

Sprawozdanie 2

Analiza Szeregów Czasowych

Kacper Szmigielski (282255)

Spis treści

1	Zadanie 1	3
1.1	i)	4
1.2	ii)	5
2	Zadanie 2	11
3	Zadanie 3	13
4	Zadanie 4	14
5	Zadanie 5	15
6	————— Do zrobienia 8—————	17
7	-----	17
8	Do zrobienia 8: Sprawdzenie poprawności dopasowania innych badanych modeli	17
9	-----	17
10	Należy powtórzyć powyższe rozumowanie dla innych utworzonych wcześniej modeli.	17
11	————— Do zrobienia 9—————	17
12	-----	17

13 Do zrobienia 9: Wykorzystanie innych metod badania:	17
14	17
15 - losowości:	17
16	17
17 - test McLeod–Li,	17
18 - test punktów zwrotnych (turning point test),	17
19 - test znaków (difference-sign test)	17
20 - Test rangowy (rank test),	17
21	17
22 - normalności:	17
23 - test zgodności chi-kwadrat,	17
24 - test Kołmogorowa - Smirnowa,	17
25 - test Jarque - Bera,	17
26 - ...	17
27 - - - - -	17

Spis rysunków

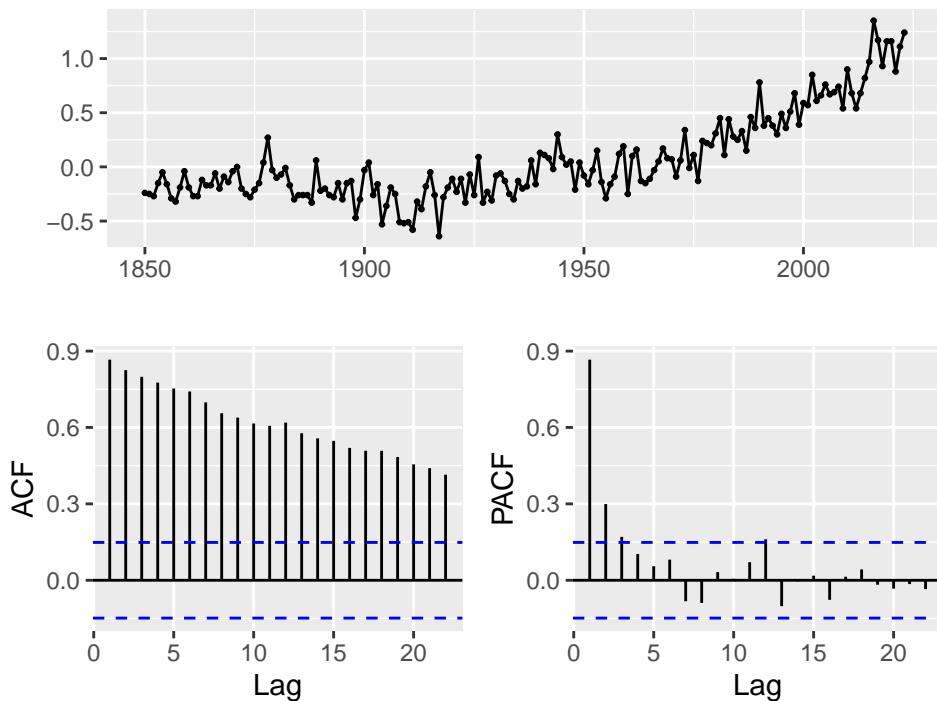
1 Wykres-podstawowych-danych	3
2 Dane po pojedynczym zróżnicowaniu	4

Spis tabel

1 Estymowane współczynniki AR(p) (porównanie metod)	13
---	----

2	Wariancja białego szumu (minimum na zielono)	14
3	Estymowane współczynniki AR(p) (porównanie metod)	14
4	Wariancja białego szumu (minimum na zielono)	14
5	Porównanie diagnostyki dla modeli AR(5) (dane zróżnicowane)	15

1 Zadanie 1



Rysunek 1: Wykres-podstawowych-danych

Wstępne wnioski: Na wykresie szeregu widoczny jest długoterminowy trend wzrostowy, co sugeruje niestacjonarność szeregu. Jednocześnie nie obserwuje się wyraźnego wzrostu wariancji w czasie, dlatego nie ma potrzeby stosowania transformacji stabilizującej wariancję. Powolne wygaszanie ACF jest objawem potwierdzającym niestacjonarność.

Czy stosować transformację Boxa-Coxa? Z wykresu szeregu nie widać wyraźnej zmiany wariancji w czasie (brak efektu „lejka”, tj. rosnącej amplitudy wahań wraz z poziomem szeregu). W celu weryfikacji oszacowano parametr λ transformacji Boxa–Coxa.

Wartość wsp. lambda

```
## [1] 0.9964801
```

Otrzymano $\lambda \approx 0.9964801$, czyli wartość bliską 1. Oznacza to, że ewentualna transformacja byłaby zbliżona do braku transformacji, dlatego w dalszej analizie nie stosuje się transformacji Boxa–Coxa.

