

Lista 1 - Ostateczna

2025-11-05

Zadanie 1

Gęstość funkcji

$$f(t, \alpha, \beta, \gamma) = \frac{\alpha\gamma}{\beta} \left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1} \left[1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right)\right]^{\gamma-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right) \mathbf{1}_{(0,\infty)}(t).$$

Dystrybuanta funkcji

$$F(t, \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} \left[1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right)\right]^\gamma, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

Funkcja hazardu

$$h(t, \alpha, \beta, \gamma) = \frac{f(t, \alpha, \beta, \gamma)}{1 - F(t, \alpha, \beta, \gamma)} = \frac{f(t, \alpha, \beta, \gamma)}{S(t)},$$

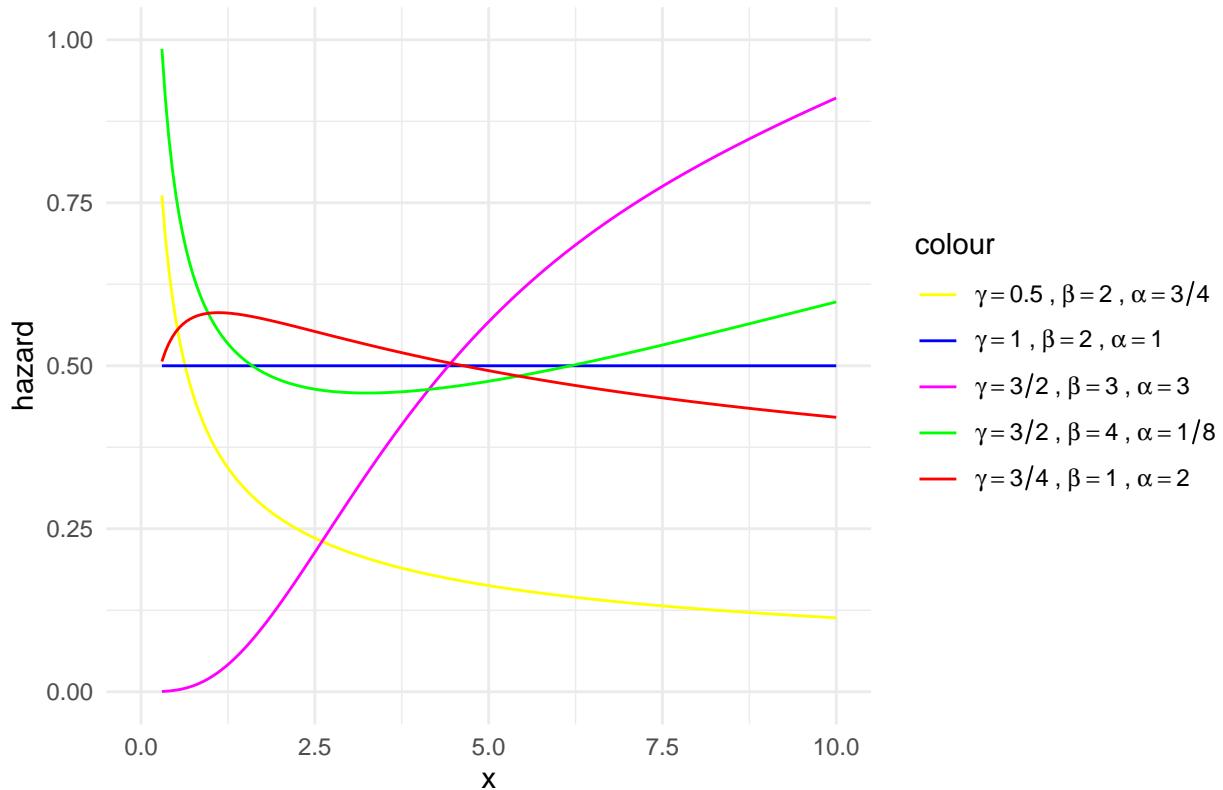
Funkcja kwantylowa (odwrotnej dystrybuanty)

$$Q(p; \alpha, \beta, \gamma) = \beta \left[-\ln\left(1 - p^{1/\gamma}\right)\right]^{1/\alpha}, \quad 0 < p < 1,$$

