

Санкт-Петербургский  
Политехнический университет Петра Великого

Отчет по лабораторной работе  
"Решение задачи Коши"

Студент:	Кац Софья Витальевна
Преподаватель:	Козлов Константин Николаевич
Группа:	5030102/10401

Санкт-Петербург  
2024

# 1 Формулировка задания

Требуется запрограммировать метод решения задачи Коши для ОДУ модифицированным методом Эйлера. Программа должна работать для произвольной размерности системы уравнений.

Функция правой части системы и начальное условие подаются на вход программе. Вычисления должны производиться с пошаговым контролем точности по правилу Рунге. Если на текущем шаге точность не достигается, то шаг уменьшается в 2 раза, если достигнутая погрешность меньше заданной в 64 раза, то шаг увеличивается в 2 раза.

По сохраненным результатам построить графики, используя `matplotlib`:

- изменение шага по отрезку для разных значений заданной точности
- зависимость минимального шага от заданной точности
- зависимость числа шагов от заданной точности
- решение для разных значений заданной точности

## 2 Алгоритм

На вход алгоритму подаются:

- начало промежутка  $t_0$
- конец промежутка  $T$
- начальный шаг  $h_0$
- максимальное число вызовов функции правой части  $N_x$
- желаемая точность  $\epsilon$
- число уравнений
- следующие  $n+3$  строк определяют функцию правой части на Python
- последняя строка содержит  $n$  чисел - начальное условие

Нахождение  $y_{k+1}$  в модифицированном методе Эйлера:

$$y_{k+1} = y_k + hf(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2} f(x_k, y_k))$$

Для нахождения второй переменной в функции мы делаем шаг  $\frac{h}{2}$  по методу Эйлера, а затем строим касательную в полученной точке и сдвигаем её так, чтобы она проходила через  $(x_k, y_k)$ .

### 3 Как запустить

Чтобы решить систему, необходимо запустить файл **main.py**

Команда для консольного ввода: *python main.py*

Вывод результатов будет произведен в консоль. Данные выводятся в виде столбцов, одна строчка соответствует одному шагу интегрирования:

- значение  $t$
- значение шага  $h$
- оценка Рунге  $R$
- истраченное число вычислений правой части  $N$
- значения функций решений

## 4 Пример выполнения программы

```
D:\EDU\биоинформатика\laba8\venv\Scripts\python.exe D:\EDU\биоинформатика\laba8\main.py
1.5
2.5
0.1
10000
0.0001
3
def fs(t, v, kounter):
#
#
    A = np.array([[-0.4, 0.02, 0], [0, 0.8, -0.1], [0.003, 0, 1]])
    kounter[0] += 1
    return np.dot(A, v)
1 1 2
    1.500000    0.100000    0.000000e+00    0    1.000000    1.000000    2.000000
    1.600000    0.100000    3.62209e-05    6    0.962820    1.061398    2.210309
    1.700000    0.100000    4.00173e-05    12    0.927221    1.125613    2.442690
    1.800000    0.100000    4.42173e-05    18    0.893145    1.192637    2.699459
    1.900000    0.100000    4.88636e-05    24    0.860540    1.262439    2.983178
    2.000000    0.100000    5.40037e-05    30    0.829352    1.334956    3.296678
    2.100000    0.100000    5.96903e-05    36    0.799532    1.410090    3.643086
    2.200000    0.100000    6.59813e-05    42    0.771031    1.487698    4.025858
    2.300000    0.100000    7.29411e-05    48    0.743801    1.567592    4.448812
    2.400000    0.100000    8.06409e-05    54    0.717797    1.649522    4.916167
    2.500000    0.100000    8.91596e-05    60    0.692976    1.733175    5.432587
```

## 5 Графики

Для исследования влияния задаваемой точности на результат были рассмотрены точности: 0.001, 0.0001, 0.00001, 0.000001, 0.0000001, 0.00000001