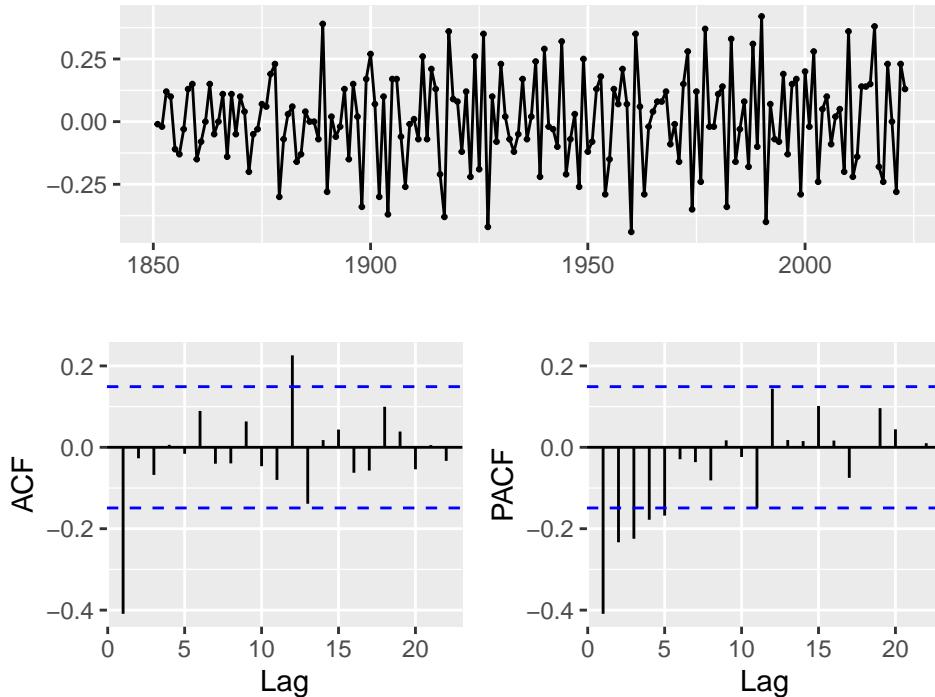
1.1 i)

Różnicowanie

Aby określić ilość potrzebnych różnicowań z opóźnieniem 1 posłużymy się funkcją **ndiffs**. Jej wartość jest równa 1.

Analogicznie skorzystamy z funkcji **nsdiffs** aby określić okres różnicowania okresowego. Jej wartość jest równa 0, czyli nie różnicujemy sezonowo.

Różnicujemy dane z opóźnieniem 1 jednokrotnie

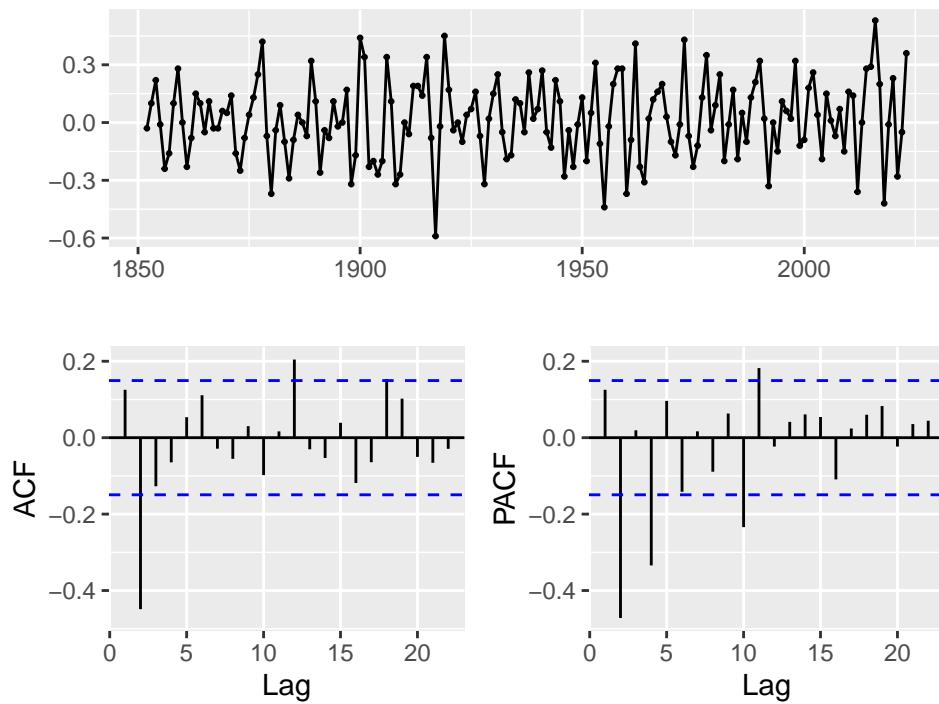


Rysunek 2: Dane po pojedynczym zróżnicowaniu

Dane po zróżnicowaniu przyjmują charakter bardzo bliski białemu szumowi. Sugerowane modele reszt to AR(4) i MA(12).

