

Sprawozdanie 2

Analiza Szeregów Czasowych

Kacper Szmigielski (282255)

Spis treści

1	Zadanie 1	2
1.1	i)	3
1.2	ii)	4
2	Zadanie 2	10
3	Zadanie 3	13
4	Zadanie 4	14
5	Zadanie 5	15
6	Zadanie 6	17

Spis rysunków

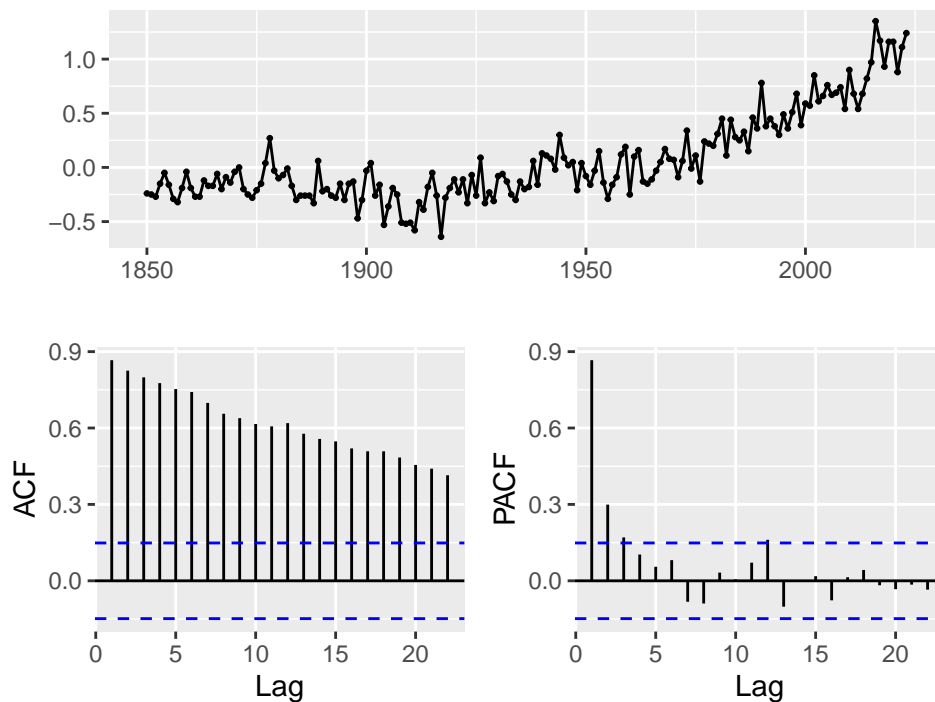
1	Wykres-podstawowych-danych	2
2	Dane po pojedynczym zróżnicowaniu	3

Spis tabel

1	Estymowane współczynniki AR(p) (porównanie metod)	13
2	Wariancja białego szumu (minimum na zielono)	13
3	Estymowane współczynniki AR(p) (porównanie metod)	13

4	Wariancja białego szumu (minimum na zielono)	14
5	Testy białoszumowości i normalności dla modeli AR(5) (dane zróżnicowane)	15
6	Testy białoszumowości i normalności dla modeli AR(5) (dane zróżnicowane)	16

1 Zadanie 1



Rysunek 1: Wykres-podstawowych-danych

Wstępne wnioski: Na wykresie szeregu widoczny jest długoterminowy trend wzrostowy, co sugeruje niestacjonarność szeregu. Jednocześnie nie obserwuje się wyraźnego wzrostu wariancji w czasie, dlatego nie ma potrzeby stosowania transformacji stabilizującej wariancję. Powolne wygaszanie ACF jest objawem potwierdzającym niestacjonarność.

Czy stosować transformację Boxa-Coxa Z wykresu szeregu nie widać wyraźnej zmiany wariancji w czasie (brak efektu „lejka”, tj. rosnącej amplitudy wahań wraz z poziomem szeregu). W celu weryfikacji oszacowano parametr λ transformacji Boxa-Coxa.

Wartość wsp. lambda

```
## [1] 0.9964801
```

Otrzymano $\lambda \approx 0.9964801$, czyli wartość bliską 1. Oznacza to, że ewentualna transformacja byłaby zbliżona do braku transformacji, dlatego w dalszej analizie nie stosuje się transformacji Boxa–Coxa.

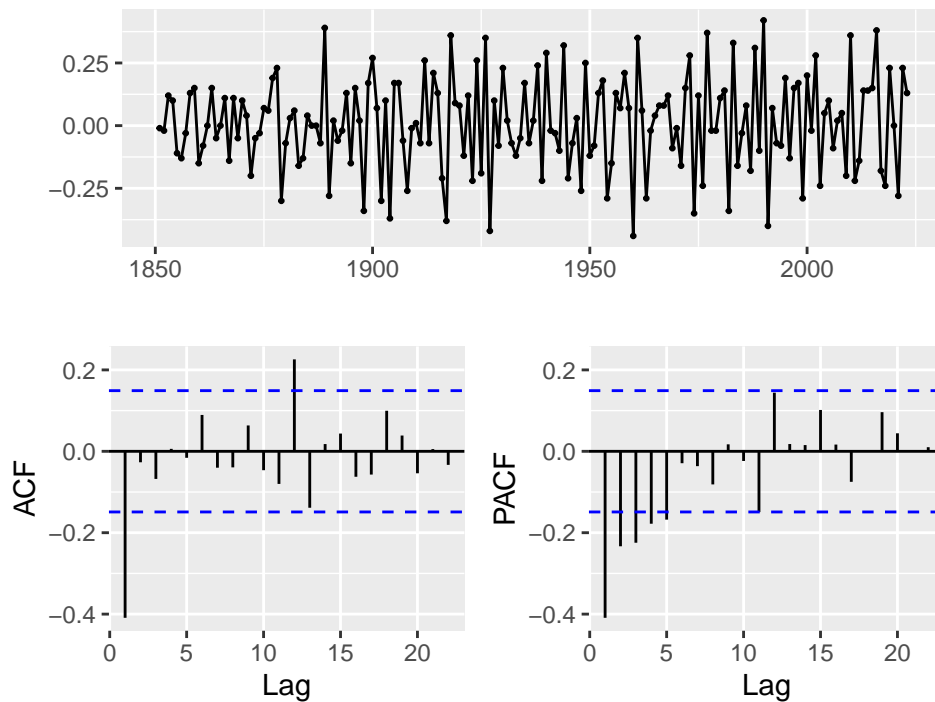
1.1 i)