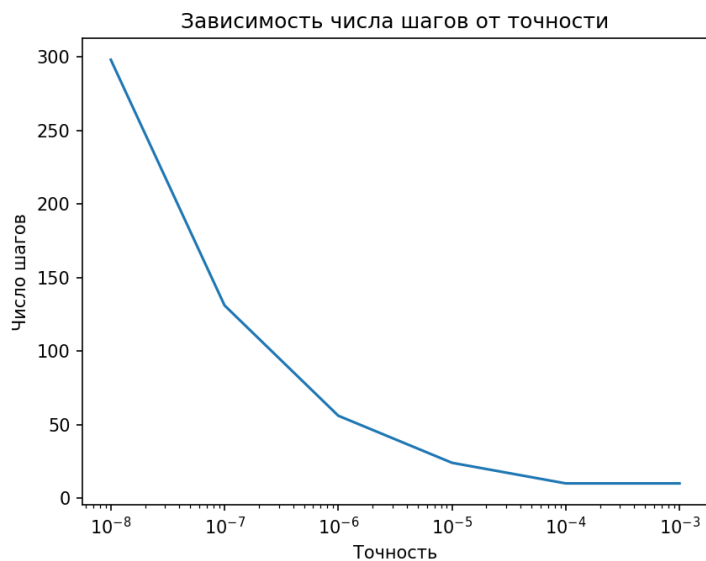


Рисунок 1: График зависимости числа шагов от задаваемой точности

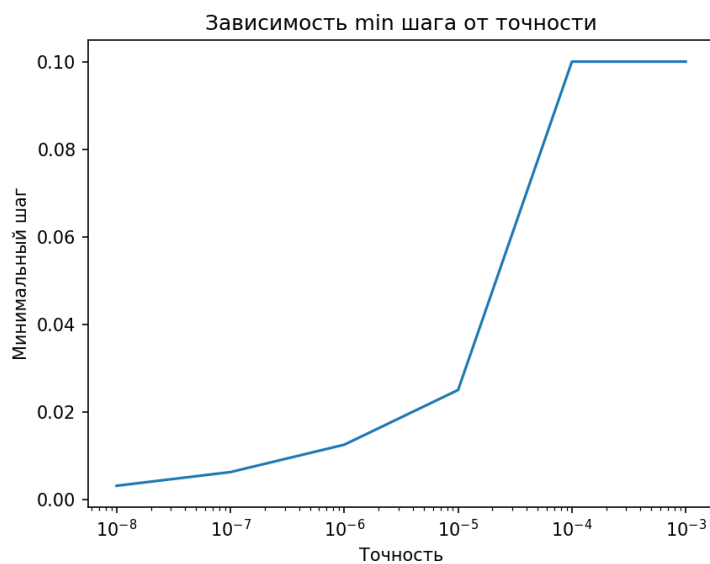


Рисунок 2: График зависимости минимального шага от задаваемой точности

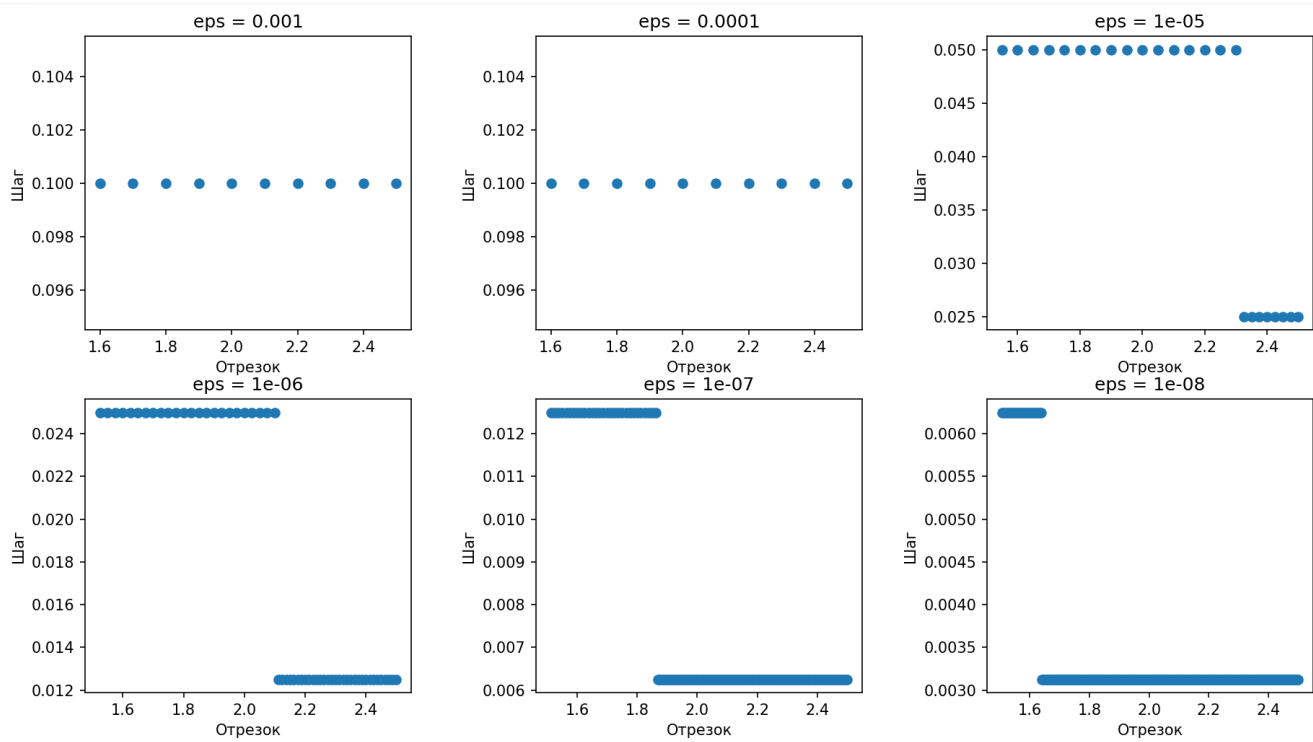


Рисунок 3: Графики изменения шага по отрезку для разных значений задаваемой точности

