

Санкт-Петербургский
Политехнический университет Петра Великого

Отчет по лабораторной работе
"Решение задачи Коши"

Студент:	Кац Софья Витальевна
Преподаватель:	Козлов Константин Николаевич
Группа:	5030102/10401

Санкт-Петербург
2024

1 Формулировка задания

Требуется запрограммировать метод решения задачи Коши для ОДУ модифицированным методом Эйлера. Программа должна работать для произвольной размерности системы уравнений.

Функция правой части системы и начальное условие подаются на вход программе. Вычисления должны производиться с пошаговым контролем точности по правилу Рунге. Если на текущем шаге точность не достигается, то шаг уменьшается в 2 раза, если достигнутая погрешность меньше заданной в 64 раза, то шаг увеличивается в 2 раза.

По сохраненным результатам построить графики, используя matplotlib:

- изменение шага по отрезку для разных значений заданной точности
- зависимость минимального шага от заданной точности
- зависимость числа шагов от заданной точности
- решение для разных значений заданной точности

2 Алгоритм

На вход алгоритму подаются:

- начало промежутка t_0
- конец промежутка T
- начальный шаг h_0
- максимальное число вызовов функции правой части N_x
- желаемая точность ϵ
- число уравнений
- следующие $n+3$ строк определяют функцию правой части на Python
- последняя строка содержит n чисел - начальное условие

Нахождение y_{k+1} в модифицированном методе Эйлера:

$$y_{k+1} = y_k + hf(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2} f(x_k, y_k))$$

Для нахождения второй переменной в функции мы делаем шаг $\frac{h}{2}$ по методу Эйлера, а затем строим касательную в полученной точке и сдвигаем её так, чтобы она проходила через (x_k, y_k) .

3 Как запустить

Чтобы решить систему, необходимо запустить файл **main.py**

Команда для консольного ввода: *python main.py*

Вывод результатов будет произведен в консоль. Данные выводятся в виде столбцов, одна строчка соответствует одному шагу интегрирования:

- значение t
- значение шага h
- оценка Рунге R
- истраченное число вычислений правой части N
- значения функций решений

4 Пример выполнения программы

```
D:\EDU\биоинформатика\laba8\venv\Scripts\python.exe D:\EDU\биоинформатика\laba8\main.py
1.5
2.5
0.1
10000
0.0001
3
def fs(t, v, kounter):
#
#
    A = np.array([[-0.4, 0.02, 0], [0, 0.8, -0.1], [0.003, 0, 1]])
    kounter[0] += 1
    return np.dot(A, v)
1 1 2
```

1.500000	0.100000	0.000000e+00	0	1.000000	1.000000	2.000000
1.600000	0.100000	3.62209e-05	6	0.962820	1.061398	2.210309
1.700000	0.100000	4.00173e-05	12	0.927221	1.125613	2.442690
1.800000	0.100000	4.42173e-05	18	0.893145	1.192637	2.699459
1.900000	0.100000	4.88636e-05	24	0.860540	1.262439	2.983178
2.000000	0.100000	5.40037e-05	30	0.829352	1.334956	3.296678
2.100000	0.100000	5.96903e-05	36	0.799532	1.410090	3.643086
2.200000	0.100000	6.59813e-05	42	0.771031	1.487698	4.025858
2.300000	0.100000	7.29411e-05	48	0.743801	1.567592	4.448812
2.400000	0.100000	8.06409e-05	54	0.717797	1.649522	4.916167
2.500000	0.100000	8.91596e-05	60	0.692976	1.733175	5.432587

5 Графики

Для исследования влияния задаваемой точности на результат были рассмотрены точности: 0.001, 0.0001, 0.00001, 0.000001, 0.0000001, 0.00000001