Różnicowanie

Aby określić ilość potrzebnych różnicowań z opóźnieniem 1 posłużymy się funkcją **ndiffs**. Jej wartość jest równa 1.

Analogicznie skorzystamy z funkcji **nsdiffs** aby określić okres różnicowania okresowego. Jej wartość jest równa 0, czyli nie różnicujemy sezonowo.

Różnicujemy dane z opóźnieniem 1 jednokrotnie

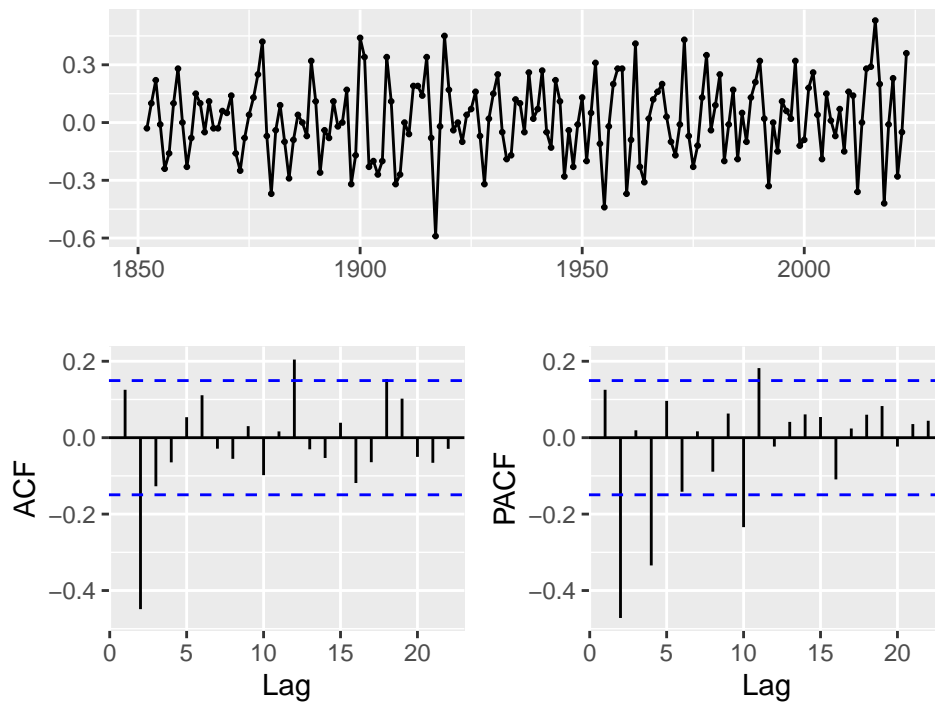


Rysunek 2: Dane po pojedynczym zróżnicowaniu

Dane po zróżnicowaniu przyjmują charakter bardzo bliski białemu szumowi. Sugerowane modele reszt to $AR(4)$ i $MA(12)$.

Czy dalsze różnicowanie coś wnosi?

Szereg po różnicowaniu (lag = 2)



Porównanie wykresów ACF po różnicowaniu pierwszego i drugiego rzędu nie wskazuje na istotne zmiany w strukturze autokorelacji — przebieg ACF pozostaje bardzo podobny. Oznacza to, że dodatkowe różnicowanie nie wnosi istotnej poprawy i w dalszej analizie przyjęto $d = 1$.

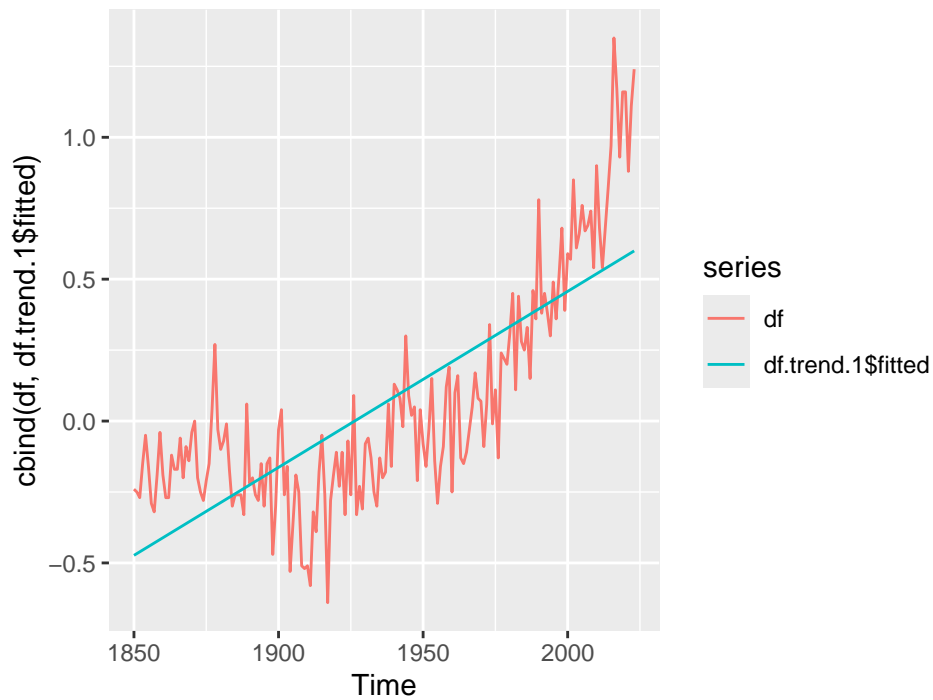
1.2 ii)