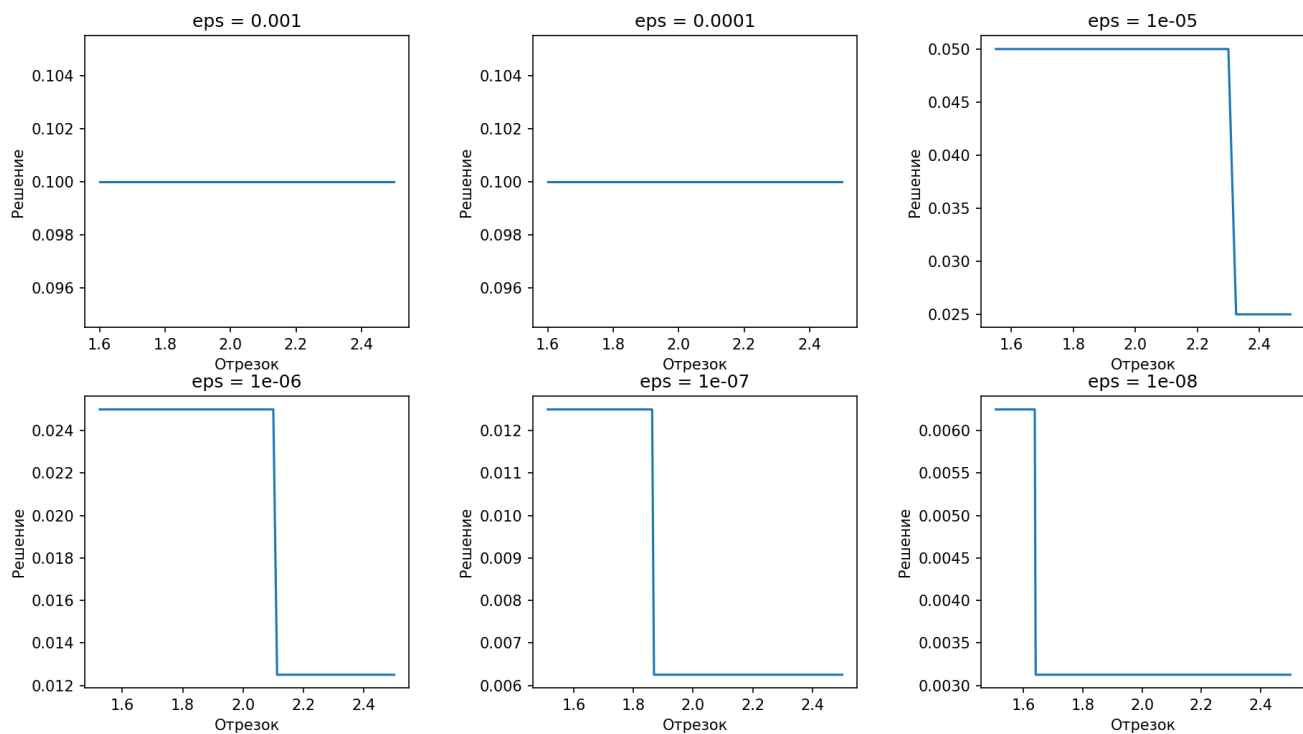


Рисунок 4: Графики зависимости решения от задаваемой точности

Далее будут приведены результаты выполнения программы для разных точностей.

```

eps = 0.0001
  1.500000    0.100000    0.00000e+00      0    1.000000    1.000000    2.000000
  1.600000    0.100000    3.62209e-05      6    0.962820    1.061398    2.210309
  1.700000    0.100000    4.00173e-05     12    0.927221    1.125613    2.442690
  1.800000    0.100000    4.42173e-05     18    0.893145    1.192637    2.699459
  1.900000    0.100000    4.88636e-05     24    0.860540    1.262439    2.983178
  2.000000    0.100000    5.40037e-05     30    0.829352    1.334956    3.296678
  2.100000    0.100000    5.96903e-05     36    0.799532    1.410090    3.643086
  2.200000    0.100000    6.59813e-05     42    0.771031    1.487698    4.025858
  2.300000    0.100000    7.29411e-05     48    0.743801    1.567592    4.448812
  2.400000    0.100000    8.06409e-05     54    0.717797    1.649522    4.916167
  2.500000    0.100000    8.91596e-05     60    0.692976    1.733175    5.432587

