

Sprawozdanie 1

Analiza przeżycia

Marta Stankiewicz (282244)

Spis treści

1	Lista 3	2
1.1	Zadanie 1a	2
1.2	Zadanie 1b	2
1.3	Zadanie 2	2
1.4	Zadanie 3	3
2	Lista 4	5
2.1	Zadanie 1	5
2.2	Zadanie 2	6
2.3	Zadanie 3	7

Spis rysunków

Spis tabel

1	Realizacja Przedziału ufności dla średniego czasu do remisji choroby	2
2	Szacunki parametrów $\hat{\theta}$ i $\hat{\mu}$ oraz przedziały ufności $[TL, TU]$ dla leków A i B	3
4	Porównanie mocy testu dla różnych wartości theta i liczebności prób ($n = 20, 50$)	7

1 Lista 3

1.1 Zadanie 1a

Na podstawie danych opisanych w zadaniu 3 z listy 2, przyjmując, że są one realizacjami zmiennych z rozkładu wykładniczego można wyznaczyć oszacowania największej wiarygodności średniego czasu do remisji choroby dla pacjentów leczonych lekiem A oraz pacjentów leczonych lekiem B. W tym celu skorzystano ze wzorów podanych na Wykładzie 3:

$$\hat{\vartheta} = \frac{R}{T_1}$$

gdzie

$$T_1 = \sum_{i=1}^R X_{(i)} + t_0(n - R)$$

gdzie zmienna losowa R jest losową liczbą obserwacji niecenzurowanych (kompletnych) w przedziale $(0, t_0]$. Oszacowanie NW średniego czasu do remisji choroby pacjentów leczonych lekiem A wynosi 0.7034 natomiast oszacowanie to w przypadku leku B wynosi 0.743

1.2 Zadanie 1b

Tabela 1: Realizacja Przedziału ufności dla średniego czasu do remisji choroby

Lek	Alpha	Realizacja.przedzialu.ufnosti.
A	0.05	[0.7680, 3.1506]
A	0.01	[0.6560, 4.0720]
B	0.05	[0.7680, 3.1506]
B	0.01	[0.6560, 4.0720]

1.3 Zadanie 2

```
fun <- function(X, m, n, alpha) {
  Xs <- sort(X)
  T2 <- sum(Xs[1:m]) + (n - m)*Xs[m]
  theta.hat <- m/T2
  mi.hat <- 1/theta.hat

  q.m.1 <- qgamma(alpha / 2, shape = m, rate = m)
```

```

q.m.2 <- qgamma(1 - alpha / 2, shape = m, rate = m)

T.L <- m*q.m.1/T2
T.U <- m*q.m.2/T2

return(list(
  theta.hat = theta.hat,
  mi.hat = mi.hat,
  TL = T.L, TU = T.U
))
}

```

Tabela 2: Szacunki parametrów $\hat{\theta}$ i $\hat{\mu}$ oraz przedziały ufności $[TL, TU]$ dla leków A i B

Lek	α	$\hat{\theta}$	$\hat{\mu}$	T_L	T_U
A	0.05	0.7332	1.3638	0.3516	1.2527
A	0.01	0.7332	1.3638	0.2725	1.4664
B	0.05	0.9643	1.0371	0.4624	1.6474
B	0.01	0.9643	1.0371	0.3584	1.9284

1.4 Zadanie 3

```

M <- 10000
theta <- 1
t.values <- c(0.5, 1, 2)
n.values <- c(10, 30)

gen1 <- function(n, alpha=1, lambda=theta, t0){
  y <- runif(n)
  x <- -(1/lambda)*log(1- y^(1/alpha))

  delta <- ifelse(x <= t0, 1, 0)
  x_obs <- pmin(x, t0)

  return(data.frame(x = x_obs, delta = delta))
}

symulacja <- function(n, t0, theta){
  repeat {
    X <- gen1(n, t0=t0, lambda=theta)

```

```

R <- sum(X$delta)
if (R < n) break # akceptujemy tylko próby, gdzie jest cenzurowanie
}
T1 <- sum(X$x[which(X$delta ==1)]) + t0*(n - R)

theta.hat <- R/T1
theta.wave <- - log(1 - R/n)/t0

return(c(theta.hat, theta.wave))
}

results <- data.frame(
  n = numeric(),
  t0 = numeric(),
  Bias_hat = numeric(),
  MSE_hat = numeric(),
  Bias_wave = numeric(),
  MSE_wave = numeric()
)

for (n in n.values) {
  for (t0 in t.values) {

    est <- replicate(M, symulacja(n, t0, theta))

    theta.hat <- est[1, ]
    theta.wave <- est[2, ]

    bias.hat <- mean(theta.hat - theta)
    mse.hat <- mean((theta.hat - theta)^2)

    bias.wave <- mean(theta.wave - theta)
    mse.wave <- mean((theta.wave - theta)^2)

    results <- rbind(results, data.frame(
      n = n,
      t0 = t0,
      Bias_hat = bias.hat,
      MSE_hat = mse.hat,
      Bias_wave = bias.wave,
      MSE_wave = mse.wave
    ))
  }
}