Trend stopnia 1

Dla trendu pierwszego stopnia wsp.BIC jest równy 29.9687685

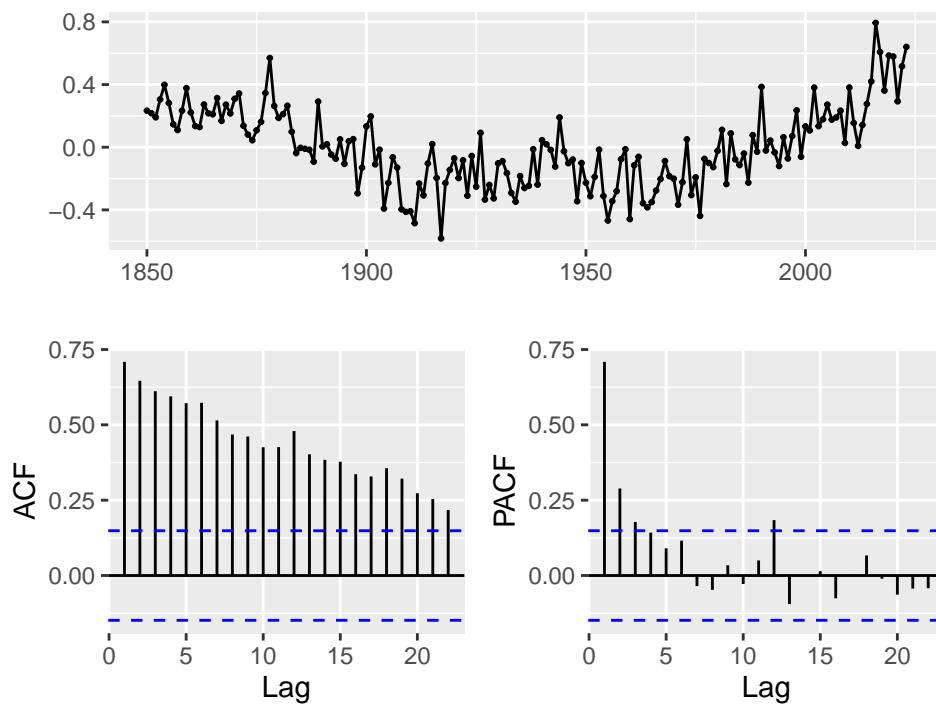
Wykres przedstawiający dopasowany model

Dopasowanie trendu liniowego (stopień 1)



Trend liniowy opisuje wyłącznie średni kierunek zmian w czasie.

Reszty po usunięciu trendu liniowego (stopień 1)

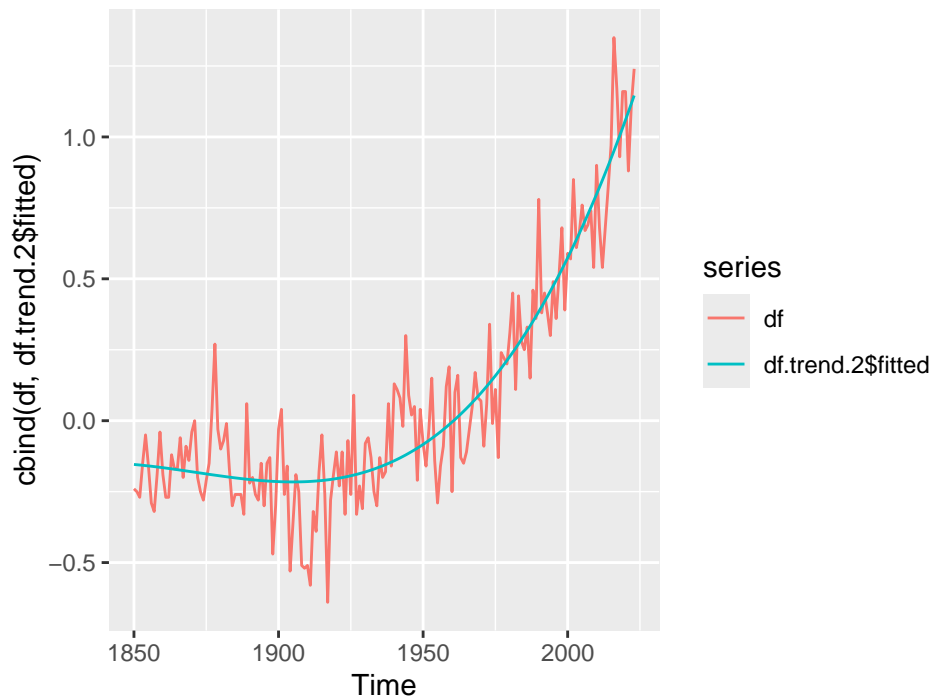


Natomiast w resztach nadal obserwuje się długookresowe zależności (widoczny wzorec oraz istotne autokorelacje), co wskazuje, że stopień 1 jest niewystarczający.

