## Problem A. 矩形海报

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 6 seconds Memory limit: 512 megabytes

二维平面上有一块矩形木板,边与坐标轴平行。木板左下角的坐标为(0,0),右上角的坐标为(W,H)。

有 n 张矩形海报,第 i 张海报的宽度为  $w_i$  ( $1 \le w_i < W$ ),高度为  $h_i$  ( $1 \le h_i < H$ )。这些海报随机且独立地完全放置在木板上,不进行旋转或翻转,边与坐标轴平行。更具体地说,第 i 张海报的左下角坐标为 ( $x_i, y_i$ ),右上角的坐标为 ( $x_i + w_i, y_i + h_i$ ),其中每个  $x_i$  都是独立从  $[0, W - w_i]$  中均匀随机选择的实数,每个  $y_i$  都是独立从  $[0, H - h_i]$  中均匀随机选择的实数。

你需要计算 n 张海报覆盖面积的期望,结果对  $10^9 + 7$  取模。

#### Input

第一行包含三个整数  $n~(1 \le n \le 120),~W~$ 和  $H~(2 \le W, H \le 10^9),~$ 表示矩形海报的数量、矩形板的宽度和高度。

接下来 n 行,第 i 行包含两个整数  $w_i$   $(1 \le w_i < W)$  和  $h_i$   $(1 \le h_i < H)$ ,表示第 i 张矩形海报的宽度和高度。

## Output

输出一行包含一个整数,表示 n 张海报覆盖的期望面积对  $10^9 + 7$  取模。

可以证明概率始终是一个有理数。此外,在本题的条件下,还可以证明当该值表示为既约分数 p/q时, $q \neq 0 \pmod{10^9 + 7}$ 。因此,存在唯一整数  $r (0 \leq r < 10^9 + 7)$ ,使得  $p \times r \equiv q \pmod{10^9 + 7}$ 。这个 r 即为所求。

## **Examples**

standard input	standard output
1 2 2	1
1 1	
2 2 2	55555561
1 1	
1 1	

#### Note

对于第一个样例,期望覆盖面积为1。

对于第二个样例,期望覆盖面积为14/9。

# Problem B. 二进制子串 2

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 2 seconds Memory limit: 512 megabytes

给定两个整数 n 和 m,你需要找到一个长为 n 的二进制字符串,其本质不同的非空子串的数量恰好为 m。这里 m 不小于 n,这是长为 n 的二进制字符串中本质不同非空子串的最小数量,并且不超过  $M_n = \sum_{i=1}^n \min\{2^i, n-i+1\}$ ,这是已经得到证明的最大数量。

然而上述这个问题似乎太难了,因此你只需要找到一个长为 n 的二进制字符串,使其不同的非空子字符串的数量与 m 的相对误差最多为 0.2,即在范围  $[0.8\times m, 1.2\times m]$  内,或者指出没有满足条件的二进制字符串。

### Input

输入的第一行包含一个整数 T ( $1 \le T \le 10^4$ ),表示测试数据的组数。对于每组测试数据:

仅有的一行包含两个整数 n  $(1 \le n \le 2 \times 10^5)$  和 m  $(n \le m \le M_n)$ 。

保证所有测试数据 n 的总和不超过  $2 \times 10^5$ 。

### Output

对于每组测试数据,输出一行包含一个满足条件的长度为 n 的二进制字符串,或者输出 "-1"(不含引号)表示没有满足条件的二进制字符串。

## **Examples**

standard input	standard output
5	00000
5 5	00000
5 6	-1
5 7	00001
5 8	00001
5 9	
5	0
1 1	01
2 3	011
3 5	0110
4 8	01100
5 12	

## Problem C. 限制序列 2

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 8 seconds Memory limit: 512 megabytes

给定一个整数序列  $a_1,a_2,\ldots,a_n$ ,以及一个权重序列  $w_1,w_2,\ldots,w_{n-1}$ ,你需要回答 q 个查询。每个查询给出一个正整数 d,你需要将序列  $a_1,a_2,\ldots,a_n$  限制在一个范围 [l,r] 内,使得  $0 \le r-l \le d$ ,并且最大化  $\sum_{i=1}^{n-1} w_i \times |a_i-a_{i+1}|$ ,其中 |x| 是 x 的绝对值。

