Pokok Bahasan 8.1
Pengujian Hipotesis Statistik

Probabilitas & Statistika

Materi yang Dibahas:
1. Pengujian Hipotesis
2. Kesalahan Tipe I
3. Kesalahan Tipe II

Institut Teknologi Bandung
Global Development Learning Network

Tim Penyusun

Judhi Santoso
Harlili
Dwi H. Widyantoro

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung

Global Development Learning Network

Pengertian Tes Hipotesis Statistik

- Suatu tes hipotesis statistik adalah suatu prosedur menguji H_o, pernyataan mengenai nilai parameter dari satu atau lebih populasi yang mungkin benar atau tidak, menyimpulkan suatu tes hipotesis statistik H_o diterima atau ditolak.
- Kebenaran atau tidak suatu hipotesis statistik diuji dengan mengambil suatu sampel random dari populasi tersebut.

Konsep Dasar Tes Hipotesis Statistik

- 1. Hipotesis ada 2: hipotesis null, dan hipotesis alternatif.
- 2. Tipe error ada 2: error tipe 1, notasi: α dan error tipe 2, notasi: β.
- 3. Penarikan kesimpulan ada 2: daerah kritis, dan power dari tes, notasi P-value
- 4. Tes ada 2: tes satu arah dan tes 2 arah

Tipe Hipotesis

- Ada 2 tipe Hipotesis
- 1. Hipotesis nol, notasi : H_0, suatu hipotesis yang dirumuskan dari parameter populasi atau sampel yang akan diuji.
- 2. Hipotesis alternative, notasi: H_1, hipotesis tandingan $H_{0.}$

Pengujian Suatu Tes Hipotesis Statistik

- Pengujian suatu tes hipotesis statistik adalah suatu prosedur dikenakan pada sampel yang menghasilkan/ menyimpulkan suatu tes hipotesis statistik Ho diterima atau ditolak.

Ilustrasi Pengujian (1)

Diketahui tipe vaksin tertentu efektif hanya 25% setelah 2 tahun digunakan. Untuk mengetahui vaksin baru lebih baik, maka diambil sampel 20 orang yang dipilih secara random. Jika lebih dari 8 orang yang menerima vaksin baru melewati 2 tahun masa uji dan ternyata tidak tertulari virus, maka vaksin baru dikatakan lebih baik.

Akan diuji hipotesis nol yang menyatakan vaksin baru sama efektifnya dengan vaksin sekarang setelah melampaui 2 tahun. Hipotesis alternatif menyatakan vaksin yang baru lebih baik dari vaksin yang sekarang.

Kasus ini ekivalen dengan menguji hipotesis bahwa parameter binomial dengan peluang sukses adalah $p = 1/4$ terhadap hipotesis alternatif $p > 1/4$.

Ilustrasi Pengujian (2)

Kasus ini dapat dituliskan sebagai berikut:

$$H_0 : p = 1/4,$$
$$H_1 : p > 1/4$$

Dari uji di atas, X mempunyai nilai dari 0 sampai 20, yang dibagi menjadi dua: lebih kecil dari 8 dan lebih besar dari 8. Semua nilai yang lebih besar dari 8 disebut dengan daerah kritis dan yang lebih kecil dari 8 disebut daerah penerimaan. Nilai 8 disebut dengan nilai kritis. Jika $x > 8$ maka hipotesis H_0 ditolak, dan sebaliknya jika $x \leq 8$ hipotesis H_0 diterima.

Ada dua macam kesalahan yang akan terjadi: menolak H_0 yang ternyata benar dan menerima H_0 yang ternyata salah.
Kesalahan yang pertama disebut kesalahan tipe I dan kesalahan kedua disebut kesalahan tipe II.

Definisi Kesalahan

- Tipe I, α
  Peluang Menolak hipotesis nol ketika diketahui H_0 benar disebut kesalahan tipe I.

- Tipe II, β
  Peluang Menerima hipotesis nol ketika diketahui H_1 benar disebut kesalahan tipe II

Kesalahan Tipe I

Peluang yang menyangkut kesalahan tipe I disebut tingkat signifikan, dinotasikan dengan α.

Dari contoh di atas, dihitung:

$$\alpha = P(\textit{error} \text{ tipe I}) = P(X > 8;\ p = 1/4) = \sum_{x=9}^{20} b(x;20,1/4)$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^{8} b(x;20,1/4) = 1 - 0.9591 = 0.0409$$

Dikatakan hipotesis nol diuji untuk p = 1/4 dengan tingkat kesalahan tipe 1 = 0.0409 = 4,09%

Kesalahan Tipe II

Peluang yang menyangkut kesalahan tipe II, dinotasikan dengan β.

Dari contoh di atas, dihitung dengan mengambil nilai p tertentu, misalkan p = 1/2:

$$\beta = P(\textit{error} \text{ tipe II}) = P(X \leq 8;\ p = 1/2)$$

$$= \sum_{x=9}^{20} b(x; 20, 1/4) = 0.2517$$

Meminimumkan Kesalahan Tipe I

Dilakukan dengan cara mengubah nilai kritis yaitu dengan menambah ukuran sampel.

Untuk soal sebelumnya, misal ukuran sampel ditambah menjadi 100, nilai kritis baru = 36 sehingga

$$\mu = np = (100)(1/4) = 25 \text{ dan}$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{(100)(1/4)(3/4)} = 4.33$$

Disini Dist Binomial didekati Dist Normal, dengan $x = 36.5$, berkorespondensi dengan:

$$z = (36.5 - 25) / 4.33 = 2.66$$

Maka:

$$\alpha = P(x > 36;\ p = 1/4) \approx P(Z > 2.66)$$
$$= 1 - P(Z < 2.66) = 1 - 0.9961 = 0.0039$$