Czy dalsze różnicowanie coś wnosi?

Szereg po różnicowaniu (lag = 2)



Porównanie wykresów ACF po różnicowaniu pierwszego i drugiego rzędu nie wskazuje na istotne zmiany w strukturze autokorelacji — przebieg ACF pozostaje bardzo podobny. Oznacza to, że dodatkowe różnicowanie nie wnosi istotnej poprawy i w dalszej analizie przyjęto $d = 1$.

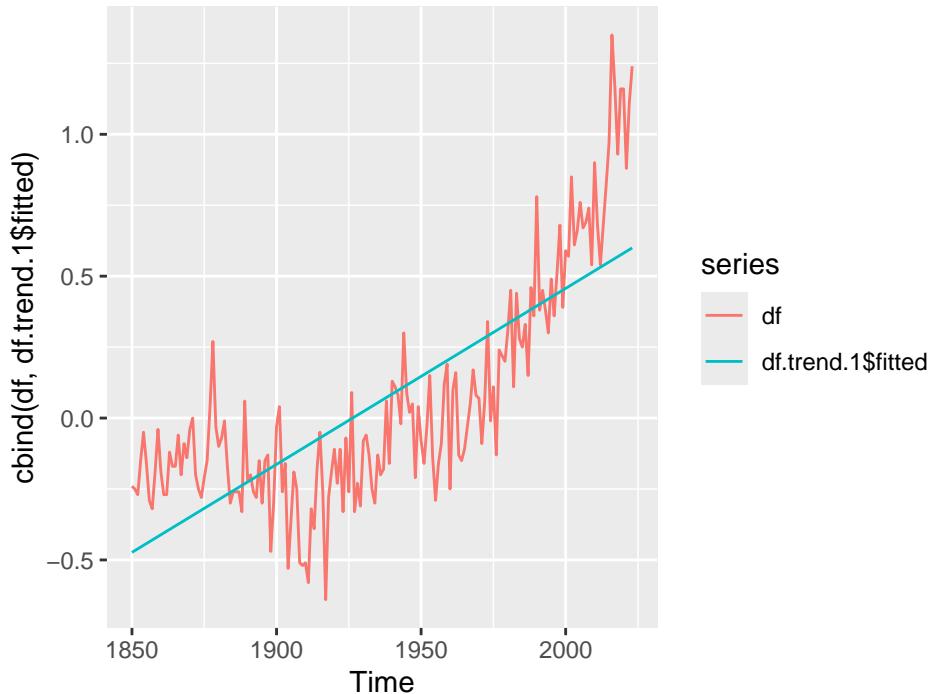
1.2 ii)

Trend stopnia 1

Dla trendu pierwszego stopnia wsp.BIC jest równy 29.9687685

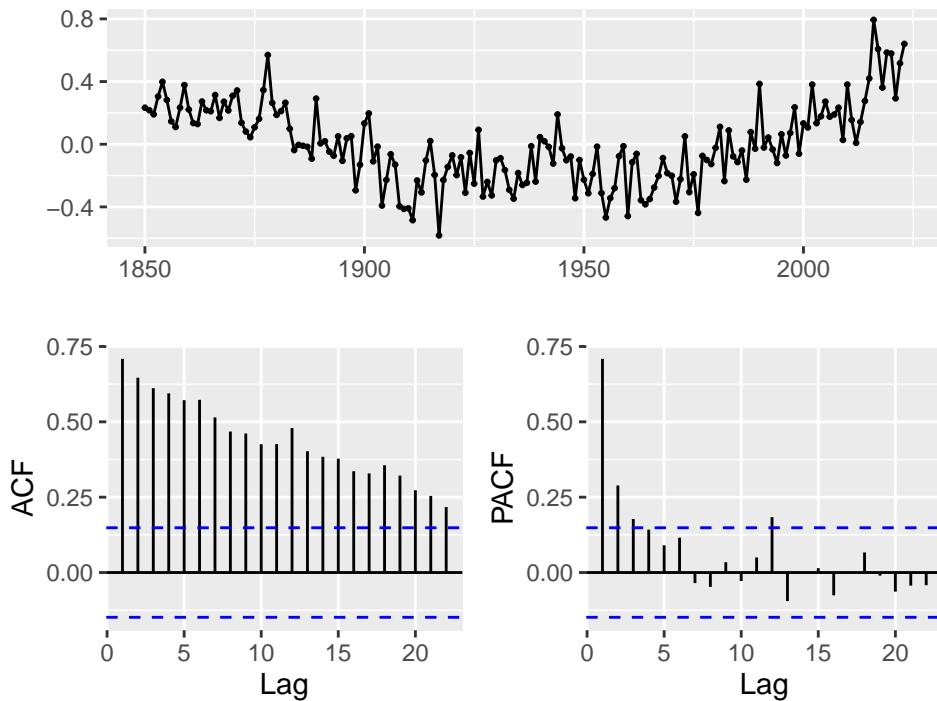
Wykres przedstawiający dopasowany model

Dopasowanie trendu liniowego (stopien 1)



Trend liniowy opisuje wyłącznie średni kierunek zmian w czasie.