更具体地说,将序列  $a_1,a_2,\ldots,a_n$  限制在范围 [l,r] 内,使得每个元素

$$a_i := \begin{cases} l, & a_i < l; \\ a_i, & l \le a_i \le r; \\ r, & a_i > r. \end{cases}$$

l 和 r 都是由你在给定条件下决定的任意实数。可以证明,最大加权和总是一个整数。

#### Input

第一行包含两个整数 n ( $2 \le n \le 1000$ ) 和 q ( $1 \le q \le 10^6$ ),表示给定序列的长度和查询的数量。

第二行包含 n 个整数  $a_1, a_2, \ldots, a_n \ (-10^9 \le a_i \le 10^9)$ , 表示给定的序列。

第三行包含 n-1 个整数  $w_1, w_2, \ldots, w_{n-1}$   $(-10^6 \le w_i \le 10^6)$ ,表示权重序列。

接下来有q行,每行包含一个整数d( $1 \le d \le 2 \times 10^9$ ),表示该查询的给定参数。

### Output

输出q行,每行包含一个整数,表示在给定参数d下的最大加权和。

## Example

standard output
32
46
54

#### Note

对于第一个查询,限制区间可以是 [1,3],那么序列会变成 [3,1,3,1,3,3],题述加权和为 $2\times|3-1|+6\times|1-3|+5\times|3-1|+3\times|1-3|+5\times|3-3|=4+12+10+6+0=32$ 。

对于第二个查询,限制区间可以是 [1,4],那么序列会变成 [3,1,4,1,4,4],题述加权和为 $2 \times |3-1| + 6 \times |1-4| + 5 \times |4-1| + 3 \times |1-4| + 5 \times |4-4| = 4 + 18 + 15 + 9 + 0 = 46$ 。

对于第三个查询,限制区间可以是 [1,6],那么序列会变成 [3,1,4,1,5,6],题述加权和为 $2\times|3-1|+6\times|1-4|+5\times|4-1|+3\times|1-5|+5\times|5-6|=4+18+15+12+5=54$ 。

# Problem D. 最小公倍数挑战

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 8 seconds Memory limit: 512 megabytes

这场比赛除了这个题还有很多事情要做,所以我们搞快一点。

给定两个整数 n 和 p,其中 p 是质数,你需要计算  $\mathrm{LCM}(1,2,3,\ldots,n) \bmod p$  的值,即  $1,2,3,\ldots,n$  的最小公倍数对 p 取模后的结果。

#### Input

仅有的一行包含两个整数 n 和 p  $(1 \le n , 其中 <math>p$  是质数。

## Output

输出一行包含一个整数,表示  $LCM(1,2,3,\ldots,n) \mod p$  的值。

### **Examples**

standard input	standard output
10 999999967	2520
30 999999967	9089570456
999999966 9999999967	6047288450

#### Note

对于第一个样例,LCM $(1,2,3,\ldots,10)=2^3\times 3^2\times 5\times 7=2\,520\,\circ$ 

对于第二个样例, LCM(1,2,3,...,30) = 2329089562800。

# Problem E. 无尽的梯子

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 2 seconds Memory limit: 512 megabytes

在古老的平方王国,居民 c (c=1,2,3,...) 住在离地面  $c^2$  单位高的石柱上。

为了方便大家串门,平方国王打造了不同长度的梯子,长度为 d 的梯子可以让高度差的绝对值恰好为 d 的两个居民互相拜访。由于预算有限,长度为 d 的梯子被打造当且仅当存在两个居民的高度差的绝对值恰好为 d,且同一长度的梯子仅会打造一架。

这些梯子按长度从小到大依次编号  $1,2,3,\ldots$ 。这天居民 a 想要拜访居民 b,你需要找出他们所用梯子的标号。

### Input

输入的第一行包含一个整数 T  $(1 \le T \le 10^4)$ ,表示测试数据的组数。对于每组测试数据: 仅有的一行包含两个整数 a 和 b  $(1 \le a, b \le 10^9, a \ne b)$ ,表示居民 a 想要拜访居民 b。

