

Санкт-Петербургский
Политехнический университет Петра Великого

Отчет по лабораторной работе
"Решение задачи Коши"

Студент:	Кац Софья Витальевна
Преподаватель:	Козлов Константин Николаевич
Группа:	5030102/10401

Санкт-Петербург
2024

1 Формулировка задания

Требуется запрограммировать метод решения задачи Коши для ОДУ модифицированным методом Эйлера. Программа должна работать для произвольной размерности системы уравнений.

Функция правой части системы и начальное условие подаются на вход программе. Вычисления должны производиться с пошаговым контролем точности по правилу Рунге. Если на текущем шаге точность не достигается, то шаг уменьшается в 2 раза, если достигнутая погрешность меньше заданной в 64 раза, то шаг увеличивается в 2 раза.

По сохраненным результатам построить графики, используя `matplotlib`:

- изменение шага по отрезку для разных значений заданной точности
- зависимость минимального шага от заданной точности
- зависимость числа шагов от заданной точности
- решение для разных значений заданной точности

2 Алгоритм

На вход алгоритму подаются:

- начало промежутка t_0
- конец промежутка T
- начальный шаг h_0
- максимальное число вызовов функции правой части N_x
- желаемая точность ϵ
- число уравнений
- следующие $n+3$ строк определяют функцию правой части на Python
- последняя строка содержит n чисел - начальное условие

Нахождение y_{k+1} в модифицированном методе Эйлера:

$$y_{k+1} = y_k + hf(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2}f(x_k, y_k))$$

Для нахождения второй переменной в функции мы делаем шаг $\frac{h}{2}$ по методу Эйлера, а затем строим касательную в полученной точке и сдвигаем её так, чтобы она проходила через (x_k, y_k) .

3 Как запустить

Чтобы решить систему, необходимо запустить файл **main.py**

Команда для консольного ввода: *python main.py*

Вывод результатов будет произведен в консоль. Данные выводятся в виде столбцов, одна строчка соответствует одному шагу интегрирования:

- значение t
- значение шага h
- оценка Рунге R
- истраченное число вычислений правой части N
- значения функций решений

4 Пример выполнения программы

```
D:\EDU\биоинформатика\laba8\venv\Scripts\python.exe D:\EDU\биоинформатика\laba8\main.py
1.5
2.5
0.1
10000
0.0001
3
def fs(t, v, kounter):
#
#
    A = np.array([[-0.4, 0.02, 0], [0, 0.8, -0.1], [0.003, 0, 1]])
    kounter[0] += 1
    return np.dot(A, v)
1 1 2
    1.500000    0.100000    0.000000e+00    0    1.000000    1.000000    2.000000
    1.600000    0.100000    3.62209e-05    6    0.962820    1.061398    2.210309
    1.700000    0.100000    4.00173e-05    12    0.927221    1.125613    2.442690
    1.800000    0.100000    4.42173e-05    18    0.893145    1.192637    2.699459
    1.900000    0.100000    4.88636e-05    24    0.860540    1.262439    2.983178
    2.000000    0.100000    5.40037e-05    30    0.829352    1.334956    3.296678
    2.100000    0.100000    5.96903e-05    36    0.799532    1.410090    3.643086
    2.200000    0.100000    6.59813e-05    42    0.771031    1.487698    4.025858
    2.300000    0.100000    7.29411e-05    48    0.743801    1.567592    4.448812
    2.400000    0.100000    8.06409e-05    54    0.717797    1.649522    4.916167
    2.500000    0.100000    8.91596e-05    60    0.692976    1.733175    5.432587
```

5 Графики

Для исследования влияния задаваемой точности на результат были рассмотрены точности: 0.001, 0.0001, 0.00001, 0.000001, 0.0000001, 0.00000001