Reszty po usunięciu trendu liniowego (stopien 1)

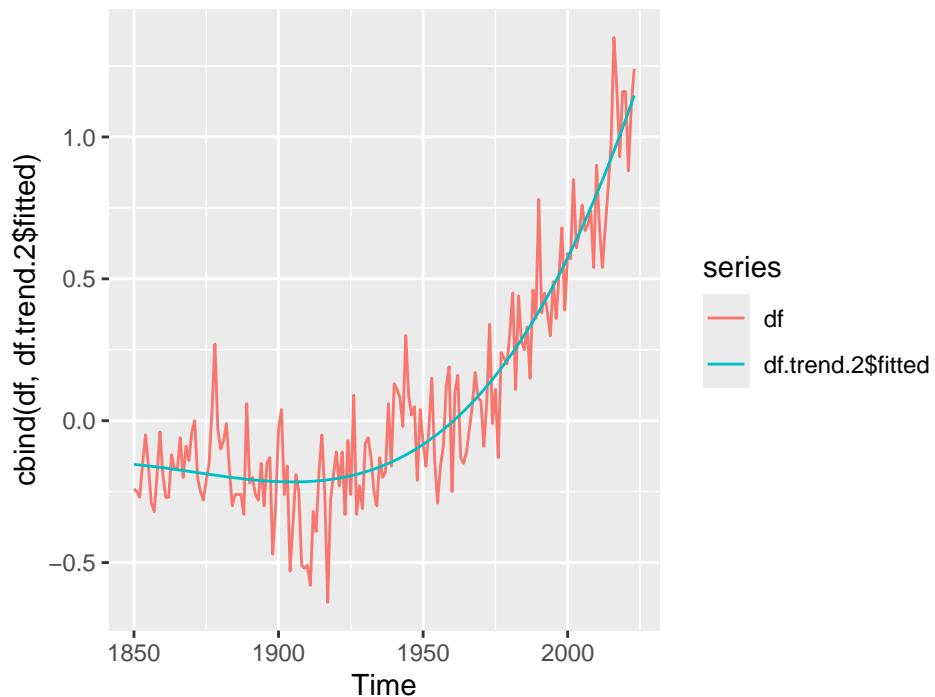


Natomiast w resztach nadal obserwuje się długookresowe zależności (widoczny wzorzec oraz istotne autokorelacje), co wskazuje, że stopień 1 jest niewystarczający.

Trend stopnia 2

Dla trendu drugiego stopnia wsp.BIC jest równy -137.5105018 i jest on znacznie mniejszy niż dla trendu stopnia pierwszego, czyli dopasowanie jest lepsze

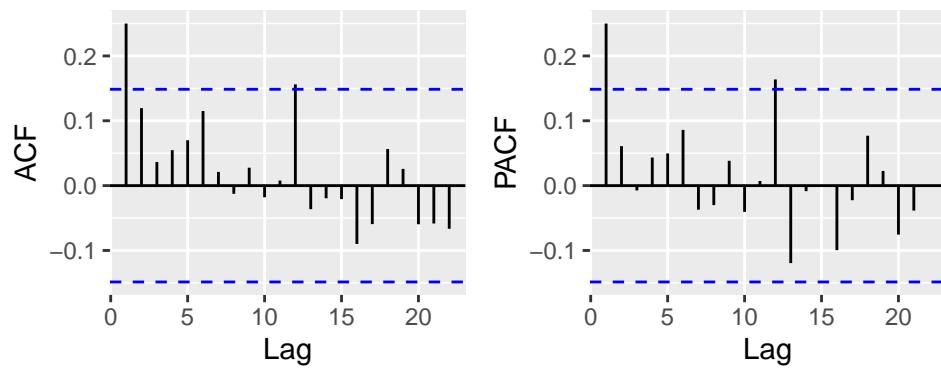
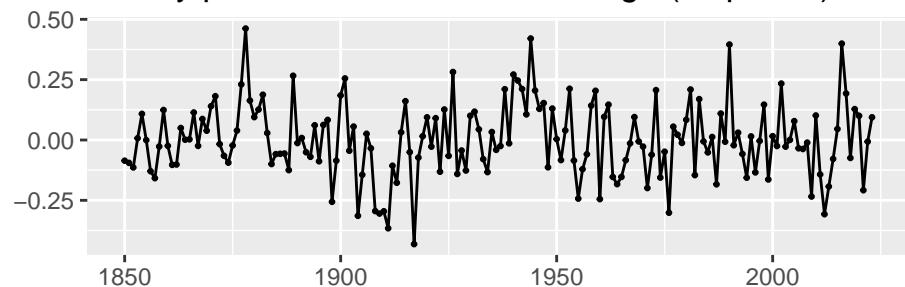
Wykres przedstawiający dopasowany model



```
## <ggplot2::labels> List of 1
## $ title: chr "Dopasowanie trendu liniowego (stopień 2)"
```

Widać znaczną poprawę opisywania średniego kierunku zmian w czasie

Reszty po usunięciu trendu liniowego (stopień 2)