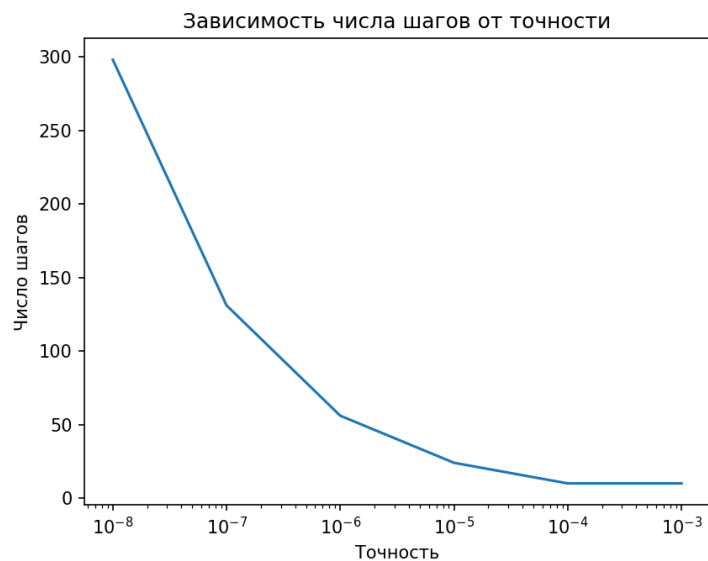


Рисунок 1: График зависимости числа шагов от задаваемой точности

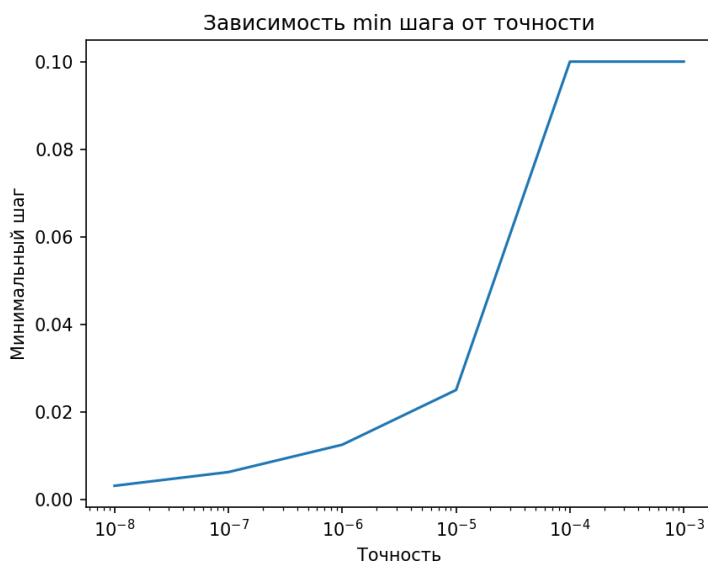


Рисунок 2: График зависимости минимального шага от задаваемой точности

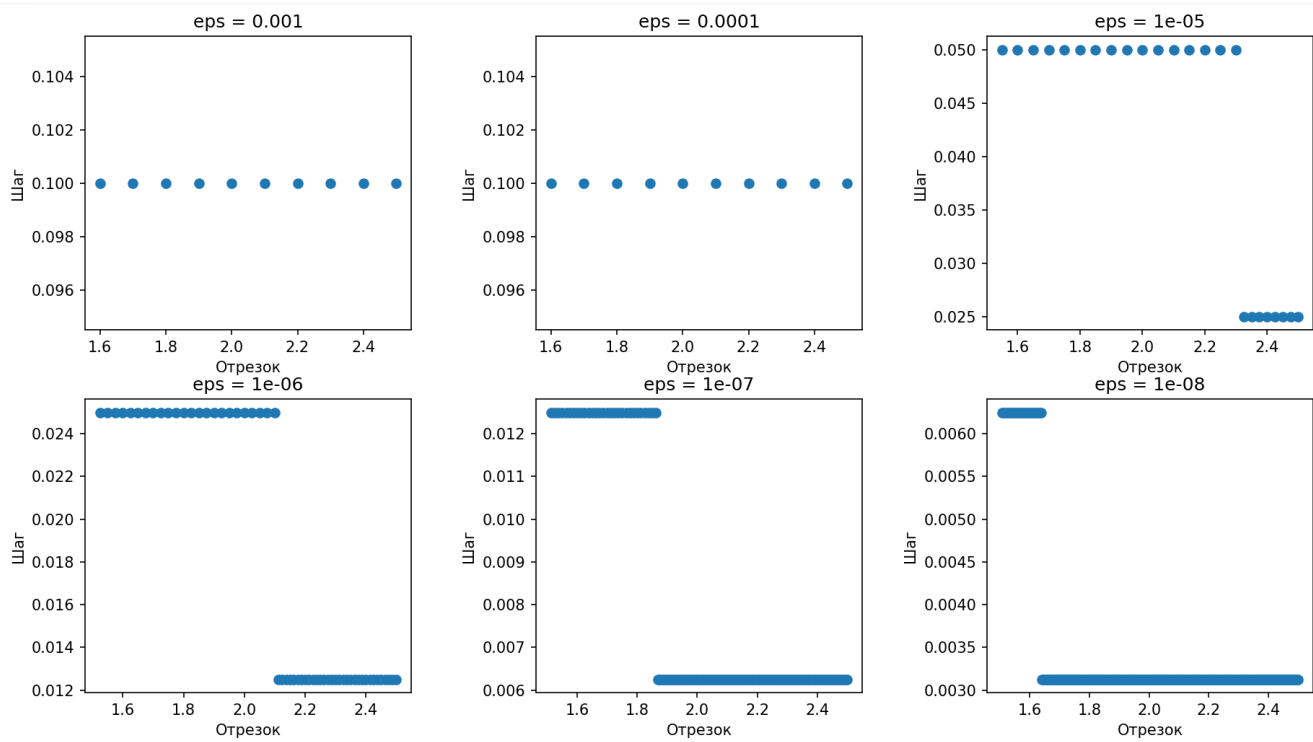


Рисунок 3: Графики изменения шага по отрезку для разных значений задаваемой точности