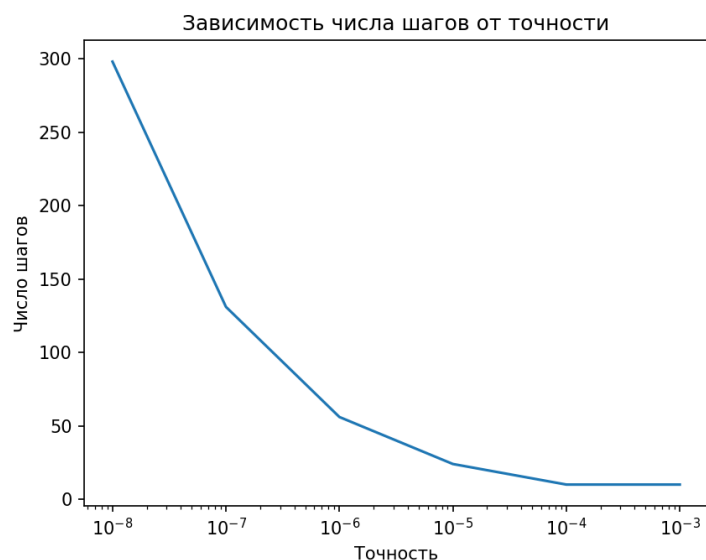


Рисунок 1: График зависимости числа шагов от задаваемой точности

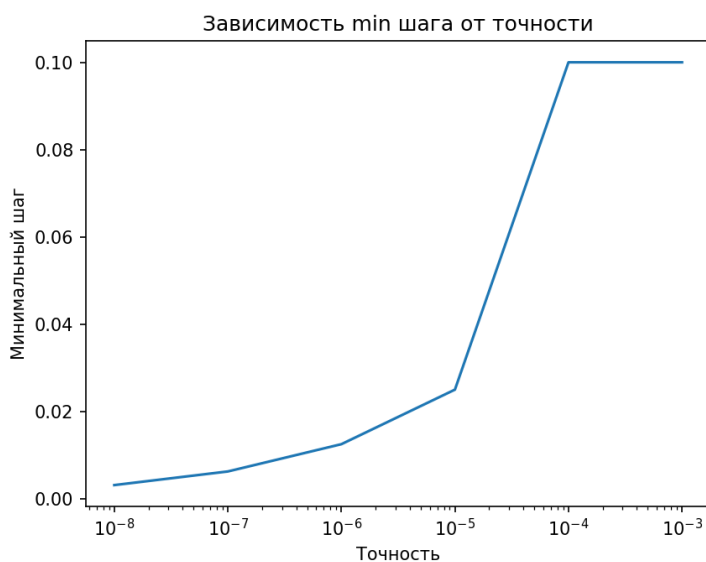


Рисунок 2: График зависимости минимального шага от задаваемой точности

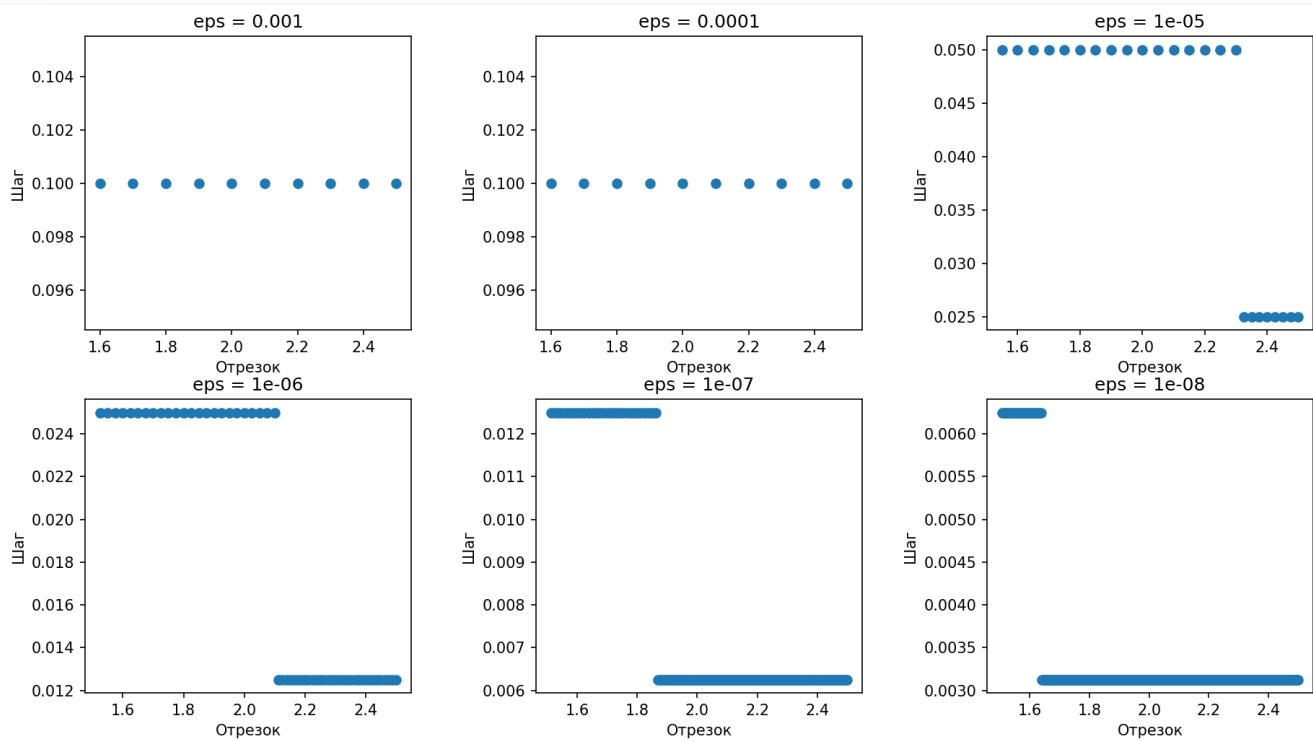


Рисунок 3: Графики изменения шага по отрезку для разных значений задаваемой точности

Далее будут приведены результаты выполнения программы для разных точностей.

eps = 0.0001						
1.500000	0.100000	0.000000e+00	0	1.000000	1.000000	2.000000
1.600000	0.100000	3.62209e-05	6	0.962820	1.061398	2.210309
1.700000	0.100000	4.00173e-05	12	0.927221	1.125613	2.442690
1.800000	0.100000	4.42173e-05	18	0.893145	1.192637	2.699459
1.900000	0.100000	4.88636e-05	24	0.860540	1.262439	2.983178
2.000000	0.100000	5.40037e-05	30	0.829352	1.334956	3.296678
2.100000	0.100000	5.96903e-05	36	0.799532	1.410090	3.643086
2.200000	0.100000	6.59813e-05	42	0.771031	1.487698	4.025858
2.300000	0.100000	7.29411e-05	48	0.743801	1.567592	4.448812
2.400000	0.100000	8.06409e-05	54	0.717797	1.649522	4.916167
2.500000	0.100000	8.91596e-05	60	0.692976	1.733175	5.432587

```

eps = 1e-05
  1.500000    0.100000    0.00000e+00         0    1.000000    1.000000    2.000000
  1.550000    0.050000    4.49973e-06        12    0.981205    1.030350    2.102652
  1.600000    0.050000    4.72984e-06        18    0.962813    1.061401    2.210563
  1.650000    0.050000    4.97189e-06        24    0.944815    1.093156    2.324001
  1.700000    0.050000    5.22649e-06        30    0.927206    1.125613    2.443250
  1.750000    0.050000    5.49429e-06        36    0.909978    1.158772    2.568607
