Lista 1 - Ostateczna

2025-11-05

Zadanie 1

Gęstość funkcji

$$f(t,\alpha,\beta,\gamma) = \frac{\alpha\gamma}{\beta}\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1}\left[1-\exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right)\right]^{\gamma-1}\exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right)\mathbf{1}_{(0,\infty)}(t).$$

```
density_weib <- function(x, alpha, beta, gamma) {
  dens <- ifelse(
    x > 0,
    (alpha * gamma / beta) *
      (x / beta)^(alpha - 1) *
      (1 - exp(-(x / beta)^alpha))^(gamma - 1) *
      exp(-(x / beta)^alpha),
    0
  )
  return(dens)
}
```

Dystrybuanta funkcji

$$F(t,\alpha,\beta,\gamma) = \begin{cases} \left[1-\exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right)\right]^{\gamma}, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0\ . \end{cases}$$

```
distrib_weib <- function(x, alpha, beta, gamma){
  dist <- (1-exp(-(x/beta)^alpha))^gamma
  return(dist)
}
```

Funkcja hazardu

$$h(t,\alpha,\beta,\gamma) = \frac{f(t,\alpha,\beta,\gamma)}{1-F(t,\alpha,\beta,\gamma)} = \frac{f(t,\alpha,\beta,\gamma)}{S(t)},$$

```
haz_weib <- function(x, alpha, beta, gamma){
  haz <- density_weib(x, alpha, beta, gamma) / (1 - distrib_weib(x, alpha, beta, gamma))
  return(haz)
}
```

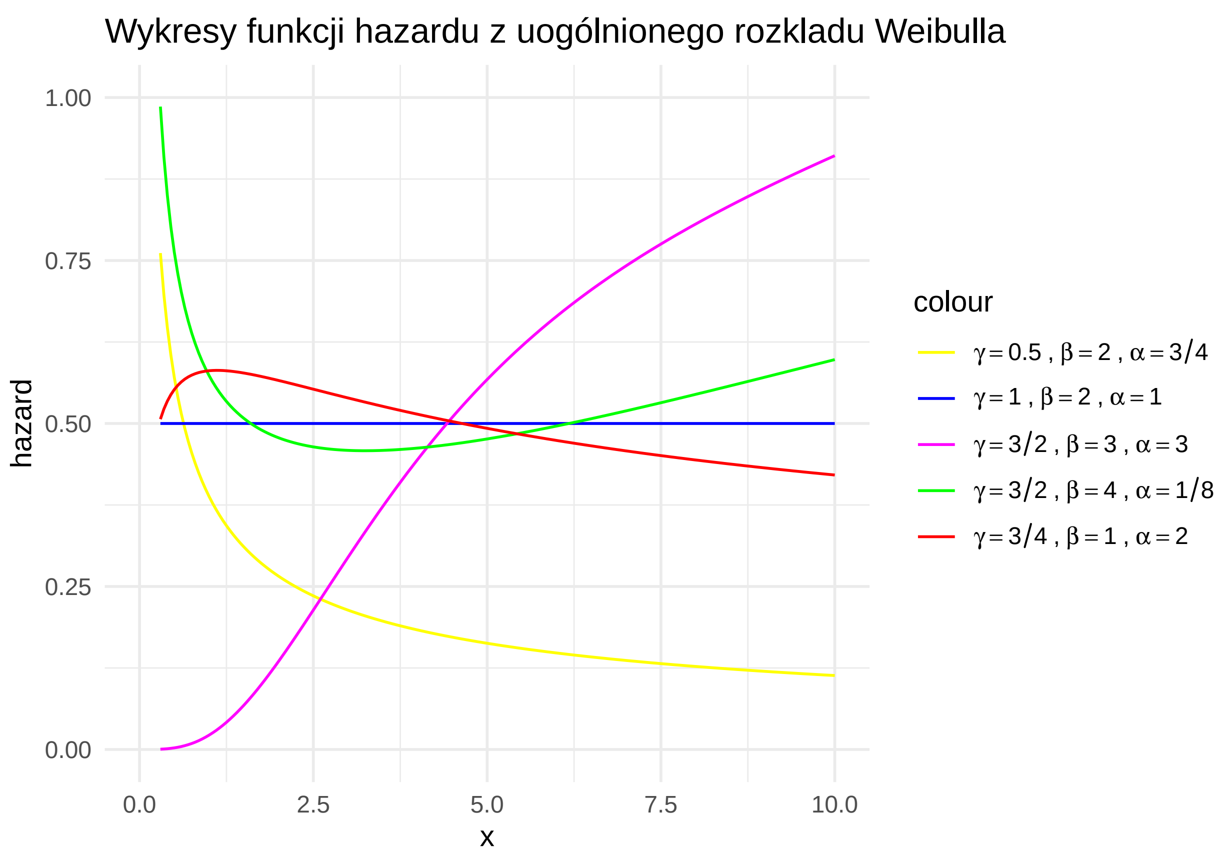
Funkcja kwantylowa (odwrotnej dystrybuanty)

$$Q(p;\alpha,\beta,\gamma) = \beta\left[-\ln\left(1-p^{1/\gamma}\right)\right]^{1/\alpha}, \qquad 0<p<1,$$

```
quant_weib <- function(p, alpha, beta, gamma){
  quant <- beta * (-log(1 - p^(1 / gamma)))^(1 / alpha)
  return(quant)
}
```