## Output

对于每组测试数据、输出一行包含一个整数、表示所用梯子的标号。

#### **Example**

standard input	standard output
2	4
3 1	14
2 5	

#### Note

标号前 5 的梯子长度分别为 3,5,7,8,9。

对于第一个样例,所用梯子的长度为  $3^2 - 1^2 = 8$ , 其标号为 4。

## Problem F. 航班追踪 2

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 2 seconds Memory limit: 512 megabytes

假设地球是一个在三维欧几里得空间中以 (0,0,0) 为心,半径为 r 的球体。有一架飞机正沿着地球表面从出发地到目的地的最短路径飞行。

作为一名航空爱好者,你有一个接收器,可以接收到距离不超过 d 的飞机的信号。请注意,我们通过测量地球表面的最短路径来计算两点之间的距离,这不是三维欧几里得空间中的欧几里得距离。

你需要计算地球表面上可以在飞机飞行时的某个时刻用接收器接收到飞机信号的区域的面积。

#### Input

输入的第一行包含一个整数 T (1 < T < 10<sup>4</sup>),表示测试数据的组数。对于每组测试数据:

第一行包含两个整数  $r~(1 \le r \le 100)$  和  $d~(1 \le d \le 1000)$ ,表示地球的半径和接收航班信号的最大距离。

第二行包含三个整数  $u \cdot v$  和 w  $(-100 \le u, v, w \le 100, u^2 + v^2 + w^2 > 0)$ ,表示出发地的坐标为  $\left(\frac{ru}{\sqrt{u^2+v^2+w^2}}, \frac{rv}{\sqrt{u^2+v^2+w^2}}, \frac{rw}{\sqrt{u^2+v^2+w^2}}\right)$ 。

第三行包含三个整数 
$$x \cdot y$$
 和  $z$   $(-100 \le x, y, z \le 100, x^2 + y^2 + z^2 > 0)$ ,表示目的地的坐标为  $\left(\frac{rx}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{ry}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{rz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right)$ 。

保证出发地和目的地既不会重合,也不会在地球表面直接相对。因此,从出发地到目的地在地球表面的最短路径是唯一确定的。

## Output

对于每组测试数据,输出一行包含一个实数,表示地球表面上可以在飞机飞行时的某个时刻用接收器接收到飞机信号的区域的面积。

如果你的答案的绝对误差或相对误差不超过  $10^{-4}$ ,则将被视为正确。更正式地,假设你的输出为 a,标准答案为 b,当且仅当  $\frac{|a-b|}{\max(1,|b|)} \le 10^{-4}$  时,你的输出会被接受。

## Example

standard input	standard output
3	553.192486159509631660
10 10	1167.025509055589598928
1 0 0	1256.637061435917295360
0 1 0	
10 20	
1 0 0	
0 1 0	
10 30	
1 0 0	
0 1 0	

## Problem G. 对称区间

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 2 seconds Memory limit: 512 megabytes

给定一个长度为n的字符串S,你需要回答q个查询。

对于每个查询,给定一个字符串 T 和一个整数 a  $(1 \le a \le n - |T| + 1)$ ,你需要计算有多少个区间 [u,v]  $(1 \le u \le v \le |T|)$  满足  $S_{a+x-1} = T_x$  对每个  $x \in [u,v]$  都成立,这些区间被称为对称区间。注意 |T| 是字符串 T 的长度。

#### Input

第一行包含两个整数 n 和 q  $(1 \le n, q \le 10^5)$ ,表示给定字符串 S 的长度和查询的数量。

第二行包含长度为 n 的给定字符串 S。

接下来的 q 行每行包含一个字符串 T  $(1 \le |T| \le n)$  和一个整数 a  $(1 \le a \le n - |T| + 1)$ ,表示一个查询。