```



eps = 1e-05						
1.500000	0.100000	0.00000e+00	0	1.000000	1.000000	2.000000
1.550000	0.050000	4.49973e-06	12	0.981205	1.030350	2.102652
1.600000	0.050000	4.72984e-06	18	0.962813	1.061401	2.210563
1.650000	0.050000	4.97189e-06	24	0.944815	1.093156	2.324001
1.700000	0.050000	5.22649e-06	30	0.927206	1.125613	2.443250
1.750000	0.050000	5.49429e-06	36	0.909978	1.158772	2.568607
1.800000	0.050000	5.77599e-06	42	0.893125	1.192629	2.700387
1.850000	0.050000	6.07229e-06	48	0.876639	1.227178	2.838918
1.900000	0.050000	6.38396e-06	54	0.860514	1.262413	2.984546
1.950000	0.050000	6.71180e-06	60	0.844743	1.298325	3.137635
2.000000	0.050000	7.05664e-06	66	0.829321	1.334902	3.298568
2.050000	0.050000	7.41936e-06	72	0.814240	1.372131	3.467746
2.100000	0.050000	7.80090e-06	78	0.799495	1.409995	3.645592
2.150000	0.050000	8.20224e-06	84	0.785080	1.448474	3.832550
2.200000	0.050000	8.62439e-06	90	0.770989	1.487546	4.029088
2.250000	0.050000	9.06844e-06	96	0.757216	1.527186	4.235696
2.300000	0.050000	9.53554e-06	102	0.743755	1.567363	4.452891
2.325000	0.025000	1.24944e-06	114	0.737139	1.587641	4.565661
2.350000	0.025000	1.28125e-06	120	0.730600	1.608040	4.681285
2.375000	0.025000	1.31386e-06	126	0.724135	1.628556	4.799836
2.400000	0.025000	1.34732e-06	132	0.717745	1.649183	4.921386
2.425000	0.025000	1.38163e-06	138	0.711430	1.669917	5.046013
2.450000	0.025000	1.41682e-06	144	0.705187	1.690750	5.173794
2.475000	0.025000	1.45291e-06	150	0.699017	1.711678	5.304809
2.500000	0.025000	1.48993e-06	156	0.692918	1.732693	5.439140

```

eps = 1e-06
1.500000    0.100000    0.00000e+00    0    1.000000    1.000000    2.000000
1.525000    0.025000    5.60724e-07    18    0.990551    1.015087    2.050701
1.550000    0.025000    5.74884e-07    24    0.981204    1.030350    2.102684
1.575000    0.025000    5.89406e-07    30    0.971958    1.045788    2.155982
1.600000    0.025000    6.04301e-07    36    0.962811    1.061402    2.210629
1.625000    0.025000    6.19577e-07    42    0.953763    1.077191    2.266658
1.650000    0.025000    6.35244e-07    48    0.944813    1.093156    2.324105
1.675000    0.025000    6.51312e-07    54    0.935960    1.109297    2.383005
1.700000    0.025000    6.67793e-07    60    0.927203    1.125613    2.443396
1.725000    0.025000    6.84695e-07    66    0.918541    1.142104    2.505315
1.750000    0.025000    7.02030e-07    72    0.909974    1.158770    2.568800
1.775000    0.025000    7.19809e-07    78    0.901500    1.175611    2.633891
1.800000    0.025000    7.38043e-07    84    0.893120    1.192625    2.700630
1.825000    0.025000    7.56745e-07    90    0.884831    1.209813    2.769057
1.850000    0.025000    7.75925e-07    96    0.876633    1.227172    2.839216
1.875000    0.025000    7.95597e-07   102    0.868525    1.244703    2.911150
1.900000    0.025000    8.15772e-07   108    0.860507    1.262405    2.984904
1.925000    0.025000    8.36464e-07   114    0.852577    1.280275    3.060524
1.950000    0.025000    8.57687e-07   120    0.844736    1.298313    3.138058