Trend stopnia 2

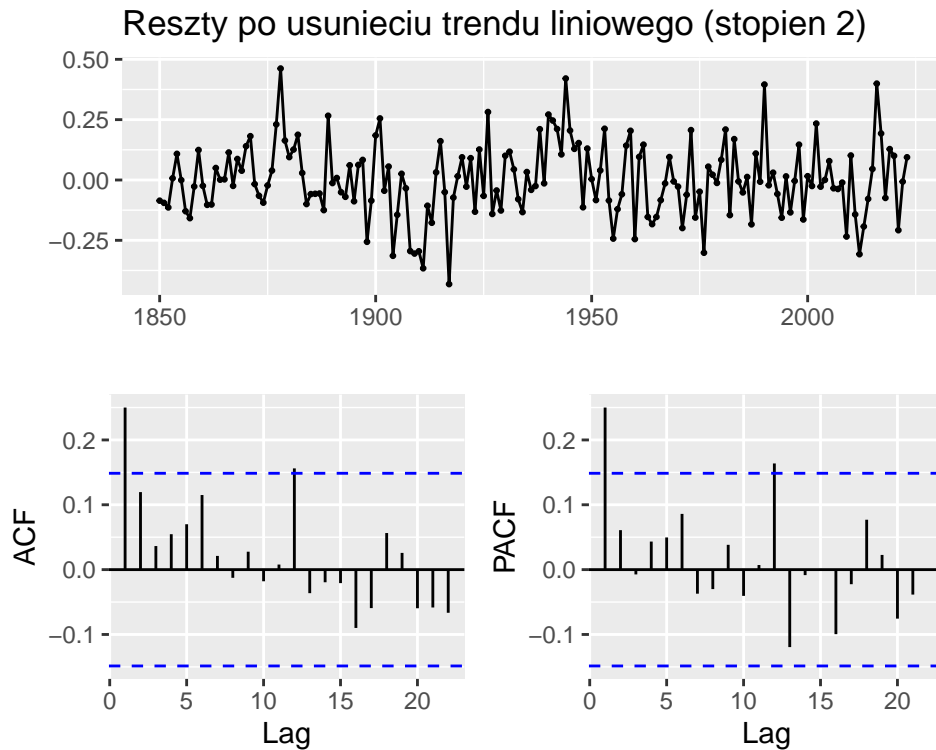
Dla trendu drugiego stopnia wsp.BIC jest równy -137.5105018 i jest on znacznie mniejszy niż dla trendu stopnia pierwszego, czyli dopasowanie jest lepsze

Wykres przedstawiający dopasowany model



```
## <ggplot2::labels> List of 1  
## $ title: chr "Dopasowanie trendu liniowego (stopień 2)"
```

Widać znaczną poprawę opisywania średniego kierunku zmian w czasie

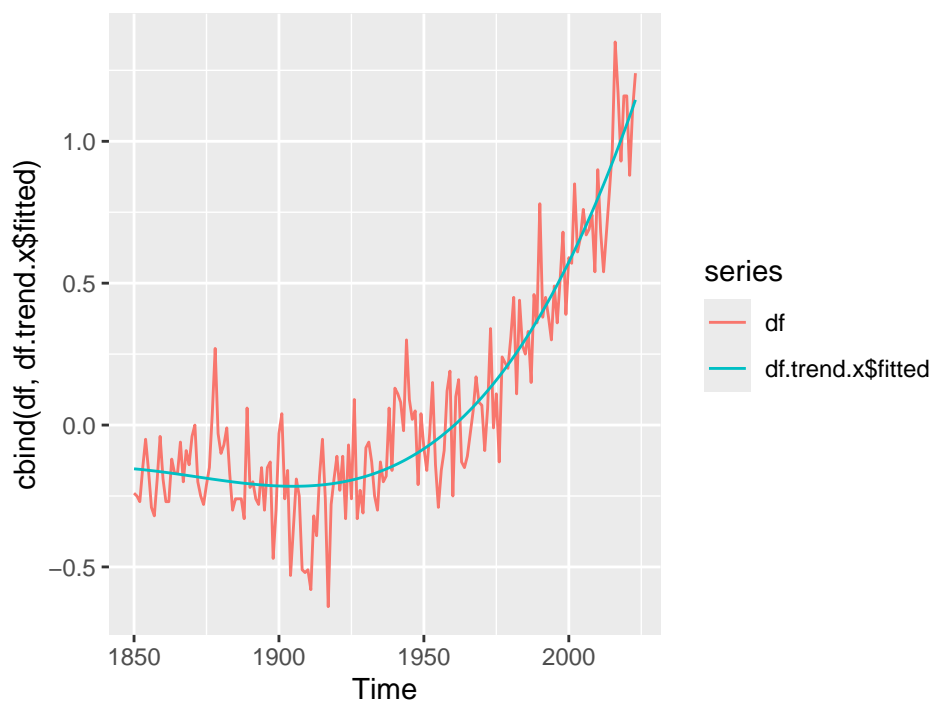


W resztach nie obserwuje się już trendu długookresowego, co wskazuje na skuteczne usunięcie składowej trendu. Jednocześnie na wykresie ACF widoczne są istotne autokorelacje (słupki znacznie przekraczające granice istotności), co sugeruje, że reszty nadal nie mają charakteru białego szumu.