保证 |T| 的总和不超过 106, 并且所有输入的字符串仅包含小写英文字母。

### Output

对于每个查询、输出一行包含一个整数、表示对称区间的数量。

### **Example**

standard input	standard output
10 3	10
helloworld	2
follow 1	6
echo 2	
nowgold 4	

#### Note

对于第一个查询,10 个对称区间是 [3,3]、[3,4]、[3,5]、[3,6]、[4,4]、[4,5]、[4,6]、[5,5]、[5,6] 和 [6,6]。

对于第二个查询, 2个对称区间是[1,1]和[4,4]。

对于第三个查询, 6 个对称区间是 [2,2]、[2,3]、[3,3]、[6,6]、[6,7] 和 [7,7]。

## Problem H. 对称区间 2

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 4 seconds Memory limit: 512 megabytes

给定一个长度为 n 的二进制字符串 S,你需要回答 q 个查询,每个查询属于以下两种类型之一:

1. 给定两个整数 l,r  $(1 \le l \le r \le n)$ ,翻转每个  $i \in [l,r]$  的二进制位  $S_i$ 。

2. 给定三个整数  $l, a, b \ (1 \le l \le n, 1 \le a, b \le n - l + 1)$ ,你需要计算有多少个区间  $[u, v] \ (1 \le u \le v \le l)$  满足  $S_{a+x-1} = S_{b+x-1}$  对每个  $x \in [u, v]$  都成立,这些区间称为对称区间。

#### Input

第一行包含两个整数 n 和 q  $(1 \le n, q \le 10^6)$ ,表示给定字符串 S 的长度和查询的数量。

第二行包含给定的长度为 n 的二进制字符串 S。

接下来的 q 行每行包含一个查询,属于以下两种类型之一:

- 1  $l r (1 \le l \le r \le n)$ ,表示对于每个二进制位  $S_i (i \in [l, r])$ ,翻转每个  $i \in [l, r]$  的二进制位  $S_i$ 。
- 2 l a b  $(1 \le l \le n, 1 \le a, b \le n l + 1)$ ,你需要计算有多少个区间 [u, v]  $(1 \le u \le v \le l)$  满足  $S_{a+x-1} = S_{b+x-1}$  对每个  $x \in [u, v]$  都成立。

保证第2类查询的数量不超过2500。

## Output

对于每个第2类查询,输出一行包含一个整数,表示对称区间的数量。

## Example

standard input	standard output
10 3	2
1001001001	7
2 4 3 5	
1 2 6	
2 5 2 6	

#### Note

对于第一个查询, $S_{3..6} = 0100$ , $S_{5..8} = 0010$ ,2 个对称区间是 [1,1] 和 [4,4]。

在第二个查询后, S 变为 1110111001。

对 于 第 三 个 查 询 , $S_{2..6}$  = 11011, $S_{6..10}$  = 11001,7 个 对 称 区 间 是 [1,1]、[1,2]、[1,3]、[2,2]、[2,3]、[3,3] 和 [5,5]。

## Problem I. 铁棒切割

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 4 seconds Memory limit: 512 megabytes

有 n 根铁棒,其中第 i 根铁棒的长度为  $a_i$ 。这 n 根铁棒按照  $1,2,3,\ldots,n$  的顺序焊接在一起,形成一根 非常长的铁棒以供使用。焊接两个相邻的铁棒会产生一个焊点,总共会有 n-1 个焊点。

小 Q 需要将这根长铁棒切割回 n 根铁棒。每次他可以选择一根至少有一个焊点的铁棒,并选择一个焊点将铁棒从焊点处切割成两根铁棒,然后记得到的两根铁棒的长度分别为  $l_1$  和  $l_2$ 。这次切割的不平衡度定义为  $|l_1-l_2|$ ,而切割的代价定义为  $\min\{l_1,l_2\}\times\lceil\log_2(l_1+l_2)\rceil$ 。请注意,|x| 表示 x 的绝对值, $\lceil\log_2(y)\rceil$  表示满足  $2^z>y$  的最小整数 z。

小 Q 希望这 n-1 次切割的不平衡度  $b_1, b_2, \ldots, b_{n-1}$  满足  $b_1 \geq b_2 \geq \cdots \geq b_{n-1}$ ,并且这 n-1 次切割的总代价最小。你需要对每个  $i=1,2,\ldots,n-1$  计算第一次切割在第 i 根铁棒和第 i+1 根铁棒之间的焊点时最小的总代价,或者指出不可能切割出 n 根铁棒。