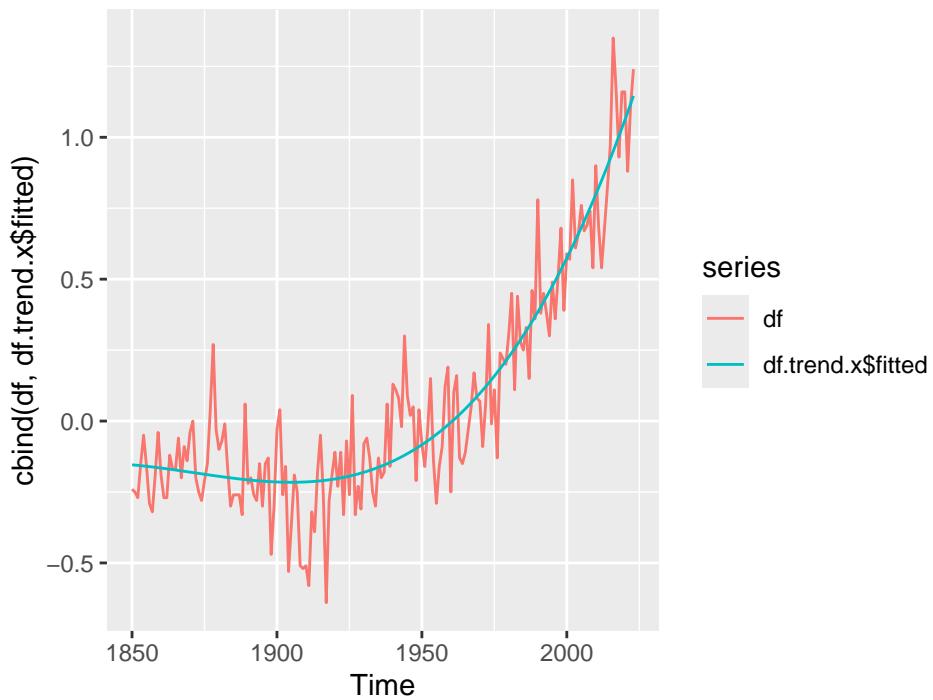


W resztach nie obserwuje się już trendu długookresowego, co wskazuje na skuteczne usunięcie składowej trendu. Jednocześnie na wykresie ACF widoczne są istotne autokorelacje (słupki znacznie przekraczające granice istotności), co sugeruje, iż reszty nadal nie mają charakteru białego szumu.

Trend stopnia 3

Dla trendu trzeciego stopnia wsp.BIC jest równy -137.5105018 i jest on istotnie mniejszy niż dla trendu stopnia drugiego, czyli dopasowanie jest lepsze

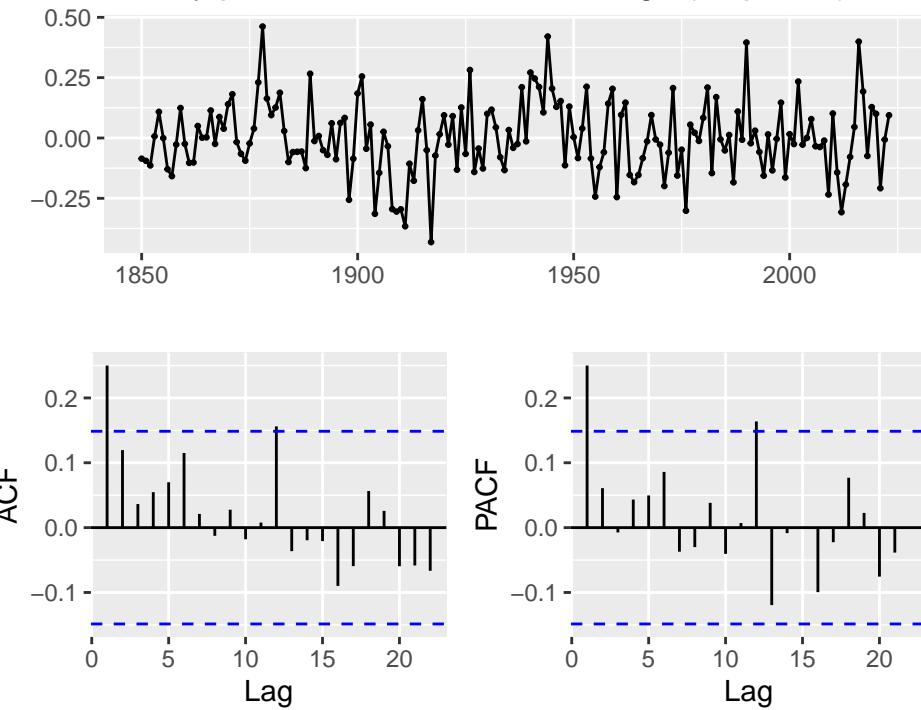
Wykres przedstawiający dopasowany model



```
## <ggplot2::labels> List of 1
## $ title: chr "Dopasowanie trendu liniowego (stopień 2)"
```

Widać poprawę opisywania średniego kierunku zmian w czasie

Reszty po usunięciu trendu liniowego (stopień 3)



Na wykresie ACF nie obserwuje się już wyraźnie odstających wartości. Pojedynczy słupek przekraczający granice istotności nie musi jednak oznaczać braku białoszumowego charakteru reszt — przy skończonej liczbie opóźnień sporadyczne przekroczenia mogą wynikać z losowej zmienności. Kluczowe jest, że nie widać systematycznego wzorca autokorelacji.