Trend stopnia 3

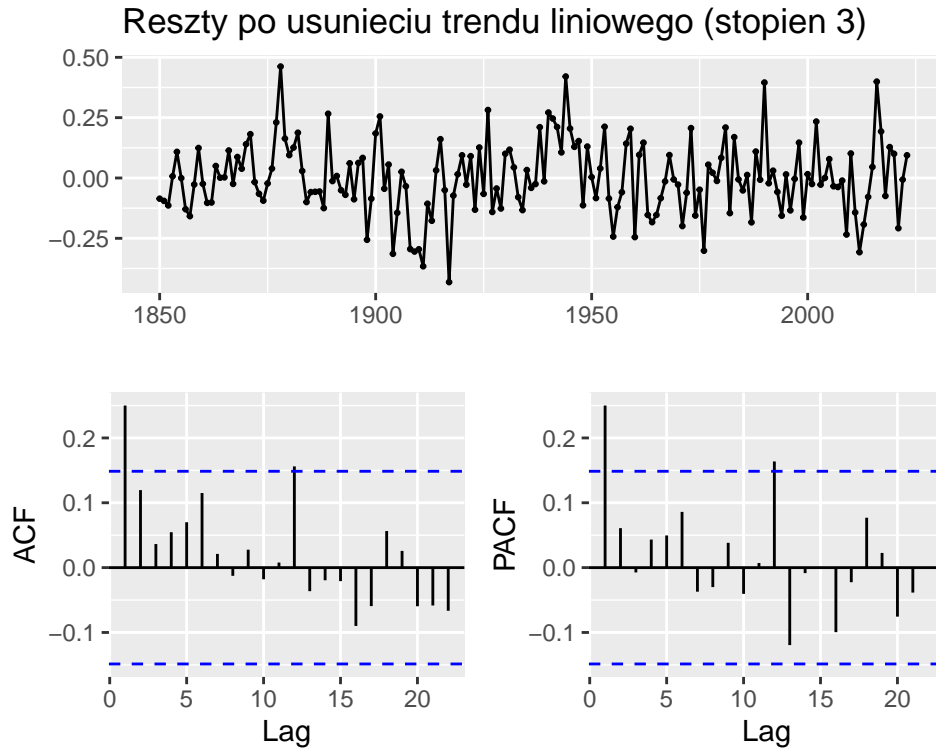
Dla trendu trzeciego stopnia wsp.BIC jest równy -137.5105018 i jest on istotnie mniejszy niż dla trendu stopnia drugiego, czyli dopasowanie jest lepsze

Wykres przedstawiający dopasowany model



```
## <ggplot2::labels> List of 1  
## $ title: chr "Dopasowanie trendu liniowego (stopień 2)"
```

Widać poprawę opisywania średniego kierunku zmian w czasie



Na wykresie ACF nie obserwuje się już wyraźnie odstających wartości. Pojedynczy słupek przekraczający granice istotności nie musi jednak oznaczać braku białoszumowego charakteru reszt — przy skończonej liczbie opóźnień sporadyczne przekroczenia mogą wynikać z losowej zmienności. Kluczowe jest, że nie widać systematycznego wzorca autokorelacji.

Aby to potwierdzić możemy wykonać jeszcze test Ljunga-Boxa

Wynik:

```
##
## Box-Ljung test
##
## data:  res3
## X-squared = 26.733, df = 20, p-value = 0.1429
```

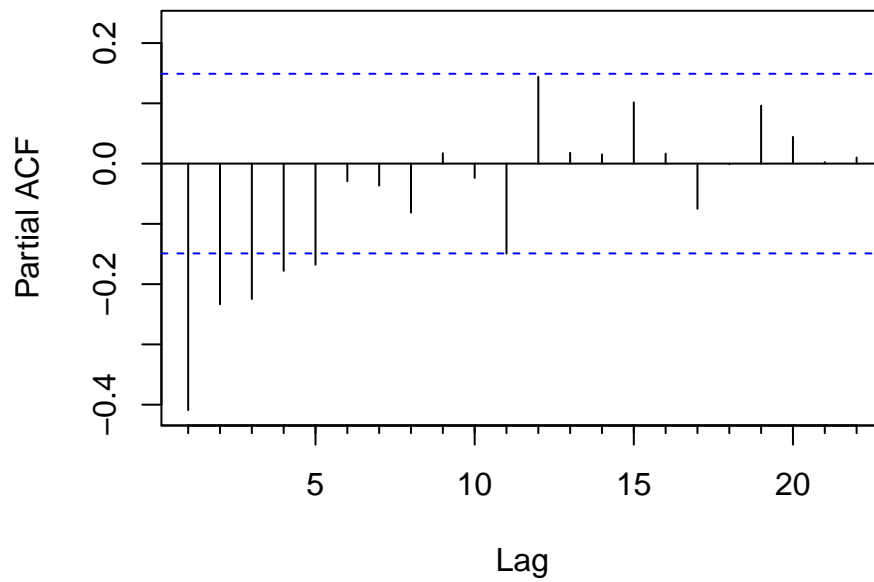
$p \text{ value} > 0.05$ Więc nie ma dowodów na autokorelację, i reszty możemy uznać za biały szum.

Trend wielomianowy stopnia 3 okazał się wystarczający. Dalsze zwiększanie stopnia wielomianu prowadziło do wzrostu wartości kryterium BIC, co wskazuje, że dodatkowa złożoność nie jest uzasadniona (ryzyko przeuczenia).

Na wykresie ACF reszt obserwuje się co najwyżej pojedyncze przekroczenie granic istotności, które może wynikać z losowej zmienności przy skończonej liczbie opóźnień. Test Ljunga-Boxa nie daje podstaw do odrzucenia hipotezy o braku autokorelacji (dla rozważanego laga), dlatego reszty można uznać za nieskorelowane, a eliminację trendu stopnia 3 za adekwatną.