Meminimumkan Kesalahan Tipe II

Untuk kesalahan tipe II juga bisa dilakukan hal yang sama. Jika H_0 salah maka nilai benar untuk H_1 adalah p = 1/2, maka kesalahan tipe II dapat dihitung:

$$\mu = np = (100)(1/2) = 50 \text{ dan}$$

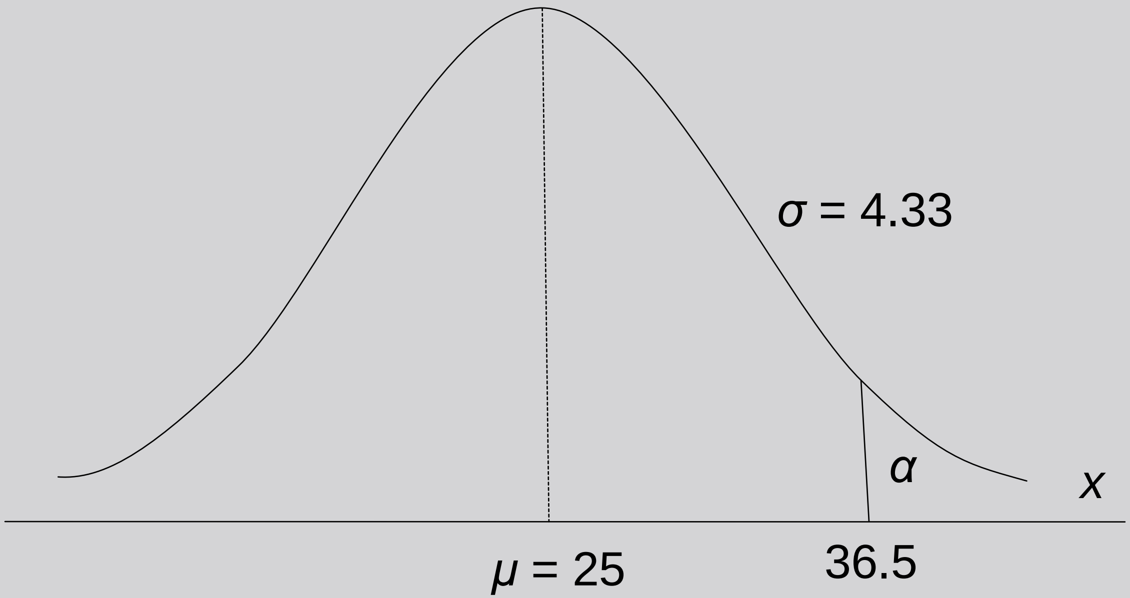
$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{(100)(1/2)(1/2)} = 5$$

Nilai z yang bersesuaian = (36.5 – 50) / 5 = -2.7

Maka:

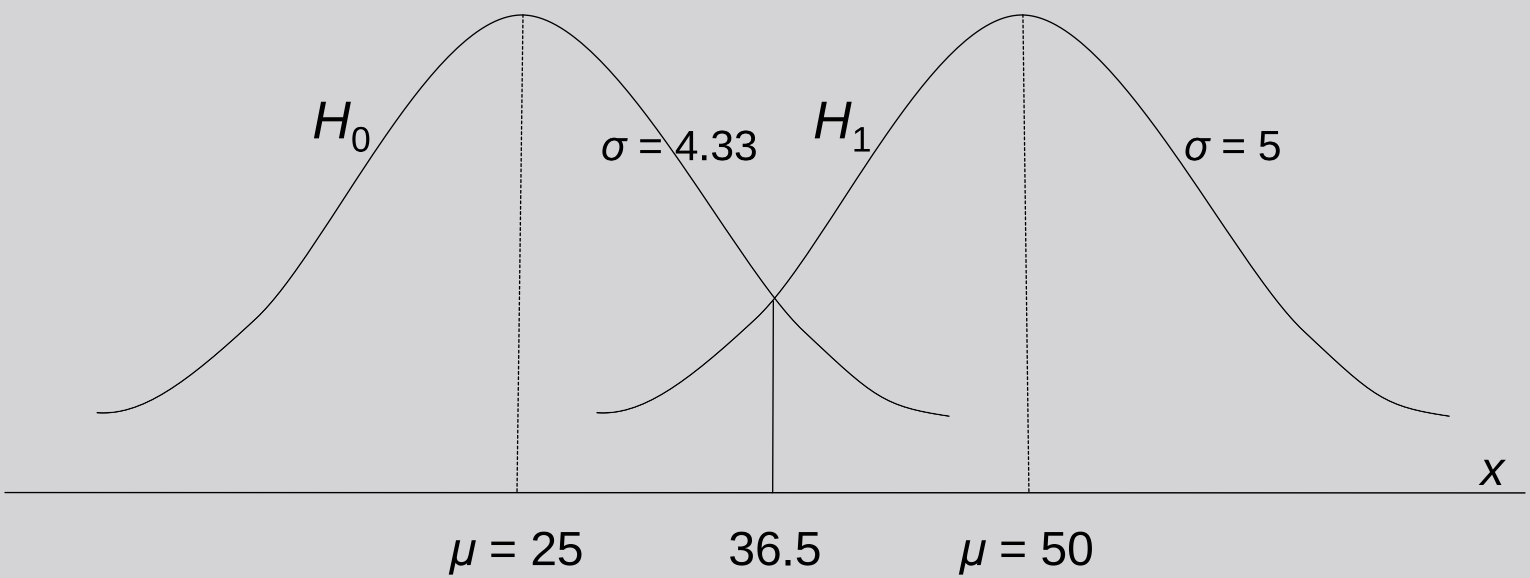
$$\beta = P(x \leq 36;\, p = 1/2) \approx P(Z < -2.7) = 0.0035$$

Kurva Peluang Kesalahan Tipe I



Gambar 8.1.1 Peluang Kesalahan Tipe I

Kurva Peluang Kesalahan Tipe II



Gambar 8.1.2 Peluang Kesalahan Tipe II

Kesimpulan

Dari contoh tersebut dapat disimpulkan:

- Kesalahan tipe I dan II saling berhubungan.
  Jika salah satu membesar, maka yang lain mengecil.
- Kesalahan tipe I dapat direduksi dengan mengatur nilai kritis.
- Menambah ukuran sampel akan mengurangi kesalahan tipe I dan II.
- Jika hipotesis nol salah, nilai β akan maksimum jika nilai benar H_1 dekat dengan nilai hipotesis H_0, dan sebaliknya akan semakin kecil.