```

```

}

kable(results)

```

n	t0	Bias_hat	MSE_hat	Bias_wave	MSE_wave
10	0.5	0.0606137	0.3079300	0.0720082	0.3374111
10	1.0	0.0660309	0.1854533	0.0920425	0.2250810
10	2.0	-0.0503075	0.0788861	-0.0748967	0.0609195
30	0.5	0.0200522	0.0898044	0.0225101	0.0935233
30	1.0	0.0195805	0.0579260	0.0266507	0.0663529
30	2.0	0.0223328	0.0407011	0.0505777	0.0687079

2 Lista 4

2.1 Zadanie 1

```

wart_poz_kryt <- function(r, s, n, t0, theta0, rodzaj = "two.sided"){

  theta_hat <- r / (s + t0*(n-r))

  L <- function(theta){
    L <- (theta^r)*exp(-theta*(s + t0*(n-r)))
    return(L)
  }

  L_hat <- L(theta_hat)
  L_theta0 <- L(theta0)

  if (rodzaj=="two.sided"){
    lambda_obs <- L_theta0 / L_hat # funkcja osiąga sup dla est. MLE
  } else if (rodzaj == "less") {
    if (theta_hat < theta0){
      lambda_obs <- L_theta0 / L_hat
    } else {
      lambda_obs <- 1
    }
  } else {
    if (theta_hat > theta0){

```

```

        lambda_obs <- L_theta0 / L_hat
    } else {
        lambda_obs <- 1
    }
}

p_value <-1 - pchisq(-2*log(lambda_obs), df = 1)

return (p_value)
}

```

2.2 Zadanie 2

```

M <- 10000
theta0 <- 1/2
n <- c(20,50)
t0 <- 2
theta <- c(0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1, 1.5, 2)

gen1 <- function(n, alpha=1, lambda=theta, t0){
    y <- runif(n)
    x <- -(1/lambda)*log(1- y^(1/alpha))

    delta <- ifelse(x <= t0, 1, 0)
    x_obs <- pmin(x, t0)

    return(data.frame(x = x_obs, delta = delta))
}

wyniki <- list()

for (n in n) {
    moc <- numeric(length(theta))
    p_val <- numeric(M)

    for (k in seq_along(theta)){
        lambda <- theta[k]

        for (j in 1:M){
            x_wylos <- gen1(n=n, lambda=lambda, t0 = t0)

```

```

x_obs <- x_wylos$x
r <- sum(x_wylos$delta)
s <- sum(x_wylos$x[x_wylos$delta==1])
p_val[j] <- wart_poz_kryt(r=r, s=s, n=n, t0=t0, theta0=theta0, rodzaj = "two.sided")
}
moc[k] <- 1/M * sum(p_val[1:M]<0.05)
}
p_val_theta0 <- numeric(M)
for (j in 1:M){
  x_wylos <- gen1(n = n, lambda = theta0, t0 = t0)
  r <- sum(x_wylos$delta)
  s <- sum(x_wylos$x[x_wylos$delta == 1])
  p_val_theta0[j] <- wart_poz_kryt(r = r, s = s, n = n, t0 = t0, theta0 = theta0, rodzaj = "two.sided")
}

rozmiar_hat <- mean(p_val_theta0 < 0.05)

wyniki[[paste0("n=", n)]] <- data.frame(theta = theta, moc = moc)
}

```

Tabela 4: Porównanie mocy testu dla różnych wartości theta i liczebności prób ($n = 20, 50$)

Theta	Moc ($n = 20$)	Moc ($n = 50$)
0.2	0.8027	0.9936
0.3	0.3937	0.7580
0.4	0.1155	0.2353
0.5	0.0514	0.0513
0.6	0.1011	0.1853
0.7	0.2344	0.5026
0.8	0.4213	0.8035
0.9	0.6162	0.9493
1.0	0.7697	0.9890
1.5	0.9953	1.0000
2.0	1.0000	1.0000

2.3 Zadanie 3

```

czasy_A <- c(0.03345514, 0.08656403, 0.08799947, 0.24385821, 0.27755032,
           0.40787247, 0.58825664, 0.64125620, 0.90679161, 0.94222208, rep(1, 10))

```

```

czasy_B <- c(0.03788958, 0.12207257, 0.20319983, 0.24474299, 0.30492413,
            0.34224462, 0.42950144, 0.44484582, 0.63805066, 0.69119721, rep(1, 10))

s_A <- sum(czasy_A[1:10])
r <- 10
s_B <- sum(czasy_B[1:10])
n <- 20
t0 <- 1
theta0 <- 1

p_wart_A <- wart_poz_kryt(r=r, s=s_A, n=n, t0=t0, theta0=theta0, rodzaj="two.sided")
p_wart_B <- wart_poz_kryt(r=r, s=s_B, n=n, t0=t0, theta0=theta0, rodzaj="two.sided")
p_wart_A

## [1] 0.2373546

p_wart_B

## [1] 0.3230468

```