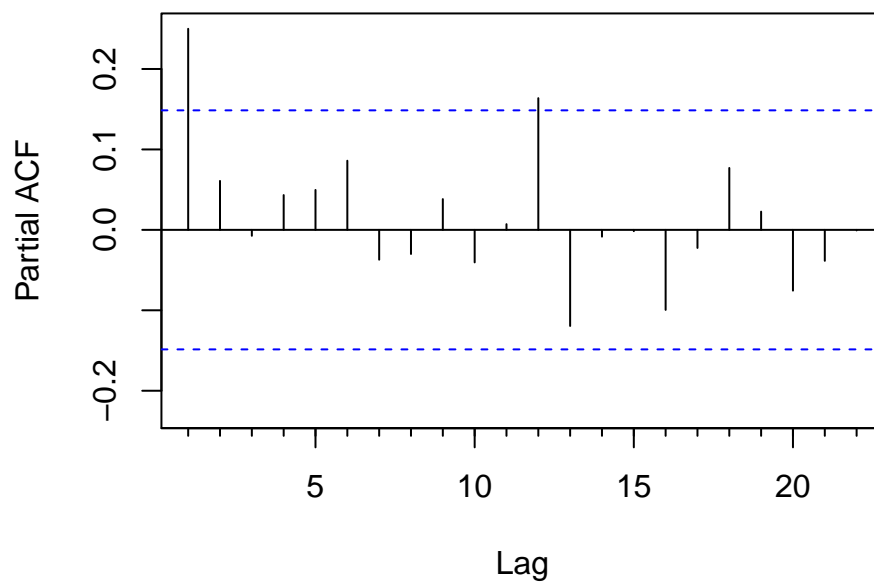
2 Zadanie 2

Series df.diff.1



Reszty po różnicowaniu z opóźnieniem 1 sugerują model AR(5)

Series res3



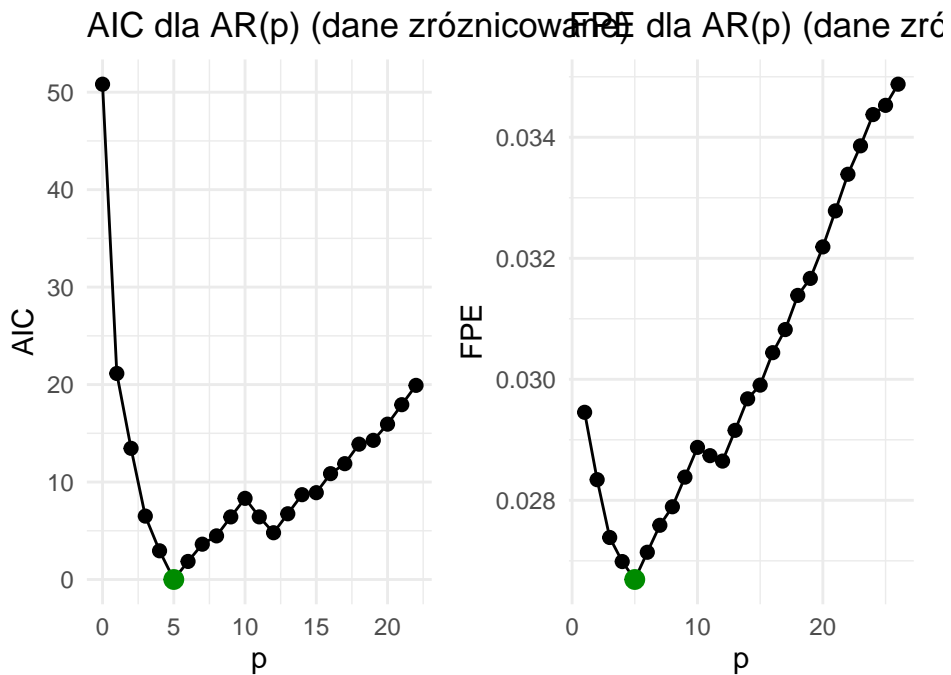
Dla szeregu reszt po usunięciu trendu wielomianowego stopnia 3 wykres PACF sugeruje obecność istotnych zależności do około opóźnienia 12, co wskazuje na kandydata na model autoregresyjny rzędu $p \approx 12$. Ostateczny wybór rzędu zostanie zweryfikowany kryteriami informacyjnymi AIC oraz FPE.

Teraz wykonamy analizę posługując się kryteriami AIC oraz FPE

Indentyfikacja rzędu na podstawie AIC

Dla różnicowania

Kryteria AIC i FPE dla modeli AR(p) dla danych po różnicowa-

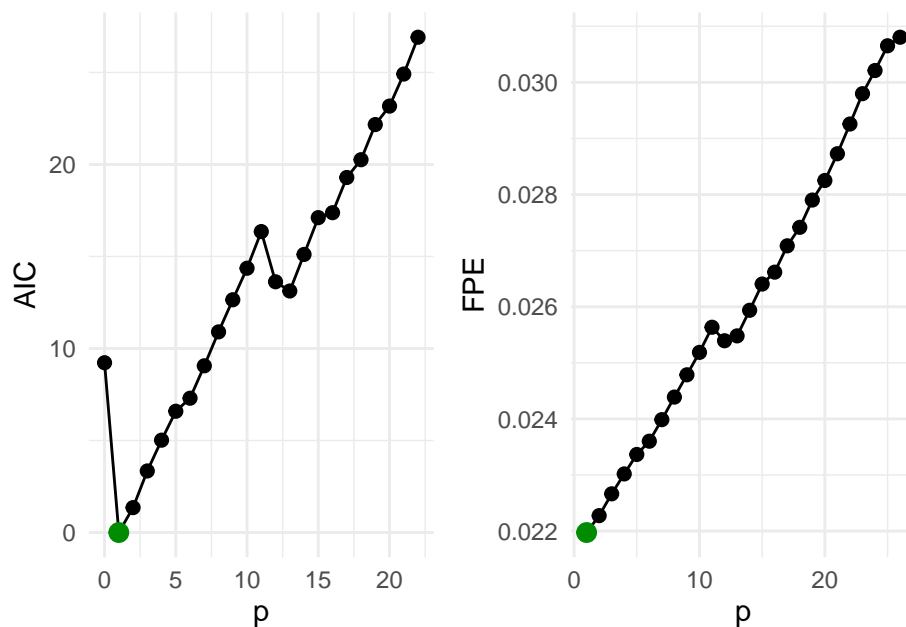


Zarówno dla AIC jak i FPE minimum znajduje się w 5, co potwierdza wybór modelu AR(5)

Kryteria AIC i FPE dla modeli AR(p) dla danych po eliminacji

AIC dla AR(p) (reszty: trend)

FPE dla AR(p) (reszty: tr



Natomiast dla danych po eliminacji trendu kryteria AIC oraz EFT jednoznacznie wskazują na wybór modelu AR(1), pomimo testu wizualnego wskazującego na wybór AR(12). Na podstawie powyższych kryteriów w dalszej części analizy będzie posługiwano się modelem AR(1) w przypadku danych po eliminacji trendu.

