

Lista 1 - Ostateczna

2025-11-05

Zadanie 1

Gęstość funkcji

$$f(t, \alpha, \beta, \gamma) = \frac{\alpha\gamma}{\beta} \left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1} \left[1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right)\right]^{\gamma-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right) \mathbf{1}_{(0,\infty)}(t).$$

Dystrybuanta funkcji

$$F(t, \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} \left[1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right)\right]^\gamma, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

Funkcja hazardu

$$h(t, \alpha, \beta, \gamma) = \frac{f(t, \alpha, \beta, \gamma)}{1 - F(t, \alpha, \beta, \gamma)} = \frac{f(t, \alpha, \beta, \gamma)}{S(t)},$$

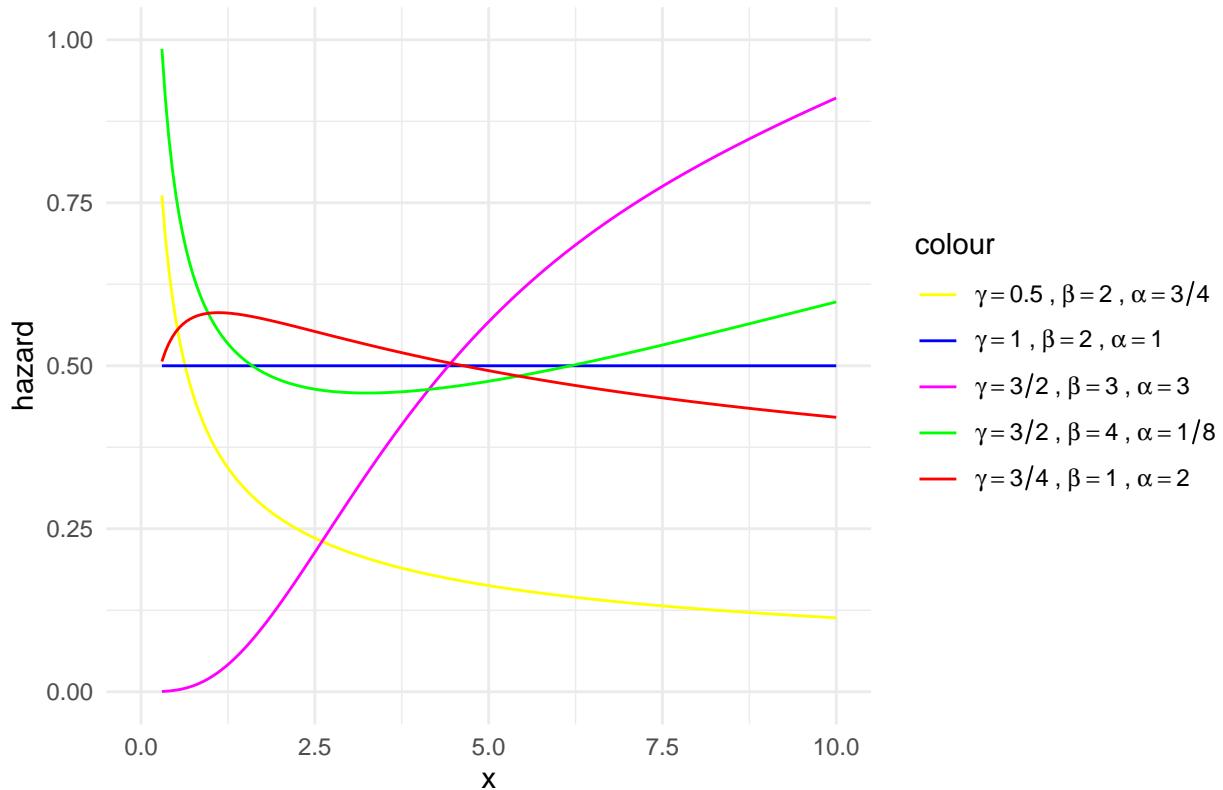
Funkcja kwantylowa (odwrotnej dystrybuanty)

$$Q(p; \alpha, \beta, \gamma) = \beta \left[-\ln\left(1 - p^{1/\gamma}\right)\right]^{1/\alpha}, \quad 0 < p < 1,$$

