

# Sprawozdanie 1

## Analiza przeżycia

Marta Stankiewicz (282244)

## Spis treści

<b>1</b>	<b>Lista 3</b>	<b>1</b>
1.1	Zadanie 1a . . . . .	1
1.2	Zadanie 1b . . . . .	2
1.3	Zadanie 2 . . . . .	2
1.4	Zadanie 3 . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Lista 4</b>	<b>5</b>
2.1	Zadanie 1 . . . . .	5
2.2	Zadanie 2 . . . . .	6
2.3	Zadanie 3 . . . . .	7

## Spis rysunków

## Spis tabel

1	Szacunki parametrów $\hat{\theta}$ i $\hat{\mu}$ oraz przedziały ufności $[TL, TU]$ dla leków A i B	2
---	---	---

## 1 Lista 3

### 1.1 Zadanie 1a

Na podstawie danych opisanych w zadaniu 3 z listy 2, przyjmując, że są one realizacjami zmiennych z rozkładu wykładniczego można wyznaczyć oszacowania największej wiarygodności średniego czasu do remisji choroby dla pacjentów leczonych lekiem A oraz pacjentów leczonych lekiem B. W tym celu skorzystano ze wzorów podanych na Wykładzie 3:

$$\hat{\vartheta} = \frac{R}{T_1}$$

gdzie

$$T_1 = \sum_{i=1}^R X_{(i)} + t_0(n - R)$$

gdzie zmienna losowa  $R$  jest losową liczbą obserwacji niecenzurowanych (kompletnych) w przedziale  $(0, t_0]$ . Oszacowanie NW średniego czasu do remisji choroby pacjentów leczonych lekiem A wynosi  $0.7034$  natomiast oszacowanie to w przypadku leku B wynosi  $0.743$

## 1.2 Zadanie 1b

## 1.3 Zadanie 2

```
fun <- function(X, m, n, alpha) {
  Xs <- sort(X)
  T2 <- sum(Xs[1:m]) + (n - m)*Xs[m]
  theta.hat <- m/T2
  mi.hat <- 1/theta.hat

  q.m.1 <- qgamma(alpha / 2, shape = m, rate = m)
  q.m.2 <- qgamma(1 - alpha / 2, shape = m, rate = m)

  T.L <- m*q.m.1/T2
  T.U <- m*q.m.2/T2

  return(list(
    theta.hat = theta.hat,
    mi.hat = mi.hat,
    TL = T.L, TU = T.U
  ))
}
```

Tabela 1: Szacunki parametrów  $\hat{\theta}$  i  $\hat{\mu}$  oraz przedziały ufności  $[T_L, T_U]$  dla leków A i B

Lek	$\alpha$	$\hat{\theta}$	$\hat{\mu}$	$T_L$	$T_U$
A	0.05	0.7332	1.3638	0.3516	1.2527
A	0.01	0.7332	1.3638	0.2725	1.4664

Lek	$\alpha$	$\hat{\theta}$	$\hat{\mu}$	$T_L$	$T_U$
B	0.05	0.9643	1.0371	0.4624	1.6474
B	0.01	0.9643	1.0371	0.3584	1.9284

## 1.4 Zadanie 3

```

M <- 10000
theta <- 1
t.values <- c(0.5, 1, 2)
n.values <- c(10, 30)

gen1 <- function(n, alpha=1, lambda=theta, t0){
  y <- runif(n)
  x <- -(1/lambda)*log(1 - y^(1/alpha))

  delta <- ifelse(x <= t0, 1, 0)
  x_obs <- pmin(x, t0)

  return(data.frame(x = x_obs, delta = delta))
}

symulacja <- function(n, t0, theta){
  repeat {
    X <- gen1(n, t0=t0, lambda=theta)
    R <- sum(X$delta)
    if (R < n) break # akceptujemy tylko próby, gdzie jest cenzurowanie
  }
  T1 <- sum(X$x) + t0*(n - R)

  theta.hat <- R/T1
  theta.wave <- - log(1 - R/n)/t0

  return(c(theta.hat, theta.wave))
}

results <- data.frame(
  n = numeric(),
  t0 = numeric(),
  Bias_hat = numeric(),
  MSE_hat = numeric(),
  Bias_wave = numeric(),
  MSE_wave = numeric()
)

```

```

)

for (n in n.values) {
  for (t0 in t.values) {

    est <- replicate(M, symulacja(n, t0, theta))

    theta.hat <- est[1, ]
    theta.wave <- est[2, ]

    bias.hat <- mean(theta.hat - theta)
    mse.hat <- mean((theta.hat - theta)^2)

    bias.wave <- mean(theta.wave - theta)
    mse.wave <- mean((theta.wave - theta)^2)

    results <- rbind(results, data.frame(
      n = n,
      t0 = t0,
      Bias_hat = bias.hat,
      MSE_hat = mse.hat,
      Bias_wave = bias.wave,
      MSE_wave = mse.wave
    )))
  }
}

kable(results)