3 Zadanie 3

Tabela otrzymanych współczynników dla modeli

Tabela 1: Estymowane współczynniki AR(p) (porównanie metod)

Metoda	phi1	phi2	phi3	phi4	phi5
yw	-0.6267	-0.4626	-0.3922	-0.2780	-0.1678
mle	-0.6312	-0.4699	-0.3940	-0.2812	-0.1719
burg	-0.6325	-0.4725	-0.3984	-0.2833	-0.1733
ols	-0.6360	-0.4736	-0.3984	-0.2855	-0.1758

Widać, że dla każdego z otrzymanych modeli współczynniki są dość podobne. Warto zauważyć, że w każdym przypadku wszystkie współczynniki są ujemne.

Tabela otrzymanych wariancji otrzymanych modeli

Tabela 2: Wariancja białego szumu (minimum na zielono)

Metoda	Wariancja
yw	0.025192
mle	0.024170
burg	0.024174
ols	0.024717

A najmniejszą wariancją odznacza się model mle. Co skłania ku jego wyborowi.

Tabela współczynników dla modelu mle

Tabela 3: Estymowane współczynniki AR(p) (porównanie metod)

Metoda	phi1
yw	0.2500
mle	0.2496
burg	0.2505
ols	0.2505

Tutaj również w każdej metodzie otrzymujemy podobne współczynniki, lecz pojawiają się już wartości dodatnie.

W tym przypadku metodą o najmniejszej wariancji okazał się model burga.

Tabela 4: Wariancja białego szumu (minimum na zielono)

Metoda	Wariancja
yw	0.021723
mle	0.021468
burg	0.021468
ols	0.021551

4 Zadanie 4

Dla danych różnicowanych

Wsp	yw		mle		burg		ols	
	TL	TU	TL	TU	TL	TU	TL	TU
phi1	-0.7762	-0.4772	-0.7776	-0.4847	-0.7789	-0.4860	NA	NA
phi2	-0.6346	-0.2905	-0.6384	-0.3013	-0.6411	-0.3040	NA	NA
phi3	-0.5682	-0.2161	-0.5664	-0.2215	-0.5708	-0.2259	NA	NA
phi4	-0.4501	-0.1060	-0.4498	-0.1127	-0.4519	-0.1147	NA	NA
phi5	-0.3174	-0.0183	-0.3184	-0.0255	-0.3198	-0.0268	NA	NA

Z tabeli widać, że końce każdego przedziału są tego samego znaku, co oznacza istotność każdego współczynnika w każdej metodzie.

Dla danych po usunięciu trendu wielomianowego

Wsp	yw		mle		burg		ols	
	TL	TU	TL	TU	TL	TU	TL	TU
phi1	0.1053	0.3947	0.1057	0.3934	0.1066	0.3943	NA	NA

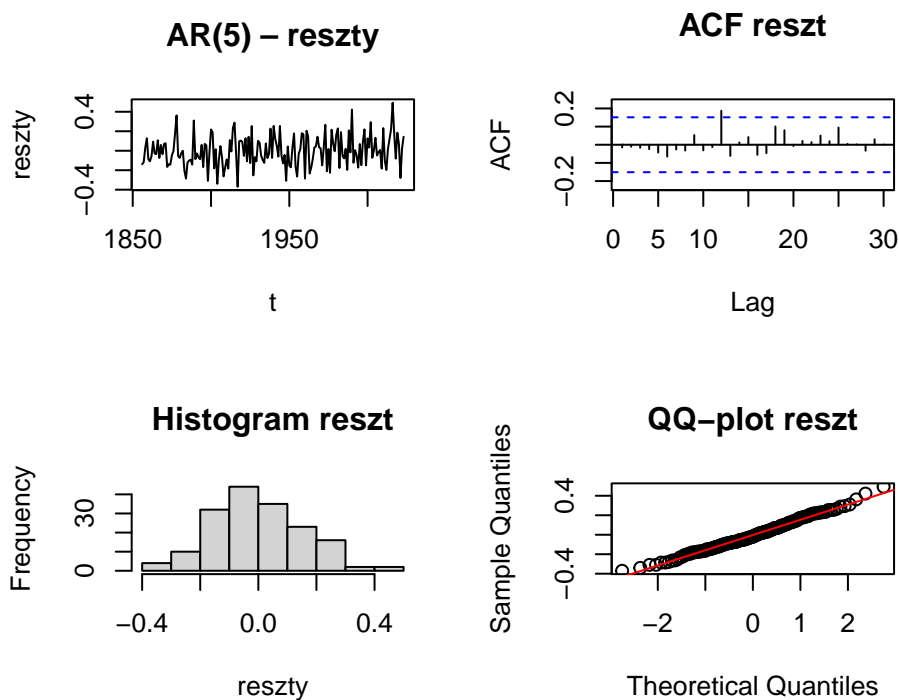
5 Zadanie 5

Tabela 5: Testy białoszumowości i normalności dla modeli AR(5) (dane zróżnicowane)

Metoda	Białoszumowość		Normalność	
	Ljung.Box.p	Turning.points.p	Shapiro.p	Jarque.Bera.p
yw	0.2741	0.3906	0.5108	0.3367
mle	0.2797	0.3906	0.4895	0.3236
burg	0.2765	0.3906	0.4851	0.3202
ols	0.2797	0.3906	0.4808	0.3184

Każda metoda cechuje się resztami białoszumowymi o rozkładzie normalnym. Potwierdzają to aż 4 testy.