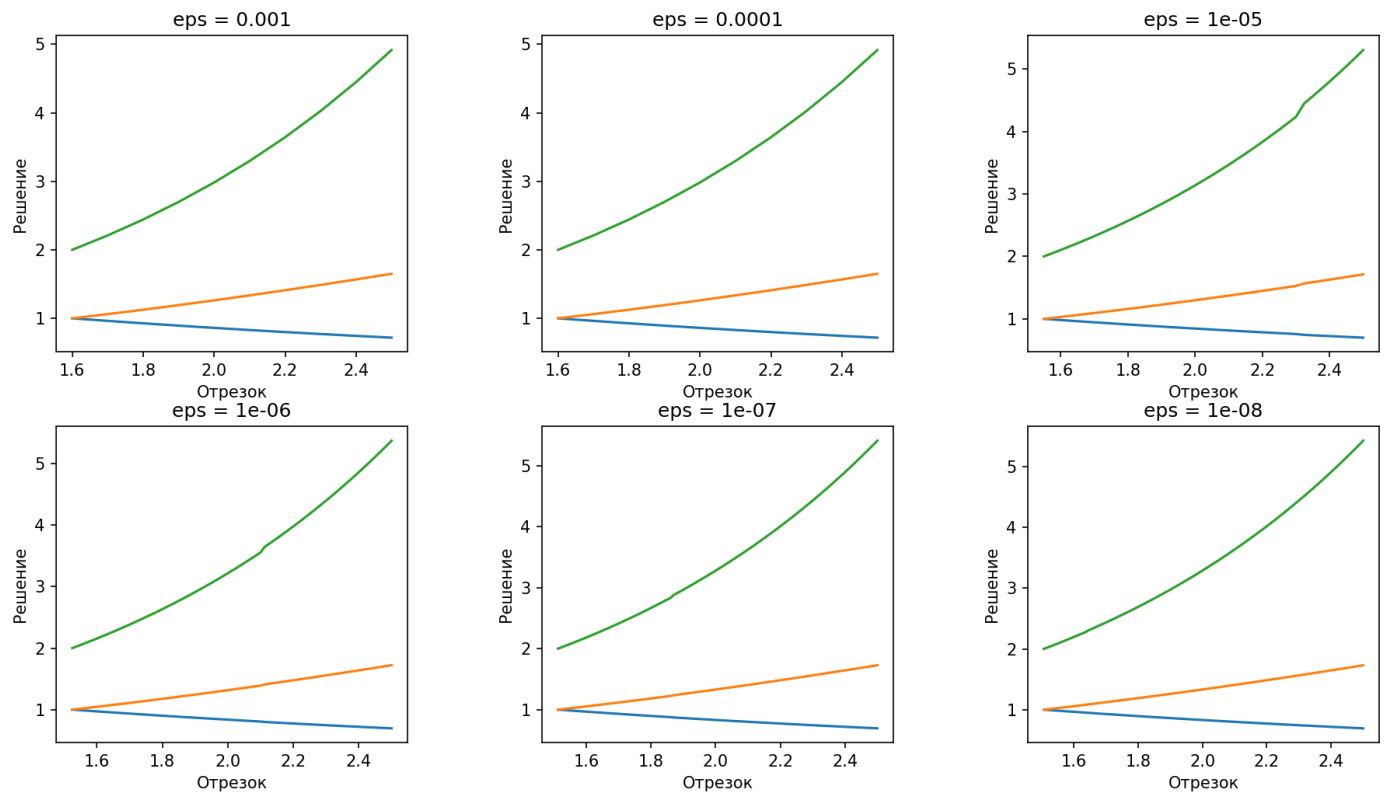


Рисунок 4: Графики зависимости решения от задаваемой точности

Далее будут приведены результаты выполнения программы для разных точностей.

```

eps = 0.0001
  1.500000    0.100000    0.00000e+00      0    1.000000    1.000000    2.000000
  1.600000    0.100000    3.62209e-05      6    0.962820    1.061398    2.210309
  1.700000    0.100000    4.00173e-05     12    0.927221    1.125613    2.442690
  1.800000    0.100000    4.42173e-05     18    0.893145    1.192637    2.699459
  1.900000    0.100000    4.88636e-05     24    0.860540    1.262439    2.983178
  2.000000    0.100000    5.40037e-05     30    0.829352    1.334956    3.296678
  2.100000    0.100000    5.96903e-05     36    0.799532    1.410090    3.643086
  2.200000    0.100000    6.59813e-05     42    0.771031    1.487698    4.025858
  2.300000    0.100000    7.29411e-05     48    0.743801    1.567592    4.448812
  2.400000    0.100000    8.06409e-05     54    0.717797    1.649522    4.916167
  2.500000    0.100000    8.91596e-05     60    0.692976    1.733175    5.432587

