

# Предложения за задачи

ДСТР

25 март 2018 г.

## Множества, релации и функции

а)

Нека  $A$  е множество и нека  $f$  е функция с домейн декартовия квадрат на множеството  $A$  и ко-домейн множеството  $A$ , тоест  $f : A \times A \rightarrow A$  имаща следните свойства:

- $\forall x \in A \forall y \in A \forall z \in A f(f(x, y), z) = f(x, f(y, z))$
- $\exists x \in A \forall y \in A f(x, y) = y \wedge f(y, x) = y$
- $\exists x \in A \exists y \in A \neg(f(x, y) = f(y, x))$

Дайте добре обоснован пример за множеството  $A$  и функцията  $f$ , в който множеството  $A$  е крайно и пример, в който  $A$  е изброимо безкрайно.

б)

Нека  $A$  е множество и нека  $R$  е релация в множеството  $A$ , тоест  $R \subseteq A \times A$  имаща следните свойства:

- $R$  е рефлексивна и не е транзитивна.
- $\forall x \in A \exists y \in A ((y, x) \in R \wedge (x, y) \notin R)$

Дайте добре обоснован пример, в който  $A$  и  $R$  са крайни множества и пример, в който са изброимо безкрайни.

## Индукция

Нека  $\forall n \in \mathbb{N} \quad F_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , като

$$F_0(x) = \begin{cases} \sin x & , x < 0 \\ \log_{1000}(x^2 + 3x + \cos x) & , x = 0 \\ 5^{\ln(x^3)} & , x > 0 \end{cases}$$

$$F_1(x) = \operatorname{sign}(x)|x| + 1$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad F_{n+2}(x) = F_n(nF_{n+1}(x) + 3^n) - 2^{F_n(2x-1)+F_{n+1}(\pi x+e)}.$$

Докажете, че за всяко  $n \in \mathbb{N}$   $F_n$  е интегрируема функция в интервала  $[-100, e^{1000}]$ .

*Забележка:* можете да използвате директно всяко знание от курса по ДИС1.