  1.800000    0.050000    5.77599e-06        42    0.893125    1.192629    2.700387
  1.850000    0.050000    6.07229e-06        48    0.876639    1.227178    2.838918
  1.900000    0.050000    6.38396e-06        54    0.860514    1.262413    2.984546
  1.950000    0.050000    6.71180e-06        60    0.844743    1.298325    3.137635
  2.000000    0.050000    7.05664e-06        66    0.829321    1.334902    3.298568
  2.050000    0.050000    7.41936e-06        72    0.814240    1.372131    3.467746
  2.100000    0.050000    7.80090e-06        78    0.799495    1.409995    3.645592
  2.150000    0.050000    8.20224e-06        84    0.785080    1.448474    3.832550
  2.200000    0.050000    8.62439e-06        90    0.770989    1.487546    4.029088
  2.250000    0.050000    9.06844e-06        96    0.757216    1.527186    4.235696
  2.300000    0.050000    9.53554e-06       102    0.743755    1.567363    4.452891
  2.325000    0.025000    1.24944e-06       114    0.737139    1.587641    4.565661
  2.350000    0.025000    1.28125e-06       120    0.730600    1.608040    4.681285
  2.375000    0.025000    1.31386e-06       126    0.724135    1.628556    4.799836
  2.400000    0.025000    1.34732e-06       132    0.717745    1.649183    4.921386
  2.425000    0.025000    1.38163e-06       138    0.711430    1.669917    5.046013
  2.450000    0.025000    1.41682e-06       144    0.705187    1.690750    5.173794
  2.475000    0.025000    1.45291e-06       150    0.699017    1.711678    5.304809
  2.500000    0.025000    1.48993e-06       156    0.692918    1.732693    5.439140