Aby to potwierdzić możemy wykonać jeszcze test Ljunga-Boxa

Wynik:

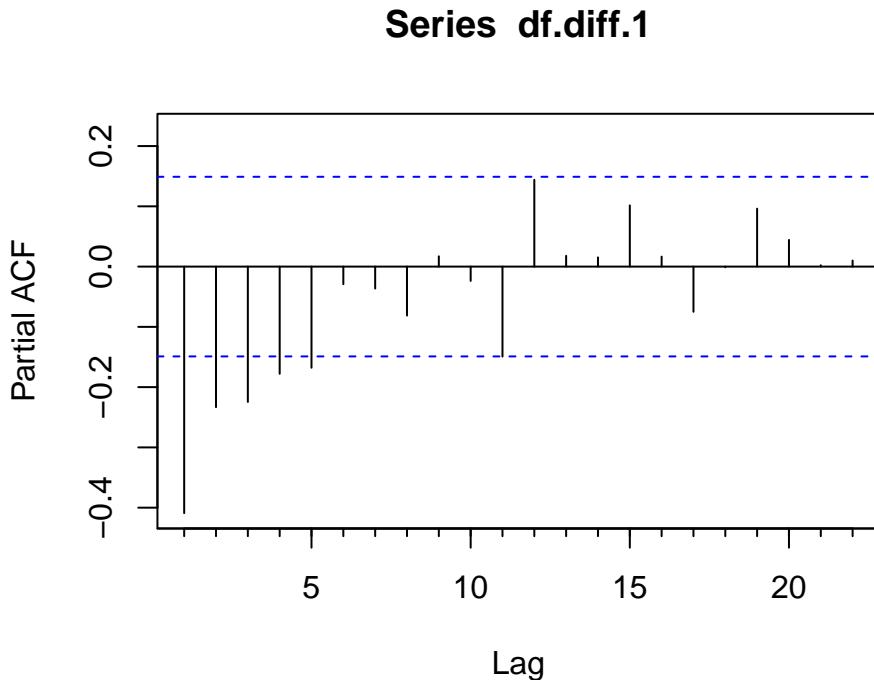
```
##  
## Box-Ljung test  
##  
## data: res3  
## X-squared = 26.733, df = 20, p-value = 0.1429
```

p value > 0.05 Więc nie ma dowodów na autokorelację, i reszty możemy uznać za biały szum.

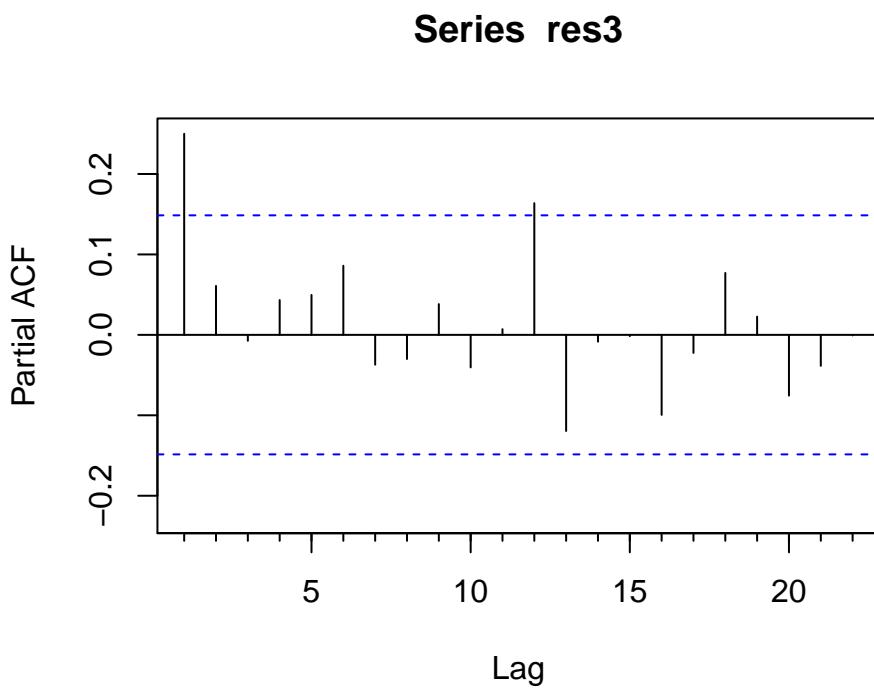
Trend wielomianowy stopnia 3 okazał się wystarczający. Dalsze zwiększanie stopnia wielomianu prowadziło do wzrostu wartości kryterium BIC, co wskazuje, że dodatkowa złożoność nie jest uzasadniona (ryzyko przeuczenia).