```


eps = 1e-05						
1.500000	0.100000	0.00000e+00	0	1.000000	1.000000	2.000000
1.550000	0.050000	4.49973e-06	12	0.981205	1.030350	2.102652
1.600000	0.050000	4.72984e-06	18	0.962813	1.061401	2.210563
1.650000	0.050000	4.97189e-06	24	0.944815	1.093156	2.324001
1.700000	0.050000	5.22649e-06	30	0.927206	1.125613	2.443250
1.750000	0.050000	5.49429e-06	36	0.909978	1.158772	2.568607
1.800000	0.050000	5.77599e-06	42	0.893125	1.192629	2.700387
1.850000	0.050000	6.07229e-06	48	0.876639	1.227178	2.838918
1.900000	0.050000	6.38396e-06	54	0.860514	1.262413	2.984546
1.950000	0.050000	6.71180e-06	60	0.844743	1.298325	3.137635
2.000000	0.050000	7.05664e-06	66	0.829321	1.334902	3.298568
2.050000	0.050000	7.41936e-06	72	0.814240	1.372131	3.467746
2.100000	0.050000	7.80090e-06	78	0.799495	1.409995	3.645592
2.150000	0.050000	8.20224e-06	84	0.785080	1.448474	3.832550
2.200000	0.050000	8.62439e-06	90	0.770989	1.487546	4.029088
2.250000	0.050000	9.06844e-06	96	0.757216	1.527186	4.235696
2.300000	0.050000	9.53554e-06	102	0.743755	1.567363	4.452891
2.325000	0.025000	1.24944e-06	114	0.737139	1.587641	4.565661
2.350000	0.025000	1.28125e-06	120	0.730600	1.608040	4.681285
2.375000	0.025000	1.31386e-06	126	0.724135	1.628556	4.799836
2.400000	0.025000	1.34732e-06	132	0.717745	1.649183	4.921386
2.425000	0.025000	1.38163e-06	138	0.711430	1.669917	5.046013
2.450000	0.025000	1.41682e-06	144	0.705187	1.690750	5.173794
2.475000	0.025000	1.45291e-06	150	0.699017	1.711678	5.304809
2.500000	0.025000	1.48993e-06	156	0.692918	1.732693	5.439140

```

eps = 1e-06
 1.500000    0.100000    0.00000e+00         0    1.000000    1.000000    2.000000
 1.525000    0.025000    5.60724e-07        18    0.990551    1.015087    2.050701
 1.550000    0.025000    5.74884e-07        24    0.981204    1.030350    2.102684
 1.575000    0.025000    5.89406e-07        30    0.971958    1.045788    2.155982
 1.600000    0.025000    6.04301e-07        36    0.962811    1.061402    2.210629
 1.625000    0.025000    6.19577e-07        42    0.953763    1.077191    2.266658
 1.650000    0.025000    6.35244e-07        48    0.944813    1.093156    2.324105
 1.675000    0.025000    6.51312e-07        54    0.935960    1.109297    2.383005
 1.700000    0.025000    6.67793e-07        60    0.927203    1.125613    2.443396
 1.725000    0.025000    6.84695e-07        66    0.918541    1.142104    2.505315
 1.750000    0.025000    7.02030e-07        72    0.909974    1.158770    2.568800
 1.775000    0.025000    7.19809e-07        78    0.901500    1.175611    2.633891
 1.800000    0.025000    7.38043e-07        84    0.893120    1.192625    2.700630
 1.825000    0.025000    7.56745e-07        90    0.884831    1.209813    2.769057
 1.850000    0.025000    7.75925e-07        96    0.876633    1.227172    2.839216
 1.875000    0.025000    7.95597e-07       102    0.868525    1.244703    2.911150
 1.900000    0.025000    8.15772e-07       108    0.860507    1.262405    2.984904
 1.925000    0.025000    8.36464e-07       114    0.852577    1.280275    3.060524
 1.950000    0.025000    8.57687e-07       120    0.844736    1.298313    3.138058