### Input

输入的第一行包含一个整数 T  $(1 \le T \le 200)$ ,表示测试数据的组数。对于每组测试数据:

第一行包含一个整数 n  $(2 \le n \le 420)$ ,表示铁棒的数量。

第二行包含 n 个整数  $a_1, a_2, \ldots, a_n$   $(1 \le a_i \le 10^9)$ ,表示铁棒的长度。

保证所有测试数据 n 的总和不超过 420。

### Output

对于每组测试数据,输出一行包含 n-1 个整数,其中第 i 个整数表示第一次切割在第 i 根铁棒和第 i+1 根之间的焊点时最小的总代价,或者输出 -1 表示不可能切割出 n 根铁棒。

## Example

standard input	standard output
3	68 75
3	24 -1
8 9 7	-1 -1
3	
1 5 9	
3	
3 1 4	

# Problem J. 博物馆建设

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 2 seconds Memory limit: 512 megabytes

有一个很大的博物馆,由n个房间和一些双向走廊组成。每个房间最多有3扇门,走廊从房间的门后通向其他房间。每个房间的所有走廊都通向不同的房间。整个博物馆是连通的,即可以在任何两个房间之间行走,可能需要经过其他房间。

你需要帮忙在门上设置标号,使得整个博物馆的参观变得更加容易。其思路是,如果一个房间 u 有  $d_u$  扇门通向其他房间,这些门将被标号为  $1,2,\ldots,d_u$ ,然后所有游客将遵循一个简单的流程。如果他们在参观开始时在房间 u,他们将选择标号为 1 的门并通过相应的走廊。如果他们在房间 u,并且是从走廊通过标号为 i 的门进入的,他们将选择标号为下一个数字的门(即,如果  $i < d_u$  则为 i+1,如果  $i = d_u$  则为 1),并通过相应的走廊。

你需要找到一种标号方式,以确保游客无论从哪个房间开始参观,都会至少经过每个走廊一次,假设他们遵循规则,不容易感到无聊,并且走得足够长。

#### Input

第一行包含一个整数  $n (3 \le n \le 2 \times 10^5)$ , 表示博物馆中的房间数量。

接下来的 n 行包含所有走廊的描述,第 u 行描述连接第 u 个房间与其他房间的走廊。它以一个整数  $d_u$   $(1 \le d_u \le 3)$  开始,表示该房间的门的数量。接下来是  $d_u$  个整数  $v_1, v_2, \ldots, v_{d_u}$ ,给出这些门通向的房间编号  $(1 \le v_i \le n, \ v_i \ne u, \ \text{并且有} \ v_i \ne v_j \ \text{如果} \ i \ne j)$ 。

请注意,所有走廊都是双向的,因此如果从房间 u 到房间 v 有一扇门,那么从房间 v 到房间 u 也有一扇门。

## Output

输出 n 行,第 i 行包含与房间 i 直接通过走廊连接的房间编号,按其分配的标号顺序排列。可以证明,合法的标号方式总是存在。如果有多种合法标号方式,你可以输出任意一个。

## **Examples**

standard input	standard output
6	4 2 3
3 4 2 3	5 3 1
3 5 1 3	6 1 2
3 6 1 2	1
1 1	2
1 2	3
1 3	
4	2 4
2 2 4	1 3
2 1 3	2 4
2 2 4	1 3
2 1 3	

## Problem K. 博物馆验收

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 2 seconds Memory limit: 512 megabytes

有一个很大的博物馆,由n个房间和一些双向走廊组成。每个房间最多有3扇门,走廊从房间的门后通向其他房间。每个房间的所有走廊都通向不同的房间。整个博物馆是连通的,即可以在任何两个房间之间行走,可能需要经过其他房间。

