Homework 2 - Task 3

Martin Datsev

21 ноември 2017 г.

Твърдение:

Нека n е фиксирано произволно естествено число. Тогава за произволни три вектора a, b и c от $\mathbb{R}^n$ е изпълнено равенството:

$$< a+b,\ c >=< a,\ c > + < b,\ c >$$

Доказателство:

$$< a,\ b >= \sum_{i=1}^{n}(a_i.b_i) \tag{1}$$

Ако

$$a = (a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n),\ b = (b_1,\ b_2,\ \ldots,\ b_n),$$

то

$$a + b = (a_1 + b_1,\ a_2 + b_2,\ \ldots,\ a_n + b_n) \tag{2}$$

От (1) и (2):

$$\Longrightarrow < a+b,\ c >= \sum_{i=1}^{n}((a_i + b_i).c_i) \tag{3}$$

$$< a,\ c >= \sum_{i=1}^{n}(a_i.c_i) \tag{4}$$

$$< b,\ c >= \sum_{i=1}^{n}(b_i.c_i) \tag{5}$$

От (4) и (5):

$$\Longrightarrow < a,\ c > + < b,\ c >= \sum_{i=1}^{n}(a_i.c_i) + \sum_{i=1}^{n}(b_i.c_i) = \sum_{i=1}^{n}(a_i.c_i + b_i.c_i) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n}((a_i + b_i).c_i) \overset{(3)}{=} < a+b,\ c >$$