```



```

eps = 1e-06
1.500000 0.100000 0.00000e+00 0 1.000000 1.000000 2.000000
1.525000 0.025000 5.60724e-07 18 0.990551 1.015087 2.050701
1.550000 0.025000 5.74884e-07 24 0.981204 1.030350 2.102684
1.575000 0.025000 5.89406e-07 30 0.971958 1.045788 2.155982
1.600000 0.025000 6.04301e-07 36 0.962811 1.061402 2.210629
1.625000 0.025000 6.19577e-07 42 0.953763 1.077191 2.266658
1.650000 0.025000 6.35244e-07 48 0.944813 1.093156 2.324105
1.675000 0.025000 6.51312e-07 54 0.935960 1.109297 2.383005
1.700000 0.025000 6.67793e-07 60 0.927203 1.125613 2.443396
1.725000 0.025000 6.84695e-07 66 0.918541 1.142104 2.505315
1.750000 0.025000 7.02030e-07 72 0.909974 1.158770 2.568800
1.775000 0.025000 7.19809e-07 78 0.901500 1.175611 2.633891
1.800000 0.025000 7.38043e-07 84 0.893120 1.192625 2.700630
1.825000 0.025000 7.56745e-07 90 0.884831 1.209813 2.769057
1.850000 0.025000 7.75925e-07 96 0.876633 1.227172 2.839216
1.875000 0.025000 7.95597e-07 102 0.868525 1.244703 2.911150
1.900000 0.025000 8.15772e-07 108 0.860507 1.262405 2.984904
1.925000 0.025000 8.36464e-07 114 0.852577 1.280275 3.060524
1.950000 0.025000 8.57687e-07 120 0.844736 1.298313 3.138058
1.975000 0.025000 8.79452e-07 126 0.836981 1.316517 3.217554
2.000000 0.025000 9.01776e-07 132 0.829313 1.334886 3.299062
2.025000 0.025000 9.24671e-07 138 0.821730 1.353417 3.382632
2.050000 0.025000 9.48152e-07 144 0.814231 1.372109 3.468317
2.075000 0.025000 9.72235e-07 150 0.806817 1.390960 3.556170
2.100000 0.025000 9.96936e-07 156 0.799486 1.409967 3.646247
2.112500 0.012500 1.27584e-07 168 0.795851 1.419528 3.692140
2.125000 0.012500 1.29195e-07 174 0.792237 1.429127 3.738610
2.137500 0.012500 1.30827e-07 180 0.788644 1.438764 3.785664
2.150000 0.012500 1.32479e-07 186 0.785070 1.448438 3.833311
2.162500 0.012500 1.34153e-07 192 0.781517 1.458150 3.881556
2.175000 0.012500 1.35847e-07 198 0.777984 1.467897 3.930408
2.187500 0.012500 1.37564e-07 204 0.774471 1.477681 3.979875
2.200000 0.012500 1.39302e-07 210 0.770978 1.487501 4.029963
2.212500 0.012500 1.41062e-07 216 0.767505 1.497357 4.080682
2.225000 0.012500 1.42845e-07 222 0.764052 1.507247 4.132038
2.237500 0.012500 1.44650e-07 228 0.760618 1.517171 4.184040
2.250000 0.012500 1.46479e-07 234 0.757204 1.527130 4.236696
2.262500 0.012500 1.48331e-07 240 0.753810 1.537122 4.290014
2.275000 0.012500 1.50206e-07 246 0.750435 1.547148 4.344003
2.287500 0.012500 1.52105e-07 252 0.747079 1.557205 4.398670
2.300000 0.012500 1.54028e-07 258 0.743743 1.567295 4.454026
2.312500 0.012500 1.55976e-07 264 0.740425 1.577416 4.510077
2.325000 0.012500 1.57949e-07 270 0.737127 1.587568 4.566833
2.337500 0.012500 1.59947e-07 276 0.733848 1.597750 4.624303
2.350000 0.012500 1.61970e-07 282 0.730587 1.607962 4.682496
2.362500 0.012500 1.64019e-07 288 0.727346 1.618203 4.741420
2.375000 0.012500 1.66094e-07 294 0.724123 1.628473 4.801086
2.387500 0.012500 1.68195e-07 300 0.720919 1.638770 4.861502
2.400000 0.012500 1.70323e-07 306 0.717733 1.649094 4.922677
2.412500 0.012500 1.72479e-07 312 0.714566 1.659445 4.984622
2.425000 0.012500 1.74662e-07 318 0.711417 1.669822 5.047347
2.437500 0.012500 1.76872e-07 324 0.708287 1.680223 5.110860
2.450000 0.012500 1.79111e-07 330 0.705175 1.690649 5.175171
2.462500 0.012500 1.81378e-07 336 0.702080 1.701098 5.240292
2.475000 0.012500 1.83674e-07 342 0.699004 1.711570 5.306231
2.487500 0.012500 1.85999e-07 348 0.695946 1.722064 5.373000
2.500000 0.012500 1.88354e-07 354 0.692906 1.732579 5.440608

```