Dokładną diagnostykę przeprowadzimy dla metody YW



Dla metody YW widać, że reszty zachowują się bardzo białoszumowo. Wykres reszt oscyluje wokół jednej wartości bliskiej 0. ACF ma tylko jedną niewiele odstającą obserwację. Histogram przypomina rozkład normalny, co potwierdza wykres kwantylowy.

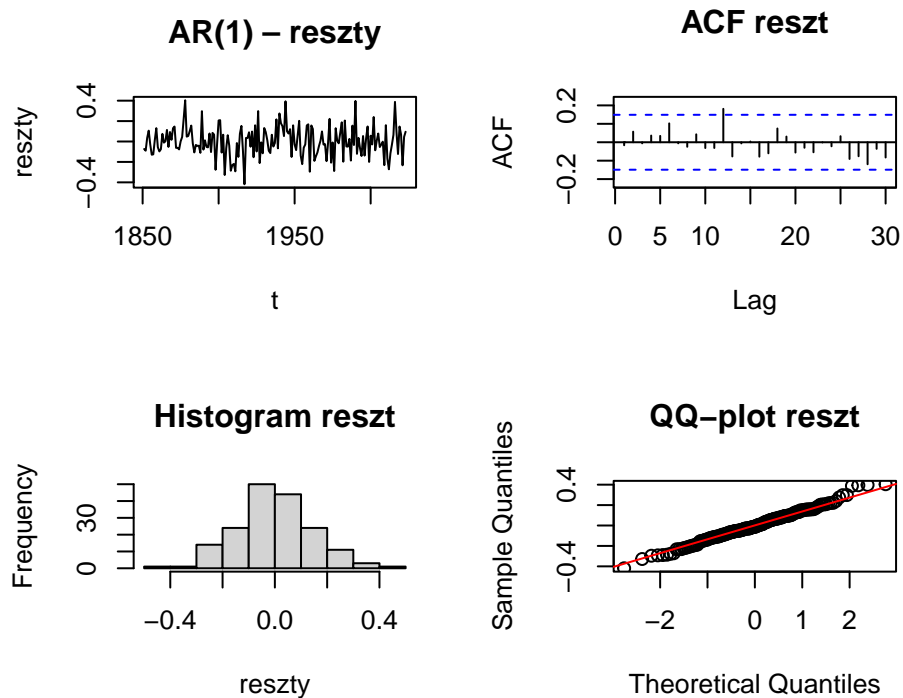
Badanie reszt otrzymanych po eliminacji trendu wielomianowego

W tym wypadku również reszty zachowują się białoszumowo, co potwierdzają testy.

Tabela 6: Testy białoszumowości i normalności dla modeli AR(5) (dane zróżnicowane)

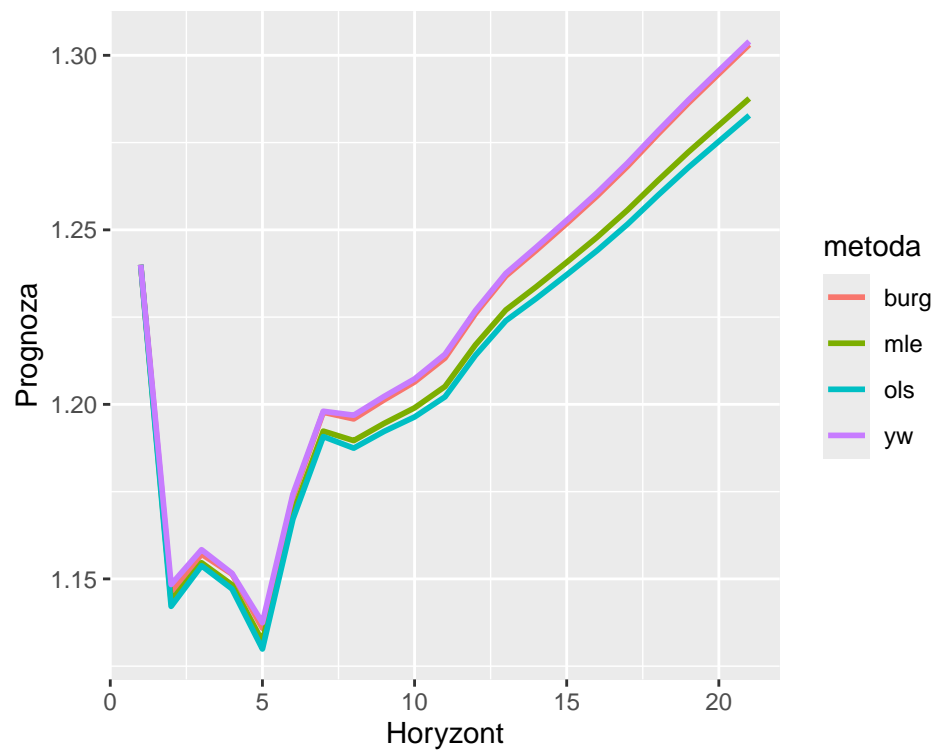
Metoda	Białoszumowość		Normalność	
	Ljung.Box.p	Turning.points.p	Shapiro.p	Jarque.Bera.p
yw	0.5304	0.8562	0.4729	0.5969
mle	0.5307	0.8562	0.4722	0.5961
burg	0.5300	0.8562	0.4737	0.5979
ols	0.5299	0.8562	0.4737	0.5980

Dokładniejsza analiza YW



Dla reszt po eliminacji trendu wielomianowego, widać poprawę w rozkładzie histogramy, który teraz o wiele bardziej przypomina wyres rozkładu normalnego.

6 Zadanie 6



Widać, że wszystkie prognozy przedstawiają analogiczny i podobny trend.

Prognozy na podstawie danych z trendem wielomianowym