 1.975000    0.025000    8.79452e-07       126    0.836981    1.316517    3.217554
 2.000000    0.025000    9.01776e-07       132    0.829313    1.334886    3.299062
 2.025000    0.025000    9.24671e-07       138    0.821730    1.353417    3.382632
 2.050000    0.025000    9.48152e-07       144    0.814231    1.372109    3.468317
 2.075000    0.025000    9.72235e-07       150    0.806817    1.390960    3.556170
 2.100000    0.025000    9.96936e-07       156    0.799486    1.409967    3.646247
 2.112500    0.012500    1.27584e-07       168    0.795851    1.419528    3.692140
 2.125000    0.012500    1.29195e-07       174    0.792237    1.429127    3.738610
 2.137500    0.012500    1.30827e-07       180    0.788644    1.438764    3.785664
 2.150000    0.012500    1.32479e-07       186    0.785070    1.448438    3.833311
 2.162500    0.012500    1.34153e-07       192    0.781517    1.458150    3.881556
 2.175000    0.012500    1.35847e-07       198    0.777984    1.467897    3.930408
 2.187500    0.012500    1.37564e-07       204    0.774471    1.477681    3.979875
 2.200000    0.012500    1.39302e-07       210    0.770978    1.487501    4.029963
 2.212500    0.012500    1.41062e-07       216    0.767505    1.497357    4.080682
 2.225000    0.012500    1.42845e-07       222    0.764052    1.507247    4.132038
 2.237500    0.012500    1.44650e-07       228    0.760618    1.517171    4.184040
 2.250000    0.012500    1.46479e-07       234    0.757204    1.527130    4.236696
 2.262500    0.012500    1.48331e-07       240    0.753810    1.537122    4.290014
 2.275000    0.012500    1.50206e-07       246    0.750435    1.547148    4.344003
 2.287500    0.012500    1.52105e-07       252    0.747079    1.557205    4.398670
 2.300000    0.012500    1.54028e-07       258    0.743743    1.567295    4.454026
 2.312500    0.012500    1.55976e-07       264    0.740425    1.577416    4.510077
 2.325000    0.012500    1.57949e-07       270    0.737127    1.587568    4.566833
 2.337500    0.012500    1.59947e-07       276    0.733848    1.597750    4.624303
 2.350000    0.012500    1.61970e-07       282    0.730587    1.607962    4.682496
 2.362500    0.012500    1.64019e-07       288    0.727346    1.618203    4.741420
 2.375000    0.012500    1.66094e-07       294    0.724123    1.628473    4.801086
 2.387500    0.012500    1.68195e-07       300    0.720919    1.638770    4.861502
 2.400000    0.012500    1.70323e-07       306    0.717733    1.649094    4.922677
 2.412500    0.012500    1.72479e-07       312    0.714566    1.659445    4.984622
 2.425000    0.012500    1.74662e-07       318    0.711417    1.669822    5.047347
 2.437500    0.012500    1.76872e-07       324    0.708287    1.680223    5.110860
 2.450000    0.012500    1.79111e-07       330    0.705175    1.690649    5.175171
 2.462500    0.012500    1.81378e-07       336    0.702080    1.701098    5.240292
 2.475000    0.012500    1.83674e-07       342    0.699004    1.711570    5.306231
 2.487500    0.012500    1.85999e-07       348    0.695946    1.722064    5.373000
 2.500000    0.012500    1.88354e-07       354    0.692906    1.732579    5.440608

```