Contoh Soal 1

Suatu sampel random berukuran $n = 64$ mengenai rata-rata berat badan mahasiswa. Diketahui hipotesa nol adalah rata-rata berat badan = 68 kg dan hipotesa alternatif adalah rata-rata berat badan ≠ 68 kg.
Simpangan baku untuk kasus ini diketahui, $\sigma = 3.6$.
Maka:

- Tentukan peluang kesalahan tipe I (α),
  jika $x_1 = 67$ dan $x_2 = 69$.
- Tentukan peluang kesalahan tipe II (β),
  jika $x_1 = 67$ dan $x_2 = 69$, serta rata-rata alternatif = 70 adalah benar.

Jawab 1 (1)

Masalah ini adalah pengujian dua ekor:

- H_0 : μ_0 = 68
- H_1 : μ ≠ 68, artinya μ < 68 atau μ > 68

Tes statistik: $$z = \frac{(X - \mu_0)}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Jadi, nilai z yang bersesuai adalah:

$$z_1 = \frac{(67-68)}{3.6/\sqrt{64}} = -2.22 \qquad z_2 = \frac{(69-68)}{3.6/\sqrt{64}} = 2.22$$

Kemudian hitung α:

α = P(x < 67, jika μ = 68) + P (x > 69, jika μ = 68)

α = P(z < -2.22) + P(z > 2.22) = 2P(z < -2.22)

α = 2(0.0132) = 0.0264

Jawab 1 (2)

- Pertama hitung nilai *z* yang berkorespondensi dengan μ:

$$z_1 = \frac{(67-70)}{3.6/\sqrt{64}} = -6.67 \qquad z_2 = \frac{(68-70)}{3.6/\sqrt{64}} = -2.22$$

Kemudian hitung β:

$\beta = P(67 \le x \le 68, \text{ jika } \mu = 70)$

$\beta = P(-6.67 \le z \le -2.22)$

Oleh karena *z* berdistribusi normal standar, maka:

$\beta = P(z \le -2.22) - P(z \le -6.67)$

$\beta = 0.0132 - 0 = 0.0132$

Contoh Soal 2

Dari soal sebelumnya, jika ruang sampel diubah menjadi n = 100 maka hitunglah kembali nilai α dan β.

Jawab 2 (1)

- Nilai *z* yang bersesuaian adalah:

$$z_1 = \frac{(67-68)}{3.6/\sqrt{100}} = -2.78 \qquad z_2 = \frac{(69-68)}{3.6/\sqrt{100}} = 2.78$$

Kemudian hitung α:

α = P(z < -2.78) + P(z > 2.78)

Karena *z* berdistribusi normal standar, maka:

α = 2P(z < -2.78)

α = 2(0.0027) = 0.0054

Jawab 2 (2)

- Nilai *z* yang berkorespondensi dengan μ adalah:

$$z_1 = \frac{(67-70)}{3.6/\sqrt{100}} = -8.33 \qquad z_2 = \frac{(68-70)}{3.6/\sqrt{100}} = -5.56$$

Kemudian hitung β:

β = P(-8.33 ≤ *z* ≤ -5.56)

Oleh karena *z* berdistribusi normal standar, maka:

β = P(*z* ≤ -5.56) - P(*z* ≤ -8.33)

β = 0 - 0 = 0

UAS Sem 1-2006/2007

- Kecepatan mencetak sebuah dokumen dari printer tertentu berdistribusi normal (secara pendekatan) dengan rata-rata 200 lembar/menit dengan simpangan baku 15 lembar. Printer tersebut diuji sebanyak 9 kali dan dihitung rata-rata dokumen yang tercetak per menit, jika x terletak antara selang $191 < x < 209$, maka printer bekerja secara memuaskan, bila tidak maka $\mu \neq 200$ lembar. a). Tentukan kesalahan tipe I (α) jika $\mu = 200$ lembar b). Tentukan kesalahan tipe II (β) jika $\mu = 215$ lembar

Jawab

- A) $\alpha = 0.0718 = 7.18\ \%$
- B) $\beta = 0.1151 = 11.51\ \%$

Table 1 Possible Situation for Tes Statistical Hypothesis

	Ho is true	Ho is false
Do not reject Ho	Correct decision	Type II Error
Reject Ho	Type I Error	Correct Decision

Konsep Dasar Tes Hipotesis Statistik

1. Hipotesis ada 2 yaitu: hipotesis null (H_0), dan hipotesis alternatif (H_1)
2. Tipe error ada 2 yaitu: error tipe 1 (notasi: α), dan error tipe 2 (notasi: β)
3. Tes statistic : transformasi nilai sampel ke nilai yg berdistribusi tertentu seperti nilai z berdistribusi normal standar, dll
4. Penarikan kesimpulan ada 2 yaitu: daerah kritis, dan power dari tes (notasi P-value)
5. Tes ada 2 yaitu: tes satu arah dan tes 2 arah

Tes Hipotesis Satu Arah (One-tailed test)

- Tes hipotesis satu arah: alternatifnya di salah satu arah yaitu:

