice 或 Bob，表示获胜的玩家。

## Example

standard input	standard output
5 5	Alice
ABBAB	Alice
2 2 2	Bob
2 1 5	Bob
1 2	
2 2 5	
2 1 5	

## Problem C. 被遗弃的城市

Input file:standard input

Output file:standard output

Time limit:1 second

Memory limit:1024 megabytes

给定一个长度为  $n$  的整数序列  $a$ 。你可以执行一个操作：选择  $a$  的任意一个子序列，并将该子序列中的每个数字都减去 1。

计算至少需要做多少次操作才能让序列  $a$  变为非递减。

子序列指的是将原序列删去任意多个元素后形成的序列。非递减序列指的是对于所有  $1 \leq i < n$  都满足  $a_i \leq a_{i+1}$  的序列。

### Input

第一行包含一个整数  $t$  ( $1 \leq t \leq 10^4$ )，表示测试用例的个数。

每个测试用例的第一行包含一个整数  $n$  ( $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$ )。

下一行包含  $n$  个整数  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $0 \leq a_i \leq 10^9$ )。

### Output

对于每个测试用例，输出一个整数，即所需的最小操作次数。

### Example

standard input	standard output
3	4
5	4
4 2 5 1 3	0
3	
10 8 6	
2	
7 7	

## Problem D. 迷失森林

Input file:           standard input  
Output file:         standard output  
Time limit:          2 seconds  
Memory limit:       1024 megabytes

给定一个有向图，其中有  $n$  个顶点和  $m$  条边。请找出从节点 1 到节点  $n$  的所有路径中，方差的下确界。

从 1 到  $n$  的路径定义为边的序列  $\{e_1, e_2, \dots, e_l\}$ ，其中  $e_1$  的起点是 1， $e_l$  的终点是  $n$ ， $e_i$  的终点和  $e_{i+1}$  的起点相同。注意  $e_1, e_2, \dots, e_l$  是可重的。一条路径  $p = \{e_1, e_2, \dots, e_l\}$  的方差定义为：

$$D(p) = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (w_{e_i} - \bar{w})^2$$

其中， $w_{e_i}$  是边  $e_i$  的权重， $\bar{w} = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l w_{e_i}$  是路径中所有边  $e_1, e_2, \dots, e_l$  的平均权重。

本题中，下确界的定义在输出格式中给出。

### Input

第一行包含两个整数  $n$  ( $2 \leq n \leq 30$ ) 和  $m$  ( $1 \leq m \leq 200$ )。

接下来的  $m$  行中，第  $i$  行包含三个整数  $x_i, y_i, w_i$  ( $1 \leq x_i, y_i \leq n$ ,  $x_i \neq y_i$ ,  $0 \leq w_i \leq 20$ ) 表示从  $x_i$  到  $y_i$  有一条权重为  $w_i$  的有向边。

### Output

输出一行，包含一个实数，表示从节点 1 到节点  $n$  的所有路径中方差的下确界。

如果不存在从节点 1 到节点  $n$  的任何路径，请输出 “-1”（不带引号）。

你的答案会被认为是正确的，当且仅当其绝对或相对误差不超过  $10^{-9}$ 。形式化地，假设你的答案是  $b$ ，设  $\epsilon = \max\{1, b\} \cdot 10^{-9}$ ，则你的答案被认为是正确的，如果满足以下条件：

- 对于任意从 1 到  $n$  的路径  $p$ ，都有  $D(p) > b - \epsilon$ ；
- 至少存在一条从 1 到  $n$  的路径  $p_0$ ，使得  $D(p_0) < b + \epsilon$ 。

### Example

standard input	standard output
4 4 1 2 3 1 3 4 2 4 5 3 4 7	1.0000000000000000

## Problem E. 弦

Input file:            **standard input**  
Output file:           **standard output**  
Time limit:            2 seconds  
Memory limit:          1024 megabytes

