

Тема 6. Аппроксимация

По методическому пособию выберите функцию и отрезок аппроксимации. Для них выполните:

1. По точным значениям функции постройте многочлен наилучшего среднеквадратического приближения третьей степени по 3, 4, ..., 10 точкам. Выберите равноотстоящие узлы и корни полинома Чебышёва. Сравните точности полученных приближений. Что можно сказать о погрешности получаемых полиномов?
2. На тех же самых сетках узлов постройте таблицу значений функции с погрешностями, распределёнными в интервале от -5% до 5% от точных значений. Вероятность распределения можете взять произвольную, но симметричную. Например, дискретная на два предельных значения: $P(-1) = 0.5$ и $P(1) = 0.5$, или равномерную на отрезке $[-5\%, 5\%]$.

По полученным значениям постройте многочлен наилучшего среднеквадратического приближения третьей степени, а также интерполяционный многочлен Лагранжа. Сравните их точности. Проследите поведение погрешности при увеличении числа узлов. Дополнительно сравните друг с другом многочлены Лагранжа по точным и приближённым значениям функции.

3. В каждом узле возьмите по три значения функции с погрешностью, а не одно. Получится таблица из $3n$ значений. Постройте многочлен наилучшего среднеквадратического приближения третьей степени. Обратите внимание, что задача интерполяции в этом случае не вообще не может быть решена, а многочлен среднеквадратического приближения будет более близок к варианту из пункта 1, чем вариант из пункта 2.
4. Постройте многочлен наилучшего приближения в пространстве L_2 с использованием полиномов Лежандра.

Увеличивайте число равноотстоящих узлов в пункте 1, пока многочлен наилучшего среднеквадратического приближения не перестанет заметно меняться. Сравните полученный «предельный» полином с полиномом наилучшего приближения в L_2 . Объясните полученный результат.

Увеличивайте число равноотстоящих узлов в пункте 2, пока многочлен наилучшего среднеквадратического приближения не перестанет заметно меняться. Произойдёт ли это? Если да, то сравните полученный «предельный» полином с полиномом наилучшего приближения в L_2 и «предельным» полиномом по невозмущённым значениям f .