```

n	t0	Bias_hat	MSE_hat	Bias_wave	MSE_wave
10	0.5	-0.3732140	0.2806208	0.0733904	0.3331110
10	1.0	-0.2948684	0.2134165	0.0841578	0.2267829
10	2.0	-0.2918771	0.1396317	-0.0731951	0.0603133
30	0.5	-0.4118786	0.2081678	0.0290736	0.0957025
30	1.0	-0.3396458	0.1524853	0.0324402	0.0672242
30	2.0	-0.2073951	0.0869656	0.0478841	0.0672148

## 2 Lista 4

### 2.1 Zadanie 1

```
wart_poz_kryt <- function(r, s, n, t0, theta0, rodzaj = "two.sided"){

theta_hat <- r / (s + t0*(n-r))

L <- function(theta){
  L <- (theta^r)*exp(-theta*(s + t0*(n-r)))
  return(L)
}

L_hat <- L(theta_hat)
L_theta0 <- L(theta0)

if (rodzaj=="two.sided"){
  lambda_obs <- L_theta0 / L_hat # funkcja osiąga sup dla est. MLE
} else if (rodzaj == "less") {
  if (theta_hat < theta0){
    lambda_obs <- L_theta0 / L_hat
  } else {
    lambda_obs <- 1
  }
} else {
  if (theta_hat > theta0){
    lambda_obs <- L_theta0 / L_hat
  } else {
    lambda_obs <- 1
  }
}

p_value <- 1 - pchisq(-2*log(lambda_obs), df = 1)

return (p_value)
}
```

## 2.2 Zadanie 2

```
M <- 10000
theta0 <- 1/2
n <- c(20,50)
t0 <- 2
theta <- c(0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1, 1.5, 2)

gen1 <- function(n, alpha=1, lambda=theta, t0){
  y <- runif(n)
  x <- -(1/lambda)*log(1- y^(1/alpha))

  delta <- ifelse(x <= t0, 1, 0)
  x_obs <- pmin(x, t0)

  return(data.frame(x = x_obs, delta = delta))
}

wyniki <- list()

for (n in n) {
  moc <- numeric(length(theta))
  p_val <- numeric(M)

  for (k in seq_along(theta)){
    lambda <- theta[k]

    for (j in 1:M){
      x_wylos <- gen1(n=n, lambda=lambda, t0 = t0)
      x_obs <- x_wylos$x
      r <- sum(x_wylos$delta)
      s <- sum(x_wylos$x[x_wylos$delta==1])
      p_val[j] <- wart_poz_kryt(r=r, s=s, n=n, t0=t0, theta0=theta0, rodzaj = "two.sided")
    }
    moc[k] <- 1/M * sum(p_val[1:M]<0.05)
  }
  p_val_theta0 <- numeric(M)
  for (j in 1:M){
    x_wylos <- gen1(n = n, lambda = theta0, t0 = t0)
    r <- sum(x_wylos$delta)
    s <- sum(x_wylos$x[x_wylos$delta == 1])
    p_val_theta0[j] <- wart_poz_kryt(r = r, s = s, n = n, t0 = t0, theta0 = theta0, rodzaj = "two.sided")
  }
}
```

```

rozmiar_hat <- mean(p_val_theta0 < 0.05)

wyniki[[paste0("n=", n)]] <- data.frame(theta = theta, moc = moc)
}

wyniki[["n=20"]]

```

```

##      theta    moc
## 1     0.2 0.8115
## 2     0.3 0.3906
## 3     0.4 0.1202
## 4     0.5 0.0581
## 5     0.6 0.1077
## 6     0.7 0.2410
## 7     0.8 0.4274
## 8     0.9 0.6190
## 9     1.0 0.7681
## 10    1.5 0.9940
## 11    2.0 1.0000

```

```
wyniki[["n=50"]]
```

```

##      theta    moc
## 1     0.2 0.9931
## 2     0.3 0.7579
## 3     0.4 0.2263
## 4     0.5 0.0487
## 5     0.6 0.1903
## 6     0.7 0.5043
## 7     0.8 0.8027
## 8     0.9 0.9504
## 9     1.0 0.9894
## 10    1.5 1.0000
## 11    2.0 1.0000

```

### 2.3 Zadanie 3

```

czasy_A <- c(0.03345514, 0.08656403, 0.08799947, 0.24385821, 0.27755032,
            0.40787247, 0.58825664, 0.64125620, 0.90679161, 0.94222208, rep(1, 10))

czasy_B <- c(0.03788958, 0.12207257, 0.20319983, 0.24474299, 0.30492413,

```

```
0.34224462, 0.42950144, 0.44484582, 0.63805066, 0.69119721, rep(1, 10))

s_A <- sum(czasy_A[1:10])
r <- 10
s_B <- sum(czasy_B[1:10])
n <- 20
t0 <- 1
theta0 <- 1

p_wart_A <- wart_poz_kryt(r=r, s=s_A, n=n, t0=t0, theta0=theta0, rodzaj="two.sided")
p_wart_B <- wart_poz_kryt(r=r, s=s_B, n=n, t0=t0, theta0=theta0, rodzaj="two.sided")
p_wart_A

## [1] 0.2373546

p_wart_B

## [1] 0.3230468
```