Funkcje zostały napisane zgodnie z powyższymi definicjami

Zadanie 2

Wykresy funkcji hazardu z uogólnionego rozkładu Weibulla

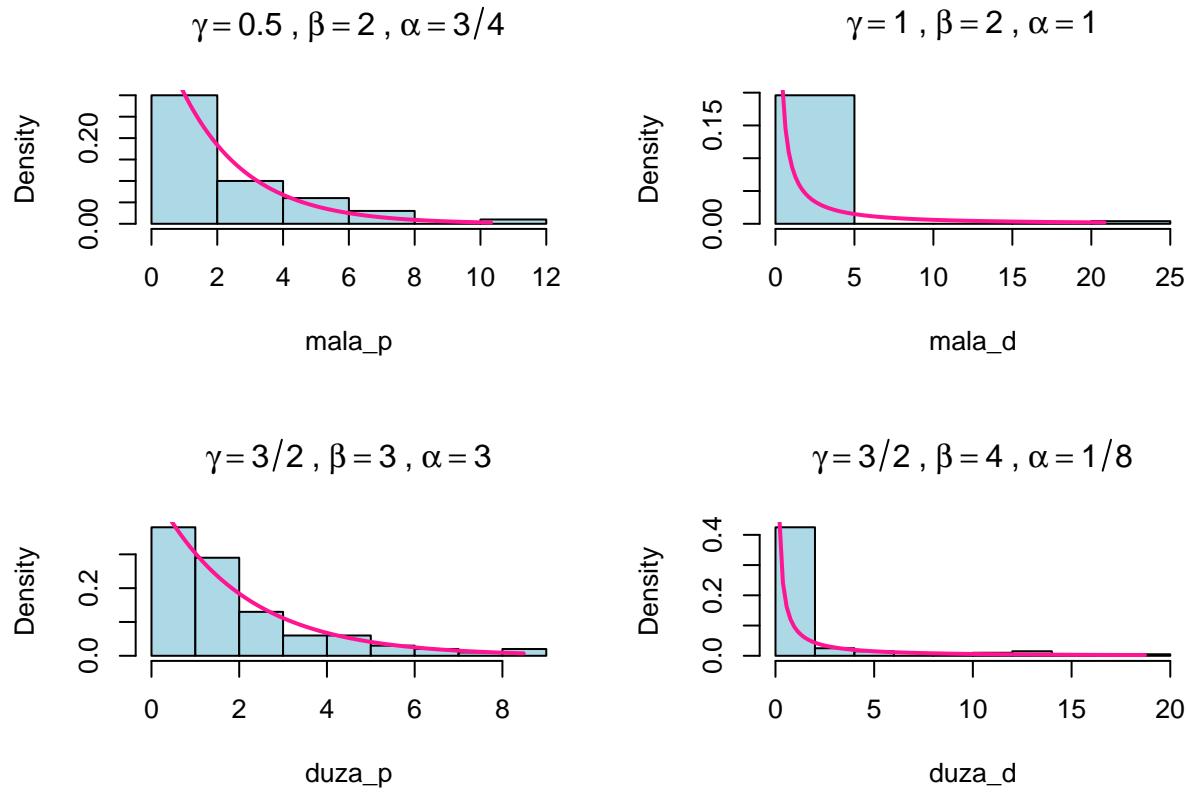


Zadanie 3

Dane są generowane przy użyciu metody odwrotnej dystrybuanty (u nas funkcji kwatylowej)

```
number_generator <- function(n, alpha, beta, gamma){  
  u <- runif(n) # losujemy z U(0,1)  
  x <- quant_weib(u, alpha, beta, gamma)  
  return(x)  
}
```

Zadanie 4



Wnioski : Dla $n = 100$ histogramy są lepiej dopasowane do wykresów gęstości rozkładów. Co jest zgodne z intuicją, biorąc pod uwagę fakt, że dane są generowane z tych rozkładów.

Zadanie 5

Table 1: Statystyki dla rozkładu Weibulla

| Args | Średnia | Med_emp | Med | SD | Q1_emp | Q1_teor | Q3_emp | Q3_teor | Min | Max | rozstęp |
|----------|---------|---------|------|------|--------|---------|--------|---------|------|-------|---------|
| Zestaw 1 | 2.17 | 1.40 | 1.39 | 2.15 | 0.63 | 0.58 | 3.04 | 2.77 | 0.05 | 10.32 | 10.27 |
| Zestaw 2 | 0.90 | 0.03 | 0.06 | 3.02 | 0.00 | 0.00 | 0.74 | 0.78 | 0.00 | 20.85 | 20.85 |
| Zestaw 3 | 1.99 | 1.39 | 1.39 | 1.85 | 0.73 | 0.58 | 2.49 | 2.77 | 0.02 | 8.49 | 8.47 |
| Zestaw 4 | 1.37 | 0.04 | 0.06 | 3.35 | 0.00 | 0.00 | 0.64 | 0.78 | 0.00 | 18.72 | 18.72 |

Zestaw 1 : $\alpha = 1 \beta = 2 \gamma = 1 n = 50$ | Zestaw 3 : $\alpha = 1 \beta = 2 \gamma = 1 n = 100$

Zestaw 2 : $\alpha = \frac{1}{2} \beta = 2 \gamma = \frac{3}{8} n = 50$ | Zestaw 4 : $\alpha = \frac{1}{2} \beta = 2 \gamma = \frac{3}{8} n = 100$

Wnioski : Dane są generowane losowo, ale dla częściej dla $n = 100$ kwartyle oraz mediany były bardziej zbliżone do swoich teoretycznych wartości .