1.975000    0.025000    8.79452e-07   126    0.836981    1.316517    3.217554
2.000000    0.025000    9.01776e-07   132    0.829313    1.334886    3.299062
2.025000    0.025000    9.24671e-07   138    0.821730    1.353417    3.382632
2.050000    0.025000    9.48152e-07   144    0.814231    1.372109    3.468317
2.075000    0.025000    9.72235e-07   150    0.806817    1.390960    3.556170
2.100000    0.025000    9.96936e-07   156    0.799486    1.409967    3.646247
2.112500    0.012500    1.27584e-07   168    0.795851    1.419528    3.692140
2.125000    0.012500    1.29195e-07   174    0.792237    1.429127    3.738610
2.137500    0.012500    1.30827e-07   180    0.788644    1.438764    3.785664
2.150000    0.012500    1.32479e-07   186    0.785070    1.448438    3.833311
2.162500    0.012500    1.34153e-07   192    0.781517    1.458150    3.881556
2.175000    0.012500    1.35847e-07   198    0.777984    1.467897    3.930408
2.187500    0.012500    1.37564e-07   204    0.774471    1.477681    3.979875
2.200000    0.012500    1.39302e-07   210    0.770978    1.487501    4.029963
2.212500    0.012500    1.41062e-07   216    0.767505    1.497357    4.080682
2.225000    0.012500    1.42845e-07   222    0.764052    1.507247    4.132038
2.237500    0.012500    1.44650e-07   228    0.760618    1.517171    4.184040
2.250000    0.012500    1.46479e-07   234    0.757204    1.527130    4.236696
2.262500    0.012500    1.48331e-07   240    0.753810    1.537122    4.290014
2.275000    0.012500    1.50206e-07   246    0.750435    1.547148    4.344003
2.287500    0.012500    1.52105e-07   252    0.747079    1.557205    4.398670
2.300000    0.012500    1.54028e-07   258    0.743743    1.567295    4.454026
2.312500    0.012500    1.55976e-07   264    0.740425    1.577416    4.510077
2.325000    0.012500    1.57949e-07   270    0.737127    1.587568    4.566833
2.337500    0.012500    1.59947e-07   276    0.733848    1.597750    4.624303
2.350000    0.012500    1.61970e-07   282    0.730587    1.607962    4.682496
2.362500    0.012500    1.64019e-07   288    0.727346    1.618203    4.741420
2.375000    0.012500    1.66094e-07   294    0.724123    1.628473    4.801086
2.387500    0.012500    1.68195e-07   300    0.720919    1.638770    4.861502
2.400000    0.012500    1.70323e-07   306    0.717733    1.649094    4.922677
2.412500    0.012500    1.72479e-07   312    0.714566    1.659445    4.984622
2.425000    0.012500    1.74662e-07   318    0.711417    1.669822    5.047347
2.437500    0.012500    1.76872e-07   324    0.708287    1.680223    5.110860
2.450000    0.012500    1.79111e-07   330    0.705175    1.690649    5.175171
2.462500    0.012500    1.81378e-07   336    0.702080    1.701098    5.240292
2.475000    0.012500    1.83674e-07   342    0.699004    1.711570    5.306231
2.487500    0.012500    1.85999e-07   348    0.695946    1.722064    5.373000
2.500000    0.012500    1.88354e-07   354    0.692906    1.732579    5.440608

```