给定一个二进制字符串  $s$ （仅由 0 和 1 组成）和一个正整数  $k$ ，定义一个函数  $f(s,k)$ ，表示在字符串  $s$  的末尾添加恰好  $k$  个字符（只能添加 0 或 1）后，所得到字符串的最长回文子串的长度相对于原始字符串  $s$  的最长回文子串长度的最小增加量。

给定一个二进制字符串  $s$  和一个正整数  $k$ ，你需要计算并输出  $s$  的所有非空子串  $s'$  的  $f(s',k)$  值之和。定义子串为字符串的一个非空连续段。

### Input

第一行包含一个整数  $t$  ( $1 \leq t \leq 10^5$ )，表示测试用例的数量。

对于每个测试用例，输入一行包含一个二进制字符串  $s$  ( $1 \leq |s| \leq 5 \times 10^5$ ) 和一个正整数  $k$  ( $1 \leq k \leq 10^9$ )，两者之间用一个空格分隔。

所有测试用例的  $|s|$  之和不超过  $5 \times 10^5$ 。

### Output

对于每个测试用例，你需要输出一个整数，表示  $s$  的所有非空子串  $s'$  的  $f(s',k)$  值之和。

### Example

standard input	standard output
3	2
010 1	7
010 2	108
0101011101001 100	

### Note

在第一个测试用例中， $f(01,1) = f(10,1) = 1$ ，其余为 0。

## Problem F. 相关心

Input file:            **standard input**  
Output file:          **standard output**  
Time limit:          1 second  
Memory limit:        1024 megabytes

给定一个长度为  $n$  的整数序列  $a_1, a_2, \dots, a_n$ 。你可以执行一个操作不超过  $n$  次：选择一个整数  $v$ ，然后修改序列中所有数字：  $a_i$  修改为  $|a_i - v|$ 。

最小化序列中所有不同元素对的差的绝对值之和，即  $\sum_{1 \leq i < j \leq n} |a_i - a_j|$ 。

由于答案可能很大，输出这个最小值 998244353 取模的结果。

### Input

第一行包含一个整数  $n$  ( $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$ )。

第二行包含  $n$  个整数  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $0 \leq a_i \leq 10^9$ )。

### Output

输出一个整数，最小的  $\sum_{1 \leq i < j \leq n} |a_i - a_j|$  对 998244353 取模的结果。

### Examples

standard input	standard output
3 5 10 15	2
5 0 0 0 0 1	4



## Problem G. 双生

Input file:            **standard input**  
Output file:          **standard output**  
Time limit:           1 second  
Memory limit:        1024 megabytes

给定一个正偶数  $n$ 。构造一个集合  $\{1, 2, \dots, n\}$  的子集  $S$ ，使其恰好包含  $\frac{n}{2}$  个元素，并且对于  $S$  中任意三个数  $x, y, z$ （可能相等），它们的乘积  $xyz$  都不是完全平方数。

### Input

第一行包含一个整数  $t$  ( $1 \leq t \leq 10^4$ )，表示测试用例的数量。  
对于每个测试用例，输入包含一行一个正偶数  $n$  ( $2 \leq n \leq 10^6$ )。  
保证所有测试用例的  $n$  总和不超过  $10^6$ 。

### Output

对于每个测试用例，输出一行  $\frac{n}{2}$  个用空格分隔的整数，表示构造出的子集  $S$  的元素。

### Example

standard input	standard output
2	2 3
4	2 3 5
6	

## Problem H. 逆旅

Input file:            standard input  
Output file:          standard output  
Time limit:          3 seconds  
Memory limit:        1024 megabytes

**注意：**此题中 mex 的定义与常见问题不同。

给定一个长度为  $n$  的排列  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ，计算  $a$  所有子数组的 mex 之和。