Funkcje zostały napisane zgodnie z definicjami

Zadanie 2



Wnioski : Wykresy dla odpowiednich parametrów są zgodne z oczekiwaniami

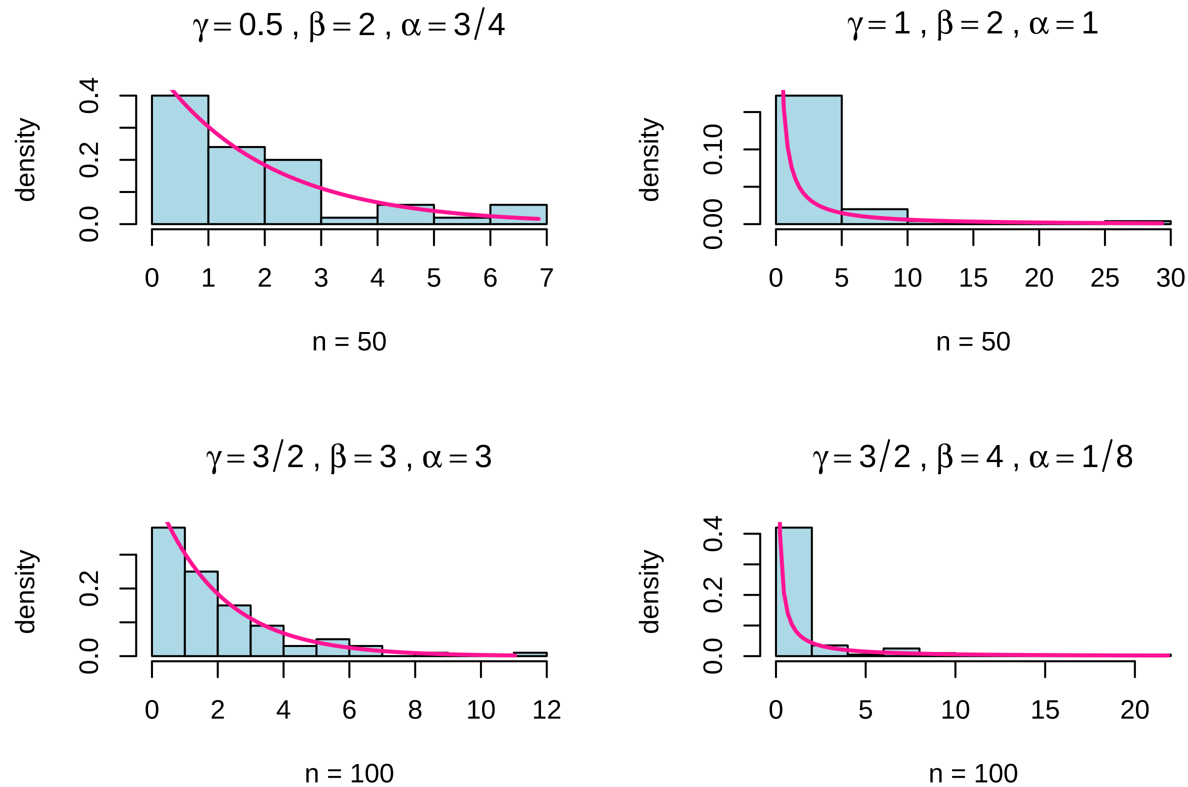
Zadanie 3

Dane są generowane przy użyciu metody odwrotnej dystrybuanty (u nas funkcji kwatylowej)

```
number_generator <- function(n, alpha, beta, gamma){
  u <- runif(n)  # losujemy z U(0,1)
  x <- quant_weib(u, alpha, beta, gamma)
```

```
  return(x)
}
```

Zadanie 4



Wnioski : Dla n = 100 histogramy są lepiej dopasowane do wykresów gęstości rozkładów. Co jest zgodne z intuicją, biorąc pod uwagę fakt, że dane są generowane z tych rozkładów.

Zadanie 5

Table 1: Statystyki dla rozkładu Weibulla

Args	Średnia	Med_emp	Med	SD	Q1_emp	Q1_teor	Q3_emp	Q3_teor	Min	Max	rozstęp
Zestaw 1	1.88	1.49	1.39	1.75	0.68	0.58	2.72	2.77	0.01	6.86	6.84
Zestaw 2	2.03	0.19	0.06	4.64	0.00	0.00	1.91	0.78	0.00	29.34	29.34
Zestaw 3	2.00	1.37	1.39	1.97	0.64	0.58	2.67	2.77	0.00	11.04	11.04
Zestaw 4	1.15	0.04	0.06	2.87	0.00	0.00	0.72	0.78	0.00	21.85	21.85

Zestaw 1 : $\alpha = 1$ $\beta = 2$ $\gamma = 1$ n = 50 | Zestaw 3 : $\alpha = 1$ $\beta = 2$ $\gamma = 1$ n = 100

Zestaw 2 : $\alpha = \frac{1}{2}$ $\beta = 2$ $\gamma = \frac{3}{8}$ n = 50 | Zestaw 4 : $\alpha = \frac{1}{2}$ $\beta = 2$ $\gamma = \frac{3}{8}$ n = 100

Wnioski : Dla większej próby widać dokładniejsze kwantyle bardziej zbliżone do ich teoretycznej wartości, niż dla próby mniejszej.Jedynie w zestawie pierwszym, Q3 jest bliższe teoretycznej wartości niż w zestawie 3, jest to zapewno spowodowane losowością danych oraz dość małą próbą (50 i 100).