Na wykresie ACF reszt obserwuje się co najwyżej pojedyncze przekroczenie granic istotności, które może wynikać z losowej zmienności przy skończonej liczbie opóźnień. Test Ljunga-Boxa nie daje podstaw do odrzucenia hipotezy o braku autokorelacji (dla rozważanego laga), dlatego reszty można uznać za nieskorelowane, a eliminację trendu stopnia 3 za adekwatną.

2 Zadanie 2



Reszty po różnicowaniu z opóźnieniem 1 sugerują model AR(5)



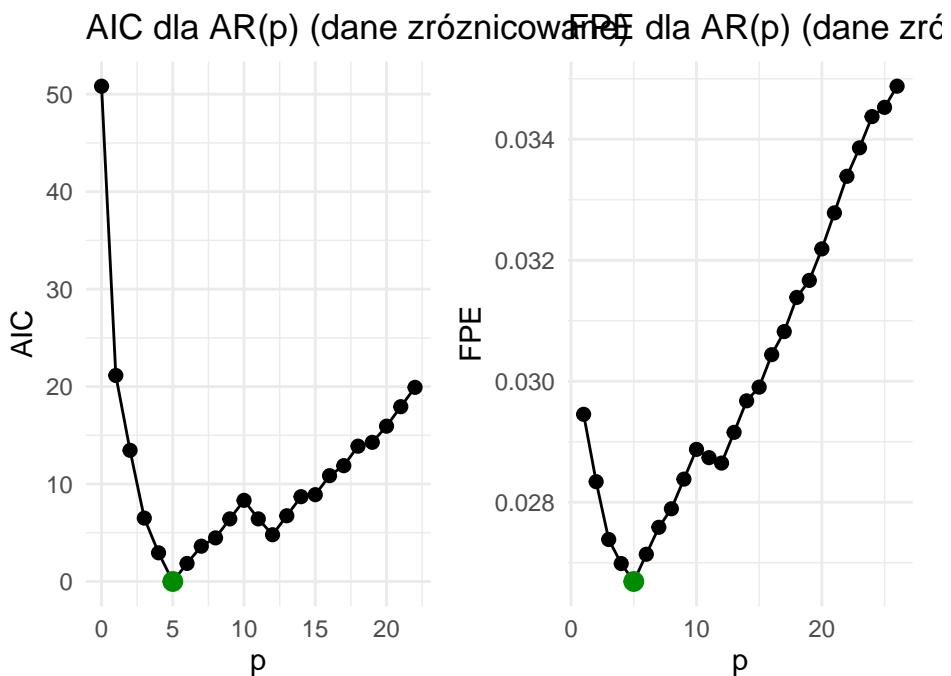
Dla szeregu reszt po usunięciu trendu wielomianowego stopnia 3 wykres PACF sugeruje obecność istotnych zależności do około opóźnienia 12, co wskazuje na kandydata na model autoregresyjny rzędu $p \approx 12$. Ostateczny wybór rzędu zostanie zweryfikowany kryteriami informacyjnymi AIC oraz FPE.

Teraz wykonamy analizę posługując się kryteriami AIC oraz FPE

Indentyfikacja rzędu na podstawie AIC

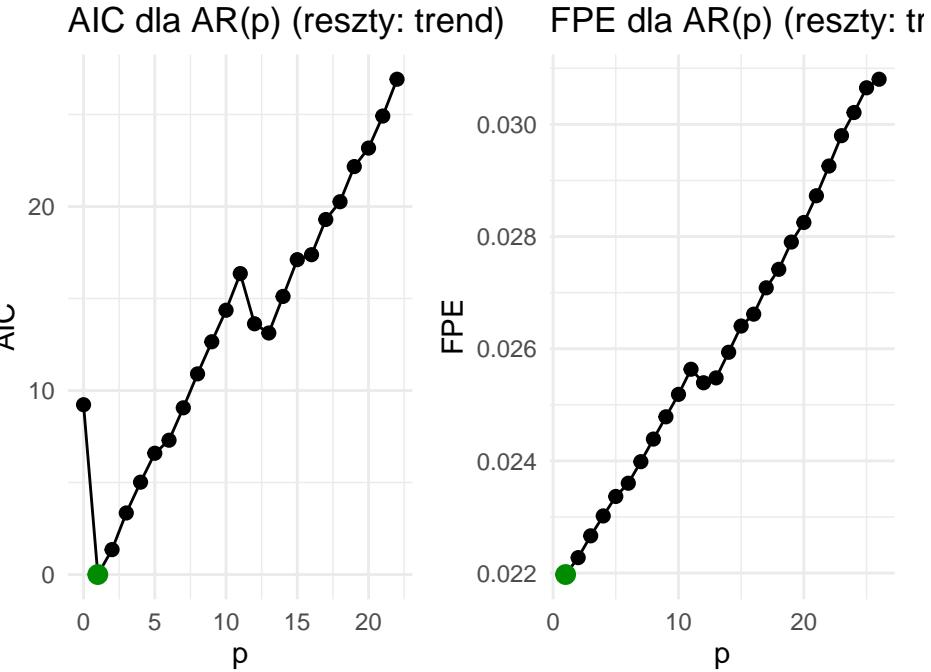
Dla różnicowania

Kryteria AIC i FPE dla modeli AR(p) dla danych po różnicowaniu



Zarówno dla AIC jak i FPE minimum znajduje się w 5, co potwierdza wybór modelu AR(5)