一个非空整数集合  $S$  的 mex 是满足以下条件的最小整数  $k$ :  $k \notin S$  且  $k > \min(S)$ 。例如， $\text{mex}(\{1, 3, 5\}) = 2$ ， $\text{mex}(\{1, 2, 3\}) = 4$ 。

一个长度为  $n$  的排列指的是 1 到  $n$  都恰好出现一次的序列。

### Input

第一行包含一个整数  $t$  ( $1 \leq t \leq 10^4$ )，表示测试用例的数量。

对于每个测试用例，第一行包含一个整数  $n$  ( $1 \leq n \leq 5 \times 10^5$ )。

第二行包含  $n$  个不同的整数  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq n$ )。

保证所有测试用例的  $n$  之和不超过  $5 \times 10^5$ 。

### Output

对于每个测试用例，在一行中输出一个整数，表示所有子数组的 mex 之和。

### Example

standard input	standard output
3	20
3	18
1 2 3	259
3	
2 1 3	
10	
6 7 5 3 10 1 2 8 4 9	

## Problem I. 熔岩层

Input file:            **standard input**  
Output file:           **standard output**  
Time limit:            5 seconds  
Memory limit:         1024 megabytes

给定一个正整数  $n$  和一个非空的数码集合  $D \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 。  
等概率随机地生成一个长度为  $2n - 1$  的算术表达式。这个表达式的构造遵循以下规则：

- 所有位于奇数位置（从 1 开始计数）的字符，都将是给定的数码集合  $D$  中等概率随机选取的一个数码。
- 所有位于偶数位置（从 1 开始计数）的字符，都将是  $\{+, \times, \wedge, \vee, \oplus\}$ （加法、乘法、按位与、按位或、按位异或）中等概率随机选取的一个运算符。

例如，如果  $n = 2$  且数码集合  $D = \{1, 2\}$ ，产生的随机表达式可以是  $1 + 1$ ， $2 \vee 1$  等等。  
计算这个随机生成表达式的值的期望，并将其结果对 998244353 取模。  
注意：所有运算符优先级**相同**，运算从左到右依次进行。

### Input

第一行包含一个整数  $t$  ( $1 \leq t \leq 100$ )，表示测试用例的数量。  
对于每个测试用例，第一行包含两个整数  $n, k$  ( $1 \leq n \leq 10^{18}$ ,  $1 \leq k \leq 9$ )。  
第二行包含  $k$  个互不相同的整数，它们是集合  $D$  中的元素，每个元素都在 1 到 9 的范围内。

### Output

对于每个测试用例，输出一行一个整数，表示表达式的值的期望对 998244353 取模后的结果。  
可以证明这个期望值一定可以表示为  $\frac{p}{q}$  的形式，其中  $p$  和  $q$  为整数，且存在唯一的整数  $x \in [0, 998244353)$  使得  $qx \equiv p \pmod{998244353}$ 。你需要输出这个  $x$  的值。

### Example

standard input	standard output
3	5
1 1	848507702
5	463950893
2 2	
1 2	
10000 9	
1 2 3 4 5 6 7 8 9	

## Problem J. 象牙

Input file:            **standard input**  
Output file:           **standard output**  
Time limit:            5 seconds  
Memory limit:          1024 megabytes

给定四个正整数  $a, b, c, d$ 。计算  $\gcd(a^b, c^d)$  的值，并将其对 998244353 取模。

### Input

第一行包含一个整数  $t$  ( $1 \leq t \leq 10^5$ )，表示测试用例的数量。  
对于每个测试用例，输入只有一行，包含四个正整数  $a, b, c, d$  ( $1 \leq a, b, c, d \leq 10^{18}$ )。

### Output

对于每个测试用例，输出一行一个整数，表示  $\gcd(a^b, c^d)$  对 998244353 取模后的结果。

### Example

standard input	standard output
5	1
2 3 3 2	8
4 2 8 1	9
6 2 9 1	1
7 1 11 1	586315999
10000000000000 1 10000000000000 1	