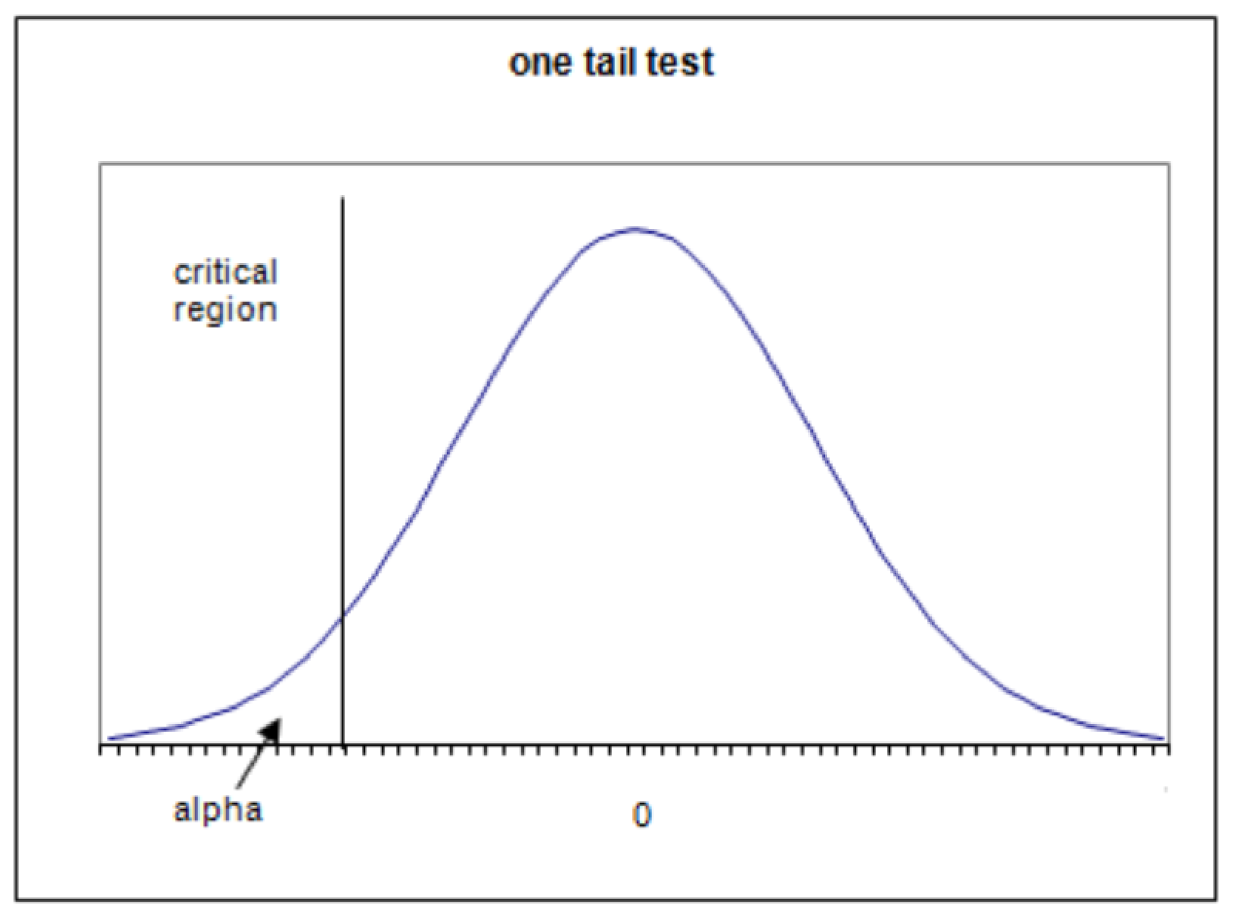
$$H_0: \theta=\theta_0$$
$$H_1: \theta>\theta_0$$

Daerah kritis hipotesis alternatif $\theta>\theta_0$ berada di sebelah kanan *nilai kritis*

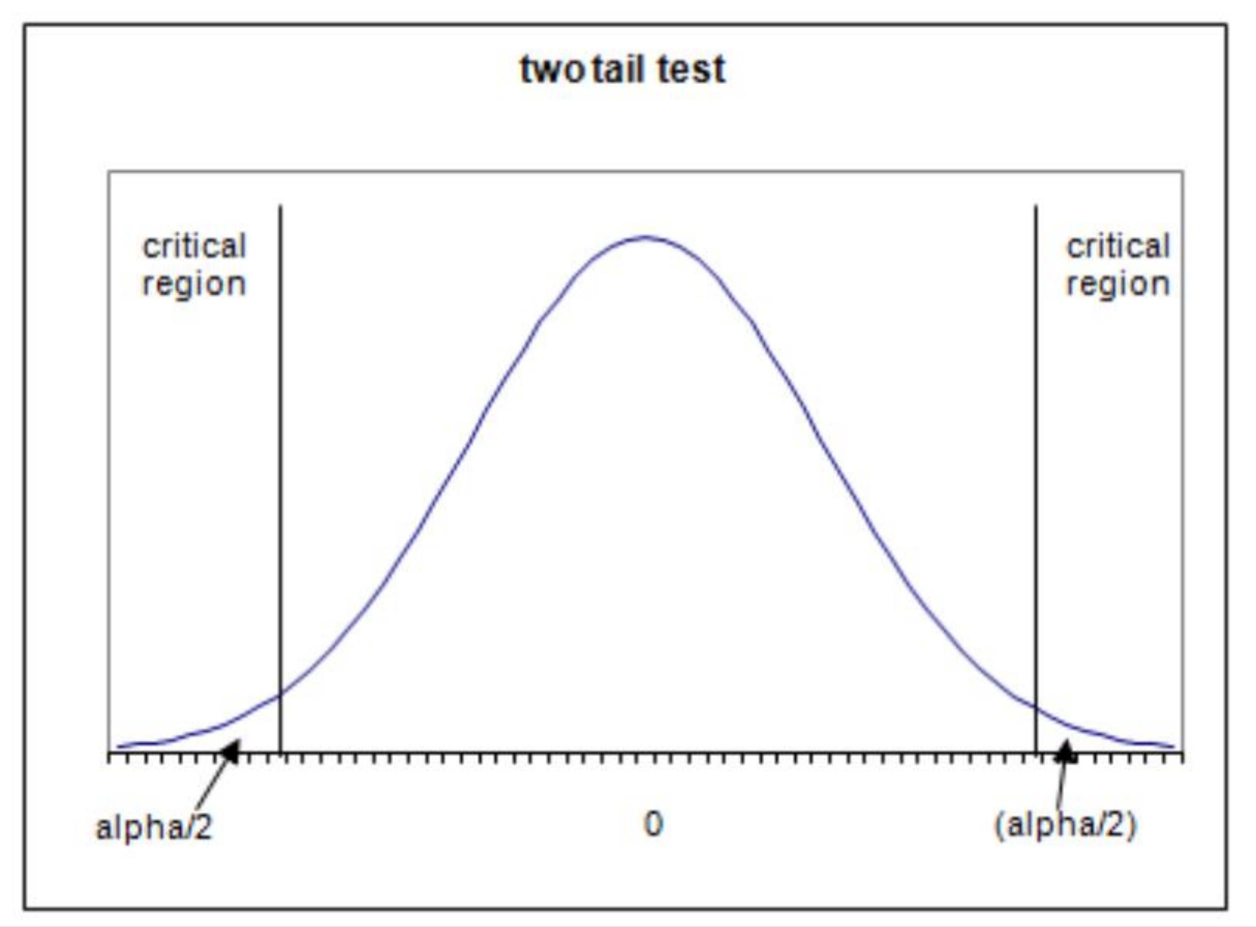
atau bisa juga

$$H_0: \theta=\theta_0$$
$$H_1: \theta<\theta_0$$

Daerah kritis hipotesis alternatif $\theta<\theta_0$ berada di sebelah kiri *nilai kritis*



https://lstat.kuleuven.be/training/coursedescriptions/Goodyear/critical_region.pdf



https://lstat.kuleuven.be/training/coursedescriptions/Goodyear/critical_region.pdf