Funkcje zostały napisane zgodnie z powyższymi definicjami

Zadanie 2

Wykresy funkcji hazardu z uogólnionego rozkładu Weibulla

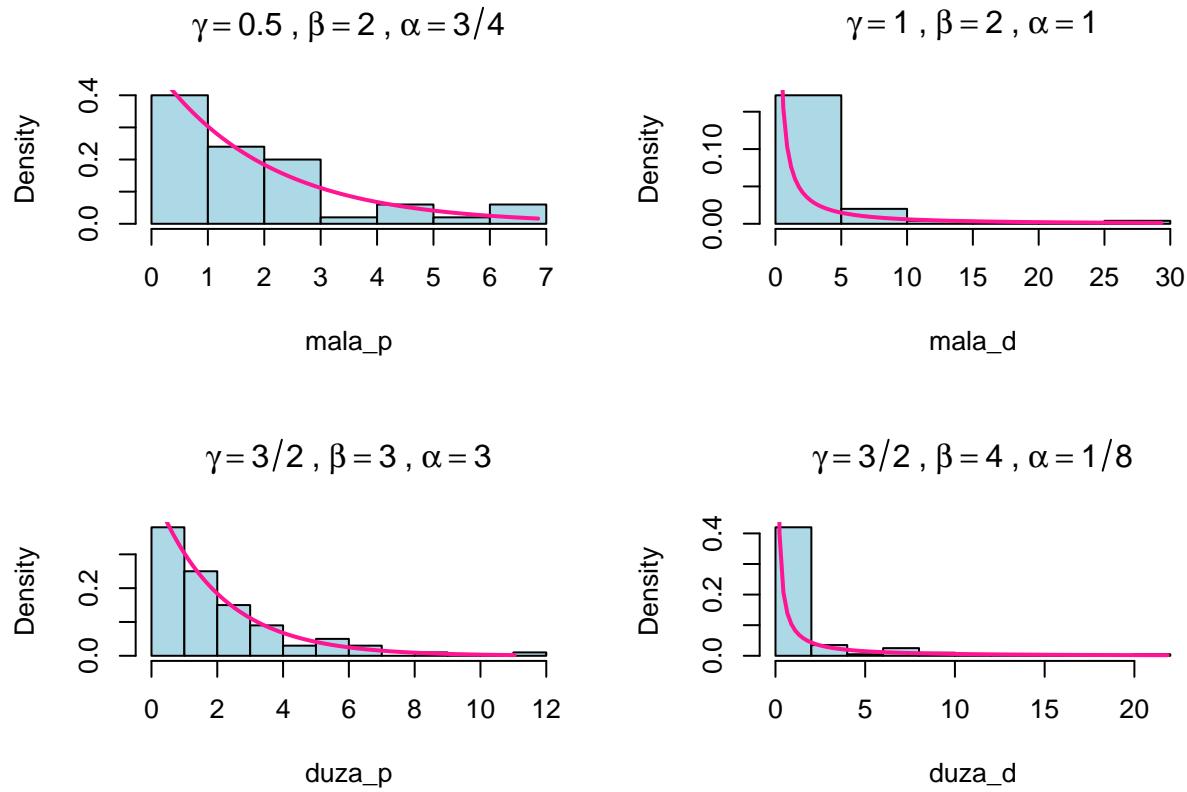


Zadanie 3

Dane są generowane przy użyciu metody odwrotnej dystrybuanty (u nas funkcji kwatylowej)

```
number_generator <- function(n, alpha, beta, gamma){  
  u <- runif(n) # losujemy z U(0,1)  
  x <- quant_weib(u, alpha, beta, gamma)  
  return(x)  
}
```

Zadanie 4



Wnioski : Dla $n = 100$ histogramy są lepiej dopasowane do wykresów gęstości rozkładów. Co jest zgodne z intuicją, biorąc pod uwagę fakt, że dane są generowane z tych rozkładów.

Zadanie 5

Table 1: Statystyki dla rozkładu Weibulla

Args	Średnia	Med_emp	Med	SD	Q1_emp	Q1_teor	Q3_emp	Q3_teor	Min	Max	rozstęp
Zestaw 1	1.88	1.49	1.39	1.75	0.68	0.58	2.72	2.77	0.01	6.86	6.84
Zestaw 2	2.03	0.19	0.06	4.64	0.00	0.00	1.91	0.78	0.00	29.34	29.34
Zestaw 3	2.00	1.37	1.39	1.97	0.64	0.58	2.67	2.77	0.00	11.04	11.04
Zestaw 4	1.15	0.04	0.06	2.87	0.00	0.00	0.72	0.78	0.00	21.85	21.85

Zestaw 1 : $\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 1$ n = 50 | Zestaw 3 : $\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 1$ n = 100

Zestaw 2 : $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 2, \gamma = \frac{3}{8}$ n = 50 | Zestaw 4 : $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 2, \gamma = \frac{3}{8}$ n = 100

Wnioski : Dla większej próby widać dokładniejsze kwantyle bardziej zbliżone do ich teoretycznej wartości, niż dla próby mniejszej. Jedynie w zestawie pierwszym, Q3 jest bliższe teoretycznej wartości niż w zestawie 3, jest to zapewno spowodowane losowością danych oraz dość małą próbą (50 i 100).