Kryteria AIC i FPE dla modeli AR(p) dla danych po eliminacji



Natomiast dla danych po eliminacji trendu kryteria AIC oraz EFT jednoznacznie wskazują na wybór modelu AR(1), pomimo testu wizualnego wskazującego na wybór AR(12). Na podstawie powyższych kryteriów w dalszej części analizy będzie posługiwać się modelem AR(1) w przypadku danych po eliminacji trendu.

3 Zadanie 3

Tabela otrzymanych współczynników dla modeli

Tabela 1: Estymowane współczynniki AR(p) (porównanie metod)

Metoda	phi1	phi2	phi3	phi4	phi5
yw	-0.6267	-0.4626	-0.3922	-0.2780	-0.1678
mle	-0.6312	-0.4699	-0.3940	-0.2812	-0.1719
burg	-0.6325	-0.4725	-0.3984	-0.2833	-0.1733
ols	-0.6360	-0.4736	-0.3984	-0.2855	-0.1758

Widać, że dka laźdego z otrzymanych modeli współczynniki są dość podobne. Warto zauważyć, że w każdym przypadku wszystkie współczynniki są ujemne.

Tabela otrzymanych variancji otrzymanych modeli

Tabela 2: Wariancja białego szumu (minimum na zielono)

Metoda	Wariancja
yw	0.025192
mle	0.024170
burg	0.024174
ols	0.024717

A najmniejszą wariancją odznacza się model mle. Co skłania ku jego wyborowi.

Tabela współczynników dla modelu mlte

Tabela 3: Estymowane współczynniki AR(p) (porównanie metod)

Metoda	phi1
yw	0.2500
mle	0.2496
burg	0.2505
ols	0.2505

Tutaj również w każdej metodzie otrzymujemy podobne współczynniki, lecz pojawiają się już wartości dodatnie.

Tabela 4: Wariancja białego szumu (minimum na zielono)

Metoda	Wariancja
yw	0.021723
mle	0.021468
burg	0.021468
ols	0.021551

W tym przypadku metodą o najmniejszej wariancji okazał się model burga.

4 Zadanie 4

Dla danych różnicowanych \begin{table}[!h] \caption{Przedziały ufności 95% dla współczynników AR(p) (TL, TU)}

Wsp	yw		mle		burg		ols	
	TL	TU	TL	TU	TL	TU	TL	TU
phi1	-0.7762	-0.4772	-0.7776	-0.4847	-0.7789	-0.4860	NA	NA
phi2	-0.6346	-0.2905	-0.6384	-0.3013	-0.6411	-0.3040	NA	NA
phi3	-0.5682	-0.2161	-0.5664	-0.2215	-0.5708	-0.2259	NA	NA
phi4	-0.4501	-0.1060	-0.4498	-0.1127	-0.4519	-0.1147	NA	NA
phi5	-0.3174	-0.0183	-0.3184	-0.0255	-0.3198	-0.0268	NA	NA

\end{table}

Z tabeli widać, że końca każdego przedziału są tego samego znaku, co oznacza istotność każdego współczynnika w każdej metodzie.

Dla danyhc po usunięciu trendu wielomianowego

\begin{table}[!h] \caption{Przedziały ufności 95% dla współczynników AR(p) (TL, TU)}

Wsp	yw		mle		burg		ols	
	TL	TU	TL	TU	TL	TU	TL	TU
phi1	0.1053	0.3947	0.1057	0.3934	0.1066	0.3943	NA	NA

\end{table}

5 Zadanie 5

Tabela 5: Porównanie diagnostyki dla modeli AR(5) (dane zróżnicowane)

Metoda	p	Var_reszt	LB_lag1_p	LB_lag12_p	Shapiro_p
yw	5	0.0252	0.8475	0.2741	0.5108
mle	5	0.0242	0.8919	0.2797	0.4895
burg	5	0.0242	0.9046	0.2765	0.4851
ols	5	0.0247	0.9407	0.2797	0.4808

6 _____ Do zrobienia

8 _____

7 _____

8 Do zrobienia 8: Sprawdzenie poprawności
dopasowania innych badanych modeli

9 _____

10 Należy powtórzyć powyższe rozumowanie dla
innych utworzonych wcześniej modeli.

11 _____ Do zrobienia

9 _____

12 _____

13 Do zrobienia 9: Wykorzystanie innych metod
badania:

14

15 - losowości:

16

17 - test McLeod–Li,

18 - test punktów zwrotnych (turning point test),

19 - test znaków ¹⁷ (difference-sign test)