Tes Hipotesis Dua Arah (Two-tailed test)

- Tes hipotesis dua arah: alternatifnya di kedua arah yaitu:

$$H_o: \theta=\theta_o$$
$$H_1: \theta\neq\theta_o$$

Daerah kritis berada di kedua bagian $\theta<\theta_o$ atau $\theta>\theta_o$ yang biasanya memiliki probabilitas yang sama.

Kekuatan Uji Hipotesis (P-value)

Kekuatan/Power dari uji hipotesis, notasi P-value adalah peluang menolak hipotesis nol diberikan nilai alternatif tertentu benar.
Nilai-P dari tes = 1-β, dimana β = error tipe 2.

Langkah-langkah Tes Hipotesis

1. Tentukan hipotesis nol $H_o : \theta=\theta_o$, dimana θ boleh μ, σ^2 , p, atau data berdistribusi tertentu (teori contoh normal, binomial,..)
1. Pilih hipotesis alternatif H_1 salah satu dari $\theta<\theta_o$, $\theta>\theta_o$, atau $\theta\neq\theta_o$.
3. Tentukan tingkat signifikan α.
4. Tentukan uji statistik yang sesuai dan tentukan daerah kritis.
5. Hitung nilai uji statistik dari data sample.
6. Hitung nilai-P sesuai dengan uji statistik yang digunakan.
7. Keputusan: TOLAK H_o jika nilai uji terletak di daerah kritis
8. Tes signifikan: TOLAK H_o jika Nilai-P lebih kecil dari tingkat signifikan yang diinginkan (α).

Table 10.3: Tests Concerning Means

H_0	Value of Test Statistic	H_1	Critical Region
$\mu = \mu_0$	$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$; σ known	$\mu < \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$z < -z_\alpha$ $z > z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2}$ or $z > z_{\alpha/2}$
$\mu = \mu_0$	$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$; $v = n - 1$, σ unknown	$\mu < \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	$t < -t_\alpha$ $t > t_\alpha$ $t < -t_{\alpha/2}$ or $t > t_{\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}$; σ_1 and σ_2 known	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$z < -z_\alpha$ $z > z_\alpha$ $z < -z_{\alpha/2}$ or $z > z_{\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{s_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}$; $v = n_1 + n_2 - 2$, $\sigma_1 = \sigma_2$ but unknown, $s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$t < -t_\alpha$ $t > t_\alpha$ $t < -t_{\alpha/2}$ or $t > t_{\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$t' = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}}$; $v = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}}$, $\sigma_1 \neq \sigma_2$ and unknown	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$ $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$t' < -t_\alpha$ $t' > t_\alpha$ $t' < -t_{\alpha/2}$ or $t' > t_{\alpha/2}$
$\mu_D = d_0$ paired observations	$t = \frac{\bar{d} - d_0}{s_d/\sqrt{n}}$; $v = n - 1$	$\mu_D < d_0$ $\mu_D > d_0$ $\mu_D \neq d_0$	$t < -t_\alpha$ $t > t_\alpha$ $t < -t_{\alpha/2}$ or $t > t_{\alpha/2}$

HO	Tes Statistic	H1	Critical Region/ P-value
$p=p_o$	Binomial , $p=p_o$	$p<p_o$	P- value = $P(X \le x$ jika $p=p_o)$
		$p>p_o$	P- value = $P(X \ge x$ jika $p=p_o)$
		$p \ne p_o$	P- value = $2\,P(X \le x$ jika $p=p_o)$, $x<np_o$ P- value = $2\,P(X \ge x$ jika $p=p_o)$, $x>np_o$
$p=p_o$ N = besar	Binomial didekati Normal $z = \frac{x - np_0}{\sqrt{np_0q_0}} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0q_0/n}}$	$p<p_o$ $p>p_o$ $p \ne p_o$	Critical region $z< -z_\alpha$ Critical region $z> z_\alpha$ Critical region $z< -z_{\alpha/2}$ atau $z> z_{\alpha/2}$
$p_1=p_2 \rightarrow$ $p_1-p_2 = 0$	Normal, z $z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(1/n_1 + 1/n_2)}}$ $\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$	$p_1<p_2 \rightarrow$ $p_1-p_2 < 0$ $p_1>p_2 \rightarrow$ $p_1-p_2 > 0$ $p_1 \ne p_2 \rightarrow$ $p_1-p_2 \ne 0$	Critical region $z< -z_\alpha$ Critical region $z> z_\alpha$ Critical region $z<-z_{\alpha/2}$ atau $z>z_{\alpha/2}$

HO	Tes Statistic	H1	Critical Region/ P-value
$\sigma^2=\sigma_o^2$	Chi Kuardrat $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$	$\sigma^2 < \sigma_o^2$ $\sigma^2 > \sigma_o^2$ $\sigma^2 \neq \sigma_o^2$.	Critical region $\chi^2<\chi^2_{1-\alpha}$ Critical region $\chi^2>\chi^2_{\alpha}$ Critical region $\chi^2<\chi^2_{1-\alpha/2}$ atau $\chi^2>\chi^2_{\alpha/2}$ Derajat kebebasan v= n-1
$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	Dist f, $f = \frac{s_1^2}{s_2^2}$	$\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	Critical region $f<f_{1-\alpha/2}(v1,v2)$ Critical region $f>f_{\alpha/2}(v1,v2)$ Critical region $f<f_{1-\alpha/2}(v1,v2)$ atau $f>f_{\alpha/2}(v1,v2)$ v1 = n1-1, v2= n2-1
Data berdistribusi tertentu $o_i = e_i$	Goodness-Of-Fit-Test $X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$	$o_i > e_i$	Critical region $\chi^2>\chi^2_{\alpha}$ Derajat kebebasan = k-1, k = banyak sel, k≥ 5
Dua klasifikasi variable saling bebas	Test for Independence (Categorial data) $X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$	Klasifik 1 > Klasifik 2	Critical region $\chi^2>\chi^2_{\alpha}$ Derajat kebebasan = v =(r – 1)(c – 1) Tabel = (r × c) contingency table