你需要帮忙在门上设置标号,使得整个博物馆的参观变得更加容易。其思路是,如果一个房间 u 有  $d_u$  扇门通向其他房间,这些门将被标号为  $1,2,\ldots,d_u$ ,然后所有游客将遵循一个简单的流程。如果他们在参观开始时在房间 u,他们将选择标号为 1 的门并通过相应的走廊。如果他们在房间 u,并且是从走廊通过标号为 i 的门进入的,他们将选择标号为下一个数字的门(即,如果  $i < d_u$  则为 i+1,如果  $i = d_u$  则为 1),并通过相应的走廊。

现在我们已经设置好了标号,你需要求出如果游客从每个房间开始参观,他们将经过的不同走廊的数量,假设他们遵循规则,不容易感到无聊,并且走得足够长。

#### Input

第一行包含一个整数 n ( $3 \le n \le 2 \times 10^5$ ),表示博物馆中的房间数量。

接下来的 n 行包含所有走廊的描述,第 u 行描述连接第 u 个房间与其他房间的走廊。它以一个整数  $d_u$   $(1 \le d_u \le 3)$  开始,表示该房间的门的数量。接下来是  $d_u$  个整数  $v_1, v_2, \ldots, v_{d_u}$ ,给出这些门通向的房间编号  $(1 \le v_i \le n, \ v_i \ne u, \ \text{并且有} \ v_i \ne v_j \ \text{如果} \ i \ne j)$ ,按其分配的标号顺序排列。

请注意,所有走廊都是双向的,因此如果从房间 u 到房间 v 有一扇门,那么从房间 v 到房间 u 也有一扇门。

## Output

输出 n 行, 第 i 行包含如果游客从房间 i 开始参观, 他们将经过的不同走廊的数量。

## **Examples**

standard input	standard output
6	5
3 4 2 3	4
3 5 1 3	5
3 6 1 2	5
1 1	4
1 2	5
1 3	
4	4
2 2 4	4
2 1 3	4
2 2 4	4
2 1 3	

## Problem L. 麻木的数字

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 2 seconds Memory limit: 512 megabytes

有 n 个数字  $a_1, a_2, \ldots, a_n$  在一个团体里,按照  $1, 2, \ldots, n$  标号,它们会相互竞争。一个数字每天会与团体里的其他数字竞争,当它小于竞争对手时就会输。它总共要进行 n-1 次竞争,如果它输掉至少  $\begin{bmatrix} n-1 \\ -1 \end{bmatrix}$  次竞争,就会因失败而麻木。请注意,[x] 是满足  $y \geq x$  的最小整数 y。

因此,每天总会有一些数字因失败而麻木。作为一位善良的心理治疗师,你认为有必要和它们谈谈来让它们振作起来。于是你想知道每天有多少个数字是麻木的,这决定了你的工作量。

这些数字并不是一成不变的。在每一天里,有且仅有一个数字会通过努力练习来增大自己。一旦数字发生变化,它在进一步增大之前不会再发生变化。因此,每天你都需要面临不同的情况。

#### Input

输入的第一行包含一个整数 T (1 < T < 10<sup>4</sup>),表示测试数据的组数。对于每组测试数据:

第一行包含两个整数  $n~(3 \le n \le 2 \times 10^5)$  和  $q~(1 \le q \le 2 \times 10^5)$ ,表示团体里数字的数量以及更新值的天数。

第二行包含 n 个整数  $a_1, a_2, \ldots, a_n$   $(1 \le a_i \le 10^9)$ ,表示每个数字的值。

接下来有 q 行,每行包含两个整数 p  $(1 \le p \le n)$  和 v  $(1 \le v \le 10^9)$ ,表示被增大的数字标号以及增加的值。

保证所有测试数据 n 的总和以及 q 的总和都不超过  $5 \times 10^5$ 。

### Output

对于每个测试用例,输出 q 个整数,表示每次更新后麻木数字的数量。

## Example

standard input	standard output	
2	3	
5 3	3	
1 2 3 4 5	3	
2 1	1	
3 2	2	
2 1		
4 2		
4 5 2 3		
4 1		
4 3		

#### Note

对于第一个样例:

在第一次更新后,数字为1,3,3,4,5,其中1,3,3感到麻木。

在第二次更新后,数字为1.3.5.4.5,其中1.3.4感到麻木。

在第三次更新后,数字为1,4,5,4,5,其中1,4,4感到麻木。