HO	Tes Statistic	H1	Critical Region/ P-value
Proporsi setiap kategori sama $p_1 = p_2 = \dots$	Test for Homogeneity $$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$	$p_1, p_2, \dots$ tidak sama	Critical region $\chi^2 > \chi^2_\alpha$ Derajat kebebasan = $v = (r-1)(c-1)$ Tabel =(r × c)contingency table
$p_1 = p_2 = \dots = p_k$	Test for Several Proportion $$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$	$p_1, p_2, \dots, p_k$ tidak sama	Critical region $\chi^2 > \chi^2_\alpha$ Derajat kebebasan = $v = (r-1)(c-1)$ Tabel = (r × c) contingency table

Contoh Example 10.3 (Tes Mean)

Diambil 100 sampel random umur orang di Amerika menunjukkan rata-rata 71.8 tahun, dengan simpangan baku 8.9 tahun. Apakah hal ini menunjukkan bahwa umur orang Amerika rata-rata lebih dari 70 tahun. Gunakan level signifikan = 0.05.

Contoh: Analisis Soal

Diambil 100 sampel random umur orang di Amerika menunjukkan rata-rata 71.8 tahun, dengan simpangan baku 8.9 tahun. Apakah hal ini menunjukkan bahwa umur orang Amerika rata-rata lebih dari 70 tahun. Gunakan level signifikan = 0.05.

Diketahui: $n=100$; $x=71.8$; $\sigma=8.9$

$H_0 : \mu = 70$ tahun

$H_1 : \mu > 70$ tahun (one-tailed test)

$\alpha=0.05 \rightarrow$ Daerah kritis $z > z_{0.05}=1.645$ karena $P(Z<1.645)=0.95$

Jawaban

- $H_0 : \mu = 70$ tahun
- $H_1 : \mu > 70$ tahun
- $\alpha = 0.05$
- Daerah kritis: $z > 1.645$, diperoleh dari P (Z < z) = 0,95
- Tes Statistik

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

- Perhitungan data sampel, rataan= 71.8 , $\sigma = 8.9$ tahun,

dan $$z = \frac{71.8 - 70}{8.9 / \sqrt{100}} = 2.02$$

- Tolak H_0 karena nilai uji = 2.02> 1.645

Jadi umur rata-rata lebih dari 70 tahun

Jawaban (2)

- Nilai P dihitung = $P(Z>2.02) = 0.0217$, menggunakan tabel A3
- Nilai P = dibandingkan dengan nilai α diperoleh nilai $P = 0.0217 < \alpha = 0.05$
- Jadi benar tes ini menolak Ho

Example 10.9 (Tes Proporsi)

- A builder claims that heat pumps are installed in 70% of all homes being constructed today in the city of Richmond, Virginia. Would you agree with this claim if a random survey of new homes in this city showed that 8 out of 15 had heat pumps installed? Use a 0.10 level of significance.

Contoh 10.9: Analisis soal

- A builder claims that heat pumps are installed in 70% of all homes being constructed today in the city of Richmond, Virginia. Would you agree with this claim if a random survey of new homes in this city showed that 8 out of 15 had heat pumps installed? Use a 0.10 level of significance.
- Diketahui: klaim $p_0=0.7$; $\alpha=0.1$
  Sampel: $n=15$; $x=8$
  Lakukan Tes hipotesis

Contoh 10.9: Tes hipotesis

1. Tentukan hipotesis nol $H_0 : p=p_0$
2. Pilih hipotesis alternatif H_1: $p<p_0$, $p>p_0$, atau $p \neq p_0$.
3. Tentukan tingkat signifikan α.
4. Tes statistik: variabel binomial X dengan $p=p_0$
5. Komputasi: P-value dari x (jumlah sukses)
6. Keputusan: TOLAK H_0 jika Nilai-P lebih kecil dari tingkat signifikan yang diinginkan (α).

1. $H_0 : p=0.7$
2. $H_1 : p \neq 0.7$ (two-tailed test)
3. $\alpha=0.1$
4. Tes statistik variabel binomial X dengan p=0.7 dan n=15
5. Komputasi:

$$P = 2P(X \leq 8; p=0.7) = 2\sum_{x=0}^{8} b(x;15,0.7) = 0.2622 > \alpha$$

6. Keputusan: Tidak menolak H_0

Example 10.10 (Tes Proporsi, n= besar)

- A commonly prescribed drug for relieving nervous tension is believed to be only 60% effective. Experimental results with a new drug administered to a random sample of 100 adults who were suffering from nervous tension show that 70 received relief. Is this sufficient evidence to conclude that the new drug is superior to the one commonly prescribed? Use a 0.05 level of significance.

Contoh 10.10: Analisis Soal

- A commonly prescribed drug for relieving nervous tension is believed to be only 60% effective. Experimental results with a new drug administered to a random sample of 100 adults who were suffering from nervous tension show that 70 received relief. Is this sufficient evidence to conclude that the new drug is superior to the one commonly prescribed? Use a 0.05 level of significance.
- Diketahui: $p_o=0.6$; $\alpha=0.05$; $n=100$; $x=70$
- New drug superior → $H_1 : p>0.6$

Contoh 10.10: Tes Hipotesis

1. H_0 : p=0.6
2. H_1 : p>0.6 (one-tailed test)
3. α=0.05 → Daerah kritis $z > z_{0.05}$=1.645
4. Tes statistik: variabel binomial X dengan p=0.6 dan n=100 → distribusi normal dgn ṕ=70/100=0.7.
5. Komputasi: $$z = \frac{0.7 - 0.6}{\sqrt{(0.6)(0.4)/100}} = 2.04, \quad P = P(Z > 2.04) < 0.0207.$$

   z=2.04→ P(Z>2.04)=1-P(Z<2.04)=1-0.9793=0.0207<0.05
6. Keputusan: tolak H_0 dan dapat disimpulkan bahwa obat baru lebih superior

Contoh 10.11 (Tes 2 Proporsi)

- A vote is to be taken among the residents of a town and the surrounding county to determine *whether a proposed chemical plant should be constructed*. The construction site is within the town limits, and for this reason many voters in the county believe that the proposal will pass because of the large proportion of town voters who favor the construction. To determine if there is a significant difference in the proportions of town voters and county voters favoring the proposal, a poll is taken. If 120 of 200 town voters favor the proposal and 240 of 500 county residents favor it, would you agree that the proportion of town voters favoring the proposal is higher than the proportion of county voters? Use an $\alpha = 0.05$ level of significance.

Contoh 10.11: Analisis Soal

- A vote is to be taken among the residents of a town and the surrounding county to determine *whether a proposed chemical plant should be constructed*. The construction site is within the town limits, and for this reason many voters in the county believe that the proposal will pass because of the large proportion of town voters who favor the construction. To determine if there is a significant difference in the proportions of town voters and county voters favoring the proposal, a poll is taken. If 120 of 200 town voters favor the proposal and 240 of 500 county residents favor it, would you agree that the proportion of town voters favoring the proposal is higher than the proportion of county voters? Use an $\alpha = 0.05$ level of significance.

- Diketahui: $x_t=120$; $n_t=200$; $x_c=240$; $n_c=500$
- $\acute{p}_t > \acute{p}_c \rightarrow \acute{p}_t - \acute{p}_c > 0$ (one-tailed test)
- $\alpha=0.05 \rightarrow$ Daerah kritis $z > z_{0.05}=1.645$

Contoh 10.11: Tes 2 Proporsi

1. $H_0 : p_t = p_c$
2. $H_1 : p_t > p_c \rightarrow p_t - p_c > 0$ (one-tailed test)
3. $\alpha = 0.05 \rightarrow$ Daerah kritis $z > z_{0.05} = 1.645$
4. Komputasi:
   $\acute{p}_t = 120/200 = 0.6$
   $\acute{p}_c = 240/500 = 0.48$
   $\acute{p} = (120+240)/(200+500) = 360/700 = 0.51 \rightarrow q = 0.49$
   $z = (0.6-0.48)/\sqrt{(0.51*0.49*(1/200+1/500))} = 2.9$
   $P = P(Z>2.9) = 0.0019 < 0.05$
5. Keputusan: tolak H_0 dan dapat disimpulkan bahwa $p_t > p_c$

Contoh 10.12 (Tes Variansi)

- A manufacturer of car batteries claim that the life of his batteries is approximately normal distributed with a standard deviation equal to 0.9 year. If a random sample of 10 of these batteries has standard deviation of 1.2 years, do you think that $\sigma > 0.9$ year? Use a 0.05 level significance.

Contoh 10.12: Analisis Soal

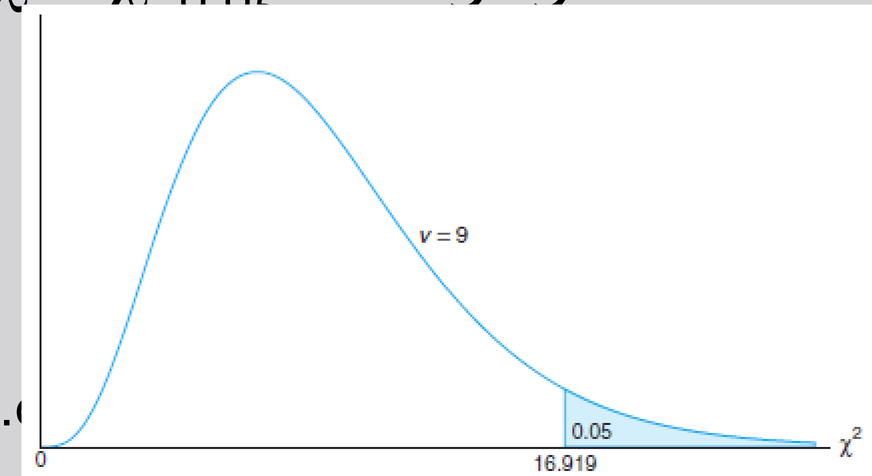
- A manufacturer of car batteries claim that the life of his batteries is approximately normal distributed with a standard deviation equal to 0.9 year. If a random sample of 10 of these batteries has standard deviation of 1.2 years, do you think that $\sigma > 0.9$ year? Use a 0.05 level significance.
- Klaim $H_0 : \sigma=0.9 \rightarrow \sigma^2=0.81$
- $n=10; s=1.2$
- $H_1 : \sigma>0.9 \rightarrow \sigma^2>0.81$ (one-tailed test)
- $\alpha=0.05 \rightarrow$ Daerah kritis $\chi^2>\chi^2_{0.05}=16.919$

Contoh 10.12: Solusi

- $H_o : \sigma = 0.9 \rightarrow \sigma^2 = 0.81$
- $H_1 : \sigma > 0.9 \rightarrow \sigma^2 > 0.81$ (one-tailed test)
- $\alpha = 0.05 \rightarrow$ Daerah kritis $\chi^2 > \chi^2_{0.05} = 16.919$
- Komputasi:

$$\chi^2 = \frac{(9)(1.44)}{0.81} = 16.0, \qquad P \approx 0.07.$$

- Keputusan:
- Terima H_o karena $\chi^2 < \chi^2_{0.05}$



Contoh 10.13 (Tes 2 Variansi)

- In testing for the difference in the abrasive wear of the two materials in example 10.6, we assumed that the two unknown population variances were equal. Were we justified in making this assumption? Use a 0.10 level significance.
- Ditanya apakah $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$
- n_1=12 rata-rata= 85 simpangan baku = 4
- n_2=10 rata-rata= 81 simpangan baku = 5

Jawab

- $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
- $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ (two-tailed test)
- $\alpha = 0.10 \rightarrow$ Daerah kritis $f_{0.05}(11,9) = 3,11$ dan
- $f_{0.95}(11,9) = 1/f_{0.05}(9,11) = 0,34$
- Tes statistic

$$f = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

- Komputasi: $s_1^2 = 16$, $s_2^2 = 25$ maka $f = 16/25 = 0.64$
- Keputusan: $0,34 < 0,64 < 3,11$
- Tidak menolak H_0 , Terima H_0 . Jadi variansi sama.

Goodness-Of-Fit-Test

- Tes kesesuaian antara frekuensi observasi dan frekuensi teori(ekspektasi) berdistribusi tertentu (uniform, normal, dan lainnya).

- To illustrate, we consider the tossing of a die. We hypothesize that the die is honest, which is equivalent to testing the hypothesis that the distribution of

outcomes is the discrete uniform distribution
$f(x)= 1/6, \; x =1, 2,\dots, 6.$
Suppose that the die is tossed 120 times and each outcome is recorded. Theoretically, if the die is balanced, we would expect each face to occur 20 times. The results are given in Table 10.4.

Tabel 10.4

Muka	1	2	3	4	5	6
Observasi	20	22	17	18	19	24
Ekspek-tasi (Teori)	20	20	20	20	20	20

Goodness-of-Fit-test(2)

1. $H_0 : o_i = e_i$ (frekuensi berdistribusi uniform)
2. $H_1 : : o_i > e_i$ (frekuensi)
3. α=5%
4. Tes statistic $$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$
5. Hitung $$X^2 = \frac{(20-20)^2}{20} + \frac{(22-20)^2}{20} + \frac{(17-20)^2}{20} + \frac{(18-20)^2}{20} + \frac{(19-20)^2}{20} + \frac{(24-20)^2}{20} = 1.7.$$
6. Daerah Kritis $X^2 > X^2 0{,}05 = 11.070$ dengan dk = 6-1= 5
7. Keputusan X^2 hitung = 1.7 < $X^2 0{,}05 = 11.070$, tidak menolak Ho artinya tidak cukup evidence bahwa dadu tidak balance (dadu balance)

Test for Independence (Categorial data)

- Tes category (menguji 2 klasifikasi variable saling bebas) .
- The chi-squared test procedure discussed in Section 10.11 can also be used to test the hypothesis of independence of two variables of classification.
- Suppose that we wish to determine whether the opinions of the voting residents of the state of Illinois concerning a new tax reform are independent of their levels of income.
- Members of a random sample of 1000 registered voters from the state of Illinois are classified as to whether they are in a low, medium, or high income bracket and whether or not they favor the tax reform.
- The observed frequencies are presented in Table 10.6, which is known as a contingency table.

Table 10.6

		Income Level		
Tax Reform	Low	Medium	High	Total
For	182	213	203	598
Against	154	138	110	402
Total	336	351	313	1000

Test for Independence (Categorial data)-2

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$

- where the summation extends over all rc cells in the r × c contingency table.

1. H_0 : 2 klasifikasi variable saling bebas
2. H_1 : Klasifikasi 1 > Klasifikasi 2

- If $\chi 2 > \chi 2\alpha$ with v =(r – 1)(c – 1) degrees of freedom, reject the null hypothesis of independence at the α-level of significance; otherwise, fail to reject the null hypothesis.

Test for Homogeneity

- Suppose, for example, that we decide in advance to select 200 Democrats, 150 Republicans, and 150 Independents from the voters of the state of North Carolina and record whether they are for a proposed abortion law, against it, or undecided.
- We are basically interested in determining whether the three categories of voters are homogeneous with respect to their opinions concerning the proposed abortion law. Such a test is called a test for homogeneity. (menguji proporsi setiap kategori sama)
- The observed responses are given in Table 10.8.

Tabel 10.8

		Political Affiliantion		
Abortion Law	Democrat	Republican	Independent	Total
For	82	70	62	214
Against	93	62	67	222
Undecided	25	18	21	64
Total	200	150	150	500

Solution

- Referring to the data of Table 10.8, test the hypothesis that opinions concerning
- the proposed abortion law are the same within each political affiliation. Use a 0.05
- level of significance.

1. Ho: For each opinion, the proportions of Democrats, Republicans, and Independents are the same.
2. H1: For at least one opinion, the proportions of Democrats, Republicans, and

- Independents are not the same.
- 3. α =0.05.
- 4. Critical region: $\chi 2 > 9.488$ with $v = 4$ degrees of freedom.
- 5. Computations: Using the expected cell frequency formula on page 375, we
- need to compute 4 cell frequencies. All other frequencies are found by sub-
- traction. The observed and expected cell frequencies are displayed in Table
- 10.9.

Institut Teknologi Bandung

Table 9

		Political Affiliantion		
Abortion Law	Democrat	Republican	Independent	Total
For	82 (85.6)	70 (64.2)	62 (64.2)	214
Against	93 (88.8)	62 (66.6)	67 (66.6)	222
Undecided	25 (25.6)	18 (19.2)	21 (19.2)	64
Total	200	150	150	500

Testing for Several Proportion

- A test for determining differences among k proportions. (k population)
- Ho: $p_1 = p_2 = \ldots = p_k$
- H_1 : the population proportion are not all equal
- Tes Statistik X^2 dengan v= (2-1)(k-1) = (k-1)

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$

Example 10.15

- In a shop study, a set of data was collected to determine whether or not the proportion of defectives produced was the same for workers on the day, evening, and night shifts. The data collected are shown in table 11. Use a 0.025 level of significance to determine if the proportion of defective is the same for all three shifts

Table 11

Shift	Day	Evening	Night
Defectives	45	55	70
Nondefectives	905	890	870

Jawab Example 10.15

- Ho: $p_1 = p_2 = p_3$
- H_1 : the proportion are not all equal
- $\alpha = 0.025$
- Tes Statistik X^2 dengan $v = (2-1)(3-1) = 2$
- Daerah kritis $X^2 > 7.378$ dengan $v=2$
- Perhitungan $X^2 = 6.29$
- Nilai P-value = $0.04 > \alpha$
- Keputusan : Tidak menolak Ho (proporsi sama)

Institut Teknologi Bandung

Table 12

Shift	Day	Evening	Night
Defectives	45 (57.0)	55 (56.7)	70 (56.3)
Nondefectives	905 (893.0)	890 (888.3)	870 (883.7)